E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) ianuarie 1964

1

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

Anul XV, (I) nr. 1 — ianuarie 1964

SUMARUL

pag.

1. La începutul noului an 1
2. Ce este nomografia de Maria Vidraşcu, Braşov . . . 2
3. Utilizarea telescopului şcolar pentru observaţii astronomice de Ioan Todoran, Cluj 9
4. Note Matematice, de V. Brînzănescu, elev Constanţa şi Popa Emil, elev Caracal 14
5. Probleme rezolvate (5564, 5581, 5598, 5603, 5612, 5620, 5625, 5627, MFL. 807, 808) 17
6. Chestiuni de examen (6127—6138) 24
7. Probleme propuse (6139—6163) 27
8. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 2080—2091) 32
9. Cărţi noi 34
10. Rubrica rezolvitorilor de probleme 34

ANUL XV (I) 1 IANUARIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Cristea I., asistent; *Dincă N.*, profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor; *Kiss E.*, conf. univ. (Cluj); *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Muşat I.*, profesor; *Ottescu C.*, profesor; *Plăviţu M.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu Gh.* conf. univ.; *Ţene L.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICA

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

ANUL XV (I), nr. 1 ianuarie 1964

LA ÎNCEPUTUL NOULUI AN

În anii regimului democrat-popular, sub îndrumarea Partidului Muncitoresc Romîn, economia și cultura se dezvoltă multilateral și cu avînt puternic în patria noastră.

Ridicarea continuă a nivelului cultural al poporului s-a realizat prin creșterea și perfecționarea de la an la an a învățămîntului de toate gradele și printr-o vastă rețea de instituții culturale create pe tot cuprinsul țării ceea ce a satisfăcut nevoile mereu sporite de cadre ale producției.

Conținutul științific al învățămîntului este tot mai strîns pus în concordanță cu viața, cu tehnica și știința contemporană. Acest fapt este un factor important, necesar realizării industriei moderne și a agriculturii științifice din țara noastră, necesar întregii economii.

Printre numeroasele mijloace de înfăptuire a noului conținut al învățămîntului se numără ponderea însemnată care s-a acordat pe toate treptele de învățămînt științelor de bază: matematica, fizica, chimia, biologia.

În domeniul matematicii și al fizicii școala noastră medie și superioară au făcut progrese remarcabile. La aceste progrese a contribuit și Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. prin publicațiile ei, care au dezvoltat interesul pentru aceste discipline în rîndul tineretului din școli, au lărgit orizontul cunoștințelor și pregătirii acestui tineret, au sprijinit munca profesorilor de matematică și fizică. Olimpiadele organizate de Societate au constituit un puternic mijloc de mobilizare a preocupărilor elevilor și studenților în direcția matematicii și fizicii. Timp de 14 ani Gazeta Matematică și Fizică — seria B a activat în această direcție și tirajul atins de această publicație (circa 25.000 exemplare lunar) atestă interesul cu care elevii și cadrele didactice din școlile medii și tehnice întîmpină materialul publicat.

Dar, mijloacele prin care se realizează țelurile superioare ale culturii socialiste sînt mereu sporite, în vederea creșterii eficienței lor. În condițiile exigențelor sporite ale tehnicii actuale de producție, este necesar să se amplifice și să se perfecționeze necontenit și mijloacele prin care se realizează pregătirea la matematică, fizică și chimie a viitorilor specialiști.

În acest cadru se situează modul cum va apare revista noastră începînd din al 15-lea an al activității sale.

Începînd din ianuarie 1964 vor apare: Gazeta Matematică — seria B revistă pentru matematică destinată elevilor din școlile de cultură generală și tehnice, și Revista de Fizică și Chimie — seria B *destinată acelorași elevi.*

În acest mod se va obține atît o lărgire a capacității de publicare, cît și o dezvoltare a conținutului revistei de pînă în prezent.

Redacția Gazetei Matematice — seria B va depune tot efortul pentru ca obiectivele publicației noastre să fie pe deplin atinse și îndeamnă pe elevi și profesori să susțină acest efort. În noua sa formă, Gazeta se sprijină în continuare, pe colaborarea prețioasă a cadrelor didactice.

Cu prilejul începutului unui nou an, urăm colaboratorilor Gazetei Matematice — seria B noi succese în munca lor, o rodnică activitate la această publicație și o viață fericită.

CE ESTE NOMOGRAFIA

de: *MARIA VIDRAȘCU.* Institutul Politehnic Brașov

Dezvoltarea tehnicii și a altor ramuri din științele naturii, cer de cele mai multe ori efectuarea unor calcule lungi și grele, la care trebuie, uneori, să lucreze zeci și chiar sute de calculatori, ceea ce cere mult timp pentru calcul și în același timp se poate întîmpla ca unii calculatori să greșească.

Tehnica și deci practica a pus problema să se găsească metode grafice cu ajutorul cărora să se poată obține, mai repede rezultatul aplicării unei relații între două sau mai multe variabile și mai ales atunci cînd o aceeași relație se aplică într-o singură zi de mai multe ori, cu diferite valori date variabilelor.

Această problemă rezultată din practică, a fost pusă din necesitatea de a contribui la mărirea productivității muncii, și aceasta se poate realiza prin instrumente și mașini de calcul, tabele numerice și procedee grafice.

În viitorul apropiat, mașinile de calcul electronice își vor aduce aportul lor însemnat la rezolvarea cerințelor practicii.

În ultimul timp, și în special în Uniunea Sovietică, a prins rădăcini puternice, una din metodele grafice, *nomografia.*

Nomografia, este știința calculului grafic în care cu ajutorul unor grafice numite *nomograme,* se pot citi rezultatele formulelor pentru care au fost construite.

De altfel cuvîntul *„nomografie"* își are originea în cuvintele grecești, nomos = lege și grafos = desen. Nomograma este o reprezentare grafică a unei relații între două sau mai multe variabile și permite rezolvarea numerică a relației respective, pentru diversele valori date variabilelor.

O nomogramă bine executată, prezintă următoarele avantaje: a) simplifică munca, făcînd economie de timp; b) dă rezultatul în mod rapid; c) limitează erorile; d) evită calculele intermediare; e) pune în evidență

deodată valorile diferitelor variabile care intră în relația dată ; f) este reversibilă, dînd soluția și pentru problema inversă.

O nomogramă dă rezultatul cu aproximație, dar într-o nomogramă bine construită, aproximația relativă ajunge pînă la 1/1 000 ceea ce este suficient în cele mai multe probleme practice.

Nomografia a fost creeată în secolul al XIX-lea adică atunci cînd, prin marea dezvoltare a industriei, s-a ivit necesitatea introducerii ei.

La început a fost elaborată teoria nomogramelor reticulare, formate din linii drepte.

Mai tîrziu, către sfîrșitul secolului al XIX-lea a fost elaborată teoria nomogramelor cu puncte aliniate.

Perioada dintre anii 1900—1910, este caracterizată prin apariția unor lucrări riguroase consacrate teoriei nomogramelor cu puncte aliniate.

Concomitent au fost puse bazele teoriei generale a nomogramelor și se remarcă lucrările matematicienilor N. Gersevanov, d'Ocagne, Soreau, A. Vlasov.

În Uniunea Sovietică, unde industria a ajuns la un stadiu foarte înaintat și din cauză că acolo există o grije deosebită în raționalizarea efortului uman, nomografia a luat o mare dezvoltare.

Primul care s-a ocupat de nomografie a fost *N. Gersevanov*, care a scris : *„Bazele calculului nomografic"* în care au fost expuse bazele construcției nomogramelor cu puncte aliniate ,teoria nomogramelor cu puncte echidistante și metodele de rezolvare a ecuațiilor diferențiate bazate pe principiul nomografic.

O altă operă a lui *N. Gersevanov* este : *„Teoria și construcția nomogramelor inginerești"* apărută în 1926.

Situația actuală a nomografiei se datorește savanților sovietici. Lor le aparțin rezultatele teoretice fundamentale care au permis elaborarea unei tehnici de construcție a nomogramelor ,care să satisfacă pe deplin toate cerințele practicii și astăzi există astfel pe lîngă cărțile care tratează nomografia ca știință a procedeelor grafice de calcul și cărți în care autorii au căutat cea mai justă aplicare a nomografiei în diferite ramuri ale producției. Așa este de exemplu cartea : *„Calculul motoarelor cu ardere internă cu ajutorul nomogramelor"* de *Zimanenko* și *Levit* și altele.

Dezvoltarea părții teoretice și practice ale nomografiei în Uniunea Sovietică a început în jurul anului 1930 și într-un răstimp scurt au fost obținute rezultate însemnate.

Înflorirea nomografiei sovietice este legată și de numele profesorului *N. A. Glagolev*, fiind primul care a organizat și condus centrul științific de nomografie din Uniunea Sovietică și anume, seminarul de cercetări științifice asupra nomogramelor la Universitatea de Stat Lomonosov din Moscova.

Au urmat apoi o serie de autori ale căror lucrări sînt considerate ca lucrări de bază, ca : *„Nomografie"* de *M. V. Pentcovschi* și altele.

Ca urmare a Directivelor Congresului al III-lea al P.M.R., se dezvoltă nomografia și în țara noastră. În aceste Directive se spune : „Ținînd seama de rolul deosebit de important al matematicii în rezolvarea problemelor

puse de cercetarea științifică și de practică în diferite domenii ale științelor naturii, se vor dezvolta lucrările de calcul mecanice, grafic și statistic, cu aplicații în economia națională". Institutul de calcul al Academiei R.P.R. filiala Cluj, a făcut un progres lăudabil și nomografia și-a căpătat importanța cuvenită prin contribuțiile profesorului universitar *Lascu Bal* și conferențiar universitar *Francisc Radó*.

Preocupările și experiența colectivului de la Cluj s-au extins și la unele Institute tehnice din țară, o astfel de preocupare există și la Institutul Politehnic din Brașov.

Putem spune că această mică mașină de calcul, *nomograma*, care ocupă spațiul unei foi de hîrtie, poate fi la dispoziția oricui, iar timpul folosit pentru găsirea unui rezultat se reduce la cîteva secunde.

De altfel matematicianul *M. V. Pentcovschi* spune în prefața cărții sale: „.... nomografia eliberează zeci de mii de muncitori calificați de la munca obositoare și monotonă de calculator, face accesibile maselor largi metodele legate de folosirea calculelor numerice, eliberează pentru economia națională noi rezerve umane, economisește milioane de ruble, accelerează proiectarea și construcția".

Prima întrebare care se pune este: Cum sînt construite nomogramele?

Înainte de a răspunde la această întrebare să facem cunoștință cu nomograma.

Să privim desenul din figura 3 (pag. 8). Cu această nomogramă se pot calcula laturile unui triunghi dreptunghic și anume, dîndu-se, pentru exemplificare $x=3$, $y=4$ se poate calcula $z=5$, astfel: Așezăm o riglă care să unească punctul cotat cu 3 pe segmentul din stînga cu punctul cotat cu 4 pe segmentul din dreapta, iar la intersecția riglei cu dreapta de la mijloc se va citi 5.

Analizînd și alte nomograme se observă că există o mulțime de puncte așezate pe linii drepte sau curbe și că în dreptul lor se află scris un număr oarecare.

Nomogramele se construiesc pentru funcții de trei pînă la șase variabile.

Să notăm cu:

$$f(u, v, w) = 0 \qquad (1)$$

ecuația căreia îi construim nomograma. Se observă că valorile pe care le iau variabilele u, v, și w sînt reprezentate pe nomogramă prin cîte un punct și că mulțimea punctelor, care reprezintă pe nomogramă valorile unei aceleași variabile sînt așezate pe cîte o linie dreaptă cau curbă.

Punctul care reprezintă pe nomogramă un număr se numește *punct cotat*, iar numărul respectiv se va numi *cota punctului*.

Mulțimea punctelor cotate, care reprezintă pe nomogramă valorile unei aceleași variabile, se va numi *scara* acelei variabile.

În concluzie, pe o nomogramă *numerele* sînt reprezentate prin puncte cotate, variabilele sînt reprezentate prin *scări*, iar legătura dintre variabile, determinată de relația pentru calculul căreia este destinată nomograma, este reprezentată printr-o așezare specială a punctelor scării, soluția fiind dată de trei puncte care se găsesc pe o aceeași dreaptă și, din această cauză nomograma se numește *nomogramă cu puncte aliniate.*

Lîngă gradațiile principale sînt scrise valorile cotelor, iar între ele se pot grada intervalele indicînd sau nu cota respectivă.

Dacă gradațiile intermediare nu sînt cotate, ele se vor numi *„gradații mute"*.

Gradația formează sistemul de gradare al scării.

În cadrul articolului de față, ne vom ocupa de *nomograme cu puncte aliniate*, și vom căuta să răspundem la întrebarea:

a) Cum se construiește efectiv o nomogramă cu puncte aliniate?

Desigur că mai sînt și alte tipuri de nomograme.

Elementul fundamental de construcție al unei nomograme cu puncte aliniate este *scara*, care poate fi rectilinie sau curbilinie, după cum suportul scării este un segment de dreaptă sau o curbă oarecare.

O scară se mai numește și *regulată* (metrică) dacă distanța dintre punctele ei este proporțională cu diferența dintre cotele punctelor.

O scară care nu este regulată se numește *scară neregulată*.

Aceste scări grafice, au ecuații, înțelegînd prin aceasta că: ecuația scării grafice a unei variabile, este expresia algebrică a relației constante care există între fiecare valoare a variabilei și lungimea segmentului care o reprezintă pe suportul scării.

Pentru construirea scărilor se aplică metoda coordonatelor.

Astfel scara rectilinie regulată, are ecuație generală de forma:

$$x = m \cdot u + a \tag{2}$$

unde u ia o mulțime de valori date.

Ecuația (2) pentru $a = 0$ devine:

$$x = m \cdot u \tag{3}$$

Dînd lui u diverse valori, se vor obține pe o dreaptă, pe care am ales o origine și un sens, puncte care vor fi cotate cu valorile date variabilei u.

Coeficientul *„m"* se numește *modulul* de lungime al scării grafice sau unitatea de lungime a scării. Modificîndu-l, noi mărim sau micșorăm distanța dintre punctele scării, alungim sau scurtăm scara.

Modulul de lungime al scării, este raportul dintre lungimea scării și diferența dintre valorile extreme ale funcției reprezentată pe scară, adică:

$$m = \frac{\text{lung} \cdot \text{scării}}{f(u)_{Max} - f(u)_{Min}}$$

Dacă $a \neq 0$ se obține scara, adăugînd la valorile corespunzătoare obținute cu relația (3), aceeași valoare *„a"*, ținînd seama de semnul lui a.

O altă scară rectilinie, folosită mult la construcția nomogramelor cu puncte aliniate este și scara logaritmică, a cărei ecuație generală este:

$$x = m \cdot \log \cdot u + a \tag{4}$$

unde *„m"* și *„a"* au aceleași semnificații ca mai sus.

Din cele spuse mai sus, se vede că la construirea nomogramelor, trebuie să știm să indicăm poziția punctelor într-un plan, deci în general, vom folosi așa cum s-a mai spus, metoda coordonatelor.

În general, ecuațiile parametrice ale curbei suport pentru scara variabilei u pot fi de forma:

$$x = f(u)$$
$$y = g(u) \tag{5}$$

cu $\alpha \leqslant u \leqslant \beta$, presupunînd că funcțiile $f(u)$ și $g(u)$ satisfac condițiile de regularitate, astfel că arcul de curbă să se poată construi în practică, și că corespondența realizată prin reprezentarea parametrică (5) între punctele arcului de curbă și segmentul $[\alpha, \beta]$ este biunivocă.

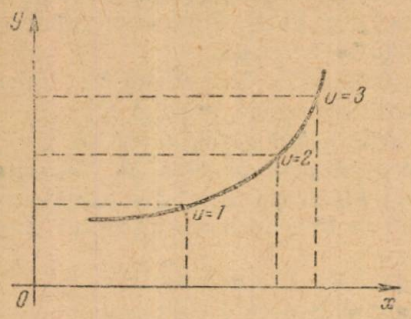


Fig. 1

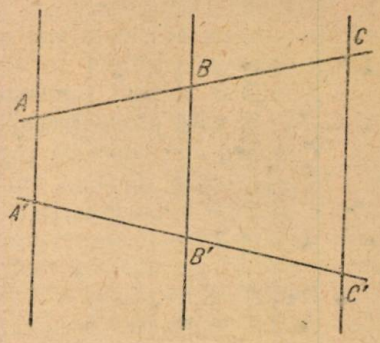


Fig. 2

În aceste condiții, dînd lui u valori cuprinse între α și β, se obțin pentru x și y valori și de aici puncte în planul axelor de coordonate, care se vor cota cu valoarea curespunzătoare a lui u.

În felul acesta punctele din plan vor fi așezate pe o curbă care va fi suportul variabilei „u" (fig. 1).

În articolul de față vom prezenta un model de nomogramă cu puncte aliniate, pornind de la considerațiuni geometrice care au dus la această formă, și anume:

I. *Nomograme cu scări paralele echidistante.*

Să considerăm trei drepte paralele echidistante și să ducem două drepte oarecare (AC) și $(A'C')$ (fig. 2).

În trapezul $AA'C'C$ putem să scriem:

$$BB' = \frac{CC' + AA'}{2} \tag{6}$$

Să notăm $AA' = x$; $BB' = z$; $CC' = y$ și (6) devine:

$$z = \frac{x + y}{2}$$

sau:

$$x + y = 2z \tag{7}$$

Rezultatul geometric (7) ne indică că dacă avem o relație funcțională de tip aditiv, cu variabile separate, de forma:

$$f_1(u) + f_2(v) = f_3(w) \tag{8}$$

acestei relații i se poate construi o nomogramă cu trei scări paralele echidistante.

Într-adevăr, dacă luăm:

$$\begin{aligned} x &= m \cdot f_1(u) \\ y &= m \cdot f_2(v) \end{aligned} \tag{9}$$

relația (7) devine:

$$m \cdot f_1(u) + m f_2(v) = 2z$$

sau:

$$f_1(u) + f_2(v) = \frac{2z}{m}.$$

care comparată cu (8) deducem:

$$\frac{2z}{m} = f_3(w)$$

și deci:

$$z = \frac{m}{2} f_3(w) \tag{10}$$

care asociată cu (9) obținem:

$$\begin{aligned} x &= m \cdot f_1(u) \\ y &= m \cdot f_2(v) \\ z &= \frac{m}{2} \cdot f_3(w) \end{aligned} \tag{11}$$

Ecuațiile (11) pot fi deci considerate ca ecuațiile scărilor funcțiilor $f_1(u)$, $f_2(v)$ și $f_3(w)$.

Pe dreptele (AA') și (CC') vom construi deci scările funcțiilor $f_1(u)$ și $f_2(v)$ cu același modul, iar pe paralela (BB') vom construi scara funcției $f_3(w)$ cu modulul $\frac{m}{2}$.

Originea scărilor se va lua în așa fel ca acelea care verifică relația (8) pentru $u = 0$, $v = 0$, $w = 0$, să fie pe o aceeași linie dreaptă.

Dacă valorile egale cu zero nu figurează pe scări, pentru a avea și în acest caz originile în linie dreaptă, este suficient să așezăm în linie dreaptă un triplet de trei valori despre care stabilim direct că verifică relația dată.

Dacă ducem o secantă oarecare, aceasta va intersecta scările nomogramei în punctele cu cotele u, v și w, pentru care va fi satisfăcută egalitatea:

$$f_1(u) + f_2(v) = f_3(w)$$

Ca aplicație, în figura 3, s-a construit nomograma relației:

$$z^2 = x^2 + y^2$$

folosită în geometrie, la teorema lui Pitagora.

Pe suportul din stînga s-a construit scara funcției x^2 cu ecuația:

$$a = 5 \text{ mm. } x^2,$$

pe suportul din dreapta s-a construit scara funcției y^2 cu ecuația:

$$b = 5 \text{ mm } y^2,$$

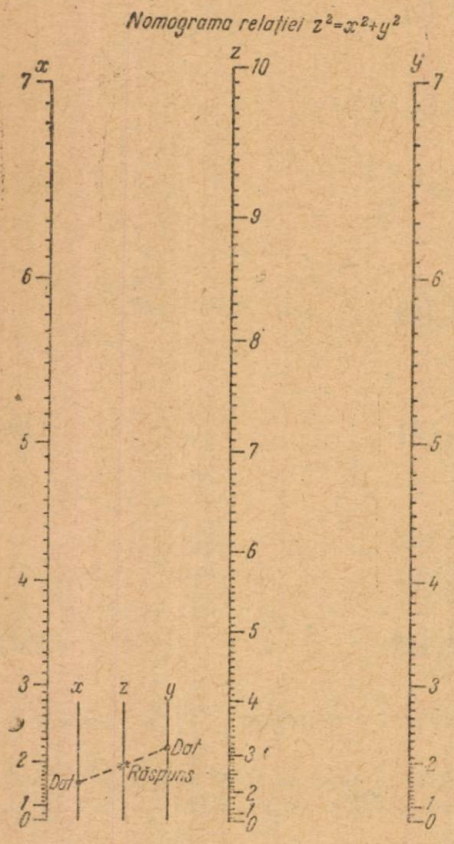


Fig. 3

iar pe suportul de la mijloc s-a construit scara funcției z^2 cu ecuația:

$$c = 2{,}5 \text{ mm } z^2$$

Ca verificare, pentru $x=3$, $y=4$ se citește $z=5$ și invers, pentru $z=5$, $x=3$ se citește $y=4$ sau pentru $z=5$, $y=4$ se citește $x=3$.

Să facem observații practice. Pentru „m" putem lua orice valoare și tot arbitrară este și distanța dintre dreptele date.

În general pentru o nomogramă cu puncte aliniate va trebui să se țină seama și de următoarele recomandări:

1. O nomogramă se construiește pe foi milimetrice 140/200 cm.

2. Scările variabilelor să nu se intersecteze în intervalul de variație a variabilelor.

3. Dreapta de aliniere (rezolvanta) să formeze cu scara rezultatului unghiuri mai mare cu 20°.

4. Scara rezultatelor să fie între scările datelor, iar dacă acest lucru nu-i posibil, distanța ei la scara cea mai apropiată să nu întreacă dublul distanței dintre scările datelor.

Ca aplicații, la cercurile de elevi se pot construi nomograme cu suporți paraleli echidistanți, nomograme pentru relațiile $z = \sqrt{x \cdot y}$; $z = \sqrt[3]{x \cdot y}$, după ce vor fi aduse la forma aditivă prin ridicare la pătrat sau cub și apoi logaritmate.

BIBLIOGRAFIA

L. Bal și *Fr. Radó:* „Lecții de nomografie" editura tehnică — 1956 — București.
M. V. Pentcovschi: „Nomografia" Editura tehnică — 1952 — București.
M. V. Pentcovschi: „Nomograme" Editura tehnică — 1956 — București.

UTILIZAREA TELESCOPULUI ŞCOLAR PENTRU OBSERVAŢII ASTRONOMICE

de *IOAN TODORAN*, cercetător principal Cluj

În vederea înzestrării laboratoarelor şcolare, prin grija Ministerului Învăţământului, la noi în ţară se construiesc tot mai multe şi mai diferite aparate. Printre acestea se numără şi telescopul de tip *şcolar*, care are scopul de a uşura predarea astronomiei în şcoala medie şi, în acelaşi timp, de a permite cadrelor didactice şi astronomilor amatori să desfăşoare o muncă de cercetare ştiinţifică.

Observarea unor fenomene cereşti cu ajutorul telescopului şcolar permite efectuarea unui studiu descriptiv şi comparativ al fenomenelor respective, iar lecţiile de astronomie însoţite de observaţii practice, vor deveni interesante şi atractive. Dar, pentru ca toate acestea să poată fi realizate cu succes, este necesar să cunoaştem atît modul de reglare a telescopului, cît şi problemele care pot fi studiate cu ajutorul acestui instrument. În acest scop, în cele ce urmează, ne propunem să arătăm, pe scurt, modul de reglare şi utilizare a telescopului şcolar.

Descrierea telescopului şcolar

Telescopul şcolar este confecţionat de către *„Întreprinderea de material didactic"* de pe lîngă Ministerul Învăţământului şi este destinat

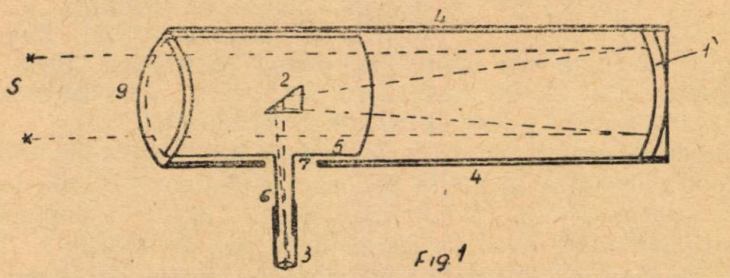


Fig 1

observaţiilor astronomice care constituie activitatea practică în cadrul lecţiilor de astronomie. El se compune din trei părţi:

a. telescopul propriu zis (sistemul optic şi tubul de legătură),

b. montura ecuatorială, şi

c. trepiedul.

a. *Telescopului propriu-zis.* Pentru descrierea telescopului propriu zis să urmărim schema din fig. 1. El este compus dintr-o oglindă sferică (1) de diametru $D=10$ cm. şi distanţă focală $F=100$ cm., o prismă cu reflexie totală (2) şi ocularul (2). Acest sistem optic are ca suport de legătură tubul telescopului (4). Prisma este fixată în interiorul tubului telescopului cu ajutorul unui tub suplimentar (5), de care este sudat suportul ocularului (6).

Tubul suplementar (5) se poate deplasa în interiorul tubului telescopului (4), iar suportul ocularului se deplasează în deschiderea (7).

Dacă efectuăm observații asupra unui astru a cărei depărtare este infinită (în raport cu dimensiunile terestre), atunci razele de lumină care vin spre observator constituie un fascicol paralel și cu cît oglinda (1) va avea un diametru mai mare, cu atît pe ea vor cădea mai multe raze din fascicolul respectiv, iar astrul va fi văzut mai luminos.

Să considerăm două raze din fascicolul paralel (C); ele vor intra prin partea deschisă a telescopului (9) și vor ajunge la oglinda (1), de unde se vor reflecta în conformitate cu legile reflexiei. De aici, fascicolul inițial va fi transformat într-un fascicol convergent, iar prisma (2) va da acestui fascicol o deviație de 90°. Astfel, imaginea stelei respective va putea fi văzută în acularul telescopului (3).

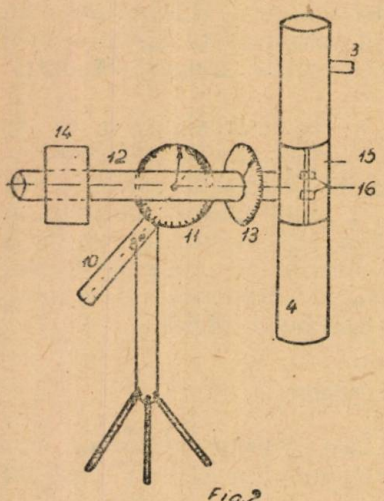


Fig. 2

b. *Montura telescopului.* Prin montura unui telescop se înțelege un dispozitiv mecanic format din două axe în jurul cărora se poate roti axa optică. Prima axă a acestui dispozitiv este perpendiculară pe un plan de referință, de exemplu orizontal pentru montura orizontală, sau ecuatorul pentru montura ecuatorială, iar axa a doua este paralelă cu planul de referință corespunzător.

Telescopul școlar are montură ecuatorială, planul de referință (planul fundamental) fiind ecuatorul. Axa optică a telescopului se poate roti paralel cu planul ecuatorului, tubul 4 rămîne rigid legat de axa 12, iar axa 10 în jurul căreia se efectuează această rotație, este paralelă cu axa de rotație a Pămîntului.

În schema din fig. 2, se poate urmări construcția monturii telescopului școlar. Așezarea în stația de observație trebuie să fie astfel realizată, încît axa de rotație în ascensie dreaptă (10) — axa perpendiculară pe planul ecuatorial — să fie paralelă cu axa de rotație a Pămîntului, adică să fie cuprinsă în planul meridian al locului de observație și să aibă o înclinare față de orizont egală cu latitudinea locului.

Perpendicular pe axa de rotație în ascensiune dreaptă (10) se află instalate cercul orar (11), axa de rotație în declinație (12) cu cercul de declinație (13) și contragreutatea (14). Cercul 11 este perpendicular pe axa 10.

Tubul telescopului (4) este fixat pe axa de declinație cu ajutorul brîului de susținere (15) care este încheiat prin piesele de fixare (16).

c. *Trepiedul telescopului.* Telescopul și montura sînt instalate pe un trepied din lemn. Acesta nu necesită o descriere amănunțită și, la nevoie, poate fi înlocuită cu un alt mijloc de susținere mult mai stabil.

Reglarea telescopului.

Una dintre cele mai dificile probleme este reglarea telescopului și punerea lui în stație.

Telescopul, așa cum a fost recepționat de diferite școli, nu poate fi utilizat aproape la nimic. Tocmai acest fapt a determinat pe mulți dintre profesorii care dispun de acest telescop, să nu-l utilizeze la observații practice.

Reglarea telescopului și punerea lui în stație se pot realiza numai la locul de observație de către însăși observatorul respectiv. Această operație nu este chiar simplă, observatorul trebuie să cunoască în prealabil fiecare piesă componentă atît a telescopului cît și a monturii sale. De asemenea, sînt necesare cîteva cunoștințe teoretice asupra funcționării unui instrument ecuatorial.

În ceea ce privește cunoașterea și reglarea telescopului, se pot ivi unele mici greutăți care trebuie să fie învinse de la început. Reglarea telescopului se face o singură dată, la începutul unei serii de observații, iar punerea lui în stație trebuie verificată de fiecare dată. Pentru aceste operații, observatorul trebuie să lucreze cîteva nopți consecutive, iar experiența cîștigată la prima reglare îi va permite să utilizeze cu succes telescopul școlar.

Pentru punerea telescopului în stație, trebuie să cunoaștem în prealabil direcția meridianului (direcția nord-sud) și latitudinea locului. Pe locul de unde urmează a fi efectuate observațiile, se fixează trepiedul pe care urmează a fi montate montura și telescopul. Apoi, cu ajutorul șurubului (8) se dă axei de rotație (10) înclinarea egală cu latitudinea locului, adică această axă să devină paralelă cu axa polilor (axa de rotație a Pămîntului).

Reglarea focarului se face cu ajutorul tubului ocularului (3) care se poate deplasa, prin frecare, dealungul suportului (6). Tot în acest scop, tubul suplementar (5) care susține prisma (2), poate fi deplasat în interiorul tubului telescopului (4). Cînd imaginea stelelor apare sub forma unui disc, înseamnă că distanța focală nu este reglată bine și trebuie, prin încercări, să deplasăm ocularul (3) și tubul suplementar (5) pînă cînd, în cîmpul vizual, toate stelele vor avea imagini punctiforme.

Dacă sistemul optic — oglinda, prisma și ocularul — nu este bine reglat, atunci trebuie acționat asupra pieselor componente ale acestuia. În acest scop, scoatem ocularul (3) și privim prin tubul (6) unde va trebui să vedem reflectată extremitatea deschisă (9) a telescopului, iar în mijlocul acesteia să apară imaginea prismei (2).

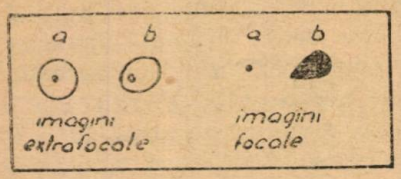
Verificarea poziției oglinzii (1) se face prin observarea extrafocală a stelelor. În acest scop deplasăm ocularul (3) pînă cînd imaginea stelelor apare sub forma unui disc rotund, iar în centrul acestuia se vede un punct întunecat care reprezintă imaginea prismei văzută prin ocular. Dacă oglinda telescopului nu este bine montată, imaginea extrafocală a stelelor va apare sub forma unui disc turist și asimetric în raport cu imaginea prismei. În acest caz se zice că imaginea prezintă *comă*.

Pentru înlăturarea comei, se scoate capacul de la extremitatea dinspre oglindă a tubului (4) și se rotește unul dintre șuruburile de fixare ale oglinzii. Acest lucru se face prin încercări pînă cînd vom obține

imaginea cea mai potrivită. În schema din fig. 3 dăm o comparație între aspectul unei imagini bune și una cu comă.

Pentru ca ocularul să aibe o poziție comodă în timpul efectuării observațiilor, se poate desface brîul de susținere (15) și rotim tubul telescopului în jurul axei optice pînă cînd ocularul ajunge în poziția dorită de noi. Tot cu ajutorul acestuia se poate fixa poziția de echilibru a telescopului în jurul axei de declinație (12).

Înainte de a trece la schițarea unui plan de observații, vrem să atragem atenția asupra unor lipsuri pe care le are partea mecanică a telescopului școlar — lipsuri care pot fi înlăturate prin *„repararea"* unor piese care nu funcționează normal sau prin înlocuirea totală a lor.



a) imagine bună
b) imagine cu comă
fig 3

Cel mai mare neajuns al telescopului este acela că tubul suplimentar (5) nu este perfect cilindric, iar deplasarea lui nu se face de-a-lungul axei optice, ci în toate direcțiile. Pentru înlăturarea acestui inconvenient, se poate construi din tablă un alt tub care să permită deplasarea prismei *numai de-a-lungul* axei optice a telescopului. În cazul cînd această construcție nu se poate realiza, se vor prinde între ele cele două tuburi (4) și (5) prin intermediul a trei sau patru șuruburi. Însă, în acest caz focarul telescopului se va putea regla numai prin deplasarea ocularului. Această fixare a celor două tuburi poate fi efectuată numai după ce în prealabil a fost determinată poziția aproximativă a tubului care susține prisma, astfel încît focarul să poată fi reglat fără a mai deplasa tubul suplementar (5). Dacă trepiedul vertical are un raportor așezat cu centrul în șurubul 8, permite să se regleze unghiul axei 10 față de trepied, unghiul trebuie să fie egal cu colatitudinea locului.

Al doilea neajuns al telescopului este faptul că montura nu este destul de bine executată. Dispozitivul de mișcare în declinație nu permite decît o mișcare lentă, deși atunci cînd căutăm un obiect pe bolta cerească avem nevoie de o mișcare destul de rapidă a telescopului. Ar trebui să existe un dispozitiv prin intermediul căruia să putem mișca telescopul mai ușor în jurul axei de declinație și, cînd este necesar, să putem bloca această mișcare, iar mișcarea lentă să fie utilizată numai pentru centrarea imaginii corpului pe care dorim să-l observăm. De asemenea, dispozitivul de mișcare în ascensie nu corespunde deoarece funcționează numai mișcarea rapidă nu și cea lentă, exact invers mișcării în declinație.

Al treilea neajuns al telescopului este marea instabilitate pe care o are acesta. Axa optică vibrează la orice adiere de vînt, iar telescopul se clatină din toate *„încheieturile"*. Acest neajuns de asemenea poate fi înlăturat prin „mici reparații" mecanice, totul depinde de inscusința și posibilitățile pe care le are observatorul respectiv.

Lipsurile semnalate mai sus le-am constatat la telescopul școlar care se găsește la Observatorul Astronomic din Cluj, însă s-ar putea ca alte exemplare să nu aibe aceste lipsuri, sau să aibe altele în plus. În

orice caz, persoana care dorește să efectueze observații astronomice, trebuie să studieze aparatul respectiv și să înlăture lipsurile existente. Numai după înlăturarea acestor lipsuri, telescopul școlar poate fi utilizat cu succes.

Efectuarea observațiilor astronomice

La întocmirea planului de observații trebuie să ținem seama de scopul pe care îl urmărim. În acest sens vom distinge două categorii de observații:

a) Observații demonstrative care însoțesc explicarea unui fenomen expus într-o lecție sau conferință, și

b) observații cu caracter de cercetare științifică.

În cele ce urmează ne propunem să indicăm cîteva probleme din fiecare categorie amintită mai sus.

a) *Observații demonstrative.* Aceste observații au scopul de a prezenta marelui public unele din fenomenele cerești: eclipse de Lună, sau de Soare, mișcarea aparentă a planetelor pe bolta cerească, observarea reliefului pe suprafața planetelor (Marte, Jupiter) și a Lunii, observarea inelului lui Saturn, prevederea și explicarea fazelor planetelor interioare (Mercur și Venus) și ale Lunii, observarea schimbării aspectului cometelor și urmărirea mișcărilor aparente ale acestora pe bolta cerească, urmărirea sateliților naturali ai planetelor (Jupiter), observarea nebuloaselor galactice și extragalactice, observarea roiurilor stelare etc. Aceste observații se efectuează simplu și nu insistăm asupra lor, iar descrierea și explicarea fenomenelor respective pot fi găsite în orice curs sau manual de astronomie.

b) *Observații cu caracter științific.* În cercetările astronomice există multe probleme care pot fi studiate cu ajutorul instrumentelor mici. De exemplu: observarea și descoperirea cometelor, studiul variației luminozității la stelele variabile, determinarea momentelor începutului și sfîrșitului unei eclipse de Lună sau de Soare, observarea ocultațiilor stelelor de către Lună, observarea petelor pe discul solar etc.

Pentru efectuarea observațiilor cu caracter științific sînt necesare anumite cunoștințel de astronomie. Astfel, pentru urmărirea și descoperirea cometelor este necesar ca observatorul să cunoască foarte bine constelațiile de pe bolta cerească. Acestea pot fi învățate cu ajutorul unei hărți a cerului care poate fi consultată la observatoarele astronomice din țară. Cunoașterea hărții cerului este necesară pentru a nu confunda de exemplu o nebuloasă difuză cu o cometă și pentru a putea anunța poziția ei raportată la anumite stele de pe hartă.

Pentru studiul variației luminozității stelelor variabile se aleg cîteva stele a căror luminozitate este constantă. Aceste stele se numesc stele de comparație și trebuie, pe cît posibil, să aibe aceeași culoare ca și variabila și să nu fie situate prea departe de variabilă. Studiul luminozității stelelor variabile poate fi efectuat prin evaluări vizuale. În acest scop, se compară luminozitatea stelei variabile cu aceea stelelor de comparație utilizînd una din metodele corespunzătoare acestui fel de observații. Pentru o planificare judicioasă a observațiilor, observatorul trebuie să dispună de o listă cu stele variabile și indicații asupra stelelor de com-

paraţie. Indicaţiile corespunzătoare pot fi obţinute de la observatoarele astronomice, însă înainte de a începe observaţiile, observatorul trebuie să cunoască metodele de observaţie şi scopul pentru care sînt efectuate observaţiile respective.

Eclipsele de Lună şi de Soare pot fi studiate cu ajutorul unui ecran care se montează în faţa ocularului. Tot cu ajutorul acestuia se studiază şi apariţia, evoluţia şi dispariţia petelor solare.

Telescopul şcolar dispune de un sistem optic bun, cu el pot fi observate stelele a căror magnitudine stelară este mai mică de 10,5, prin urmare există mari posibilităţi de a efectua observaţii astronomice cu caracter ştiinţific.

În încheiere vrem să precizăm că în rîndurile de mai sus am schiţat doar cîteva din posibilităţile pe care ni le oferă telescopul şcolar. Însă, pentru realizarea unora dintre temele respective, observatorul trebuie să consulte diferite surse bibliografice existente în bibliotecile noastre. De asemenea, ar fi de un real folos citirea unor lucrări scrise special pentru observaţii de genul celor amintite mai sus. În acest sens indicăm două din numeroasele surse existente:

1. *V. P. Ţesevici, Cito i kak nabliudat na nebe* (Ce şi cum să observăm pe cer).
2. *P. G. Kulikovski, Spravocinik astronom liubitelia.* (Călăuza astronomului amator).

Notă. Aceste lucrări expun, clar şi pe înţelesul unui elev de şcoală medie, probleme de astronomie care pot fi tratate de un astronom începător şi indică căile spre o cercetare superioară. După cunoaşterea materialului cuprins aici, observatorul respectiv va putea trece la studiul unora dintre cele mai moderne probleme ale astronomiei.

NOTE MATEMATICE

ASUPRA PROBLEMEI 5712

Se poate da următoarea generalizare* a problemei 5712 din nr. 3 1963, G.M.F. seria B.

I. a) Mai întîi, teorema directă generalizată în plan:

Se dă poligonul $A_1A_2 \ldots A_{2p-1}$ *şi un punct* O *în planul său. Considerînd* A_i' *proiecţiile lui* O *pe laturile* $A_{p-1+i}\,A_{p+i}$ *(acestea se numesc laturi opuse vîrfurilor* A_i*) să se demonstreze relaţia vectorială*

$$\sum_{i=1}^{2p-1} \overline{A_i A_i'} \cdot \overline{A_{p-1+i}\,A_{p+i}} \equiv 0 \qquad (1)$$

unde $(2p,\ 2p+1, \ldots)$ *se înlocuiesc respectiv cu* $(1,\ 2, \ldots)$ *deoarece* A_i *sînt* $2p-1$ *vîrfuri ale poligonului dat.*

---

* A se vedea în acelaş număr, articolul Metoda vectorială folosită în geometrie, de conf. univ. Gh. D. Simionescu.

Luînd origina în O avem:

$$\overline{A_i A_i'} = \overline{OA_i'} - \overline{OA_i} \tag{2}$$

și încă,

$$\overline{OA_i'} \cdot \overline{A_{p-1+i} A_{p+i}} = 0, \tag{3}$$

deoarece A_i' sînt proiecții. Ținînd seama de (2) și (3), relația (1) devine:

$$\sum_{i=1}^{2p-1} \left(\overline{OA_i'} - \overline{OA_i}\right) \cdot \overline{A_{p-1+i} A_{p+i}} \equiv 0,$$

sau:

$$\sum_{i=1}^{2p-1} \overline{OA_i'} \cdot \overline{A_{p-1+i} A_{p+i}} - \sum_{i=1}^{2p-1} \overline{OA_i} \cdot \overline{A_{p-1+i} A_{p+i}} \equiv 0,$$

sau încă:

$$\sum_{i=1}^{2p-1} \overline{OA_i} \cdot \overline{A_{p-1+i} A_{p+i}} \equiv 0. \tag{4}$$

Știind că

$$\overline{A_{p-1+i} A_{p+i}} = \overline{OA}_{p+i} - \overline{OA}_{p-1+i},$$

obținem:

$$\overline{OA}_1 (\overline{OA}_{p+1} - \overline{OA}_p) + \overline{OA}_2 (\overline{OA}_{p+2} - \overline{OA}_{p+1}) + \ldots +$$
$$+ \overline{OA}_{p-1} (\overline{OA}_{2p+1} - \overline{OA}_{2p-2}) + \overline{OA}_p (\overline{OA}_1 - \overline{OA}_{2p-1}) +$$
$$+ \overline{OA}_{p+1} (\overline{OA}_2 - \overline{OA}_1) + \ldots + \overline{OA}_{2p-1} (\overline{OA}_p - \overline{OA}_{p-1}) \equiv 0,$$

unde am înlocuit $(A_{2p}, A_{2p+1}, \ldots)$ cu $(A_1, A_2, \ldots)$ și care se verifică ușor.

b) Să demonstrăm reciproca:

Considerăm punctele A_i' pe laturile $A_{p-1+i} A_{p+i}$ ale poligonului $A_1 A_2 \ldots A_{2p-1}$ și dacă relația (1) există, iar $2p-2$ din perpendicularele duse în aceste puncte pe aceste laturi sînt concurente în O și cea de-a $(2p-1)$ -a perpendiculară trece prin O.

Soluția II-a. Ținînd seamă de relația (4) relația (1) devine:

$$\sum_{i=1}^{2p-1} \overline{OA_i'} \cdot \overline{A_{p-1+i} A_{p+i}} \equiv 0. \tag{5}$$

Dar, din enunț rezultă:

$$\sum_{i=1}^{2p-2} \overline{OA_i'} \cdot \overline{A_{p-1+i} A_{p+i}} \equiv 0, \tag{6}$$

și scăzînd pe (6) din (5) avem:

$$\overline{OA_{2p-1}'} \cdot \overline{A_{p-1} A_p} = 0,$$

ceea ce arată că $\overline{OA'_{2p-1}}$ și $\overline{A_{p-1}A_p}$ sînt perpendiculare și deci, perpendiculara în A'_{2p-1} trece prin O.

II. *Problema se poate extinde în spațiu.*

a) Dacă există un poligon plan sau strîmb $A_1A_2\ldots A_{2p-1}$ și un punct O în spațiu, considerînd $\overline{OA'_i}$ înălțimile fețelor laterale $OA_{p-1+i}A_{p+i}$ ale piramidei $OA_1A_2\ldots A_{2p-1}$ (sau planele duse prin O perpendiculare pe $A_{p-1+i}A_{p+i}$ în A'_i) există relația vectorială (1).

Raționamentul este analog.

b) Și reciproca acesteia:

Dacă există punctele A'_i pe laturile poligonului plan sau strîmb $A_1A_2\ldots A_{2p-1}$ și relația vectorială (1), iar $2p-2$ din planele perpendiculare în A'_i pe laturile $A_{p-1+i}A_{p+i}$ trec printr-un același punct O și al $(2p-1)$-lea plan trece prin O.

OA'_i sînt perpendiculare pe $A_{p-1+i}A_{p+i}$ fiind în plane perpendiculare pe acestea. Rezultă analog: $\overline{OA'_{2p-1}}\cdot\overline{A_{p-1}A_p}=0$. Deci, OA'_{2p-1} este perpendiculară pe $A_{p-1}A_p$ și ducînd (D) oarecare perpendiculară în A'_{2p-1} pe $A_{p-1}A_p$ determină împreună cu (D) tocmai planul perpendicular pe $A_{p-1}A_p$ în A'_{2p-1} care trece deci, prin O.

Observație. Pentru $p=2$ poligonul devine $A_1A_2A_3$ sau triunghiul ABC, adică tocmai problema 5712 din G.M.F.-B 3/1963.

Brînzănescu Vasile, elev s.m. 1 Constanța

DEMONSTRAREA UNEI INEGALITĂȚI TRIGONOMETRICE

În cele ce urmează este expusă o altă demonstrație diferită de cele cunoscute a inegalității ce există într-un triunghi:

$$\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}\leqslant\frac{1}{8}.$$

Orice triunghi are un unghi mai mic decît 60°. Fie în triunghiul ABC: $0°<\frac{A}{2}\leqslant 30°$, deci: $\sin\frac{A}{2}\leqslant\frac{1}{2}$. Avem și: $60°\leqslant\frac{B}{2}+\frac{C}{2}<90°$, deci: $\cos\left(\frac{B}{2}+\frac{C}{2}\right)\leqslant\frac{1}{2}$. Deoarece $\cos\left(\frac{B}{2}-\frac{C}{2}\right)\leqslant 1$, rezultă:

$$\frac{\cos\left(\frac{B}{2}-\frac{C}{2}\right)-\cos\left(\frac{B}{2}+\frac{C}{2}\right)}{2}\leqslant\frac{1}{4},$$

sau:

$$\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}\leqslant\frac{1}{4}.$$

Iar prin înmulțire se obține:

$$\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}\leqslant\frac{1}{8}.$$

Egalitatea are loc cînd $A=B=C=60°$.

Popa Emil, absolvent, Caracal

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5564

În interiorul unui cerc de rază R se ia un punct A fix la distanța de centru $OA=a$. Să se afle poziția unui punct M de pe cerc astfel ca unghiul AMO să fie maxim.

Adrian Chisăliță, student Cluj

Soluția I dată de *G. G. Niculescu*, elev Roman. — Presupunem problema rezolvată. Fie deci, un punct M pe cerc, astfel încît unghiul AMO să fie maxim. Notăm cu M' punctul diametral opus lui M, iar cu M_1 punctul unde MA retaie cercul. Pentru ca unghiul AMO să fie maxim trebuie ca arcul M_1M' să fie maxim. Astfel spus, trebuie ca arcul MM_1 să fie minim, ceea ce echivalează cu condiția ca coarda MM_1 să fie de lungime minimă. Coarda MM_1 este minimă, atunci cînd este perpendiculară pe OA. În acest caz avem: $\sphericalangle AMO = \sphericalangle AM_1O$.

În concluzie, putem spune următoarele: problema admite două soluții, cele două puncte M și M_1 care satisfac condiția cerută de problemă; M și M_1 fiind extremitățile coardei minime care trece prin A (coarda ce trece prin punctul A și e perpendicular pe OA).

Soluția II. În triunghiul AMO teorema sinusului ne dă:

$\frac{a}{\sin(AMO)}=\frac{R}{\sin(OAM)}$, de unde scoatem $\sin AMO=\frac{a}{R}\sin(OAM)$.

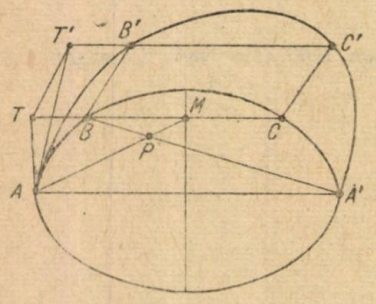
Dar pentru ca unghiul AMO să fie maxim trebuie ca și sinusul său să fie maxim, adică $\frac{a}{R}\sin(OAM)=\max$. Ori, aceasta nu se poate întîmpla decît în cazul cînd $\sin(OAM)=1$, adică atunci cînd $\sphericalangle OAM=90°$.

Problema 5581

Într-o elipsă ducem o coardă BC paralelă cu axa mare AA'. Fie T proiecția vîrfului A pe dreapta BC. a) Să se arate că $b^2\cdot TB.TC=a^2\cdot TA^2$, a și b fiind semiaxele elipsei; b) Să se afle locul geometric al intersecției dreptelor $A'B$, AM unde M este mijlocul coardei BC.

(Facultatea de matematică-mecanică București 1962)

Soluție. a) Fie $AB'C'A'$ cercul a cărei proiecție ne dă elipsa considerată. Fie T', B', C' punctele corespunzătoare lui T, B, C în planul cercului. Evident: $T'A^2 = T'B' \cdot T'C'$. Dar: $T'B' = TB$; $T'C' = T'C$; $T'A = \frac{a}{b}TA$.



Deci, $\frac{a^2}{b^2}TA^2 = TB \cdot TC$ de unde $a^2 \cdot TA^2 = b^2 \cdot TB \cdot TC$.

b) Fie $A(-a; O)$, $A'(a; O)$, $B(x_0; y_0)$, $M(O; y_0)$. Putem scrie:

$$(MA)\ xy_0 - ay + ay_0 = 0;$$
$$(BA')\ xy_0 - x_0y + ay - ay_0 = 0.$$

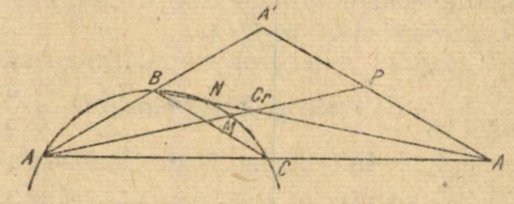
Din prima ecuație scriem $y_0 = \frac{ay}{x+a}$, iar din a doua:

$x_0 = \frac{(x-a)\,y_0 + ay}{y} = \frac{2an}{n+a}$ Înlocuind cu aceste valori în relația $\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1$, obținem în final, ecuația $4b\,x^2 + a^2y^2 = b^2(x+a)^2$. Deci, locul geometric a lui P este o elipsă.

Problema 5598

Pe un cerc de rază R se consideră punctele A, B, C în așa fel ca $AB = BC = R$. Simetricele punctului A față de B și C le notăm respectiv cu A' și A''. În triunghiul $AA'A''$ se duc medianele din A și A'' care determină în cercul dat coardele AM și BN. Să se arate că $AM = 4\,BN$.

Gh. Bazacov, Tr. Severin



Soluție dată de *G. G. Niculescu*, elev Roman. Se știe că AC este latura triunghiului echilateral înscris în cerc, deci $AC = R\sqrt{3}$ și prin urmare $AA'' = 2R\sqrt{3}$.

Dacă ținem seama de puterea punctului avem relațiile:

$$A''B \cdot A''N = A''A \cdot A''C \quad \text{și} \quad GA \cdot GM = GB \cdot GN$$

Prima din ele se mai scrie:

$$A''N = \frac{A''A \cdot A''C}{A''B} = \frac{2R\sqrt{3} \cdot R\sqrt{3}}{A''B} = \frac{6R^2}{A''C}.$$

Deoarece $GA = 2GB$ și $GN = 2GM$ mai avem:

$$A''N = A''G + GN = 2GP + 2GM = 2MP$$

de unde rezultă că:

$$AM = AP - MP = AP - \frac{A''N}{2} = AP - \frac{3R^2}{A''B} = \frac{AP^2 - 3R^2}{AP}$$

$$BN = A''B - A''N = A''B - \frac{6R^2}{A''B} = \frac{AP^2 - 6R^2}{AP}.$$

Dar AP fiind mediana în triunghiul AA'A'' avem:

$$AP^2 = \frac{2[(2R\sqrt{3})^2 + (2R)^2] - (2R)^2}{4} = \frac{2(12R^2 + 4R^2) - 4R^2}{4} = 7R^2.$$

Așadar,

$$AM = \frac{7R^2 - 3R^2}{R\sqrt{7}} = \frac{4R^2}{R\sqrt{7}} = \frac{4R}{\sqrt{7}} \text{ și } BN = \frac{7R^2 - 6R^2}{R\sqrt{7}} = \frac{R^2}{R\sqrt{7}} = \frac{R}{\sqrt{7}}.$$

astfel că $AM = 4BN$.

Problema 5603

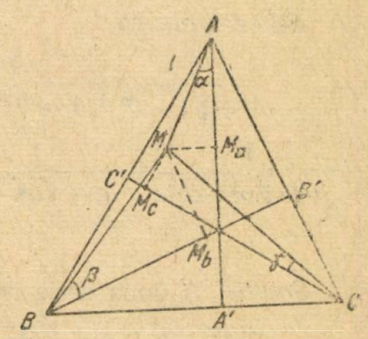
Dacă M este un punct în interiorul triunghiului oarecare ABC și notăm cu α unghiul format de dreapta AM cu înălțimea AA' cu β și γ unghiurile analoage, iar cu S aria triunghiului, să se demonstreze că: $\Sigma\, BC \cdot AM \cdot \cos\alpha = 4S$. *(În legătură cu problema 4125).*

*D. M. Bătineț*u, student București

Soluție dată de *G. Niculescu*, elev Roman. Fie M_a, M_b, M_c, proiecțiile punctului M pe înălțimi. Aria triunghiului BMC este:

$$S_{BMC} = \frac{1}{2} BC \cdot A'M_a = \frac{1}{2} BC\,(AA' - AM_a) =$$

$$= S - \frac{1}{2} BC \cdot AM_a.$$



În mod analog arătăm că:

$$S_{CMA} = S - \frac{1}{2} CA \cdot BM_b; \quad S_{AMB} =$$

$$= S - \frac{1}{2} AB \cdot CM_c.$$

Dacă ținem seama că $S = S_{BMC} + S_{CMA} + S_{AMB}$ avem:

$$R = 3S - \frac{1}{2}(BC \cdot AM_a + CA \cdot BM_b + AB \cdot CM_c) \text{ de unde:}$$

$$BC \cdot AM_a + CA \cdot BM_b + AB \cdot CM_c = 4S \qquad (1)$$

Cu aceasta am demonstrat ce face obiectul problemei 5358 din G.M.B.F.-B 1962, p. 421.

În triunghiurile dreptunghice AMM_a, BMM_b, CMM_c putem scrie:

$$AM_a = AM\cos\alpha\,;\ BM_b = BM\cos\beta\,;\ CM_c = CM\cos\gamma$$

astfel că relația (1) devine:

$$BC\cdot AM\cos\alpha + CA\cdot BM\cos\beta + AB\cdot CM\cos\gamma = 4S$$

ceea ce trebuia arătat.

Problema 5612

Să se arate că dacă p și n sînt două numere naturale expresia $p^n + (p-2)(p-1)^{n-1}$ *este divizibilă cu* $(p-1)^2$.

În legătură cu problema 4591.

T. Căsăndroiu

Soluție dată de elevul *Lusztig Gheorghe*, s.m. 5 Timișoara și *Peligrad Constantin*, elev Slatina.

Avem: $E = p^n - 1 + n(p-1-1)(p-1) =$

$$= (p-1)(p^{n-1} + p^{n-2} + \ldots + p + 1) + n(p-1)^2 - n(p-1) =$$

$$= n(p-1)^2 + (p-1)(p^{n-1} + p^{n-2} + \ldots + p + 1 - n)$$

$$\frac{E}{p-1} = n(p-1) + (p^{n-1} - 1) + (p^{n-2} - 1) + \ldots + (p-1)$$

$$\frac{E}{(p-1)^2} = n + \frac{p^{n-1}-1}{p-1} + \frac{p^{n-2}-1}{p-1} + \ldots + \frac{p^2-1}{p-1} + 1 = N$$

(N întreg). Rezultă $E = \mathfrak{M}\ (p-1)^2$.

Problema 5620

Să se arate că:

$$\frac{1}{1+\sqrt{1-a^2}} + \frac{1}{1-\sqrt{1-a^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2+a^2}+1} = \frac{2}{a^2}$$

$$\frac{1}{a+\sqrt{a^2-b^2}} + \frac{1}{a-\sqrt{a^2-b^2}} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}-a} - \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}+a} = \frac{2a}{b^2}.$$

C. I. T.

Soluție. A doua serie de egalități se mai scrie:

$$\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}+a+\sqrt{a^2-b^2}}{a^2-a^2+b^2} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}+a-\sqrt{a^2+b^2}+a}{a^2+b^2-a^2} = \frac{2a}{b^2}$$

$$\frac{2a}{b^2} = \frac{2a}{b^2} = \frac{2a}{b^2}, \text{ evident.}$$

Înlocuind a cu 1 și b cu a obținem prima serie de egalități.

Problema 5625

a) *Să se arate că m fiind un parametru variabil* $0<m<1$ *toate parabolele de ecuație* $y = mx^2 - 2\sqrt{m(1-m)}x + 1$ *trec printr-un punct fix.*

b) *Să se scrie ecuația parabolei a cărei axă de simetrie trece prin punctul fix.*

c) *Să se afle locul geometric descris de vîrful parabolelor cînd parametrul m variază.*

d) *Cînd* $0 < m < 1$ *atunci* $y > m$, *oricare ar fi x real.*

C. Ionescu-Țiu

Soluție. a) Se observă că parabolele date de ecuația respectivă trec prin punctul (0,1).

b) Vîrful unei parabole are abscisa $x = \frac{\sqrt{m(1-m)}}{m} = 0$ de unde se deduce $m = 1$. Parabola este $y = x^2 + 1$.

c) Ordonata vîrfului parabolei este:

$$y = m\frac{1-m}{m} - 2\sqrt{m(1-m)}\sqrt{\frac{1-m}{m}} + 1 = m,$$

Locul căutat este deci $x = \sqrt{\frac{1-y}{y}}$ sau: $y = \frac{1}{1+x^2}$.

d) Ordonata vîrfului fiind m, rezultă pentru $0 < m < 1$, $y > m$.

Problema 5627

Să se calculeze cea mai mare și cea mai mică valoare a expresiei $3x - 2y + 4z$, *știind că* $x + 3y + 2z = 3$; $3x + 3y + z = 4$, *iar* x, y, z *sînt numere pozitive sau nule.*

* * *

Soluție dată de *Grigorescu I. Șerban*, cl. XI ș.m. 1 București, *Weinstein Jak*, elev Rădăuți. Obținem sistemul:

$$3y + 2z = 3 - x$$
$$3y + z = 4 - 3x$$

care ne dă $y = \frac{5(1-x)}{3}$; $z = 2x - 1$. Dar trebuie să avem $y \geqslant 0$ și $z \geqslant 0$ de unde se deduce condiția $\frac{1}{2} \leqslant x \leqslant 1$. Expresia devine:

$$E = 3x - 2y + 4z = 3x - \frac{10(1-x)}{3} + 4(2x - 1)$$

$$E = \frac{1}{3}(43x - 22)$$

$$E_{min} = \frac{1}{3}\left(43 \cdot \frac{1}{2} - 22\right) = -\frac{1}{6}$$

$$E_{max} = \frac{1}{3}(43 \cdot 1 - 22) = 7$$

$$-\frac{1}{6} \leqslant E \leqslant 7.$$

Problema E. 807 (M.F.L.)

Un elev a simplificat fracția $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}}$, *unde* $\overline{ab}$ *și* $\overline{bc}$ *sînt numere cu două cifre. Suprimînd de la numărător și de la numitor cifra b a ajuns la un rezultat bun. Cum se poate aceasta? Cîte fracții sînt în care această simplificare greșită duce la rezultat bun? Să observăm să fiecare cifră este diferită de zero și cu litere diferite am notat cifre diferite.*

Demény Zoltán, profesor, Aiud

Soluția dată de elevul *Semlyén János*, școala medie „Ady-Șincai" din Cluj.

Ca să avem rezultatul just trebuie să avem egalitatea

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{a}{c}.$$

Această egalitate are loc numai dacă a este de atîtea ori mai mic decît $\overline{ab}$, de cîte ori c este mai mic decît $\overline{bc}$. Deci trebuie să aibă loc egalitatea:

$$\frac{10a + b}{a} = \frac{10b + c}{c}, \text{ sau } 10 + \frac{b}{a} = 10\frac{b}{c} + 1,$$

de unde

$$9 + \frac{b}{a} = 10\frac{b}{c}.$$

Deoarece $\frac{b}{a} \leqslant 9$, trebuie să avem $10\frac{b}{c} \leqslant 18$ sau împărțind cu 10, avem:

$$(b/c) \leqslant 1{,}8.$$

Valorile $c=1$, $b=1$ și $a=1$, nu corespund, deoarece $a=b=c$.

Dacă $c=2$, $b=1$, $b=2$ sau $b=3$ atunci $a=-\frac{1}{4}$, $a=2$ și $a=\frac{1}{2}$ care nu corespund.

Dacă $c=3$, b poate să fie $b=1$, $b=2$, $b=3$, $b=4$ și $b=5$. dar valorile găsite pentru a nu corespund.

Dacă $c=4$, valorile $b=6$ și $a=1$ corespund.

Dacă $c=5$, $b=6$ atunci $a=2$ care corespund. Corespund la fe și valorile $b=9$ și $b=1$ valoarea $c=6$ nu corespunde.

Se vede ușor că valorile $c=7$, $c=8$, $c=9$ nu conduc la noi rezultate.

Există deci trei fracții în cazul cărora ajungem la un rezultat just și anume

$$\frac{16}{64}=\frac{1}{4};\quad \frac{26}{65}=\frac{2}{5};\quad \frac{19}{95}=\frac{1}{5}.$$

Problema E. 808 (M.F.L.)

Între membrii unei brigăzi de cinci membri se împarte o sumă de 5200 de lei după munca efectuată de fiecare muncitor. Primul muncitor primește 15,5% din suma întreagă, al doilea primește a $\frac{6}{13}$ *— a parte din suma rămasă, raportul sumelor primite de al treilea și de al patrulea muncitor este 0,4 (9) : 0,30 (5), iar raportul sumelor primite de al cincilea și de al treilea muncitor este* $1{,}2:4\frac{1}{2}$. *Cîți lei a primit fiecare muncitor aparte?*

* * *

Soluția dată de elevul *Szász György*, Școala medie nr. 2 din Sfîntul Gheorghe.

Primul muncitor a primit $\frac{5200}{100}\cdot 15{,}5 = 806$ lei și a mai rămas $5200 - 806 = 4394$ lei.

Suma primită de al doilea muncitor este $4394\cdot\frac{6}{13}=2028$ lei și mai rămîne $4394 - 2028 = 2366$ lei.

Calculăm numerele care arată raportul:

$$0{,}4\,(9)=\frac{1}{2},\quad 0{,}30\,(5)=\frac{11}{36},\quad 1{,}2=\frac{12}{10}\quad \text{și}\quad 4\frac{1}{2}=\frac{9}{2}.$$

În locul primelor două numere putem considera numerele $\frac{9}{2}$ și $\frac{99}{3C} = \frac{11}{4}$.

Numărul 2366 trebuie împărțit în părți proporționale cu numerele $\frac{9}{2}, \frac{11}{4}$ și $\frac{12}{10}$, sau cu numerele 90, 55 și 24. Obținem șirul de rapoarte egale

$$\frac{x}{90} = \frac{y}{55} = \frac{z}{24} = \frac{2366}{169} = 14, \qquad (1)$$

unde cu x, y și z am notat sumele primite de al treilea, de al patrulea și de al cincilea muncitor.

Din egalitatea (1) avem $x = 90.14 = 1260$, $y = 55.14 = 770$, $z = 24.14 = 336$.

Deci primul muncitor a primit 806 lei, al doilea 2028 lei, al treilea muncitor 1260 lei, al patrulea 770 lei și al cincilea 336 lei.

CHESTIUNI DE EXAMEN

6127. Se dă un triunghi oarecare ABC având $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ și P un punct pe dreapta BC. Paralela dusă din P la AB intersectează dreapta AC în C' și paralela dusă din P la AC intersectează dreapta AB în B'. Notăm cu M mijlocul segmentului $B'C'$. Se cere :

a) Să se găsească locul geometric al punctului M cînd punctul P descrie dreapta BC ; b) Să se calculeze perimetrul și aria paralelogramului $AB'PC'$ în funcție de a, b, c și de raportul $BP/PC = r$; c) Să se arate că raportul dintre aria paralelogramului $AB'PC'$ și aria triunghiului ABC depinde numai de r.

(La admiterea în Institutul Politehnic București, 1963)

6128. Se dă un cerc cu centrul în C și diametrul $OA = 2a$. Se prelungește diametrul OA cu $AM = a$. Din M se duce la cerc tangenta MT în care T este punctul de contact. Tangenta MT se intersectează în P cu tangenta dusă în O. Se cere :

a) Să se arate că triunghiul ACT este echilateral ; b) Să se calculeze segmentele OP, TM și aria triunghiului OTM în funcție de a ; c) Dacă OA este axa Ox și OP axa Oy, să se scrie ecuația cercului cu centrul în M și care trece prin punctul T ; d) Să se scrie ecuația tangentei comune celor două cercuri.

(La admiterea în Institutul Politehnic București, 1963)

6129. Se dă un con circular drept cu raza bazei $R = a$ și generatoarea $G = 2a$.

a) Un plan paralel cu baza taie înălțimea conului în două părți egale. Să se calculeze raportul ariilor laterale și raportul volumelor celor două

corpuri în care planul desface conul dat; b) O sferă cu centrul în vîrful conului și avînd raza $r = a$ desparte conul dat în două corpuri. Să se calculeze raportul volumelor acestor două corpuri.

(La admiterea în Institutul Politehnic București, 1963)

6130. Se dă trinomul $P(x) = ax^2 + bx + c$ și se cere:

a) Să se determine coeficienții a, b, c așa fel încît pentru $x = 1; -1; 2$, trinomul dat să ia respectiv valorile numerice: $-1; 1; 1$. b) Să se determine apoi, valorile parametrului m pentru care sistemul: $y = ax^2 + bx + c$; $mx - y = 5$ are soluțiile confundate și să se rezolve sistemul obținut în care a, b, c au valorile numerice calculate la punctul a); c) Să se reprezinte grafic funcția

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c - 1}{x - 1}$$

în care a, b, c au de asemenea valorile calculate la punctul a).

(La admiterea în Institutul Politehnic București, 1963)

6131. Se dă expresia:

$$E = \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{1-x}} - \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}$$

și se cere: a) Să se calculeze valoarea lui E pentru $x = 2\sqrt{3} - 3$; b) Să se rezolve ecuația $E = 2$.

(La admiterea în Institutul Politehnic București, 1963)

6132. Se dau relațiile: $4\sin x \sin y = 3$ și $4\cos x \cos y = -1$. Se cere: a) Să se calculeze valorile expresiilor $E_1 = \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y$ și $E_2 = \sin 2x \sin 2y$; b) Să se calculeze $\cos(x+y)$ și $\cos(x-y)$; c) Să se determine toate unghiurile x și y care verifică relațiile date.

(La admiterea în Institutul Politehnic București, 1963)

6133. Se dă funcția $y = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}$ și se notează cu y' și y'' prima și a doua derivată. Se cere:

a) Să se formeze expresia $E = \frac{x^2}{y} + \frac{2x}{y'} - \frac{m}{y''}$; b) Să se determine parametrul m astfel ca ecuația $E = 3$ să admită o rădăcină $x = -1$; c) Să se rezolve apoi ecuația obținută la punctul b); d) Să se reprezinte grafic funcția

$$f(x) = \frac{x^2}{y} + \frac{2x}{y'} - \frac{2}{y''}.$$

(La admiterea în Facultatea de Chimie-Metalurgie din I.P. București, 1963)

6134. Se dă expresia:

$$E = \frac{\cos 6x + 2\cos 8x + \cos 10x}{\sin 6x + 2\sin 8x + \sin 10x}$$

și se cere: a) Să se arate că expresia se reduce la $E = \operatorname{cotg} 8x$; b) Să se rezolve ecuația $E - 3\operatorname{tg} 8x = 0$; c) Să se calculeze valoarea lui E pentru $x = \frac{\pi}{96}$.

(La admiterea în Facultatea de Chimie-Metalurgie din I.P. București, 1963)

6135. Un triunghi dreptunghi ABC, cu unghiul drept în A, are cateta $AC = b$ și ipotenuza $BC = 2b$. Se duce un cerc cu centrul în A și raza $b = AC$, care taie ipotenuza BC în D. Se cere:

a) Să se calculeze segmentele CD și DB; b) Să se arate că triunghiurile ACD și ADB au aceiași arie și să se determine această arie; c) Să se calculeze raportul razelor cercurilor înscrise în triunghiurile ACD și ADB; d) Considerînd AB ca axă Ox și AC ca axă Oy să se scrie ecuația cercului cu centrul în B și tangent la dreapta AD.

(La admiterea în Facultatea de Chimie-Metalurgie din I.P. București, 1963)

6136. Să se rezolve

$$x^4\cos^2 a - 2x^2(1 + \sin a \cos b) + \sin^2 b = 0,$$

x fiind necunoscuta, a și b unghiuri date. (Se va transforma $1 + \sin a$ în pătrat, ținînd seamă că $\sin a = \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$.

(Bacalaureat, Sud Vietnam, iunie 1962)

6137. Se consideră două drepte D și D' concurente într-un punct O care nu sînt perpendiculare între ele, un plan fix R perpendicular pe dreapta D într-un punct A distinct de O și două plane variabile P și P' trecînd respectiv prin D și D' și perpendiculare între ele.

Să se determine ansamblul pozițiilor punctului M unde intersecția Δ a planelor P și P' întîlnesc planul R.

(Bacalaureat, subiect tip nr. 9, Franța, 1962)

6138. Să se construiască graficele curbelor (C_1) și (C_2) date de ecuațiile

$$y = \frac{a^2 - x^2}{2a \pm \sqrt{a^2 - x^2}}$$

unde dublu semn se consideră plus pentru C_1 și minus pentru C_2.

Punctele M_1 și M_2 sînt intersecțiile unei paralele variabile la oy respectiv cu (C_1) și (C_2) iar H punctul unde această dreaptă taie axa xx'.

Să se afle locul geometric al unui punct P conjugat armonic cu H în raport cu M_1 și M_2.

(Journal de mathématiques élémentaires, Paris, 1963)

PROBLEME PROPUSE*

6139. Definim operația * astfel:

$$a * b = a - b + \frac{a}{b}, \qquad (b \neq 0)$$

notăm cu x_1 soluția ecuației $x * a = 0$ și cu x_2 soluția ecuației $x * a = 1$. Să se arate că $x_1 * x_2 = 0$.

L. I. Pirșan, student București

6140. Într-un trapez $ABCD$ (AB fiind baza mare) dreapta BC se rotește în jurul unui punct fix I de pe dreapta AD.

a) Se cere locul geometric al centrului de greutate al trapezului $ABCD$.

b) Se aduce dreapta CE, (E pe AB) paralelă cu AD.

Să se arate că dreapta determinată de centrul de greutate al triunghiului CEB și de centrul paralelogramului $AECD$ trece prin un punct fix.

Petre Liviu, profesor Pucioasa

6141. Să se rezolve în numere întregi ecuația

$$2(x-y)^2 - xy(x+1)(y+1) = 2.$$

Puiu M. Gheorghe, student București

6142. Să se arate că:

$$\frac{(1+\sin x)^{-3} + (1-\sin x)^{-3}}{(1+\cos x)^{-3} + (1-\cos x)^{-3}} = \frac{1+3\sin^2 x}{1+3\cos^2 x} \cdot \operatorname{tg}^6 x.$$

C. Ionescu-Țiu

6143. Se dă un triunghi oarecare ABC și un punct M în interiorul său. Se duc MP, MN paralele respectiv cu AB, AC. Să se afle locul geometric al punctului M dacă există relația:

$$AP \cdot AB + AN \cdot AC = \text{constant}.$$

Brînzănescu Vasile, absolvent Constanța

6144. Să se arate că:

$$1 \cdot p + 2(p+1) + 3(p+2) + \ldots + n(n+p-1) = \frac{n(n+1)(2n+3p-2)}{6},$$

unde n și p sînt numere naturale (în legătură cu problema 5446).

Leonte Alexandru, București

---

* VIII (6139, 6147, 6149, 6155, 6158); IX (6140, 6141, 6143, 6150, 6154, 6162); X (6142, 6144, 6145, 6146, 6156, 6161, 6163); XI (6148, 6151, 6152, 6153, 6157, 6159, 6160).

6145. a) Dacă între unghiurile unui triunghi există relația $A=2B$, atunci între laturi există relația:

$$a^2 - b^2 = b \cdot c.$$

b) Dacă între unghiurile unui triunghi există relația $A=2B+C$, atunci între laturi există relația

$$a^2 - b^2 = a \cdot c.$$

c) Să se demonstreze, folosind cele de mai sus, că în triunghiul $A=\frac{\pi}{2}$, $B=\frac{2\pi}{7}$, $C=\frac{4\pi}{7}$ dublul laturei mai mici este media armonică, a celorlalte două laturi.

E. Onofraș, profesor Ploiești

6146. Dacă x_1, x_2, x_3, sînt rădăcinile ecuației $x^3 - 1 = 0$, să se arate că:

$$x_1^n + x_2^n + x_3^n = x_1^n \cdot x_2^n + x_1^n \cdot x_3^n + x_2^n \cdot x_3^n.$$

unde n este un număr natural.

D. Stan, Breaza

6147. Din tunsul ovinelor unei gospodării colective, s-a obținut, în 1963, 594 kg lînă. De la fiecare oaie s-a luat cîte 3,2 kg lînă și de la fiecare berbec, cîte 4,5 kg lînă. Numărul berbecilor este mai mic decît o pătrime din numărul oilor. Cîte oi și cîți berbeci are gospodăria?

Corneliu Georgescu, Craiova

6148. Să se demonstreze identitatea:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\cos(k-1)\alpha \cdot \cos k\alpha} = \frac{\operatorname{tg} \cdot n\alpha}{\sin \alpha},$$

unde n este un număr natural.

Grecu I. Eftimie, student matematici

6149. Se dă paralelogramul $ABCD$ în care A', B', C' sînt respectiv mijloacele laturilor AB, BC, CD. Fie M un punct din planul paralelogramului și M_1, M_2, M_3 simetricele lui M față de A', B', C'. Se prelungește BC de o parte și de alta cu $BE=CF$. Să se arate: a) Că EFM_3M_1 este un trapez. b) în ce condiții punctele G, I, M_2 sînt coliniare, G fiind mijlocul laturii AD, iar I intersecția dintre dreptele M_1F și M_3E. c) Cînd patrulaterul EFM_3M_1 devine un paralelogram?

H. Dăscălescu, Ploiești

6150. Să se rezolve ecuația

$$ma^{2x} + nb^{2x} = a^x b^x.$$

C. Ionescu-Țiu

6151. Dacă a, b, c satisfac relația $a - b = n\pi$ (n număr întreg) — și celelalte analoage, să se arate că:

$$\sum \frac{\sin a \cdot \sin b}{\sin(c-a)\sin(c-b)} = 1.$$

E. Onofraș, profesor Ploiești

6152. Se dă familia de curbe $f(x) = \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ unde $a > 0$ și se cere să se arate că:

a) Punctele de inflexiune se găsesc pe aceeași dreaptă;

b) Tangentele în punctele de inflexiune formează un fascicul.

Aristide Leonte, Craiova

6153. Se dau în plan trei cercuri secante două cîte două, astfel încît centrul de omotetie inversă $O_i (i = 1, 2, 3)$ a oricare două dintre ele să se afle în exteriorul celui de-al treilea. Considerăm cele șapte regiuni în care laturile triunghiului $O_1O_2O_3$ împart planul. Fie R_1 regiunea interiorului triunghiului, R_2 reuniunea regiunilor unde se află cercurile exînscrise triunghiului și R_3 reuniunea celorlalte trei regiuni. Să se arate că, dacă A, B, C sînt respectiv sumele arcelor de cerc situate în R_1, R_2, R_3, măsurate în radiani, atunci $A + B - C = 2\pi$. (în legătură cu problema 773).

Tudor Zamfirescu, student București

6154. Să se rezolve sistemul:

$$\sqrt{yz} - x = a$$

$$\sqrt{xz} - y = b$$

$$\sqrt{xy} - z = c$$

Martin Mettler, profesor Vișeul de Sus

6155. Stațiunea climaterică Novaci are 600 m altitudine iar cabanele de pe Rînca, se găsesc la 1600 m altitudine. Șoseaua în serpentină, de la Novaci la Rînca, are 18 km. a) Ce pantă medie are această șosea? b) Pe o hartă turistică cu scara $\frac{1}{850\,000}$, distanța între Novaci și Rînca este de 11 mm. Ce lungime și ce pantă ar avea o șosea dacă ar uni, în linie dreaptă cele două stațiuni? c) O camionetă pleacă din Novaci

spre Rînca și, în același timp, o altă camionetă pleacă de la Rînca spre Novaci. După întîlnirea lor, prima camionetă mai face 45 minute, iar a doua, 20 minute, pînă ajung la destinație.

Să se determine raportul vitezelor lor.

Corneliu Georgescu, Craiova

6156. Fie $A_1A_2A_3A_4$ un tetraedru în care înălțimile lui sînt concurente. Notăm cu t_1, t_2, t_3, t_4 distanțele de la un punct M din interiorul tetraedrului la cele patru fețe; cu h_1, h_2, h_3, h_4 cele patru înălțimi ale tetraedrului și fie $h_1 \leqslant h_2 \leqslant h_3 \leqslant h_4$. Să se arate că:

$$\frac{t_1}{h_1}+\frac{t_2}{h_2}+\frac{t_3}{h_3}+\frac{t_4}{h_4}=1$$

$$h_1 \leqslant t_1+t_2+t_3+t_4 \leqslant h_4,$$

unde h_i și t_i corespund unei aceleiași fețe a tetraedrului.

M. L. Lupovoc, Lugansk, U.R.S.S.

6157. Se dă familia de curbe C_m date de ecuația

$$y=m^2x^4-4mx^3+2(m^2+2)x^2-4mx+m^2$$

unde m este un parametru care variază între $-\infty$ și $+\infty$.

a) Să se arate că nici una din aceste curbe nu coboară sub axa x-ilor; b) Să se afle ecuațiile curbelor Γ_1, Γ_2, Γ_3 ca locuri geometrice ale punctelor de contact de unde se pot duce tangente orizontale la curbele C_m; c) să se reprezinte graficul curbei C_1, adică pentru $m=1$; Să se scrie ecuațiile tangentelor la curbele C_m cu punctele de contact de abscise $x=1$ și $x=-1$.

C. Ionescu-Țiu

6158. Convenim să corespundă fiecărei perechi de numere reale a, b numărul real $(a+b)^2$ prin operația notată cu simbolul $*$:

$$a*b=(a+b)^2$$

Notăm cu a' soluția ecuației $a*x=O$ și cu $\bar{a}_1$, $\bar{a}_2$ soluțiile ecuației $a*x=1$. Să se verifice dacă:

$$a'*b=a*b';\ \bar{a}_2*b'=a'*\bar{b}_2;\ \bar{a}_1*\bar{b}_2=\bar{a}_2*\bar{b}_1;$$

$$(\bar{a}')_1*(\bar{b}')_2=(\bar{a}')_3*(\bar{b}')_1=a*b.$$

Liana Șfarț, elevă, P. Neamț

6159. Să se rezolve ecuația

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)=n^4 \qquad (1)$$

știind că a, b, c, d sînt numere reale în progresie aritmetică de rație $2r$.

Pentru ce valori reale ale lui n are ecuația și rădăcini raționale în raport cu r și care sînt cestea?

b) Să se rezolve ecuația

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)(x+e)(x+e)(x+f)=n^6 \qquad (2)$$

știind că $a, b, \ldots\ldots, f$ sînt numere reale în progresie aritmetică de rație $2r$ și că $x_1 = a-5r$ este o rădăcină a ecuației.

c) Să se determine n din ecuația

$$(a+a_1)(x+a_2)\ldots(x+a_{4k})=n^{4r} \qquad (3)$$

știind că $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_{4k}$ sînt numere reale în progresie aritmetică de rație $2r$ și că $x_1=-a_1\ (1-4k)r$ este o rădăcină a ei. Să se arate că x_1 este o rădăcină dublă.

T. Roman

6160. Se definește operația $*$ care face să corespundă fiecărei perechi de numere reale a, b numărul $N=a*b=a+b-pab$, unde p este un număr reale nenul dat.

a) Să se arate că operația $*$ astfel definită este comutativă și asociativă.

b) Să se rezolve ecuația $a*x=b$. Discuție.

c) Se notează cu x_0 rădăcina ecuației $a*x=a$.

Să se determine x_1, rădăcina ecuației $a*x=x_0$ și x_2, rădăcina ecuației $a*x=x_1$.

Continuînd astfel, să se determine x_n, rădăcina ecuației $a*x=x_{n-1}$.

d) Să se discute natura șirului $x_0, x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n \ldots$, în funcție de a. Să se determine limita acestuia șir în caz că este convergent.

T. Roman

6161. a) Fiind date trei puncte A, B, C și M un punct variabil în spațiu, se construiește A' simetricul lui M față de A, apoi B' simetricul lui A' față de B și C' simetricul lui B' față de C. Să se demonstreze că mijlocul segmentului MC' este un punct fix.

b) Find date patru puncte A, B, C, D și M un punct variabil în spațiu, se construiește A' simetricul lui M față de A, B' simetricul lui A' față de B, C' simetricul lui B' față de C și D' simetricul lui C' față de D. Să se demonstreze că dreapta $D'M$ are o direcție fixă și că segmentul $D'M$ are o lungime constantă.

c) Fiind date n puncte $A_1, A_2, A_3, \ldots\ldots A_n$ și M un punct oarecare în spațiu, se construiește ca mai sus S_1 simetricul lui M față de A_1, S_2 simetricul lui S_1 față de S_2 ș.a.m.d.

Dacă notăm ca S_n simetricul lui S_{n-1} față de A_n, să se demonstreze următoarele:

1) În cazul cînd numărul punctelor date $A_1, A_2, \ldots A_n$ este impar, mijlocul segmentului S_nM este fix.

2) În cazul cînd numărul punctelor $A_1, A_2, \ldots\ldots A_n$ este par, dreapta S_nM are o direcție fixă și că lungimea segmentului S_nM este constantă.

O. Sacter

6162. Să se găsească mulțimea punctelor din planul a două axe rectangulare ale căror coordonate (x, y) verifică relația:

$$|x+y-2|+|x-y-4|=6,$$

unde $|a|$ înseamnă valoarea absolută a numărului a.

O. Sacter

6163. Să se afle numărul $\overline{2xy977z}$ știind că se divide prin 792.

Alexandru Levin, Tallian (U.R.S.S.)

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V–VIII*

E : 2080. Dintr-un parchet forestier se transportă într-o zi $\frac{2}{5}$ din toată cantitatea de bușteni aflată în stoc ; a doua zi cît jumătate din prima zi ; iar a treia zi $\frac{1}{3}$ din rest, astfel încît în parchet au mai rămas 13,80 m^3 bușteni. Se cere cantitatea inițială de bușteni din parchetul forestier.

Stroe D. Horia, Siriu

E : 2081. Valoarea zilei de muncă planificată în anul 1963 la o G.A.C. a fost de lei 29, iar în 1965 va crește de 1 $\frac{10}{29}$ ori. Din valoarea zilei de muncă în anul 1965, $\frac{8}{13}$ va reprezenta bani, iar restul produse. Să se afle valoarea zilei de muncă planificată în 1965 defalcată în bani și produse.

Stroe D. Horia

E : 2082. Doi pionieri au depus la CEC cîte o sumă de bani. Dacă primul ar mai depune $^3/_4$ din suma sa, iar al doilea ar mai depune 20% din suma sa, atunci ar avea împreună 260 lei. Dacă însă primul ar mai depune $^1/_4$ din suma sa, iar celălalt ar rămîne cu aceeași sumă, atunci ei ar avea la CEC sume egale. Ce sume de bani au la CEC fiecare din cei doi pionieri ?

(La admitere în cl. VIII, Bacău, 1962)

E : 2083. Într-o G.A.C. s-a format o echipă zootehnică. Numărul băieților din brigadă este cu 2 mai mare decît numărul fetelor. Dacă ar mai veni 3 băieți și 2 fete, atunci numărul fetelor ar fi cît $^3/_4$ din numărul băieților. Cîți băieți și cîte fete sînt în echipă ?

(La admitere în cl. VIII, Bacău, 1962)

---

* (E : 2080, 2081, 2085, 2086) ; (E : 2082, 2083, 2087, 2090) ; VII (E : 2084, 2088, 2089, 2091).

E : 2084. An de an crește numărul elevilor primiți în școlile medii. Numai în 1959 au intrat în cl. VIII în regiunea Bacău, 1480 elevi. Să se afle cîți elevi au fost primiți în cl. VIII în 1961 și cîți în 1962, știind că numărul elevilor primiți în 1961 este cu 140 mai mic decît 70% din numărul elevilor primiți în 1962, iar numărul total de elevi primiți în cei doi ani întrec cu 2 000 dublul numărului de elevi intrați în 1959.

(La admitere în cl. VIII, Bacău, 1963)

E : 2085. Acum cîțiva ani în urmă într-un orășel din țară erau la dispoziția călătorilor care mergeau din gară spre centru, tot atîtea trăsuri cîte autobuze sînt acum, iar autobuze mai puțin cu unul față de numărul trăsurilor existente în prezent. Acum, numărul autobuzelor este de 8 ori mai mare decît numărul trăsurilor și cu 8 mai mare decît numărul autobuzelor existente în trecut.

Cîte trăsuri și autobuze erau în trecut și cîte sînt în prezent ?

* * *

E : 2086. Raportul salariilor a doi funcționari era $^{8}/_{11}$. Mărindu-se salariul primului cu 80 lei, iar cu 100 al celui de-al doilea care avea un salariu mai mare, raportul salariilor a devenit $^{11}/_{15}$. Ce salariu are acum fiecare ?

* * *

E : 2087. Reducînd timpul de deservire a locului său de muncă un frezor a reușit să frezeze 41 pene pe schimb în loc de 40 pene, cît era norma de producție pe schimb. Știind că norma de timp a fost stabilită sporind cu 5% timpul necesar pentru executarea operației de frezare (timp operativ) pentru a se ține seama de timpul care se consumă pentru deservirea locului de muncă, să se afle la ce procent din timpul operativ a fost redus timpul de deservire.

* * *

E : 2088. Se prelungesc în același sens laturile triunghiului ABC astfel încît : $CD = BC$; $AE = CA$ și $BF = AB$. Să se arate că aria $DEF = 7$ aria ABC.

* * *

E ; 2089. Un trapez este format din jumătatea unui exagon regulat, Intersecțiile bisectoarelor acestui trapez sînt vîrfurile unui patrulater. Să se arate că acest patrulater are diagonalele perpendiculare, că aria lui este de 9 ori mai mică decît a trapezului dat. Să exprime laturile și diagonalele acestui patrulater știind că baza mică a trapezului este a metri. Caz particular $a = 3$ cm.

C. Ionescu-Țiu

E : 2090. Două mobile pornesc din același punct, în același timp, pe aceeași direcție și în același sens. Primul se deplasează cu o viteză de 8 km/h, al doilea cu 6 km/h. După cîte ore distanța dintre cele două mobile va fi de 12 km.

Al. Dobrescu, Călărași

E : 2091. În triunghiul ABC se duce bisectoarea unghiului A care are 60°. Din A' se duce perpendiculara $A'M$ pe AB. Din M se duce perpendiculara MN pe AA'.

Să se arate că $3A'M = AA' + 2A'N$

• • •

CĂRȚI NOI

Alexandru Tóth : Noțiuni de teoria construcțiilor geometrice. Editura didactică și pedagogică, 1963. Bibiloteca Societății de științe matematice și fizice din R.P.R. nr. 58.

Lucrarea este scrisă cu intenția de a pune la îndemîna studenților, a profesorilor de matematică, a elevilor școlilor medii și chiar a unui public mai larg rezultatele mai însemnate din acest domeniu de cercetare. Ea tratează construcțiile în planul euclidian și în planul proiectiv, fără a se extinde la construcțiile pe sferă și în planul lui Lobacevski. Ținînd seama de scopul urmărit, diferitele capitole cuprind și aplicații. Lucrarea cuprinde și date istorice, informații cu privire la dezvoltarea teoriei construcțiilor.

Cuprinsul : 1. Istoricul construcțiilor geometrice. 2. Probleme de construcții geometrice și rezolvarea lor. 3. Construcțiile geometrice făcute cu rigla și compasul. 4. Ce probleme de construcții geometrice se pot rezolva cu rigla și compasul. 5. Rădăcinile unei ecuații ireductibile de gradul al treilea nu pot fi construite cu rigla și compasul. 6. Dublarea cubului și trisecțiunea unghiului. 7. Poligonul regulat cu 9 și cu 7 laturi. 8. Gradul ecuațiilor ireductibile care au rădăcini construibile cu rigla și compasul. 9. Impărțirea cercului în n părți egale. 10. Pentagonul și decagonul regulat. 11. Poligonul regulat cu 17 și 34 de laturi. 12. Construcții geometrice de gradele al treilea și al patrulea. 13. Construcții cu ajutorul compasului (Construcții Mohr-Mascheroni). 14. Construcții cu rigla. 15. Construcții făcute pe planul mărginit, cu rigla mărginită. 16. Construcții care se efectuează cu rigla, fiind desenat un poligon regulat. 17. Construcții cu rigla, fiind desenat un cerc împreună cu centrul său (Construcții Poncelet-Steiner). 18. Construcții cu rigla bilaterală. 19. Construcții cu colțarul. 20. Rigla cu etalon. Rigla și etalonul. Construcții Hilbert. 21. Extinderea utilizării riglei cu etalon. 22. Construcții cu echerul. 23. Construcții cu îndoituri de hîrtie. 24. Construcții cu rigla și compasul, fiind desenată o conică diferită de cerc. 25. Construcții cu ajutorul curbelor de gradul al treilea. 26. Construcții cu ajutorul curbelor algebrice de grade mai înalte și cu ajutorul curbelor transcendente. 27. Construcții cu mijloace mecanice. 28. Geometrografie. 29. Cvadratura cercului. 30. Construcții aproximative. Bibliografie. Indice de nume. Cuprins.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

(Soluții bune primite pînă la 1.X.1963)

TIMIȘOARA (urmare)

Ș.m. 4 cl. XI. **Falniță Eugen** (5543, 53, 54, 60, 61, 65, 66, 68, 73, 74, 83, 84, 88, 90, 91, 601, 02, 04, 05, 09, 12, 13, 18, 24, 27, 29, 37—39, 41, 43—48, 51, 52, 54, 56), **Sîrbu Mircea** (5670, 80, 713—16, 20—23, 29. 30, 31).

Ș.m. 5 cl. XI. **Lusztig Gheorghe** (5632, 713—37, 39—43, 45—56, 58—66, P).

Ș.m. 7 cl. X. **Rothenstein Ana** (5814, 18, 21, 30, 34).

Șc. 8 ani nr. 12 cl. VII. **Hariga Bujor** (E: 1918, 19, 21, 26, 28, 31, 34. 35, 37, 39).

Absolvent Balogh Paul (5715, 20, 22, 24—28, 34, 37—40, 45, 65, 66, 69, 70, 77, 78, 80, 82, 83, 89, 91, 95, 96, 801—04, 09).

TIRGOVIȘTE. Ș.m. 1 cl. VIII. **Gulie Cornelia** (E: 1920—36, 45, 46, 52, 27, 58, 64, 67, 70, 97, 99; 5591, 604, 29. 46, 89, 706, 13—15, 92, 96, 821, 30). Cl. IX. **Atanasiu Adrian** (5591, 624, 46, 60, 69, 79, 706), **Tulbure Călin** (5796, 811, 15, 18, 21, 26, 30, 37, 46, 60, 61, 89). Cl. XI. **Biolan Mihai** (5472, 74, 524, 28, 41, 42, 44, 49—53 56, 60, 61, 65, 67, 73, 82, 84, 86, 90, 91, 93—95, 97, 600, 02, 04—06, 09, 12, 13, 16—24, 26, 27, 29, 31, 33,

37—41, 43—48, 51—54, 58—63, 65—83, 86, 88, 89, 91, 92, 95, 96, 701, 05—08, 10, 13—37, 39—46, 51—53, 55, 56, 58, 61, 65—70, 72, 73, 75—86, 89—99, 801—09, 11, 14—28, 30, 32—34, 36—38, 40, 42—44, 46, 49, 51—54, 56—61, 64, 67, 68, 71, 72, 77, 78, 81, 84, 90, 92, 95), Miron Teodor (5638, 39, 41, 66, 67, 71, 74, 75, 77, 78, 80, 81, 88, 710, 13, 31).

Ş.m. 2 cl. VIII. **Enache Gheorghe** (E: 1926, 30, 31, 36, 37, 43—50, 57, 58, 68, 78, 79, 81, 90, 91, 93, 95—97, 99, 2002—13, 15—18, 20—25; 5591, 604, 29, 46, 47, 88, 713—30, 53, 844, 18, 26, 30, 50, 51, 60, 61, 65, 66, 900, 14, 18, 44, 45), Drăguț Eugen (E: 1926, 28, 30, 32, 34, 36, 37, 39, 44, 46, 48, 49, 55; 5604, 29, 46, 47, 88), **Vartan Florin** (E: 1926—31, 34, 36, 37, 39, 41, 44—48, 50, 52, 53, 65—67, 70, 72, 73, 75, 76, 79—84, 86—90, 95—97, 99; 5591, 604, 29, 44, 46, 47, 706, 13, 15, 25, 26, 44, 814, 18, 21, 30, 34). Cl. IX. **Bratu Constantin** (5544, 51, 59, 59, 66, 84, 615, 17, 19, 29, 44—47, 56, 62, 65, 66, 69, 74, 77—79, 81—83, 88, 89, 701, 06, 13, 29, 30, 829, 39, 42, 48—50, 65, 67, 76, 98), Erlik Octavian (5591, 604, 24, 29, 46, 74, 79, 87—89, 706, 10, 13, 16, 24—26, 29, 30, 802, 30), Veselina Georgeta (5629, 46, 74, 76, 77, 79, 88, 89, 716, 29, 30, 49), Vișan Titu (5715, 16, 29, 30, 53, 77, 96, 802, 18, 21, 30, 42, 60, 61). Cl. X. Bănescu Gheorghe (5624, 29, 44, 66, 69, 70, 77, 78, 81, 83, 701, 06, 20, 29—31), Pavel Marin (5713, 16, 17, 19, 24—26, 28—31, 42, 53, 802). Cl. IX. Reghenkampf Alex. (5590—604, 09, 12—19, 24, 30, 38, 39, 41, 46, 52), **Stănciulescu Petre** (5550, 52, 53, 68, 84, 604, 09, 15, 24, 29, 39, 44, 46—49, 52—54, 60, 64, 66, 69—72, 74, 77—83, 88, 89, 701, 06, 25, 29—31, 34).

Ş.m. 3 cl. VIII. Bănoiu Dumitru (E: 1992, 2001—04, 08—10, 18, 25; 5860, 61), Grigore Eugen (E: 1926, 31, 34, 35, 39, 41, 42, 44—48, 50; 5591, 604, 29, 44), Stanciu Virgil (E: 1990, 92, 95—97, 99, 2002—06, 08—13, 16—19, 21, 23, 24; 5814, 18, 21, 26, 30, 37, 51, 60, 61, 68, 70). Cl. IX. Andreescu Nicolae (5591, 94, 604, 29, 44, 46—48, 60, 74, 77, 89, 95), **Niculescu Constantin** (5504, 13, 36, 45, 51, 56, 59, 90, 91, 93, 601, 04, 12, 15, 17, 19, 24, 29, 38, 39, 44, 46—48, 53, 54, 58, 60, 64—66, 70, 74, 77, 79, 81, 88, 89, 99, 701, 05, 06, 08, 10, 13, 15—17, 19, 24—31, 33, 35, 37, 40, 45, 53, 67, 68, 76, 80, 87, 95, 96, 99, 802, 04, 11, 14, 18, 20, 21, 27, 30, 32—34, 39, 42, 44, 52, 53, 55, 56, 60, 61, 65—71, 72, 80, 82, 94), Vlădeanu Aurel (5591, 52, 53, 56, 84, 91, 604, 08, 17, 29, 40, 45, 47, 59, 65). Cl. XI. Bănoiu Stela (5615, 19, 29, 46, 47, 62, 65, 74, 76, 79, 81, 83, 706, 77, 92, 96, 802, 11, 18, 25, 26, 29, 30, 34, 60, 61), **Florea Rodica** (4729, 5609, 24, 29, 46, 47, 51, 52, 56, 60, 66—68, 70, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 701, 07, 10, 13, 17, 20, 24, 25, 27, 30, 31, 40, 81, 99, 804, 16, 18, 19, 26—32, 39, 42, 46, 52, 53, 56, 60, 61, 65, 67, 71, 77, 87, 97, 900, 14, 16, 18, 20, 26, 35, 42, 44, 46), Grigorescu Violeta (5552, 53, 60, 66, 91, 600, 04, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 50—52, 69, 70, 74—79, 83, 88, 89, 701, 10, 13, 20, 26, 27, 29—31, 37, 39), **Ionescu Mircea** (5545, 49, 52, 53, 60, 66, 67, 69, 73, 77, 84, 91, 94, 98, 600, 04, 06, 08—10, 12, 15, 17, 19, 21, 24, 26, 27, 29, 44, 46—48, 51—53, 56, 59, 60, 62, 65, 69, 74, 77—79, 81—83, 768, 77, 80, 81, 92, 96, 99, 802, 03, 09, 11, 802, 03, 09, 11, 14, 18, 19, 21, 826, 27, 29, 30, 34, 42, 46, 48, 60, 61, 68, 71), Mazilu Gheorghe (5544, 52, 53, 59, 60, 91, 94, 600, 04, 17, 19, 29, 44, 46, 52, 60, 65), Milescu Ștefan (5591, 624, 29, 46, 52, 66, 69, 74, 78, 83, 88, 89, 706), Miron Marina (5629, 44, 47, 52, 74, 76—78, 81, 83, 88, 89, 97, 710).

Șc. de 8 ani nr. 1 cl. VII. Niculescu Ștefan (E: 1929, 30, 36, 46, 48, 50, 51, 53, 58, 59, 62; 5591, 644, 46, 708).

Șc. 8 ani nr. 2 cl. VI. Armeneca Larisa (E: 1941, 43, 44, 48, 50, 53—56), Burghelea Oana (E: 1953, 54, 59, 63).

TÎRGU CĂRBUNEȘTI. Cl. X. Bularda Justin (5609, 12, 66, 69, 74, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 701, 06), Motorgeanu Gheorghe (5629, 31, 52, 76—78, 81, 83, 88, 89, 706, 24—26, 31, 33, 53), Popescu Nicolae (5591, 604, 17, 19, 24, 29, 31, 44, 46, 52, 53, 60, 62, 65, 66, 69, 77, 78, 83, 88).

TÎRGU JIU. Ş.m. 1 cl. VIII. Certezeanu Mihaela (E: 1990, 92, 95—200), Curcan Gheorghe (E: 1993, 95, 96, 99, 2002, 06, 08—11; 5830, 50, 51), Duncea Florin (E: 1968, 70, 73, 76, 80, 82, 83, 90, 92, 95, 2009; 5861), Golumbovici Dan (E: 1980—84, 87, 88, 90, 92, 95, 2002, 04—11; 5792, 814, 18), Mălăianu Emil (E: 1976, 80, 82, 87, 88, 90, 95, 99, 2001, 12, 24; 5726, 30, 87), Postroiu Dani (E: 1976, 79, 80, 82, 85, 87, 90, 95, 96, 99; 5787, 96, 820), Petrescu Const. (E: 1940, 41, 44—46, 48, 50, 55, 57, 58, 60—63; 5629, 46), Vișan Ion (E: 1976, 79—84, 86—89, 2004, 09; 5792,

99, 860, 61, 68). Cl. IX. Pîrvulescu Sevastița (E: 1001, 04, 08, 11, 24). Cl. X. Cîrtina Anghel (5556, 90—95, 606, 09, 11, 15, 17, 19, 21, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 50, 56, 59, 65, 66, 70, 71, 74—83, 88, 89, 701, 04, 07, 10). Cl. XI. Ceapă Alexandru (5713, 16, 17, 31, 33, 34, 36, 37, 39, 44, 45, 77, 78, 87, 96, 802, 03, 06, 14—23, 27, 46, 48, 49, 52, 56, 60, 61, 64, 66—68, 70, 71, 78), Șchiopu Constantin (5590, 615, 17, 18, 24, 29, 30, 39, 41, 46, 47, 54, 60, 63, 68—75, 80—82, 88, 92, 701, 06, 07, 13, 16, 25, 28—31).

Absolvent **Popescu Gheorghe** (5814—24, 26—28, 30, 34, 35, 37—39, 41, 42, 45, 46, 48—52, 55—57, 59, 62, 64—74).

TIRGU LĂPUȘ. Ș.m. cl. VIII. Filip Nicolae (E: 1976, 81, 82, 90, 95—97, 99, 2008—10; 5818), Ionaș Vasile (E: 1987, 88, 90, 95—97, 99, 2004, 08—11, 21; 5713, 24, 29, 30, 814, 18, 30, 50, 60, 61, 80), Kerekes Iosif (E: 1922, 23, 26, 34, 36, 39, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 47), Mureșan Roman (E: 1952, 53, 55, 66, 68, 73, 76, 79, 81, 82, 84, 87—89; 5676, 88, 89, 91, 715, 24, 26, 29, 30, 87, 96), Nichita Ileana (E: 1990, 92, 95—97, 99, 2001, 02, 04, 08:11). Cl. IX. Bartos Ioan (5565, 91, 604, 24, 29, 44, 47, 53, 65, 89, 95), Bercovici Iosif (5591, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 74, 76, 88, 89), Cîndea Cornel (5591, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 76, 77, 89, 706), Nichita Horia (5591, 94, 604, 24, 29, 44, 46, 77, 88, 89, 95, 701, 06). Cl. X. Flore Ioan (5713, 15, 16, 18, 20, 24—26, 28—32, 36, 40, 46, 70, 76, 77, 80—82, 87, 89, 92, 94, 96, 802, 04, 05, 11, 14, 15, 18—20, 22, 26, 42, 48), Leșe Valer (5604, 08, 10 12, 15, 17, 21, 24, 29, 44, 46—48, 52, 59, 60, 62, 65, 66, 74, 78, 81, 83, 88, 89, 705, 06, 13, 15, 16, 18, 20, 24—26, 28—31, 33, 36, 37, 40, 42, 46, 77, 80—82, 87, 89, 92, 96, 802, 04, 11, 14, 15, 18, 19, 21, 22, 46), Păscuț Constantin (5591, 604, 08, 09, 12, 15, 17, 21, 24, 29, 44, 46—48, 52, 56, 60, 62, 65), Sasu Viorica (5591, 609, 24, 29, 44, 46, 52, 69, 71, 77—79 81, 83, 88, 777, 81, 82, 96, 805, 18, 19, 60, 61, 67, 68, 71, 98). Cl. XI. Lese Ioan (5612, 20, 37, 38, 60, 69—71, 73—75, 77, 78, 82, 83, 701).

TIRGU NEAMȚ. Ș.m. cl. V. Amzulescu Gabriela (E: 1926, 40, 43, 45, 50, 55, 60—62). Cl. VIII. Urzică Vasile (E: 1926, 41, 46, 47, 52, 58, 61; 5591, 629, 46—48). Cl. X. Chelaru Steliana (5666—70, 74, 79, 81, 88, 89, 701, 20, 31).

TIRGU OCNA. Ș.m. cl. XI. Iftimie Theodor (5713, 15, 20, 25, 26 28—31, 33, 36, 53, 92, 800, 26).

TIRGU MUREȘ. Ș.m. 1 cl. VI. Simovici Igor (E: 1926, 28, 34, 35, 39, 41, 45), Vamoș I. (E: 1928, 35, 39, 41, 48, 50, 52, 55, 59, 61, 2002, 06, 09—11, 14, 16, 18, 20—23).

Ș.m. 4 cl. VIII. Căliman Lucia (E: 1926, 28, 29, 31, 41, 46, 48, 50, 55, 58, 91; 5591, 608, 24, 29, 44), Dobos Alex. (E: 1941, 44, 46, 48, 50, 55, 58; 5629, 46), Laszlo Georgeta (E: 1929, 30, 31, 41, 42, 48, 50, 58; 5604, 24, 27, 29, 44, 46, 89, 91). Cl. IX. Csupar Ludovic (5767—71, 76, 86, 91, 93, 95, 99, 800, 02, 04, 09, 11, 12), Ferenczy Kalman (5590, 91, 93, 94, 604, 12, 17, 19, 22, 24, 25, 27, 29, 30, 33, 46, 47, 53, 60, 63, 65, 69, 74, 77, 79, 81, 88, 89, 705), Stere Camelia (5624, 25, 27, 29, 30, 33, 42, 47, 53, 88), Stratan Valentin (5624, 25, 27, 29, 30, 33, 38, 46, 47, 53, 60, 63, 65, 713, 15—17, 24—30, 36, 46, 67—71, 75, 76, 80, 95, 96, 99, 802, 09, 11, 12), Weisz Otto (5624, 25, 27, 29, 33, 46, 47, 53, 60, 63, 74, 76, 77, 79, 767, 68, 71, 93, 96, 99, 802, 11, 12, 26, 27, 30, 32, 41). Cl. X. Cisteleanu Mihai (5590—92, 94, 95, 600, 03, 04, 12, 15, 17, 19, 24, 26, 27, 29, 30, 33, 38, 44, 47, 52—55, 57, 60, 63, 64, 66, 69—71, 74, 78—81, 83, 85, 87—89, 91, 96, 702, 04, 06, 07, 09, 57, 70, 77, 80—82, 91, 95, 97, 99, 800, 02, 04, 07, 09, 14, 18, 19, 21, 22, 26—28, 30, 32—34, 41, 42, 48), Moldoveanu Mircea (5624, 29, 31, 33, 38, 46, 47, 64, 74, 76, 83, 701, 25, 30, 31, 46, 78), Prelipceanu Teodor (5590, 91, 94, 600, 04, 12, 15, 24, 27, 29—31, 33, 38, 44, 46, 47, 63, 67, 71, 74, 77, 78, 82, 83, 87—89, 701, 06, 08, 10, 20), Suciu Gheorghe (5590—92, 94, 95, 704, 12, 15, 17, 19, 24, 25, 27, 29—31, 33, 38, 44, 46, 47, 53—57, 62—66, 69—71, 74, 77, 78, 83, 87—89, 96, 701, 04, 06, 13—20, 22, 24—31, 33, 35, 36, 40, 42, 43, 45, 46, 49, 51, 53—55, 58, 59, 61—63, 67—71, 75, 76, 80—82, 84, 91, 93, 95, 99, 801, 02, 07, 09, 12, 24, 26, 27, 29, 30, 33, 36, 41).

Ș.m. 5 cl. VII. Răduț Mihai (E: 1926, 27, 31, 33, 41, 55—58).

Ș.m. 6 „Unirea" cl. VIII. Bardosi Elena (E: 1926, 29—31, 34, 48, 50, 52, 55, 58, 61; 5559, 646, 47, 706), Butnaru Vasile (E: 1926, 31, 36, 38, 50, 52, 55, 61; 5629, 47, 88, 706), Drăguț Liana (E: 1931, 36, 46, 48, 50, 55, 58; 5604, 29, 47, 706), Frîncu Maria (E: 1931. 34, 41, 46, 48, 50, 55, 58, 61; 5591, 604,

29, 47), Ghidali Eugeni (E: 1926, 31, 48; 50, 57, 58, 61; 5591, 604, 47, 88, 706), Huszar Kati (E: 1926, 31, 34, 46, 48, 50, 52, 58, 61; 5591, 604, 29), Marmor Irina (E: 1931, 34, 46, 48, 50, 52, 55, 58, 61, 62; 5559, 629, 46, 47, 706), Mesaros Ştefan (E: 1926, 31, 36, 46, 48, 50, 57, 58, 61, 5591, 604, 29, 47, 88, 706), Oprişor Vasile (E: 1926, 31, 46, 48, 50, 55, 58, 61; 5559, 604, 29, 47, 706), Păsat Mihaela (E: 1926, 31, 34, 41, 46, 48, 50, 52, 55, 57, 58, 61; 5591, 604, 29, 46, 47, 706), Pastor Maria (E: 1926, 30, 31, 33, 34, 38, 41, 46, 48, 52, 55, 58, 61, 5591, 604, 44, 47, 48), Slave Maria (E: 1930, 31, 41, 46, 48, 50, 52, 55, 58, 62; 5559, 629, 47, 88, 706), Simon Antoaneta (E: 1926, 30, 31, 34, 41, 46, 48, 50, 55, 58, 61; 5604, 47, 88, 706), Vaida Alexandru (E: 1926—31, 36, 46, 48, 50, 55, 58; 5604, 29, 47, 706). Cl. IX. Condos Mihaela (5624, 29, 46, 76, 81, 89, 710, 16, 30, 66), Insler Miriam (5591, 93, 94, 604, 24, 29, 30, 46, 53, 54, 85, 88, 89, 91), Sarchiz Dorin (5559, 91, 604, 08, 24, 29, 47, 53, 94).

TIRNAVENI. Ş.m. cl. VIII. Corhanu Monica (E: 1941, 43, 45—48, 50, 52, 58, 68, 73; 5629, 46, 48), Dahnovici Gheorghe (E: 1941, 43, 45, 48, 50, 53—55, 57—59, 68; 5629), Găinaru Angela (E: 1941, 43, 46, 48, 52, 53, 57, 58, 68, 69, 71, 73; 5648), Pepelea Corina (E: 1946, 48—50, 52—54, 57, 58, 66, 68, 70, 5648), Popa Dumitru (E: 1941, 43, 46, 48, 50, 52, 53, 57, 58, 68, 69, 73; 5648), Schneider Helmuth (E: 1943, 45, 46, 48, 50, 53, 55, 57, 58, 71; 5629, 46, 48), Vărzaru Ovidiu (E: 1941, 43, 46, 48, 50, 52, 53, 58, 68, 69, 73; 5648). Cl. IX. Bunea Maria (E: 5624, 29, 46, 47, 69, 74, 78, 81, 83, 88, 89, 706, 26, 29), Kalman Carmela (E: 5624, 29, 46, 47, 69, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 706, 26, 29), Petru Viorel (E: 1928, 47, 51, 52, 55, 56, 58, 62, 64, 66, 71, 77, 81, 92; 5676, 88, 715, 92). Cl. X. Arsin Mircea (5591, 606, 15, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 56, 66, 70, 76—78, 81, 83, 88, 89, 95, 701, 02, 05, 08, 20, 24—26, 28—33), Ghinciuşan Ion (5588, 91, 604, 06, 08—10, 15, 19, 21), Matieş Mihai (5508, 31, 33, 35—37, 41, 48, 51, 53, 58—60, 62, 65, 66, 69, 91, 604, 08, 09, 17, 19, 24, 29, 31, 43—47, 52, 56, 60, 62). Cl. XI, Stan Ioan (5591, 604, 09, 15, 17, 19, 24, 20, 46, 52, 53, 58, 60, 64, 69—71, 74, 76, 78, 81—83, 88, 89, 98, 701).

TOPOLOVENI. Ş.m. cl. VIII. Giugulan Daniel (E: 1964, 69—71, 76, 80—84, 88, 90, 95—97, 99; 5713, 53, 87, 96, 814, 18, 25).

Absolvent Bădulescu Grigore (5474, 77, 501, 12, 13, 19, 50, 71, 72, 77, 80, 82, 84, 88, 89, 91, 94, 95, 600, 01, 04—24, 31, 32, 37—41, 43, 44, 46—48, 50—84, 88, 89, 92, 701, 06—08, 850—95).

TRUSEŞTI. Ş.m. cl. IX. Arcip Petre (5713, 15, 16, 24—27, 29, 30, 35, 42, 49, 53, 66), Iacob Gheorghe (5724—27, 29, 30, 35, 37, 77, 87, 92, 94, 96, 811, 14, 30), Turculeţ Demostene (5713, 15—17, 24—27, 29, 30, 33, 35—37, 42, 45, 49, 53, 66, 77, 87, 92, 96, 802, 14, 18, 20, 21, 29, 30, 34, 46), Vieru Mihai (5715, 24—27, 29, 30, 35, 36, 77, 86, 87, 92, 94, 96, 811, 14, 18, 25, 27, 30). Cl. X. Anastasiu Mihai (5717, 32, 35, 36, 38, 75, 80, 86, 87, 92, 96, 99, 805, 11, 14, 16, 18—22, 27, 30, 34, 46, 48, 49), Andronic Nicolae (5666, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 85, 88, 89, 705, 06, 08, 10, 13—16, 20, 24—33, 40, 42, 43, 45, 52, 53, 66, 77, 80—82, 86, 92, 95, 99, 805, 09, 11, 16, 19, 22, 30, 34). Cl. XI. Melinte Dumitru (5814, 16, 21, 41, 45, 46, 48, 49, 60, 61, 68, 908, 46, 49).

TULCEA. Ş.m. cl. VIII. Contici Adrian (E: 1926, 34, 39, 41, 48, 52, 53, 55, 56, 59, 61; 5644), Georgescu Nicolae (E: 1946, 48, 50, 53, 57, 58, 61, 67—69, 73, 81—83, 87, 88, 90, 92, 95, 96, 99, 2004, 08—10), Jipirescu Mircea (E: 1948, 50, 52, 58, 66, 67, 69, 70, 75; 5629, 47, 89, 713, 53), Pricop Mihai (E: 1926—28, 30, 31, 34—36, 38, 39; 5591, 604, 08), Simion Poliect (E: 1948, 50, 52, 54, 58, 66, 67, 72, 75, 79—81, 83, 87, 88, 92, 96, 97, 2006, 08—10, 5629, 47, 89, 713, 889), Sidorov Constantin (E: 1955, 66, 67, 73; 5685, 89), Stere G. (E: 1952, 55, 57, 58, 61—63, 67, 69, 70, 73; 5688, 89, 716), Tudose Victor (E: 1955, 58, 61, 66, 67, 69, 73, 90, 92, 95, 97, 2001, 04, 05, 08—11; 5683, 88, 89, 706, 26, 29, 30, 818, 30, 60, 61). Cl. IX. Răileanu Emilia (E: 1976, 80, 82, 83, 87—89, 96, 97; 5787, 92, 830, 31), Roşca Nicolae (5591, 94, 604, 24, 29, 44, 47, 53, 74, 85, 88, 89, 701, 06, 29, 30). Cl. X. Bejan Vasile (5600, 09, 15, 66, 69, 71, 74, 76, 78, 81, 83, 88), Rozvilnos Nicolae (5600, 06, 08, 15, 43, 51, 53, 56, 60, 63, 66, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 85, 88, 89, 701, 05, 20, 26, 27, 29—31, 36, 43, 45, 52, 53, 88; 802, 09, 14, 18, 19, 21, 27, 30, 48, 55, 60—62, 66—70), Sandu Lucian (5590, 98, 604, 15, 17, 22, 47, 70, 71, 74, 76—79, 83, 85, 88, 89, 701, 05, 06, 13, 15, 16, 26, 28—31, 46), Dinu Alex. (5620,

27, 43, 51, 66, 69—71, 73—83, 88, 92), Şezonov Andrei (5590, 91, 93—95, 600, 01, 04, 12, 13, 15, 17—19, 22, 24, 29, 31, 33, 38, 39, 41, 43, 44, 46, 47, 58, 66, 69, 74, 79, 80, 88, 89, 92, 710).

TURDA. Ş.m. cl. VII. Suciu Emil (E: 1926—28, 30—37, 39, 41, 43—48, 50—73, 75, 76, 78—85, 87, 88, 90—99). Cl. VIII. Ilies Marian (E: 1979, 80, 82, 83, 85, 87—90, 92, 95—97, 99, 2001, 03, 04, 09—12, 5830, 89). Cl. IX. Olariu Adriana (5624, 29, 45, 53, 56, 59, 60, 69, 74, 77, 713, 16). Cl. X. **Tulbure Ovidiu** (5777, 80—82, 91—93, 95. 96, 800, 02, 03, 14, 16, 18, 19, 21, 22, 24, 26—28, 33—35, 37, 45, 46, 48, 55, 60—62, 68—74, 81, 84, 85, 87, 97). Cl. XI. Grosu Octavian (5624, 29, 37—39, 41, 46, 47, 52, 58, 64, 80, 83). Absolvent Cean Gheorghe (5713, 16. 17, 20, 22—24, 27, 28, 31, 33, 34, 77, 78, 81—83, 87, 95, 96, 802, 10, 27).

Şc. prof. an. II. Ionas Emanoil (E: 1943, 47, 48, 53, 55, 57, 59, 61, 67, 68).

TURNU MĂGURELE. Ş.m. cl. VII. Clipcea Toma (E: 1941, 46. 52, 58, 61, 65, 66). Cl. VIII. Marinescu Virginia (E: 1952, 57, 58, 61, 64. 66, 67, 69, 75, 80, 87, 88), Rezeanu Adriana (E: 1926, 33, 34, 39, 48, 50, 52. 57, 58; 5629, 46, 47, 88, 91), Vişan Gh. (E: 1964, 67, 69, 71, 74. 75, 79, 81, 83, 86, 89, 92, 96, 99; 5787, 96, 802, 14, 25, 30). Cl. X. Cazangiu Mihai (5624, 29, 44, 46, 50, 52, 66, 78, 81, 83, 88, 89, 725, 26, 29, 31), **Cortun Gheorghe** (5590, 91, 94, 604, 06. 12, 15, 17, 19, 21, 24, 26, 29, 30, 46—48, 52, 56, 59, 66, 69, 74, 77—79, 81—83, 85, 87—89, 91, 97, 701, 06, 10), **Drăgulicescu Dumitru** (5397, 98, 402, 10, 19, 23, 36, 58, 73, 74, 80, 97, 503, 09, 23, 40—42, 44, 45, 49, 51, 52, 54—56, 59—70, 73, 77—79, 83, 84, 86, 90, 91—94, 97, 98, 600, 02—05, 09, 12, 13, 15—24), Vistig Iulius (5591, 600, 04, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 50—53). Cl. XI. Coşa Corneliu (5541, 59, 68, 73, 84, 91, 602, 04, 15—18, 20, 24, 29, 39, 41, 46, 66, 71, 74, 80, 701, 06, 13, 27, 29—31, 34, 45, 46, 53, 73, 75), Dună Radu (5545, 94, 600, 04, 14, 15, 17, 19, 24, 29, 38, 39, 44, 46, 66, 69—71, 74, 75, 80), Grecu Nicolae (5591, 604, 21, 23, 24, 29, 31, 41, 46, 54, 66, 68, 71, 80, 92, 99, 701, 06).

TURNU SEVERIN. Ş.m. 1, cl. VII. Popescu Marcel (E: 1926—28, 34. 39, 41, 44, 46—48, 55, 58). Cl. VIII. Armulescu Dumitru (E: 1926, 34—36, 41, 46. 48, 50, 52, 54, 55, 58, 61, 90, 95. 96, 2008—11, 14, 16, 18, 21—23, 25; 5990, 629, 814), Bobia Felician (E: 1922, 26—28, 34, 36, 39, 41, 44, 46—48, 50, 52—54, 56—58, 60, 61, 63; 5566, 91, 615, 46, 48, 66, 81, 87, 88, 706), Bosoancă Rodica (E: 1917, 18, 20, 22, 48, 50; 5559, 91, 604, 29), Broşteanu Teodor (E: 1926—36, 39—41, 43. 48, 50—53, 55—59, 61, 63; 5591, 604, 27, 29, 44—47, 88, 89, 706), Buşu Dumitru (E: 1926, 30, 36, 41, 45, 46, 48, 50, 58, 61; 5591, 604, 29, 46, 88), Cartianu Ion (E: 1951—58, 61—63, 66, 68; 5627, 30, 52, 66, 69, 74, 76, 78, 81—83, 85, 87—97, 701, 06, 08, 10, 13—15, 24—27, 29, 30), Căpităneşcu Teodor (E: 1926, 36, 37, 46, 47, 50, 57, 58, 61; 5627, 88, 706), Ciută Virgil (idem), Clenciu Mioara (E: 1928, 36, 38, 46—48, 50, 51, 53, 54; 5688, 89), Cocoş Mariana (E: 1926, 34, 39, 41, 48, 51, 52, 58, 61, 63; 5591, 688, 89), Foartă Manuela (E: 1926, 27, 32, 33, 39, 41, 46, 48, 50, 55, 58, 63; 5591, 604, 29, 89), Fusu Gheorghe (E: 1926. 30, 31, 52, 57, 58, 61; 5629, 46, 88, 710), Georgescu Gh. (E: 1926, 36, 37, 43, 48, 50, 55, 61; 5624, 29, 46, 88), Ghinea Mihaela (E: 1934—36, 41, 48, 55, 61; 5591, 629, 88), Gonciulea Constantin (E: 1926, 36, 43, 57, 58, 61; 5624, 27, 29, 47, 88, 706), Ionescu Mihai (E: 1926, 30, 34, 35, 37, 39, 47, 48, 50, 52—54, 57, 58, 61; 5591, 629, 44, 46, 47, 88, 706), Isuf Moise (E: 1918, 20—22, 26, 31, 32, 34—36, 39, 41, 46, 48, 50, 53, 61, 62; 5591, 604, 29, 44, 88, 706), Jilovy Viorel (E: 1915, 20, 22, 26, 27, 38, 41, 46, 47, 51, 52, 56, 58; 5604), Lolea Octavian (E: 1926, 41. 43, 48, 50, 54, 55, 58; 5629, 88), **Pană Nicolae** (E: 1926, 27, 29, 34—36, 39, 40, 41, 44—48, 50, 52, 55, 57, 58, 61, 63, 95, 96, 2001, 02, 08, 10, 14, 17, 18: 5591, 604, 29, 46, 88, 706, 814, 18, 21, 30, 51, 60, 61), Paligora Antigona (E: 1925, 34, 35, 41, 44, 48, 50, 52, 55, 58, 61; 5706), Ploscaru Stelian (E: 1948, 50, 52, 54—58, 61; 5647, 88, 706), Roată Delia (E: 1976, 79, 80, 82, 83, 87, 88, 90, 92, 95, 96, 99, 2001, 03, 04, 08—11; 5818, 21, 26, 27, 30), Stapan Aurora (E: 1943, 45, 52, 55, 58, 61, 68; 5629, 88, 706), Stăiculescu Maria (E: 1934, 39, 46, 48, 50, 61, 63; 5591, 629, 46, 88, 706), Teodorescu Călin (E: 1927—30, 35, 46, 48, 50, 52, 57, 58, 61; 5629, 44, 88), Tîntea Nicolae (E: 1926, 36, 43, 48, 50, 51, 57, 58, 61; 5591, 24, 29, 88), **Trifu Nicolae** (E: 1926—29, 32, 34—36, 39, 41, 43—48, 50—52, 54—59, 61, 63, 90, 95—97, 99, 2001, 02, 08—11; 5559, 60, 66. 91. 604, 08, 19, 29, 46, 47, 76, 78, 88, 89, 706, 814, 18, 30, 60, 61), Tudor Cornelia (E: 1926, 39, 46, 48, 50, 51,

55, 58; 5591, 604, 29, 88), **Vişan Ion** (E: 1926—32, 34—37, 39—41, 43—48, 50, 52, 53, 55—63; 5591, 604, 08, 29, 44, 46—48, 59, 76, 88, 89). Cl. IX. Chilim Rodica (5713, 15—17, 20, 25, 26, 28—31, 33, 37, 44, 46, 53, 69, 77, 81, 82, 87, 809, 18). Cutieru Ion (5591, 94, 604, 24, 27, 29, 30, 46, 53, 69, 74, 87, 88, 706), Lascu Maria (5591, 604, 29, 30, 46, 69, 74, 87, 706, 10), Tataroanţă Maria (idem), Vutca Mihai (5624, 29, 74, 77, 81, 88, 89, 706, 13, 24, 26, 29, 30, 53), Vulpescu Dan (5541, 91, 604, 29, 46, 69, 74, 85, 88, 89, 91, 706, 13, 16, 29, 30, 45, 77, 89, 826, 30, 53, 60, 61). Cl. X. Ceancă Sever (5591, 604, 24, 29, 31, 52, 78, 83, 88, 89, 701, 13, 30), **Giuhat Viorel** (5562, 90, 91, 92, 95, 604, 12, 17, 19, 24, 29, 30, 45—47. 52, 53, 56, 57, 59, 60, 62, 65, 66, 69, 71, 74, 77—79, 81, 83, 87—89, 91, 701, 02, 04—06, 10, 13, 16, 19, 20, 24—31, 33, 37, 40, 41, 44—46, 51, 53, 61, 68—70, 77, 80—82, 87, 91, 92, 94—96, 802, 05. 09, 11, 15, 18—20, 22, 27, 29, 42, 46, 48, 52, 60, 61, 67, 71, 77, 84, 88, 87, 94, 908, 14, 17, 20, 26, 35, 42), Iscru Elena (5590—92, 94, 95, 98, 600, 01, 03—05, 12, 13, 15, 17, 22, 24, 27, 29—31, 46, 50, 66, 69, 74, 76, 79, 81, 88, 706), **Popescu Eleodor** (5814, 18, 20, 21, 24, 26—30, 32, 34, 35, 37—42, 44, 48, 50—53, 56, 60, 61. 65—72, 76, 77, 80—83, 86, 89, 94, 98—901, 09, 10, 17, 18, 21, 25, 26, 30, 35, 36, 42—52, 62, 67, 68, 75—79, 81, 83—85, 87, 90, 93, 96—6000, 07, 20, 26, 27, 29, 30, 33, 34, 59, 63, 65, 71, 76—78, P), Osnaga Mihai (5666, 69, 74, 76, 78, 79, 81, 88, 89, 706, 713, 29—31), Scorţaru Petre (5590, 92, 624, 29, 30, 38, 46, 47, 52, 56, 62, 66, 69, 70, 74, 77—79, 81, 83. 87—89, 701, 05—07, 10, 13, 05—07, 10, 13, 15—17, 19, 20, 25, 27, 29—31, 46, 53), **Tudor Nicolae** (5666, 69—71, 74, 76, 78, 79, 82, 83, 88, 89, 706, 07, 10, 13, 20, 24—31, 46, 51, 53, 67—70, 76, 77, 80—82, 84, 86, 87, 91, 92, 95, 96, 99, 800—04, 07, 09, 15, 18, 27, 30, 32, 33, 42, 46, 48, 55, 56, 60, 61, 67, 71, 77, 84). Cl. VI. Nisipeanu Ion (5549—51, 59—61, 66—68, 73. 75, 77, 84, 91, 97, 604, 06, 07, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 54, 64), Vicea Anca (5713, 20, 27—31, 43, 45, 46, 49, 53).

Ş.m. 2 cl. VII. Gărgălie Silvestru (E: 1967, 70, 76, 81—83; 5724—26). Cl. VIII. Căpraru Cornelia (E: 1979—84, 86—88, 90, 95—97, 99, 2001, 02, 04, 06—12; 5777, 96, 802, 18, 25, 27, 30, 34, 42, 60, 61), Simcelescu Virginia (E: 1982, 83, 90, 92, 95—97. 2008—10). Cl. XI. Cornea Dumitru (5624, 27, 29, 38—41, 46, 53, 66—75, 80, 81, 88—93, 713, 15, 16, 22, 23, 29—31, 35, 46), Liciu Eugen (5544, 45, 50—52, 65, 66, 73, 84, 85, 91, 613, 17—20, 24, 29, 39, 41, 46, 52, 53, 65), Pan Cristian (5590, 91, 612, 13, 15, 17. 19, 24, 29, 44, 46, 52, 53, 60, 64), Văcărescu Ion (5593, 94, 618, 19, 22, 24, 29, 38, 39, 41, 44, 46, 52—54, 60, 62, 65, 66, 69—71, 73—75, 78, 80, 82, 88, 89, 701, 06, 07, 13, 15, 20—22, 24, 25, 27—31, 34, 36, 42, 43, 45).

Ş.m. 3. cl. VIII. Lupescu Adriana (E: 1990, 95, 96, 2004, 08—11. 16, 17, 24). Cl. X. Arbănaş Aureliu (5645, 62, 65, 66, 70, 71, 75, 77—80, 82, 83, 88, 701, 30, 31), Chilim Rodica (5558—60, 66, 91, 92, 600, 04, 06, 15, 17, 19, 24, 29, 44—46, 52—54, 56, 59, 60, 62, 63, 65, 66, 69—71, 74, 76—79, 81—83, 88, 701, 05), Trocan Eliza (5780—82, 92, 804, 30, 37, 51, 60, 61, 65, 66, 68, 71, 77, 80, 84, 89). Cl. XI. **Chilim Sever** (5566, 73, 91, 92, 97, 600, 02, 04, 06, 12, 13, 15—19, 23, 24, 29, 37—41, 44—46, 52—56, 58—60, 62—66, 69—71, 73—83, 88, 701, 05, 13—17, 20—23, 25, 26, 28—31, 33, 37, 39, 44, 46, 53, 69, 77, 79, 81, 82, 87, 96, 98, 809, 18, 21, 30, 34, 42, 46, 56, 60, 61, 64, 67, 70, 71, 78, 80, 94).

URZICENI. Cl. VIII. Georgescu Mihaela (E: 1973, 82, 90, 92, 95—97). Cl. IX. Barbon Aurelia (5577, 92, 814, 18, 20, 21, 30, 50, 52, 60, 61, 68). Cl. XI. Cuncev Ion (5777, 81, 818, 30, 42, 51, 56, 60, **61**, 66, 67, 71).

VALEA VOEVOZILOR. Ş. m. cl. IX. Mateescu Rodica (5713, 16, 18—30, 77, 87, 92, 96, 802, 11, 14, 18, 20, 21, 30, 42, 50, 52, 60, 61, 68).

VASLUI. Ş.m. cl. X. **Maftei Eugen** (5713—16, 24—30, 35—37, 40, 45, 49, 77, 826, 27, 30, 32, 37, 42), Pascaro Arnold (5713, 15—17, 24—30, 33, 35—37, 44, 49, 66, 77, 86, 87, 92, 94, 96, 800, 02, 11, 14, 15, 18, 20, 21, 26—30, 34, 42), **Pencu Adrian** (5713—17, 24—30, 32, 33, 37, 42, 44—46, 49, 52, 66, 68, 70, 77, 86, 87, 89, 91—94, 96, 99, 800, 02—04, 11, 12), Cl. X. Cortoţoi Ion (5780, 827, 29, 33, 46, 48, 52, 54, 55, 60, 61, 63, 66—68, 71, 77, 78, 84, 87).

EFORIE SUD Şc. 8 ani. Cl. VI. Aron Vasile (E: 1953, 67, 73, 76, 83), Băjenaru Ion (E: 1953, 59, 67, 68, 73, 76, 81—83), Burghez Elisabeta (E: 1953, 67, 73, 76, 81—83), Chirstocea Constanţa (E: 1953. 59, 67, 68, 73, 81—

83), Jercan Valeria (E: 1959, 68, 81—83), Marin Dumitru (E: 1959, 67, 68, 73, 76, 81, 82), Mitu Dorina (E: 1953, 67, 73, 76, 81—83), Pitiu Elena (E: 1959, 67, 68, 73, 76, 81—83), Popescu Elena (E: 1959, 67, 68, 73, 76, 81—83).

VĂLENII DE MUNTE. Ş.m. cl. VII. Voiculescu Emil (E: 2009, 10, 16, 18, 21—23), Cl. VIII. Neacşu Marin (E: 1991—93, 95—99, 2001; 5814, 19). Cl. X. Nistorică Gh. (5726—29, 33, 46, 70, 80, 81, 814, 16, 19).

VEDEA. Ş.m. cl. IX. Gîju Gheorghe (5706, 26, 29, 53, 92, 96, 818, 30, 34).

VINGA (Banat). Ş.m. cl. VIII. Popovici Mircea (E: 1985, 90, 95—97).

VLAHIŢA. Pothart Antal (E: 1936, 39, 44, 47, 48, 55—57, 59).

ZĂVOI (Oltenia). Absolvent Tuican Floare (E: 1976, 80—83, 87, 88, 90, 92, 93, 95—97, 99).

ZEGUJANI. Absolvent Umbreş Alexandru (5654, 67—70, 73—75, 77, 78, 80, 82, 83, 88, 92, 707, 08, 10, 13, 16, 20—23, 27, 31, 36, 38—41, 45, 46, 51, 77, 80—83, 90, 802).

*

Pînă la 15 octombrie 1963 s-au mai primit soluţii bune la problemele propuse în G.M.F.-B de la următorii:

AIUD. Şc. elem. nr. 1 cl. VI. Leţia Tiberiu (E: 1990, 95, 98, 2008—10, 12). Ş.m. 1 Avram Iancu cl. XI. **Crişan** Victor (5713—37, 39—43, 45, 46, 49, 51—54, 61—63, 66—73, 76, 77, 79, 80—87, 90—804, 806—09, 11, 14, 15, 18—22, 24, 26—30, 32—35, 37—39, 41, 43, 45, 46, 50—56, 60—74, 76—79, 82, 84, 85, 87, 89—91, 93—95, 98—902, 04—09, 13, 14, 17, 18, 20, 24—26, 30, 32, 34, 35—38, 42, 44—49, 51), **Reff Radu** (5789, 91, 95, 805, 09, 14—16, 18, 19, 21, 22, 24, 26—28, 30, 34, 37, 38, 44, 45, 48, 49, 51—53, 55, 56, 60, 62, 63, 65—71, 84, 87, 89, 90, 93, 98—902, 04, 08, 10, 14, 17, 18, 20, 26, 30, 35, 38, 42, 49, 51).

ALBA IULIA. Ş.m. cl. VIII. Racoviţan Dan (E: 1981, 82, 87, 90, 92, 95, 99, 208—13, 16, 20—23, 25, 27, 29, 32, 33, 35, 38).

ANINA. Ş.m. cl. VIII. Miloiu Mariana (E: 2001, 03, 04, 06, 08—12, 15, 17, 21, 25). Cl. IX. Petrie Mircea (5777, 87, 96, 802. 03, 11, 14, 15, 18, 20, 21, 26, 30, 49).

ARAD. Absolvent Bulzan Tiberiu (5814, 15, 18, 21, 22, 27, 42, 44—46, 48, 49, 52, 53, 56, 60, 61, 64, 65, 67—71, 78, 84).

Ş.m. cl. VIII. Crişan Petre (E: 1990, 92, 95, 2004, 09, 10, 12, 13, 16—18, 21, 25; 5814, 18), Neamţu Elisabeta (E: 1976, 81, 83, 84, 87, 90, 92, 95, 96, 99, 2001, 04, 06, 08—13, 16, 18, 21, 23; 5786, 96, 850).

BACĂU. Ş.m. cl. VIII. Corneliuc Stelian (E: 1990, 93, 95, 96, 98, 2004, 05, 06, 09, 10, 18, 23), Davidsohn Hermina (E: 1995, 99, 04, 06, 09, 10, 11, 17, 18, 20—23; 5830).

Şc. elem. nr. 8 cl. VII. Knoll Paul (E: 2001, 10, 11, 18, 21—23).

Ş.m. 1 cl. X. Ştrulovici Bernard (5768, 69, 70, 75, 77, 80—82, 84, 87, 91—93, 95, 96, 99, 800, 02—04, 09, 11, 12). Cl. XI. Făinaru Bruno (5736, 39, 40, 42, 45, 52, 66, 68, 69, 75—77, 80—82, 86, 87, 92, 95—97, 99, 800, 02—04, 09, 11, 14, 16, 18—22, 26, 30, 40), Sechter Bianca (5768, 77, 80, 82, 92, 95, 803, 14, 19, 22, 26, 30).

BAIA DE ARAMĂ. Absolvent Umbreş Alexandru (5787, 92, 95, 96, 99, 805, 09, 14, 18—23, 25, 27, 30, 32, 35, 38, 42, 46, 49, 51, 59—61, 64, 67, 68, 71, 77, 82, 95, 915, 18, 21).

Ş.m. cl. VIII. Drăgulescu Emilian (E: 1990, 99, 2004, 08, 11, 16, 17, 20, 21; 5860, 68). Cl. XI. Crăciunea Laurian (5014, 19, 21, 22, 27, 30, 48, 60, 61, 985, 46).

BAIA DE ARIEŞ. Absolvent **Ciura Alexandru** (5713, 15—17, 20—37, 40, 42, 46, 53, 77, 80—82, 90—92, 95, 96, 99, 802, 06, 08).

BAIA MARE. Cl. IX. Apostolescu Radu (5814, 15, 18, 20, 21, 30, 60, 61, 68, 70, 80, 90).

BALŞ (Oltenia). Cl. VII. Clipea Marin (E: 1980—82, 88, 90, 95, 96, 97, 99—101).

BÎRLAD. cl. VII. Badea Lori (E: 1990—92, 95—97, 99, 2001, 04, 06, 08—12), Aur Magda (E: 1976, 81, 82, 84, 86, 90, 93, 95, 96, 97, 2000, 10), Felea Victor (E: 1965—70, 72, 75—77, 79—82, 87, 88).

Complexul şcolar. Cl. VIII. Păsat Rodica (E: 1990, 95—97, 99, 2013, 15, 19, 24; 5826, 30). Cl. XI. Boidache Gavrilă (5818, 21, 26, 35, 37, 40, 44, 46, 48, 51, 56, 60, 72, 77, 78, 81, 84, 89), **Armeanu Corneliu** (5736, 62, 67—70, 77, 80—82, 91, 92, 95, 99, 804, 09, 11—16, 18—22, 26—28, 30, 33, 34, 38, 42, 44, 46, 48, 50—53, 55, 56, 60—63, 65—71, 84, 94), Popescu Vasile (5718, 25, 26, 28, 32, 33, 35, 37, 41, 45, 46, 66, 70, 77, 80, 81, 82, 95, 909, 14—16 18—22, 26, 27, 30, 32, 33), Roşu Lucia (5826, 27, 29, 30, 32, 33, 60, 65, 67, 76, 77, 901, 14, 18, 35).

Şc. pedagogică an. V. Tăbuşcă Ion (5775—77, 81, 91, 92, 95, 97, 99, 800,

02, 09, 11, 16, 21, 22, 25—28, 30, 33, 35, 37, 41, 50—52, 55, 56, 60, 61, 67—71).

BEIUȘ. Ș.m. 1 cl. IX. Laza Miron (5814, 18, 21, 26, 27, 29, 30, 32, 50, 51, 60, 61, 77, 80). Cl. X. Moga Mihai (5814, 18, 20, 21, 26, 42, 46, 76, 77, 90, 94).

BISTRIȚA (Cluj). Absolvenți: Pangrațiu Florin (5778, 83, 818, 21, 23, 27, 30, 44, 50, 52, 59, 60, 61, 67), Pușcașiu Anton (5777—79, 82, 91, 95, 802, 27, 28, 30, 50, 61), Verveagă T. (5827, 29, 50, 55, 61, 64, 67, 71, 84, 906, 13, 14, 18). Cl. VIII. Fucă Sergiu (E: 1992, 95, 96, 99, 2005, 08—12; 5814, 18). Cl. IX. Buta Grigore (5777, 92, 94, 96, 811, 14, 18, 20, 21, 30, 48, 06, 68, 69, 90), Mihăilaș Liana (5814, 18, 21, 25, 26, 30, 46, 48, 50, 60, 61, 89), Cl. X. Gherasim Victor (5856, 68, 71, 84, 901, 09, 14, 17, 18, 21, 26, 42, 44). Cl. XI. Feurdean Petru (5777, 79, 80, 85, 96, 99, 805, 09, 27, 44, 46, 48, 54, 60, 64, 912, 13, 15).

BLAJ. Cl. X. Simpliceanu Virgil (5814—16, 18—22, 26, 27, 30, 34, 46, 48), Stremtan Nicolaie (5741, 66, 80, 84, 818, 21, 22, 27, 38, 42, 46, 56).

BOLINTINUL DIN VALE. Cl. VIII. Tudor Mariana (E: 1982, 88, 89, 95, 99, 822, 60).

BORȘA-VIȘĂU. Cl. VIII. Chiș Gheorghe (E: 1965, 66, 69, 72, 76, 79, 80, 82, 83, 87, 96, 97, 99; 5713, 27, 29, 50, 49, 77, 91, 802, 04, 06, 61, 68, 98, 900).

BOTOȘANI. Absolvenți. Baras Robert (5768, 70, 77, 81—85, 87, 89, 90, 96, 98, 802, 04, 05, 08, 09, 11, 16, 26, 27, 32, 41, 44, 45, 52, 54—61, 64, 67, 71, 72, 78), Witting Silviu (5721, 23, 24, 28, 37, 40, 42, 69, 77, 79—82, 87, 95, 96, 98, 90, 802, 09, 15, 17—19, 22, 27, 29, 30, 42, 52, 56—61, 64, 67, 71, 72, 78, 84).

Ș.m. 2 cl. VIII. Buchi Grigore (E: 2008—10, 16, 18, 20—23, 27, 33), Butnaru Esterica (E: 1981, 95, 2004, 09, 10, 11, 13, 16—18, 21, 22, 24). Cl. X. Croitoru Isac (5768, 814, 16, 19, 22, 27, 30, 39, 48, 50, 52, 53, 60, 61, 68, 80, 89, 93, 96, 900, 46), Pricope Dan (5777, 91, 95, 96, 802, 03, 14, 16, 18, 19, 21, 30, 60, 62), Vasiliu Mihai (5777, 80, 82, 87, 89, 91, 92, 95, 96, 99, 802—05, 11, 30). Cl. XI. Alterovici Lidia (5814, 16, 19, 22, 30, 39, 48, 50, 52—54, 56, 67, 71, 80, 89, 93, 900), Drăgoi Cristian (5767, 68, 69, 70, 75, 77, 80—82, 87, 91, 92, 94, 95, 96, 99, 802, 04, 05, 07, 09, 11, 14—16, 19, 21, 22, 24, 26, 27, 33, 34, 45), Dîrvaru Paul (5713, 15, 16, 20, 24—27, 29, 30, 31, 33, 36, 37, 45, 68, 77, 80—82, 92, 802, 05, 14, 16, 19, 20, 21, 27, 34, 42, 50, 55, 56, 60, 67, 68, 71), Pincas Iancu (5713—17, 20, 21, 23—33, 36, 40, 42, 45, 49, 53, 67, 68, 69, 70, 77—83, 90—92, 94—96, 99. 802, 04, 05, 07, 14—19, 21, 22, 26, 27, 30, 39, 42, 45, 50, 52, 53, 55, 56, 59, 60, 64, 65, 66—68, 71, 80, 87, 89, 93, 96), Pincu Iosif (5713—17, 22, 24—33, 40, 42, 45, 49, 53, 67—70, 77, 80—82, 91—96, 802, 04, 05, 15, 16, 18, 19, 22, 26, 27, 30, 39, 42, 45, 48, 50, 53, 55, 60, 65, 66—68, 80, 89, 93, 96), Segal G. (5767—69, 75, 94, 803, 05, 07, 14—16, 18, 19, 21, 22, 26, 27, 30, 38, 39, 42, 45, 46, 48, 50, 51, 52, 53, 55, 56, 60—62, 65—68, 70, 71, 80, 82, 87, 89, 93, 96, 97).

BOZOVICI (Banat). Cl. IX. Ignea Alimpie (5777, 87, 94, 96, 811, 14, 18. 21, 34, 60—62, 66, 89, 93). Cl. X. Valușescu Ilie (5814, 15, 18, 20, 21, 26, 29, 34, 37, 46, 52, 53, 60—63, 65, 68, 79, 88—90, 93, 96, 910, 25, 29, 30, 40).

BRAD (Hunedoara). Cl. VI. Cordonescu Gabriel (E: 1990, 93, 94, 99, 2000, 01, 09—11, 16, 18, 20—22. Cl. VIII. Fernade Corneliu (E: 2001—05, 07—13, 15—18, 20—25; 5877, 89, 96, 944, 45).

BRAȘOV. Șc. elem. 8 ani. Cl. VII. Bătătorescu Anton (E: 1976, 77, 79—92, 94, 95, 97, 98, 99, 200, 01.

Ș.m. 1, cl. IX. Vătui Florin (5814, 15, 18, 21, 27, 35, 37, 42, 46, 50, 61, 62).

Ș.m. 3 cl. VIII. Corniciuc Mircea (E: 1976, 81—84, 86, 90, 95, 98, 2000—02, 08—12, 16, 18, 22), Cl. VII. Zsido Agnes (E: 1976—92, 95—97, 99). Cl. X. Bătătorescu Cristina (5767, 77, 87, 91, 92, 96, 800, 03, 05, 14—16, 18, 22, 26, 28, 34, 37, 45, 46—49). Coșuleț Dan (5768, 69, 73, 76, 77, 80, 81, 82, 87, 91, 93, 95, 96, 97, 99, 809, 02, 03, 04, 11, 14—16, 18—22, 26—28, 30—32, 34, 35, 37, 39, 42, 43, 46, 48, 49). Cl. XI. Smărăndoiu Gheorghe (5814—16, 18—21, 26—27, 30, 34, 35, 42, 46, 48, 49).

Ș.m. 5 cl. VIII. Munteanu Gh. Rodica (E: 2004, 17; 5814, 18, 21, 26, 30, 34, 42, 49, 51, 52, 60, 61, 68). Cl. IX. Rusu Lucian (5777, 87, 93, 96, 802, 21, 27, 46, 61, 70). Cl. X. Munteanu Mihai (5771, 99, 803, 10, 14—19, 21, 22, 26, 30, 33, 34, 36, 42, 46, 49, 51, 52, 55, 56, 59, 60—68, 71, 78, 90, 93), Zsido György (5767, 69, 70, 77, 93, 814, 24. 26, 27, 28, 30, 35, 37, 41).

BRĂILA. Ș.m. 3 cl. VIII. Bucur Cornelia (E: 2006, 09—12, 16, 18, 21, 23, 27, 28, 33), Heinich René (E: 2009, 11, 16, 18, 21, 23, 24, 27, 28, 33, 38), 38), Pincu Mia (E: 2008—10, 18, 21,

Pincu Mia (E: 2008—10, 18, 21, 23, 27, 28, 33), Vasile Viorica (E: 2008—

Grupul şcolar petrol an II. Seicu Vasile (E: 1990, 92, 95, 2004, 11. 24, 25; 5819).

Ş.m. 1 cl. IX. Tudorache Radu (5713, 77, 87, 92, 94, 96, 811, 14, 18, 20, 21, 30, 34, 46, 49, 52, 60, 61, 62, 66, 68, 79, 90).

Ş.m. 2 cl. X. Lăzărescu Vasile (5749, 52, 816, 18—21, 26, 37, 46, 48, 49, 51, 60, 88—90, 95).

BREAZA. Şc. mil. D. Cantemir. cl. X. Gheorghe Anton (5777, 80—82, 87, 91, 92, 94—96, 802, 11, 14—16, 18, 19, 21, 27, 42, 48, 49, 52, 53, 60, 62, 65—67, 69, 84, 90). Cl. XI. **Ghiţescu Mircea** (5701, 12, 15, 33, 36, 37, 39—46, 49, 53, 55, 60. 62, 66, 68—70, 77, 80—82, 87, 91—96, 99, 801, 02, 04, 05, 09, 12, 767, 71, 76, 814—16, 18, 19, 22, 25, 30, 32, 35, 41, 42, 46, 48, 51, 52, 54—56, 60, 61, 67, 68, 71, 77, 80, 81, 87, 94, 814, 17, 18, 26, 35, 38, 42).

BUCUREŞTI. Studenţi: **Buiculescu Doina** (5769—71, 77—84, 86, 87, 91—93, 95, 96, 99, 800—03, 05, 08—12, 14, 18, 21, 26, 27, 29, 30—32, 33, 35, 38, 41, 42, 44, 45, 48, 16, 17, 19, 23, 36, 38, 43, 50—54, 56, 58—74, 77, 78, 80, 83, 85—87, 89), Fierăstrău Dumitru (5814, 15, 17—23, 26—30, 32—38, 44, 46, 48, 49), Stanciu **Ion** (5754, 55, 67—70, 71—84, 86, 87, 89. 90, 92, 95—99, 802—09, 15—19, 21, 23, 27—30, 32, 33, 38, 42, 44, 45, 48—50, 52—54, 57, 60, 61, 64—68, 71, 73, 76—78, 81, 84, 89, 90, 92, 95).

Absolvenţi: Creţu Liviu (5814, 17—23, 26, 27, 42, 46, 47, 49, 59—61, 64, 67, 71, 79), Dăncăneţ Nicolae (5777, 81, 82, 87, 95, 96, 99, 802, 03, 08, 14, 18, 21, 30, 44, 45, 48, 52, 56, 59—61, 67, 71, 78, 84, 19, 22, 23, 26, 27, 43, 49, 50, 55, 66, 917, 24, 35), Porumbescu Aureliu (5767—71, 75—77, 80, 82, 83, 86, 90—96, 99, 802—04, 08—10), Saur Şerban (5777—82, 84, 95, 99, 803, 09, 16, 19, 50, 52, 55—57, 60, 61, 64, 65, 67, 69, 71, 72, 79, 80, 910), Zisu Tudor (5713—37, 40—43, 45, 45, 49—53, 55, 56, 58, 59, 61, 62, 66).

Ş.m. 1 N. Bălcescu. Cl. VIII. Cioroianu Mihai (E: 2001, 03—06, 08—13, 16—18, 21—23, 25, 27—29, 33—35, 38—40, 43—48), Munteanu Corneliu (E: 1990, 92, 95, 2001, 08—10, 16, 18, 21, 23). Cl. IX. Munteanu Mariana (5814, 18, 21, 50, 57, 60, 61, 67, 68, 70, 80, 944, 45). Cl. X. Dişli Constantin (5814, 18, 21, 26—28, 30, 35, 37, 42, 51, 53, 60, 61, 65, 68, 76, 94, 900, 01, 10, 30, 42). **Ştefănescu Sabba Ion** (5814, 15, 18, 20, 21. 24, 26—35, 37, 40—42, 46, 48—53, 55, 60, 63, 65, 67—70, 77, 80, 82, 83, 89, 90, 94, 98—901, 10, 14, 18, 21, 25, 26, 29, 30, 35, 36, 40—46, 51), Sava Dan (5814, 18, 20, 21, 24, 25, 28—30, 34, 35, 37, 40—42, 46, 48—53, 55, 56, 60—62, 65, 66, 68—71, 77, 80, 82, 89, 93, 94, 98, 100, 02, 46). Cl. IX. Mihăilescu Simona (5818, 26, 27, 30, 34. 35, 42. 52, 65, 80, 900, 21), Flamaropol Mariana (5814, 18, 21, 50, 57, 60. 61, 65, 68, 70, 80, 944, 45). Cl. X. Briceag Doina (5849, 51, 56, 66—70, 80, 82, 84, 87), Alexandrescu Mihaela (5849, 51, 56, 67—70, 76, 80, 82, 84, 85, 87, 901, 09. 21, 49), Florescu Ion (5952, 53, 56, 53, 59, 76, 78, 81, 87, 90, 92—94, 96, 6007, 08, 14, 20, 29, 30, 33, 43), Luca Ion (5819, 21, 38, 60, 61, 62, 71, 77, 89, 94, 952, 53, 64), Lupu Valentin (5802, 11, 14, 20, 53, 60. 61, 910, 58, 62, 90, 6007, 20, 33), Rîmniceanu Andrei (5860, 61, 66, 89, 910, 40, 42, 56, 58, 59, 62, 91—93), Suhaci Adrian (5811, 15, 18, 22, 30, 34, 55, 60, 62, 63, 66—68, 71), Teodorescu Adria (5849, 56, 67, 68, 70, 80, 84, 89, 910, 35, 40). Cl. XI. Coliban Mihai (5769, 77, 80—82, 91, 95, 03, 04, 11, 14, 18, 21, 26, 30). **Arsene N. Ion** (5850, 52, 55, 56, 60—62, 64, 67, 69—72, 76, 77, 80—82, 86, 89, 94, 98, 901, 07, 14, 15, 17, 18, 21, 30, 38, 42, 44, 49, 52, 55—59, 64, 67, 68, 73—76, 87, P), Baillavoine Michel (5901, 07, 08, 14, 17, 21, 24—26, 31, 33, 35, 38, 42—45, 50).

Ş.m. 3. Ion Neculce cl. XI. Diaconescu Mihai (5777, 80—82, 87, 95, 803, 14, 18—21, 25, 46, 48, 49).

Ş.m. 4 Aurel Vlaicu, cl. VIII. Bucura Alexandra (E: 1976, 80, 81, 83, 89, 90, 92, 95, 97, 2001, 802, 25—27, 30, 42, 50, 51, 60, 61). Cl. XI. Vasiliu Ioana (5777, 81, 82, 92, 95, 852, 27, 51, 60, 68, 71, 98, 910).

Ş.m. 5 Mihail Sadoveanu cl. VI. Stănculescu Alexandru (E: 2008—10, 16, 18, 27, 33, 38). Cl. VII. Steinbache Anita (E: 1956—68, 70, 81, 85, 95). Cl. VIII. Manolache C. Nicolae (E: 1990, 92, 95, 95, 98, 2000—13, 16—18, 20—25). Cl. X. Steriu Ştefan (5767—69, 71, 73, 75, 86, 87, 92, 94, 96, 99, 800, 02. 03. 14, 15, 18, 20, 25—30, 32, 34, 35, 37, 39, 46, 48, 49). Cl. XI. Dianu Mihai (5826, 27, 55, 60, 61, 67, 84, 914, 18, 26, 30, 35, 42, 44).

Ş.m. 6 Ilie Pintilie cl. VII. Frăţilă Eliade (E: 1990—93, 95—97, 99, 2001, 02, 04, 08—11, 14, 16—18, 20—23, 25; 5818, 19, 25, 26, 30, 61, 68). Cl. X.

Şerban Teodor (5787, 814, 18, 20, 21, 50—53, 60—62, 65, 68, 77, 89).

Ş.m. 7. I. L. Caragiale cl. VIII. Badea Victor (E: 1996, 97, 99, 2003, 05, 07, 13, 24). Cl. VII. Nichita Anca (E: 2008—10, 27, 29, 33, 38, 41). Hîncu Eugenia (E: 1993, 98, 2009—12, 22). Cl. XI. Opriş Valentina (5768, 69, 77, 80, 82, 87, 94—96, 802, 11, 14, 15, 18—22, 29, 38, 41, 46, 48, 49, 52, 55, 56, 60, 62, 63).

Ş.m. 8 Emil Racoviţă. Cl. VI. Cinteză Mircea (E: 1990, 92, 95, 98, 2001, 08—13, 16, 18, 20—23, 27, 29, 32, 33, 36, 38), Tănăsescu Sanda (E: 1990, 92, 93, 95, 2001, 04, 08—11). Cl. VIII. Müller Alexandru (E: 1980, 83, 87, 88, 92, 95, 2001, 03, 04, 07—13, 16—18, 21, 23—25).

Ş.m. 10 cl. V. Corici Ion Cezar (E: 1976, 82—84, 86, 90, 92, 95, 98). Cl. X. Croitoru Alice (5814, 18, 21, 28, 30, 51, 52, 60—62, 68). Absolventă Panea Mihaela (5850—61, 64—71, 78, 82, 87).

Ş.m. 11 D. Cantemir cl. VIII. Hîncu Mariana (E: 1976, 79, 84, 87, 88, 90, 92, 95—99). Cl. VIII. Răducanu Viorica (E: 1976, 79—84, 87, 88, 90, 95, 96, 99, 2001, 03, 04, 08—10). Cl. IX. Rădulescu Dorin (5879, 93, 96, 97, 929, 52, 54, 56, 59, 62, 93). Cl. X. Mihalca Dan (5824, 26, 27, 28, 35, 51, 52, 60, 61, 77, 940, 44), Tonceanu Dan (5792, 99, 818, 20, 26, 27, 30, 32, 41, 52, 53, 60, 61, 68, 77, 909, 10, 26, 44), Ursulescu Octavian (5713, 15, 16, 20, 22, 27, 29, 30, 31, 43, 46, 53, 850—52, 56, 60, 61, 65, 67—69, 71, 79, 82, 89, 90, 94, P).

S.m. 12 Spiru Haret cl. VII. Cartianu Dan (E: 1964, 66—69, 71, 73), Roman Irina Victoria (E: 1964, 66—73, 75). Cl. X. Bădescu Felicia (5814, 24, 54, 55, 56, 60, 61, 63, 66—71, 89)), Kivu Ileana (5814, 26, 30, 34, 37, 50—53, 80, 82, 84), Nicolaide Alexandra (5795, 809, 14, 16, 18, 21, 46, 61, 68, 71, 84). Cl. XI. Bădescu Felicia (5818, 19, 21, 22, 27, 36, 37, 42, 50, 80, 84, 94, 900, 01, 21, 14, 35, 44), Gherghel Constantin (5814, 16, 18, 19, 21, 22, 30, 42, 46, 48, 60, 61, 62).

Ş.m. 13 Mihai Viteazul cl. VIII. Capră Silvia (E: 1992, 93, 95, 96, 97, 2000, 01, 04, 07, 09, 10, 12; 5787, 834, 46). Cl. IX. Coşereanu Lidia (5825, 28, 37, 46, 60, 61, 80, 976, 78, 83, 90, 93), Bodeanu-Letea Marlen (5814, 18, 21, 48, 50, 60, 61, 69, 70, 90, 952, 90, 92, 93), Hobincu Mihaela (5860, 61, 65, 68—70, 80, 89, 96, 946, 58, 62, 90, 93). Cl. XI. Cristea Valentin (5824, 25, 27, 30, 35, 42, 50, 51, 55, 60—62, 65—71, 89). Cl. XI. Flondor Paul (5768, 26, 27, 30, 33, 35, 42, 44, 50—52, 54—56, 59—61, 64, 67, 71, 72, 80, 84, 805, 08, 10, 14, 15, 17, 24, 26, 31, 33, 35, 42, 44, 45, 64, 65—67, 82, 84, 98, 959, 70, 78).

Ş.m. 15 Elena Sîrbu, cl. X. Mereuţă Doina-Anca (5770, 92, 95, 99, 802, 26, 27, 29, 30, 42, 50—52, 56, 60, 61, 65, 67, 69, 71, 84, 910, 35, 46). Cl. XI. Brezniceanu Mihai-Dan (5826, 27, 50, 52, 56, 60, 81, 86, 71, 84, 35, 46).

Ş.m. 17 Matei Basarab, cl. VIII. Aftodie Cristian (E: 1987, 89, 92, 2001, 04—06, 08, 12, 13, 17, 20, 23, 25; 5830, 51), Boiangiu Tudor (E: 1980—82, 87, 88, 93, 98, 99, 2001, 08—11, 16, 18, 20, 23, 25; 5787, 95, 814, 15, 30, 50 Botez Dan (E: 1992, 93, 97, 2000—18, 20, 21, 23, 25; 5814, 18, 21, 26, 46, 50, 51, 55, 60—62, 68—70, 80, 89, 900, 10, 44). Cl. IX. Almer David (5768, 70, 76, 77, 89, 92, 95, 96, 99, 804, 08, 09, 11, 14, 15, 18—21, 24, 25, 27, 29, 30, 34, 41, 42, 44, 45, 48, 50, 52, 53, 55, 56, 60, 61, 65—71, 76, 82, 86, 94), Kanner Dan (5768, 76, 77, 87, 89, 92, 94, 96, 99, 804, 09, 11), Weinberg Liliana (5768, 80, 82, 99, 802, 04, 14, 15, 18, 20, 21, 25, 27, 30, 34, 42, 53, 60, 65, 76, 82, 94, 910). Cl. XI. Cristidis Vasile (5787, 91, 92, 94, 96, 800, 11, 25, 27, 32, 37, 41, 77), Gheorghiu Jena Mihaela (5624, 29, 39, 41, 48, 52, 67, 69, 74, 79, 80, 81, 713, 16, 20, 22, 25, 29—31, 34).

Ş.m. 18 Mihail Eminescu, cl. VIII. Donos Mihai (E: 2015, 18, 21, 23, 26—29, 33, 38). Cl. IX. Iordache Florin (5793, 702, 24, 26—28, 30, 33, 40, 42, 50, 53, 56, 60, 61, 65, 67, 68, 71, 84, 801, 17, 76, 78, 79).

Ş.m. 19. Ion Creangă. Cl. VIII. Ilie Romeo (E: 2001—06, 08—13, 16—18, 21, 23—25, 1795, 860, 61, 69).

Ş.m. 20 Gh. Şincai cl. IX serală. Anonim (E: 1787, 95, 814, 18, 26, 30, 46, 51, 60, 61, 65—68).

Ş.m. 21 cl. VIII. Voiculescu Dan (5715, 19—21, 27, 30, 31, 35, 36, 40, 56, 62, 66, 67, 69, 70, 95, 800, 02, 04, 09, 52, 53, 55, 55, 59, 60, 62, 64, 69, 71, 73, 76, 78, 80, 87, 89, 99, 901, 03, 06—10, 17, 25, 26, 35, 41, 43—45, 48, 50, 51, 65, 66, 68, 75—82, 84, 85, 87, 90, 96—98, 6003, 06, 07, 10, 17, 18, 20, 25, 29, 30, 33, E: 2003, 04, 13, 15, 17, 18, 20, 21, 24, 26—28, 31—36, 38—41, 43—50, N, P).

Ş.m. 22 Gh. Lazăr, cl. VIII. Stoian Liviu (E: 1979—83, 87, 88, 95, 96, 99, 2004, 05, 08—11, 13, 15, 18, 21, 22; 5795), Suporscki Virginia (E: 1990, 95,

96, 99, 2001, 02, 06, 08—10, 12, 13). Cl. IX. Moţoi Marin (5791, 814, 26, 30, 35, 36, 50, 80, 89, 90, 93, 96, 944), Stan Daniel (5767, 77, 94, 802, 18, 20, 26, 27, 30, 35, 60, 61). Cl. X. Ignea Silviu (5814, 15, 18, 20, 21, 26—28, 30, 32, 35, 37, 42, 46, 48, 49).

Ş.m. 23 D. Bolintineanu, cl. VIII. Băluţă Tudor (E: 2011, 16—18, 20—25), Căpăţînă St. Aurel (E: 1981, 89, 95, 97, 2001, 04—06, 08—10; 5772, 851, 60, 61), Cenuşe Ion (E: 1990, 92, 95—97, 99, 2002, 04, 09—11), Moroiu E. Alexandru (E: 1990—92, 95—97, 99, 2001—06, 09, 13, 16—18, 20—25; 5814, 30), Roman Marian (E: 1966—75, 79—82, 85, 87—90, 92, 95—97, 99, 2013, 15, 24, 26; 5713, 15, 24, 26—29, 42, 49, 87, 92, 96, 802, 18, 26, 30, 37), Weiss C. Iosif (E: 1987, 90, 92, 95, 96, 2001, 03, 08—12; 5814, 30, 50, 51, 80). Cl. X. Petrescu Sorin (5714, 18, 27, 41, 43, 51, 53, 62, 67, 68, 75—77, 89, 92, 93, 96, 800, 03, 04, 07—09, 11, 14, 15, 18—21, 24, 26—28, 30, 32—35, 37, 38, 41, 46, 48, 60—63, 55, 56, 60—63, 65—69, 71, 77, 80, 82, 84, 85, 87, 89—91, 94). Cl. XI. Martin Valeriu (5814, 18, 19, 21, 22, 26, 30, 46, 48, 55, 60, 61, 68, 71), Petrariu Vasile (5733, 35, 37, 40, 42, 43, 45, 46, 69, 70, 77, 80, 82, 87, 91, 92, 99, 802), Stoica Vicenţiu (5768—70, 77, 80—82, 87, 91, 92, 95, 96, 809, 14—16, 18—21, 30, 33, 48, 52, 56, 60—63, 66—71, 77, 82, 84).

Ş.m. 24 V. Alecsandri, cl. VI. Năstase Adrian (E: 1964, 66—68, 70, 71, 73, 75, 76, 79, 81, 87, 89—95, 98, 2000—02, 08—13, 18, 20—23).

Ş.m. 27 V. Babeş, cl. VII. Racoşi Iulian (E: 2001, 02, 06, 09—11, 14, 16, 18, 20, 21, 24, 25).

Ş.m. 28 Dr. Petru Groza cl. VIII. Abramovici Paula (E: 1979, 82, 87—89, 95, 99, 803, 09, 11, 12; 5842, 51), Konscinski Mincă (E: 1979, 80, 82, 87, 88, 90, 95, 99, 2004, 08—12; 5851), Mureşan Mihaela (E: 1976, 81—84, 90, 92, 95, 98, 2001, 06, 09—12, 21, 23), Schiopu Ioana (E: 1976, 80—84, 87, 88, 92, 95—99, 2001—12; 5787, 92, 96, 803, 14, 30, 46, 50). Cl. X. Alamaru Andrei (5777, 80—82, 91, 94—96, 802, 05, 09, 14, 18, 19, 22, 48, 60), Mureşan Mihai (5814, 16, 18, 19—21, 30, 55, 60, 61, 67, 35).

Ş.m. 30, cl. XI. Conache Petre (5850—52, 54—56, 58—62, 64, 66—68, 71, 73, 78, 82, 84, 87—91, 95, 97, 98, 901, 02, 07, 08, 13—15, 18, 22, 24, 29, 32, 34, 37—40, 42, 44, 46, 50).

Ş.m. 34 C. A. Rosetti, cl. VIII. Gabrovski Adriana (E: 1976, 79, 80—83, 87, 88, 95, 2008—11). Cl. X. Zisu Ana (5738, 39, 42, 45, 46, 49, 51, 52, 56, 61, 62, 64, 66, 68—70, 76—82, 87, 91—96, 99, 802—04, 09, 11, 14—30, 32—40, 44—46, 48—56, 60—71, 77, 94, 98, 900, 01, 08—10, 14, 15, 21, 26, 29, 33, 35, 44, 49, 52—54, 56—62, 64—69, 75, 76, 86—90, 92—94). Cl. XI, Leibovici Valeriu (5814—16, 18, 19, 21, 22, 27, 29, 30, 32, 34, 36, 38, 41, 42, 44—48, 50, 52—54, 56, 60—63, 66—71, 74, 76, 77, 80, 81, 82, 84, 86, 87, 89, 90, 94, 97, 901, 10, 14, 17, 18, 20, 24, 26, 28, 29, 34, 35, 38, 44, 45, 51).

Ş.m. 36, cl. VI. Porceanu Cornel (E: 1990, 95, 2001, 10, 16, 20, 21). Cl. VIII. Georgescu Luminiţa (E: 2001, 02 04, 06, 09, 10, 13, 16, 17, 21—24; 5851, 60, 61, 944), Georgescu Radu (E: 2001, 02, 06, 09, 10, 21, 27).

Ş.m. 40, cl. VII. Constantin Cornel (E: 1990, 2001, 05, 09—12).

BUJOR (Galaţi). Absolvent Bejan Mircea (5713—16, 21, 25—27, 29, 40, 42, 46, 77, 80, 82, 91, 92, 95, 99, 809).

BUŞTENI (Ploieşti). Ş.m. cl. X. Albu Maria (5777, 99, 802, 27, 32, 60, 61, 65, 77, 901, 06, 07, 10, 24).

BUZĂU. Ş.m. 1, cl. VIII. Starapin Cigala (E: 1990, 92, 95—99, 2001, 04, 06—11, 15—17). Cl. IX. Filipoiu Alexandru (5705, 08, 13—15, 25—30, 35—37, 40, 45, 49, 66, 77, 87, 91, 92, 94, 96, 802, 11, 14, 18, 20, 21, 26, 27, 30, 34, 46, 48, 60, 61, 66, 68). Cl. X. Negruţ Ionel (5770, 80—82, 94, 96, 99, 802, 05, 30, 34, 42). Cl. XI. Constantinescu Cristian (5814—16, 18, 19, 21, 27, 30, 32, 33, 39, 42, 44), Dragomir Sergiu (5767, 80, 95, 99, 814, 15, 17, 18, 26, 27, 51, 56, 59, 60—62, 64, 65, 67, 71), Toader Gheorghe (5852, 54—56, 60, 61, 65, 66, 67, 69, 71, 78, 84, 87, 89, 98, 900, 01, 05, 06, 08, 10, 14, 17, 18, 35, 38, 44, 57, 59, 90).

Ş.m. 2, cl. IX. Cojanu Marius (5600, 17, 45, 786, 94, 96, 99, 802, 03, 14, 15, 18, 20, 21, 25, 27, 30, 34, 35, 37, 42, 48, 51—53, 55, 60, 62, 67, 69, 70, 82, 90).

Ş.m. 3, cl. VIII. Codreanu Niţa (E: 1976, 79—82, 85, 87—89; 5787, 96, 802).

CARACAL. Absolvent Popa Emil (5770, 76, 80—82, 93, 95, 99, 801, 26, 32, 44, 53, 56, 57, 59, 60, 68, 71, 77, 84, 87).

Ş.m. 1, cl. X. Costea P. Ion (5777, 80, 82, 86, 87, 91, 92, 94—96, 802, 09).

Ş.m. 2, cl. VIII. Rădulescu Sever (E: 1976, 79, 80—83, 86, 88, 90, 92, 93, 95—97).

CARANSEBEŞ. Ş.m. 1, cl. X. Bona I. Dorin (5814, 15, 18, 20, 21, 24, 26—30,

32—35, 37, 40—42, 46, 48, 50—53, 56, 60—62, 64, 65, 67—71, 77, 82, 84, 86, 94). Ş.m. 2, cl. VIII. Pries Ioan (E: 1979, 90, 93, 95, 96, 2001, 02, 08—12; 5813, 18, 26, 30, 34). Cl. X. Dugan Doru (5815, 18, 21, 30, 42, 46, 48, 60, 61, 76, 79, 93), Fiat Grigore (5792, 94, 802, 11, 18, 20, 21, 46, 48, 60, 61, 68), Lădariu Petre (5814—16, 18—22, 26, 46, 62, 76, 79, 89). Cl. XI. Miloşiu Marius (5794, 811, 14, 15, 18—20, 34, 45, 48, 55, 63, 68).

CALAN (Hunedoara). Ş.m. seralà, cl. VIII. Agheniţei Chirică (E: 1981, 83, 84, 87, 88; 5787, 92, 96, 805).

CĂLĂRAŞI. Ş.m. cl. X. Petru Valentina (5814, 16, 18, 19, 21, 30. 39, 46, 60, 80, 900, 44), Veveriţă Constantin (5777, 80, 87, 92, 96, 802, 14—16, 18—22, 30, 46, 48, 49, 60, 61—63, 66, 67, 69, 70, 910). Cl. XI. Vîrtejanu Liviu (5814, 16, 18, 19, 21, 26, 30, 42, 46, 52, 56, 60, 61, 67, 69, 70, 71, 84).

CERNAVODĂ. Ş.m. cl. XI. Ilie Vasile (5768, 69, 76, 77, 80—82, 87, 95, 802, 09, 14, 16, 18—20, 22, 27, 30, 34, 37, 42, 44, 52, 55, 60, 61, 65—69, 71, 98, 918, 42).

CIMPIA TURZII. Ş.m. cl. VI. Cîmpeanu Gheorghe (E: 1990, 92, 94—96, 2008—12).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Absolvent Stoicea Marcel (5816, 18, 19, 21, 27, 30, 32—36, 38, 50, 51, 56, 59, 60, 61, 65, 67, 69, 71, 72, 78, 901, 07, 13, 18, 20, 23, 28, 31—33, 35, 42, 44).

Şc. elem. cl. VII. Popescu Ovidiu (E: 2002—05, 07, 09—24).

CIMPULUNG MUSCEL. Ş.m. Dinicu Golescu, cl. XI. Popescu Mihai (5777, 80, 82, 84, 92, 93, 95, 96, 802. 05, 14, 16, 22, 26, 27), Ţăposu Iosif (5814—16, 18, 19, 21, 26, 29, 46, 48, 60—63, 66—68, 84, 90, 96, 97), Golescu Alex. (5906, 08, 10, 11, 13, 14, 18, 32, 34, 35, 38—40, 42).

Şc. pedagogică, an V. Stoicescu C. (5850, 51, 55, 56, 60—62, 65—69, 71, 76, 89, 97, 98, 901, 06, 09, 10, 14, 29, 42, 47—50, 52—54, 56, 59, 60, 90, 91).

CIMPINA. Ş.m. 1, cl. VIII. Alexe Rodica (E: 1976, 81, 82, 88, 90, 95; 5818), Chiţu Gh. Neculai (E: 1980—83, 87, 88, 90, 95, 96, 2004, 08, 09), Comănescu Sergiu (E: 1980, 89, 90, 95—97, 2004; 5777, 87, 96, 830, 60), Ivaşcu Florian (E: 1881, 87, 88, 90, 95, 99, 904, 10, 16—18, 21—24), Olteanu Luminiţa (E: 1990, 92, 95—97, 2006, 08—11, 16, 18, 21, 23; 5830), Tabac Pavel (E: 1990, 92, 95—97, 99, 2001, 09, 10, 13, 16, 17, 21—23). Cl. X. Brezeanu Semerad (5777, 80—82, 87, 92, 96, 800, 11, 12, 26, 27).

Ş.m. 2, cl. IX. Vioreanu Marius (5814, 18, 21, 26, 30, 46, 60, 66, 80, 89, 93).

CLUJ. Ş.m. 1, cl. VI. Chintoan Radu (E: 1990, 91, 95, 2008, 10, 16, 18).

Ş.m. 2, cl. VI. Pop Adrian (E: 2002, 08—10, 16, 18, 22). Cl. VII. Man Augustin (E: 1990, 95, 98, 2001, 09, 10, 16).

Ş.m. 5, cl. X. Călugăreanu Grigore (5827, 30, 32, 41, 42, 50, 52, 55, 56, 60—62, 66—71, 77, 83, 84, 98, 900, 01, 09, 10, 14, 17, 21, 26, 35, 43—46, 49, 51).

Ş.m. 13, cl. VIII. Aciu Mihai (E: 1978—80, 82, 87—89, 95, 99, 2002; 5802, 42, 60, 61), Ghiurca Octavian (E: 1990, 91, 95—97, 99; 5829, 38).

CONSTANŢA. Ş.m. 1, cl. VIII. Chiriac Călin (E: 2004, 08—11, 16—18, 21, 23—25), Văetuş Anca (2002—04, 06, 09—13, 15—18, 21, 24, 25; 5809, 24, 30, 32, 36, 48, 50, 60, 61, 77, 94), Odae Cornelia (E: 1964—67, 69, 70, 76, 78, 79, 81, 83—85, 87, 89, 98; 5715, 26—30, 42, 826, 30). Cl. XI. Leu Mihai (5814, 16, 18—22, 48, 49, 55, 61, 66, 96), Popica Radu (5777, 80—82, 91, 92, 94, 95, 815, 16, 18—20, 22, 34, 60. 67). Absolvent Brînzănescu Vasile (5713—47, 49, 51—56, 58—63, 65, 71—812, 14—30, 32—79, 81, 82, 84—87, 89—91, 93—918, 20, 21, 23—26, 28—36, 38—40, 42—44, 46—51, P; 230 probleme).

Ş.m. 2, cl. VIII. Găvan Mircea (E: 1976, 79—88, 2001—06, 08—12; 5787, 850, 51, 58), Ştefan Paraschiva (E: 1995—2001, 04, 09, 12, 15, 21, 24; 5830, 32, 60, 68). Cl. IX. Ploaie V. Mariana (5814, 21, 26, 32, 33, 35, 41, 42, 53, 60, 61, 65, 82).

Ş.m. 3, cl. XI. Nicolae Virginia (5814, 26, 30, 33, 35, 41, 42, 54, 56, 69, 71, 78, 81, 82, 94).

COGEALIC (Dobrogea). Şc. elem., cl. VIII. Dumitrescu Const. (E: 1979, 80, 87—89, 96, 97, 99, 2004, 05).

COLIBAŞI (Argeş). Cl. VIII. Savu M. Ion (E: 1990, 92, 95. 96, 98, 2000).

CORABIA. Ş.m. 1, cl. VIII. Filip Nicolae (E: 2001, 02, 04, 05, 08—11, 16—18, 20—23), Gheorghiu Liana (1990, 92, 93, 95, 2002, 08—11, 14, 17, 18; 5860, 61, 5814). Cl. XI. Alexandru Nicolae (5769, 77, 81, 82, 87, 91, 92, 95, 96, 803, 09).

COSTEŞTI. Ş.m. 1, cl. VIII. Negunescu Nicolae (1996, 99, 2002, 04, 05. 08—13, 16, 18, 19, 21, 22, 24, 25; 5850, 51, 80, 900). Cl. IX. Depărăţeanu Dan (5713—18, 25—30, 37, 42, 44, 45, 49, 53. 77, 94, 96, 802).

CRAIOVA. Student Nicula Năstase (5850, 56, 60, 61, 64, 67, 71, 72, 78, 80, 84), Cojocaru Gr. Ion (5850—52, 54, 57, 59, 62, 64—72, 77, 78, 82, 87, 89, 94, 95, 99, 906, 10, 14, 15, 17, 24—26, 31—33, 35, 39, 42, 46, P).

Șc. elem. 8 ani nr. 6, cl. VI. Andrei Laura (E: 1967, 68, 73, 76, 81, 82, 89, 90, 95, 2001, 09, 10, 12, 18, 21). Șc. elem. 8 ani nr. 4, cl. VII. Circiumărescu Ion (E: 1981—83, 87, 90, 92, 95). Șc. elem. nr. 5, cl. VII. Andrei Victor (E: 1976, 79, 80—82, 87, 90, 92, 95—97, 99, 2004).

Ș.m. 1 N. Bălcescu, cl. VIII. Dediu Luminița (E: 1990, 92, 95—97, 2004, 09, 20, 25). Cl. VIII. Pascu Doina (E: 1976, 79—84, (scrie 2 probleme pe o pagină), 86—88, 90; 5814), Păun Ionel (E: 1990, 92, 93, 95, 96, 2008, 11), Slabu Dan Viorel (E: 2013, 14, 16—21, 23, 25), Zamfir Nicolae (E: 1990, 92, 95, 2001, 06, 08—11, 18, 33; 5863). Cl. X. Biscă Octavian (5767, 14, 15, 18, 20, 21, 24—30, 32—35, 37, 39, 40—42, 46, 48, 50—53, 55, 56, 60—63, 65—71, 73, 77, 80, 82, 89, 94). Cl. X. Popescu Felicia (5814, 18, 20, 21, 26, 27, 30, 32—34, 36, 38, 41—44, 46, 48, 50—54, 59, 61, 63—71, 73, 77, 80, 82, 87, 90, 92, 94, 99, 901, 09, 26, 35, 44, 46). Cl. XI. Bănică Marian (5814, 18, 21, 26, 30, 34, 48, 60, 62, 65, 66, 69), Georgescu Gheorghe (5719, 24—26, 28, 46, 47, 49, 51, 56, 62, 63, 66, 95, 96, 810, 12, 14, 18, 19, 26, 28, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 40, 41, 48, 50—53, 65, 71), Preda Constantin (5819, 26, 27, 30, 32, 33, 41, 60, 61, 67, 68, 71, 77, 94), Sandu Darius (5814, 15, 18—24, 26, 30, 34, 46, 49, 60, 61, 89).

Ș.m. 2, cl. VIII. Buse Gabriela (E: 1990, 92, 95, 99, 2001, 04, 09, 10, 16, 18, 21, 23, 24), Guran Tiberiu (E: 1976—80, 83—88, 90, 92, 95—97, 99, 2001, 03, 04, 07—11 (rezolvă mai multe probleme pe o pagină), Petrescu A. Ioan (E: 1981—83, 89, 90, 92, 95, 96, 2001, 04, 08 — 12; 5713 — 15, 20, 24 — 33, 35 — 37, 42, 45, 53, 60 — 63, E: 1959 — 75, 80, 87, 88). Sătulescu Mircea (E: 1976, 79, 80, 82, 87, 88, 90, 92, 95, 99, 2004, 09, 11). Cl. IX. Andrei N. Dan (5713, 15, 24—26, 29, 30, 33, 36, 37, 49, 802, 14, 26, 30, 32, 34, 35, 42, 44, 51, 60, 61, 68, 73, 77, 94), Babarada Ion (5814, 26, 29, 30, 34, 40, 42, 44, 60, 61), Dragotă Lavinia (5814, 30, 35, 42, 50, 51, 60, 61, 65, 68—70, 79, 90, 93, 96, 900, 10, 44). Cl. X. Buzescu Mihai (5826, 27, 30, 35, 41, 55, 56, 60, 66, 67, 71, 900, 14, 18, 20, 26), Cojocaru Mariana (5820, 26, 27, 29, 30, 34, 35, 40, 42, 44, 51—53, 60—62, 65, 66, 68, 70, 80), Nuță Ștefan (5814, 18, 26—30, 33—35, 41, 42), Stoiculescu Elena (5814, 18, 20, 21, 26, 27, 30, 34, 35, 51—53, 60—62, 66, 68, 70, 80, 930, 40, 44). Cl. XI. Călina Ion (5767—70, 75—77, 91, 92, 95, 96, 99, 802, 04, 08, 09, 26, 27, 30, 32, 33, 35, 42, 45, 50, 52, 56, 60, 61, 63, 65, 67—71, 77), Dragotă Georgel (5803, 14, 15, 18, 27, 30, 32, 33, 35, 42, 44—46, 50—52, 55, 56, 60—63, 65, 71, 77, 79, 87, 90, 93, 96, 97), Gropper Mircea (5668, 95, 703, 34, 44, 50, 52, 55, 56, 60, 62, 68, 76, 85, 93, 94, 800, 01, 03, 05, 06, 08, 10—12, 18—24, 26, 27, 29, 30, 32, 34, 35, 37, 38, 40—49), Petrescu Ioana (5826—28, 33, 37, 41, 50, 51. 53, 55, 56, 60—62, 65, 67—71, 86, 94, 98, 900, 01, 14, 34, 35), Rizea Mărgărit (5776, 85, 808, 11, 18, 19, 26, 27, 35, 42, 56, 60—62, 65, 67, 68, 77, 90, 900. 08, 17, 20, 24—26).

Ș.m. 3, cl. VIII. Bîrsan Liliana (E: 1990, 92, 95, 99, 2004, 09, 10, 16, 18, 20, 21, 23). Cl. X. Ghițuleasa I. Dan (5860, 61, 63, 68, 900, 29, 52, 56, 90—93, 98), Trandafir Ileana (5780—82, 92, 804, 30, 37, 65, 66, 71, 80, 84, 89). Cl. XI. Hanchievici Kristiana (5852, 56, 60, 61, 66—68, 71, 917, 18, 35, 43, 44), Rădulescu Aurora (5818, 27, 30, 42, 60, 61, 69, 71, 84, 900, 18, 35).

Ș.m. nr. 4 cl. VIII. Gheorghe Cicel (E: 1996, 02, 05—12; 5792, 96, 43, 61), cl. IX Colcea George (5929, 75, 79, 96, 800, 11, 18, 25, 29—31, 51, 60, 65, 76, 77, 79, 98, 906, 72), Cl. X Iordăchescu Anca (5814, 15, 18, 21, 48, 40, 52, 60—63, 65, 67—70), cl. XI. Bolcescu Vlad (5695, 22, 34, 53, 55, 56, 76, 85, 93, 800, 01, 05, 16, 18, 10, 14, 15, 16—28, 30, 32—38, 40—49, 50—56, 59—65, 67—71, 74—84, 86, 87, 89, 91, 93, 94, 97), Cristescu Mărgărit (5784, 91, 94, 96, 97, 03, 05, 27, 30, 32, 34, 37, 45, 49, 50—53, 55, 56, 62—63, 65, 67—71, 77, 84, 89, 93, 96, 97, 98, 09, 10, 21, 25, 42, 44, 46, 49), Gavrilă M. Gheorghe (5767—69, 77, 87, 91, 93, 95, 96, 99, 802, 11, 12), Seyfried Helga (5826, 27, 30, 32, 33, 41, 42, 56, 60, 61, 65, 67, 71, 77).

CUCA ARGEȘ. Ș. elem. cl. VI. Matei N. Elena (E: 1979, 80, 82, 87, 88, 96, 97, 99, 01, 02), cl. VII Matei C. Eustațiu (E: 1799, 81, 87, 803, 08—10, 17, 25).

DEJ. Ș.m. cl. IX Vasile Alexandru (5815, 18, 20, 21, 24, 25, 27, 31, 34, 35, 37, 46, 48).

DEVA. Ș.m. cl. VIII. Bunea Nicolae (E: 1976, 79—83, 86—88, 5787, 92, 96),

cl. IX Răgălie Ștefan (5666, 85, 87, 710, 13, 15—17, 24—27, 29, 30, 33, 35, 42, 45, 77).

DITRĂU. Șc. maghiară cl. VIII. Szabo Marta (E: 1976, 79, 80—84, 86—89).

DOMNEȘTI ARGEȘ. Ș.m. nr. 2 cl. VIII Năsturescu Constantin (E: 1990, 92, 95—97, 99, 2001, 03—05, 08—10, 21, 24; 5867, 714, 18, 50, 68).

DOROHOI. Student Cornea Dumitru (5713, 27, 29, 31; 43, 827, 30, 56, 60, 61, 67, 71, 92).

Ș.m. 1 cl. XI. Marcovici Berthold (5852, 60, 61, 62, 65, 67, 85, 87, 97, 914, 16, 29, 52, 54, 58, 59, 62, 67, 68, 90—93).

DRAGOMIREȘTI OLT. Ș.m. cl. VIII. Popa M. Ion (E: 1976, 79—84, 87, 88, 90, 95, 900, 01), cl. X. Niculcea D. Marin (5777, 87, 91, 92, 94, 802, 14, 18, 21, 30, 39, 42, 50, 52, 53, 60, 61, 68, 70, 80, 89, 98, 921, 26, 64, 76).

FĂGĂRAȘ. Ș.m. 2 cl. IX Grama Gh. (5814, 15, 18—22, 27, 34, 40, 45, 48, 49, 52, 61, 64, 68—70, 79, 90, 93, 98, 929).

FÎNTÎNELE-FĂLTICENI. Ș.m. 3 cl. VIII. Surugiu Ioan (E: 1990, 92, 95, 99, 2004, 05, 08—10, 14, 60, 61, 68).

FLOREȘTI-TITU ARGEȘ. Ș.m. cl. VIII. Tachescu Ion (E: 2004, 08, 11, 16, 17, 20—22, 25; 5860, 61).

FOCȘANI. Ș.m. 2 cl. VI. Krammer Iosif (E: 1990, 95, 2008—11, 16).

Ș.m. Al. I. Cuza cl. XI. Ghețu Luminița (5819, 21, 27, 30, 42, 44, 46, 48, 52, 56, 60, 61, 66—71, 80, 909, 59, 67, 68, 73, 90).

Ș.m. cl. XI. Mendelsohn Zephy (5814—16, 18—20, 24, 27, 30, 32, 41, 42, 44, 46, 48, 49, 52, 59, 64, 66—68, 71, 76, 77, 84, 90, 94, 98, 901, 07, 10, 18, 26, 44).

GALAȚI. Student Ganea Alexandru (5814, 16—19, 21—23, 27, 42, 43, 98, 900, 06, 10, 42, 46); Absolvent **Dodu Marian** (5787, 93, 800, 03, 14, 18, 21—23, 26—28, 30, 33, 34, 42, 44, 46, 48, 50—61, 64, 65, 67—71, 78, 82, 84, 87, 94), Absolvent Lucaci I. Nicolae (5767, 69, 79, 80, 87, 91, 94—96, 99, 800, 02—06, 09, 14, 16, 18, 19, 21, 26, 27, 29, 30, 33, 37, 38, 42, 48, 51, 60, 61, 64, 67, 71), Absolvent Palic C. Teodor (5724—27, 33—35, 51, 53, 66, 67, 77, 80—83, 95, 809, 14, 18, 30, 44, 48, 60, 61, 95, 98, 99, 901, 02, 08—10, 35).

Ș. elem. nr. 20 cl. VII.Problemele cu același număr au fost identic rezolvate. Frangulea Săndița (E: 2001, 03—11, 23, Hariton Ionela (E: 2008—11, 16, 27, 33), Melinte Maricica (E: 2001, 08—11, 27, 29), Mogoș Luana (E: 2001, 08—11, 29, 33), Porora Eugenia (E: 2001, 03—11, 29, 33), Sandu Vasilica (2008—11, 27, 29, 33), Tacu Emilia (E: 2008—11, 27, 29, 33), Tolea Mariana (E: 2001, 08—11, 29, 33). (Fiecare rezolvitor să-și redacteze singur soluția).

Ș. elem. nr. 21 cl. VII. Voicu Elena (E: 2016, 27—29, 32, 33, 38).

Ș. elem. nr. 25 cl. VI. Ionescu Fulger Mihai (E: 1919, 23, 24, 51—54, 57—59, 63).

Ș.m. 1 cl. VIII. B. Herșcovici Isaia (E: 2008—10, 16, 18, 23, 25, 27—30, 33, 38). Cl. IX B. Andrei Viorel (5521, 5726—31, 63, 77, 80, 91, 92, 802, 18, 20, 27, 30, 51, 53, 60—62, 67, 80, 89, 979, 87, 88).

Ș.m. 3 cl. X. Selingher Silviu (5777, 87, 96, 814, 15, 18, 20, 21, 30, 48, 60, 61, 68, 70).

Ș.m. 4 cl. IX. Iacobici Paul (5814, 18, 26, 27, 28, 30, 37, 45, 48, 51, 52, 60, 61, 68).

Ș.m. 5 cl. VIII. Lupoaie Marian (E: 1995—97, 2001, 08—11, 16, 20, 23, 25), Zotta Alexandru (E: 1993, 97, 99, 2001, 04, 08—12, 14—17, 19—25).

GURA BARZA, Hunedoara. Absolvent (5890, 98, 99, 905, 08, 14, 17, 18, 20, 25, 26, 28—30, 34, 35, 38, 40, 42, 46).

GHEORGHIENI. Ș.m. cl. VIII. Moldovan Emil (E: 2001—03, 08—12).

GIURGIU. Ș.m. cl. IX. Răbîncă A. Emil (5731, 43, 49, 68, 69, 70, 73, 77, 87, 91—94, 800—02, 08, 11, 13, 18, 21, 26, 32, 33—35, 60, 66, 68, 94, 10). Cl. X Marinescu N. Gheorghe (5816, 26, 27, 30, 50, 60, 61, 67, 68, 70, 71, 80, 84, 924, 35). Cl. XI. Scraba A. Dumitru (5780—82, 91, 99, 802, 16, 18, 19, 21, 22, 30, 32, 48), Stoian D. Paul (5814, 15, 18, 19, 20, 21, 30, 46, 48, 52, 56, 60, 71, 900, 35).

HALEȘ, Buzău. Șc. elem. cl. V. Dogaru Vasilica (E: 1976, 84, 90, 92, 95, 2002, 10). Cl. VI. Paraschiv Valentina (E: 1990, 92, 95, 2002, 05, 09—12).

HAȚEG. Ș.m. cl. X Petriu Emil (5767, 70, 77, 80—82, 91—93, 95—97, 99, 800, 02, 09, 18, 27, 30, 32, 34, 40, 41, 50—56, 60—62, 67, 68, 71, 77, 84).

HOREZU (ARGEȘ). Ș.m. Al. Cuza cl. VIII. Costescu Ștefan (E: 1982—87, 90, 95—97, 99, 2008—11, 16, 18, 21, 23, 25), Popa Gheorghe (1990, 92, 95—97, 2001, 06, 09, 21). Cl. XI. Costescu Ion (5777, 78, 92, 95, 96, 99, 05, 809, 11, 26, 27, 45, 46, 48, 50—52, 54—56, 60, 61, 65—68, 70, 71, 76, 90).

HUȘI. Ș.m. Kogîlniceanu cl. VIII. Darie I. Viorel (E: 2002, 04, 09—13, 16—18, 20—24), Diaconu Aurel (E: 1990, 99, 2001, 04—06, 08, 09, 11, 13, 16, 17,

cl. VII. Cînepă Tudorel (E: 2001, 08—11, 16, 33), Frangulea Săndiţa (E: 2020, 21, 23, 40, 43, 45, 50), Hariton Ionela (E: 2020, 21, 23, 41, 43, 45, 48), Nazare Vasile (E: 2020—23, 31, 42, 48), Plămădeală Maria (E: 2016, 20—22, 27, 31, 33), Sandu Vasilica (E: 2016, 20—23, 31, 48). Şc. elem. nr. 23, cl. VII. Carşote Stela (E: 2001, 02, 06, 08—11). Şc. elem. nr. 26, cl. VII. Ionescu Fulger Mihai (E: 2003—07, 09—12).

Ş.m. nr. 1, cl. VIII. Calapod Florin (E: 2008—10, 16, 20, 21, 25, 38, 33), Manoliu Elena (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 28, 31, 33, 35, 38, 41). Cl. X. Andrei Viorel (5868, 69, 71, 901, 18, 26, 44, 45, 56, 58, 59, 62, 76—78, 83, 90—93, 6006—08, 12, 30, 33), Ionescu I. Petre (5852, 53, 60, 61, 65—68, 71, 914, 35, 76). Ş.m. nr. 2, cl. XI. Căpăţînă Mihai (5852, 55, 60, 63, 66—70, 80, 86, 90). Ş.m. nr. 3, cl. VIII. Catinaş Doru (E: 2015—18, 20, 23, 24, 28, 31, 33, 38), Constantinescu Eugenia (E: 2014, 16—18, 20, 21, 24, 28, 33), Corciovei Cecilia (E: 2015, 16, 18, 20, 21, 23, 24, 28, 33, 45), Handis Despina (2013, 16, 18, 20—24, 28, 33, 38), Penciu Iordan (E: 2015—18, 20—24, 28, 31, 33, 38), Steinberg Bruno (E: 2014—18, 20, 22—24, 28), Tau Muzes (E: 2013—18, 20, 21, 23, 24, 28). Ş.m. nr. 4, cl. VIII. Sosni Petru (E: 2001, 04, 06, 08—12, 20). Cl. X. Petrescu Victor (5851—53, 60, 61, 65, 68, 70, 77, 82, 89, 94; 5944). Ş.m. nr. 5, cl. VIII. Bejan Ortansa (E: 2001, 04, 06, 08—10, 18, 20—23, 25, 29, 33), Botez Mihail (E: 2001, 06, 08—10, 16, 21, 24), Breazu Livia (E: 2016, 18, 20, 21, 23, 38, 42, 43, 46, 48, 50), Horceag Ecaterina (E: 2004, 06, 09, 10, 12, 16, 20), Rădulescu Georgeta (2001, 04, 06, 08—12, 20), Rusu Antoaneta (E: 2001, 06, 08—11, 13, 24). Cl. X. Podaru Vasile (5850, 51, 60, 61, 68, 77, 80, 82, 94, 907, 6007, 33), Susai Amalia (5851—53, 60—62, 67—70, 76, 77, 80, 82, 84, 86, 94). Cl. XI. Bîrlă Natalia (5852, 56, 64, 65, 67, 68, 71, 78, 80, 82, 84, 85), Berdiţă Ilie (5850, 52, 60—62, 67, 68, 71, 80, 87, 943, 78), Constantinescu Emilia (5851, 52, 60—63, 65, 67—71, 78, 80, 84, 87), Dragoş Teodora (5850, 52, 60, 61, 67—69, 71, 77, 78, 80, 81), Ghiocel Rodica (5852, 60—62, 67, 68, 71, 78, 80—82, 84, 85). Ş.m. nr. 5, cl. XI. Moraru Nicolae (5855, 60—63, 66—71, 84), Pavel Aurelia (5851, 52, 60, 62, 67—69, 71, 78, 80, 84, 87), Simion Miridon (5851, 52, 54, 60, 62, 67—69, 71, 78, 80, 84), Vizureanu Lidia (5852, 56, 60, 62, 67, 68, 71, 78, 80—82, 84).

GHERLA. Ş.m., cl. XI. Petrescu Mircea (5855, 60, 61, 65, 929, 35, 67, 76, 90, 92, 93, 96, 97).

GIURGIU. Ş.m., cl. IX. Rada Mircea (5851—53, 62, 65, 67—69, 77, 80, 89, 93). Cl. XI. Iliescu Lucian (5856, 60, 61, 67, 68, 71, 914, 18, 35, 57, 59, 76, 77, 90), Marinescu Gheorghe (5852, 56, 60, 61, 65, 67—69, 71, 79, 80, 83, 84, 98, 924, 35), Scrama A. Dumitru (5856, 60, 61, 66, 67, 71, 86, 98, 914, 18, 26, 35, 40, 42, 44).

HAŢEG. Ş.m. cl. XI. Petru Emil (5870, 80, 99, 901, 14, 17, 21, 24—26, 35, 44).

HANEŞTI, Suceava. Şc. elem. de 8 ani, cl. VI. Tilica Ana (E: 2016, 18, 21, 22, 23, 27, 33), Zbanţ Mioara (E: 2016, 18, 21—23, 27, 28, 33).

HIRLĂU. Ş.m. cl. VIII. Solomon Ady (E: 2001—04, 08, 10, 12, 27, 28, 30, 33, 34).

HOREZU. Ş.m. cl. VIII. Munteanu I. Ion (E: 2013, 14, 16, 18, 21, 23, 25, 27, 28, 33, 38), Munteanu I. Maria (E: 2013, 14, 18, 21, 23, 25, 27, 28, 33, 38). Cl. XI. Costescu Ion (5814—16, 18, 19, 21, 22, 29, 30, 34, 35, 38, 42, 49, 79).

HUNEDOARA. Manevrant lam. 650 rp. C. S. Hunedoara, Jitaru P. Ioan (E: 2003, 06, 08—12, 16—18, 21, 24, 27, 31; 5861, 69, 990, 93).

Ş.m. nr. 1, cl. XI. Listeş Vasile (5852, 56, 61, 65, 67, 68, 70, 71, 84, 92, 917, 59, 62, 90).

HUŞI. Ş.m. Cuza Vodă, cl. XI. Darie Gheorghe (5852, 60—62, 65—67, 69, 70, 82, 89, 98).

IAŞI. Şc. exp. de 8 ani, cl. VI. Casetti Mariana (E: 2016, 18, 21, 27, 29, 42, 43).

Ş.m. nr. 2 M. Eminescu, cl. VII. Berberu Virgil (E: 2008—11, 16, 23, 27, 33, 38). Cl. VIII. Iancu Judith (E: 2001, 08—11, 16, 18, 21, 23, 33, 41), Mihailovici Manuela (E: 2001, 08—11, 16, 18, 21, 25, 27, 38, 41). Cl. X. Alexandru Dimitrie (5918, 52, 53, 56, 58, 62, 76, 87, 90—93, 99, 6007, 20, 23, 29, 33, 36). Ş.m. nr. 3, cl. VII. Linde Radu (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 28, 32). Cl. VIII. Popa I. Eugen (5850, 52, 53, 56, 60, 61, 67, 68, 71, 72, 78, 80, 82, 84, 87, 94, 98, 99, 5900, 05—07, 09, 10, 14, 15, 17, 18, 26, 43, 44, 46, 50, 68—71, 74, 77, 82, 87, 90, E: 2002—04, 09—12, 15—17, 21, 23, 24, 26—28, 31—33, 35, 36, 38, 40, P), Cl. XI. Eperjesy Gh. (5860, 67, 68, 71, 74, 76, 77, 87, 89, 98, 900, 14, 35, 42, 44, 46, 48, 49, 67, 73, 78). Ş.m. nr. 4, cl. VI. Rusu Dorina (E: 2016, 18, 23, 27, 33, 42, 45, 46, 50). Cl. VII. Angelescu Romulus (E: 2027, 33, 42, 43, 45, 46, 48, 52). Cl. VIII. Sîrbu Rodica

(E: 2009—11, 18, 22, 23, 27, 33, 37), Savin Laura (E: 2001, 04—06, 08, 10, 11, 16, 21—23, 25, 41). Cl. XI. Georgescu Marieta (5856, 60, 61, 65—67, 69, 71, 77, 84, 85, 92). Ş.m. nr. 6, cl. VIII. Mendelovici Joli (E: 2027, 28, 33, 35, 36, 38, 40, 42, 43), Onofrei Angela (E: 2006, 08, 09, 11, 33, 38, 41). Cl. XI. Schwartz Jerry (5850—56, 60, 61, 65, 66—68, 71, 73, 82, 84, 87, 92, 94, 910, 14, 35, 44, 65, 68, 87). Ş.m. nr. 8. Stancu Mihai (5854, 55, 59, 66, 73, 917, 26, 28, 67, 69, 78, 81, 84, 86).

INEU, Crişana. Ş.m. cl. IX. Pop Marius (5889, 906, 07, 21, 30, 40, 44, 45, 60, 76, 78, 79).

LUGOJ. Ş.m. nr. 1 şi Liceul nr. 1, cl. VII. Ghilezan Liana (E: 2009, 10, 16, 20, 22, 27, 33). Cl. VIII. Ardeleanu Sabina (E: 2001, 04, 08—11, 15—17, 21, 24, 33, 38), Borcănescu Florin (E: 2001, 06, 09—11, 16, 18), Ciobanu Zoe (E: 2004, 08—10, 12, 18, 21, 28, 30, 33), Daba Valerian (E: 2001, 08—10, 16—18, 25, 33), Friedländer Alexandru (E: 2015—17, 19—21, 23, 24, 27, 31, 32, 35, 40, 41), Hetcu Simona (E: 2015—17, 19, 22, 24, 25, 31, 33, 35, 38), Kluig Vera (E: 2015, 17, 19, 21, 23—25, 27, 31, 32, 35, 38, 40), Lupea Sinziana (E: 2001, 04, 06—12, 16—18, 21, 38), Popescu Ulpia (E: 2004, 08—10, 12, 18, 21, 28, 30), Ripan Iosif (E: 2001, 08—12, 16, 21, 27, 28, 33, 38), Fakcs Maria (E: 2004, 08—10, 12, 18, 28, 33), Teodori Iuliana (E: 2015—18, 21, 25, 27, 31—33, 35, 38, 40). Cl. IX. Lilaschi Ioan (5852, 61, 65, 66, 69, 89, 99, 900, 01, 25, 26, 30, 31, 33). Cl. X. Ambruş Mircea (5852, 53, 56, 60, 61, 65—67, 71, 72, 89, 99—901, 14, 16, 17, 21, 24—26, 30, 31, 33, 35, 36, 40—46, 49, 69, 82, 84, 85, 87, 90—94), Friedländer Gheorghe (5921, 64, 76—79, 81, 82, 85, 87, 95, 98, 6007, 33), **Jurca Ion** (5901, 10, 35, 42, 52, 53, 56, 58, 59, 62, 68, 76, 77, 81—83, 85, 87, 88, 90—98, 6003, 06, 07, 11—14, 20, 23, 31, 33, 42, 43). Cl. XI. Vasiliu Dan (5851, 52, 55, 60—68, 71, 78, 85, 87, 89). Cl. IX. **Popovici Cornel** (5850, 51, 56, 63, 65, 66, 69—71, 82, 87, 89, 90, 94, 98—901, 44 50, 58, 59, 68, 75, 82, 84, 87, P), Cl. X. **Brinda Rodica** (5898, 900, 09, 10, 14, 17, 21, 25, 26, 35, 36, 40, 42, 44—46, 52, 56, 58, 59, 64, 67, 68, 73, 74, 76, 77, 90—93, 98, 6007, 08, 10, 12, 20, 26, 30—34, 36, 40).

LUPENI. Ş.m. cl. VIII. Pulyer Elisabeta (E: 2024, 27, 28, 32, 33, 35—37, 41; 5990).

MĂRĂŞEŞTI. Ş.m. cl. XI. Ciontu Emil (5851—53, 55, 56, 60, 61, 66—71, 87, 89, 90, 93, 94), **Răduţă Ion** (5850—53, 55, 56, 60—62, 65—68, 70, 71, 87, 89, 90, 93, 94, 901, 04, 05, 07, 08, 10, 14, 18, 22, 24—26, 29, 31, 34, 35, 42, 45).

MEDGIDIA. Ş.m. cl. X. **Vlase Aurelian** (5850—53, 55, 60—63, 65—70, 77, 79, 80, 89, 90, 93, 96, 901, 18, 25, 29, 30, 34, 42, 45, 52, 53, 56, 58, 59, 62, 67, 90, 92—94).

MEDIAŞ. Ş.m. cl. VIII. Brădişteanu Smaranda (E: 2014, 15, 17, 18, 21, 22, 24, 25, 31, 35—38, 40, 42, 45, 47, 48, 51—54). Cl. XI. **Brădişteanu Adrian** (5899, 900, 01, 04, 10, 14, 17, 18, 25, 26, 29, 34, 35, 44—46, 49, 52—54, 56—59, 62, 64, 65, 68, 73, 74, 77, 78, 87—94).

MIERCUREA CIUC. Ş.m. cl. VIII. Ruffel Leon (E: 2004, 08—11, 17, 24, 31—33). Cl. XI. Lörincz Lukacs (5850, 52, 60, 61, 65, 68, 71, 73, 78, 79, 80, 82, 96, 97), Máthé Juditha (5850, 52, 60, 61, 65, 67, 68, 71, 73, 78, 80, 82), Tamas Maria (5850, 60, 61, 65, 68, 73, 78—80, 82, 93, 96, 97).

MOINEŞTI. Ş.m. cl. VII. Ciocan Nicuşor (E: 2008, 10, 12, 18, 23, 27, 29). Cl. VIII. Oană Victor (E: 2001, 03, 04, 08—12, 16, 18, 21, 24, 25).

MORENI. Ş.m. cl. VIII. **Ştefănescu Alexandra** (E: 2001—21, 23—25, 27, 28, 33, 35—38; 5860, 61, 68—70, 80, 88, 89, 93). Cl. X. Bitică Vasile (5851, 52, 63, 65, 67—71, 75, 77, 80, 89, 93, 99, 953, 56, 58, 59, 62, 64, 67, 90, 92, 93, 6012, 33), Condurăţeanu Eugen (5856, 60, 61, 65, 67, 68, 70, 71, 77, 93, 99, 918, 59), Ioniţă Gh. Ion (5860, 61, 65, 67, 68, 71, 77, 99, 910, 18, 21, 59), Mărăşescu Serghe (5852, 60, 61, 65, 67, 68, 71, 73, 77, 80, 87, 89, 921), Răcăşanu Gheorghe (5860, 61, 67, 68, 77, 921, 56, 58, 59, 62, 90, 92, 93), Stiapu Cătălin (5856, 60, 61, 65, 67—69, 71, 77, 80, 94, 99), Tocan Gabriel (5860, 61, 65—68, 71, 77, 80, 85, 87, 905, 21, 24, 59, 90).

NĂSĂUD. Ş.m. cl. XI. Pleş Gheorghe (5850, 52—55, 60—63, 65—67, 69—71, 74, 84, 87, 89—91, 93, 97), Prislopan Ovidiu (5856, 60, 61, 69, 71, 77, 93, 910, 17, 18, 34, 35, 49).

*

EVIDENŢIAŢI

Pînă la 15 noiembrie 1963 s-au mai evidenţiat ca rezolvitori de probleme din G.M.F.-B următorii:

1. *Popa I. Eugen* (cl. VIII s.m. 3 Iaşi), 2. *Voiculescu Dan* (cl. VIII s.m. 21 Bucureşti), 3. *Luca Ion* (cl. XI s.m. 4

Constanţa), 4. *Crişan Victor* (cl. XI s.m. 1 Aiud), 5. *Popescu Eleodor* (cl. X s.m. 1 Tr. Severin), 6. *Bena I. Dorin* (cl. X s.m. 1 Caransebeş), 7. *Georgescu George* (cl. X s.m. 1 Craiova), 8. *Dolteanu Temistocle* (absolvent Roman), 9. *Weinstein Jack* (cl. X s.m. 2 Rădăuţi), 10. *Horowitz Ossi* (absolvent Ocna Mureş), 11. *Dăncilă Ion* (cl. X s.m. 3 Sibiu), 12. *Mercioiu Constantin* (cl. XI lic. mil. Breaza), 13. *Mincinopschi Gheis* (student I. Polit. Bucureşti), 14. *Brinda Rodica* (cl. X lic. nr. 1 Lugoj), 15. *Biscă Octavian* (cl. X s. m. 1 Craiova), 16. *Popa Radu* (cl. XI s.m. Petroşeni), 17. *Cernicica Petre* (cl. XI s.m. 34 Bucureşti), 18. *Cosuleţ Dan* (cl. XI s.m. 1 Braşov), 19. *Dragotă Georgel* (cl. XI s.m. 2 Craiova), 20. *Vlase Aurelian* (cl. X s.m. Medgidia), 21. *Vasile Cornel* (absolvent Craiova), 22. *Spătaru Aurel* (cl. XI s.m. Pucioasa), 23. *Bălănescu Petru* (cl. XI s.m. 1 Piatra Neamţ), 24. *Bejancu Aurel* (student matematici Timişoara), 25. *Gropper Mircea* (cl. XI s.m. 2 Craiova), 26. *Ştefănescu Alexandra* (cl. VIII s.m. Moreni), 27. *Jurca Ion* (cl. X s.m. 1 Lugoj), 28. *Brădişteanu Adrian* (cl. XI s.m. Mediaş), 29. *Gasparic Călin* (cl. XI s.m. 1 Piatra Neamţ), 30. *Florescu Florian* (cl. IX s.m. Oraviţa), 31. *Cioroianu Mihai* (cl. VIII s.m. 1 Bucureşti), 32. *Logofătu C. Bogdan* (cl. VIII s.m. 36 Bucureşti), 33. *Florescu Ion* (cl. X s.m. 1 Bucureşti), 34. *Răduţă Ion* (cl. XI Mărăşeşti), 35. *Munteanu G. Mihai* (cl. XI s.m. 5 Braşov), 36. *Foale Titi* (cl. XI s.m. Buziaş Banat), 37. *Flamaropol Marigula* (cl. X s.m. 1 Bucureşti), 38. *Catană Ilie* (cl. X s.m. Sinaia), 39. *Ionescu Liana* (cl. VIII s.m. 1 Ploieşti).

*

OBIRŞA VECHE. Şc. de 8 ani. cl. VII. Flotescu Veronica (E: 1979, 93, 2001, 04, 08—12).

OCNA MUREŞ. Absolvent *Horowitz Ossi* (5814—23, 26—30, 33—35, 42, 44, 46, 48, 50, 52—65, 67, 68, 70—73, 75, 78, 80, 84, 87, 90, 95—99, 900, 01, 08, 08—10, 13—18, 29, 31—33, 35, 42, 44, 51, 52, 54—59, 61, 62, 64, 66—71, 73, 76, 78, 81, 85, 88—94).

ODOBEŞTI. Şc. m. cl. X. Păncescu Adriana (5850—52, 60—63, 76, 79, 88, 93, 98, 904, 09, 21, 26, 43, 44, 46, 51, 56, 64, 76, 90, 92).

ODORHEI. Şc. m. cl. IX. Hadnay Eszter (5496, 98, 526, 32, 52, 91) Kiss Peter 5452, 77, 91, 96, 532, 36, 52).

ONEŞTI. Şc. m. cl. X. Timaru Teodor (5860, 71, 77, 82, 921, 29, 76, 78, 79, 90—92).

ORADEA. Şc. m. 1 cl. VIII Bara Gheorghe (E: 1993, 2001, 04, 05, 07, 09—11, 16—18, 21, 23, 24; 5818, 21, 80), cl. X. Memetea Ovidiu (5850—53, 60, 61, 65, 66, 68, 69, 82, 94), Weiss Petru (5851—53, 60, 61, 67—70, 82, 90, 94), cl. XI Koruhauser Alex. (5851—56, 60, 61, 63, 67—71, 94, 98), *Şc. m. 4* cl. X. Bălan Ivan (5851—53, 55, 60, 61, 67—70, 73, 77, 81, 82, 94), cl. XI. Berger Gavril (5850, 52, 54—56, 60, 61, 65, 67, 71, 77, 935, 49), Filip Gheorghe (5898, 917, 18, 35, 38, 64, 65, 68, 70, 6006, 07, 33).

ORAVIŢA. *Şc. m.* cl. VIII Novăcescu Constantin (E: 1966, 88—90, 95—97, 2002, 09), cl. IX. *Florescu Florian* (E: 2001, 02, 04—06, 08—11, 13, 16—18, 20—25, 27—29, 32, 33, 35, 38, 40, 41; 5850, 51, 60, 61, 70, 89, 951, 52, 58, 77, 79).

ORĂŞTIE. Şc. m. cl. XI. Homorodean Ion (5850, 52, 55, 60, 61, 67, 68, 77, 80, 84, 918, 20, 35).

ORŞOVA. Şc. m. cl. VIII. Grozăvescu Adriana (E: 1990, 95, 2001, 09, 10, 14, 16, 18).

PANCIU. Şc. m. cl. VII. Albu Silviu (E: 2088, 09, 10, 22, 27, 29, 30, 33, 38, 40), Boiu Ioana (E: 2006, 21, 31, 42, 46, 47, 50, 52, 54; 5990), Cumpăneţ Elena (E: 2008, 10, 16, 21, 27, 29, 41, 43, 46, 50), Drăgan Diana (E: 2001, 02, 06, 08, 10, 11, 20, 27, 29, 33), Fătu Ion (E: 1990, 92, 95, 96; 2004, 06, 08, 09, 10, 11, 12, 16, 21; 5853, 60, 61, 66), Gabor Dan (E: 2005, 09, 11, 12, 14, 23, 28, 29, 30, 33, 40, 42, 43, 44, 45, 46, 48, 49, 50, 52, 56), Iorga Doina (E: 2016, 21, 29, 33, 38, 43, 46, 50, 52), Nistor Adriana (E: 2016, 21, 31, 42, 46, 47, 50, 52, 54; 5990), Pătrăşcanu Ana (E: 2010, 18, 21, 23, 29, 33, 34, 45, 46, 48), Popa Dan (E: 2001, 02, 08, 09, 10, 16, 21, 27, 29, 30), Popa Marcel (E: 2002, 08, 09, 10, 11, 12, 22, 23, 29, 33), Pardilă Adriana (E: 2002, 06, 08, 10, 11, 16, 20, 21, 23, 28, 29, 32), Rusu Traian (E: 2002, 06, 08, 10, 11, 16, 18, 22, 27, 29), Vasiliu Iancu (E: 2002, 06, 10, 27, 28, 32, 33, 38, 39, 41).

PĂTÎRLAGELE. Şc. m. cl. IX. Pavel Dumitru (5791, 5811, 42, 50, 51, 60, 61, 62, 63, 65, 66, 68, 69, 70, 77, 80, 94; 5900, 06, 07, 40, 20, 27, 44, 58, 59, 76, 78, 90, 93, 98), Andrei Titus (5850, 51, 62, 63, 65, 68, 70, 77, 80; 5953, 58, 59, 766, 68, 90, 93).

PREDEAL. Şc. m. cl. X. Ioniţă Maria (5879, 80, 82, 93, 96, 98; 5900, 26, 30, 42, 44, 53, 56, 58, 59, 62, 76, 78, 79, 81, 87, 90, 93; 6033).

PRISACANI. Şc. de 8 ani. cl. VII. Cristea Cecilia (E: 2022, 23, 28, 29, 31, 33, 36, 37, 38, 39, 41, 44, 46, 50, 2013, 20, 21, 22, 27, 31, 33, 41, 45, 48), Pirtac

Mariana (E: 2016, 18, 23, 29, 32, 34, 38, 42, 49, 50).

PUCIOASA. Şc. m. cl. VIII. Pavel Cristian (E: 2001, 02, 03, 04, 05, 06, 08, 09, 10, 11, 12, 16, 22; 5889, cl. XI. *Spătaru Aurel* (5850, 51, 52, 53, 54, 55, 60, 61, 62, 63, 64 6566, 67, 68, 69, 70, 71, 73, 74, 76, 77, 78, 81, 82, 84, 85, 86, 87, 89, 94, 98; 5900, 08, 17, 28, 35, 44, 45, 49).

PÎNCOTA. Şc. m. cl. VIII. Chebelcu Petru (2004, 06, 16, 18, 21, 23, 27, 28, 29, 33, 34, 38).

PIATRA NEAMŢ. Şc. m. 1. cl. XI. *Bălănescu Petru* (5850, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 60, 61, 65, 66, 67, 68, 69, 71, 77, 80, 81, 82, 85, 87, 89, 94; 5909, 14, 17, 18, 20, 21, 25, 26, 34, 42, 44, 50, 64, 75, 84, 86, 87). *Gasparic Călin* (5850, 51, 52, 53 54, 56, 60, 61, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 77, 82, 87, 94; 5901, 09, 10, 14, 17, 18, 20, 21, 25, 26, 36, 38, 44, 50, 67, 75, 81, 84, 86, 87).

PETROŞENI. Şc. m. cl. IX. Brună Aba (5900, 09, 44, 45, 52, 53, 62, 69, 88, 90, 93; 6007. Firescu Maria (5900, 09, 10, 44, 45, 53, 62, 88, 90). Popescu Adina (5900, 09, 10, 42, 44, 52, 53, 59, 62, 77, 90, 91), State Mariana (5900, 09, 10, 44, 45, 52, 53, 59, 62, 81, 88, 90), Teodora Onciu (2003, 04, 08, 09, 10, 11, 5850, 60, 61, 68, 96; 5952, 53, 59, 62, 76, 90, 91), cl XI. Meretz Nicolae (5910, 14, 35, 44, 76, 83, 96; 6007, 08, 20, 21, 30, 33, 34), *Popa Radu* (5814—24, 26—31, 34, 35, 37—44, 46, 48—53, 55, 56, 60—71, 84, 97), Popescu Lucian (5787; 5809, 21, 29, 30, 48, 50—52, 55, 67, 93; 5916, 54, 57—59).

PITEŞTI. *Şc. de 8 ani*, cl. VII A. Cosciug Alexandru (E: 1990, 92, 93, 95; 2009—11, 16), *Şc. m. 1*. cl. VI. Budău Octav (1981, 82, 86, 90, 98; 2009, 10, 16, 18, 22, 23), Păunescu Ştefan (E: 1981, 82, 83, 94; 2009—11), cl. VII. Cernătescu Carmen (2018, 20—23, 28, 29, 33, 36, 38), cl. VIII. Corbescu Mihai (E: 2044, 56, 58, 60, 62; 5998; 6022, 29), Moldoveanu Anca (E: 2016, 18, 21, 27, 28, 33, 38, 43, 46, 48), cl. IX. Giuglan Daniel (5851, 60, 61, 70, 77, 93), *Şc. m. 2* cl. VIII. Baia Doina (E: 2027, 28—30, 33, 38, 40, 43, 44, 45, 48, 49), Sima Maria (E: 2028, 33, 38, 40), Staicu Anton 2027—29, 33, 34, 38, 43, 45, 46, 48, 50, 56), Ştefan Ioan (E: 2028, 33, 38, 45, 48), Zimnicaru Victoria (E: 2029, 30, 33, 38, 42, 43, 46, 48).

PLOIEŞTI. *Şc. el. 1*. cl. VI B. Brenner Mircea (E: 1990, 95, 98; 2001, 9—12, 16, 18), *Şc. m. 1 I. L. Caragiale* cl. VI Gafiţeanu Liliana (E: 2001, 12, 14, 22, 23, 27, 29, 30, 33, 38, 42, 43, 54), Vasilescu Daniela (E: 2008, 09—11, 16, 18, 22, 23), cl. VII A. Alecsandrescu Manuela (E: 2027—30, 38, 41, 46, 48), Cristescu Olga (E: 2027—29, 32—34, 41), Marinescu Marilena (E: 2027—29, 33, 36, 38, 39), Nuţescu Adriana (E: 2016, 18, 21, 29, 32, 33, 38, 42), Stanicel Cristian (E: 2008—11, 16, 22, 33), Tămădoianu Daniela (E: 2028, 29, 33, 38, 41, 27, 16), cl. VII. Birescu Cristina (E: 2001, 06, 16, 18, 20, 21, 23, 27, 29, 33, 38). cl. VII. C. Dobrescu Laurenţiu (E: 2016, 18, 21, 22, 29, 33, 38, 39), Gafiteanu Carmen (E: 2001, 02, 05, 08, 12, 22, 26, 33), cl. VIII A. Alexandrescu Elena (E: 2001, 02, 08—11, 15, 16, 18, 21, 24, 33), cl. VIII Bilciurescu Doina (2016, 18, 23, 29), Breteanu Sabina (E: 2001, 15, 12, 14, 16, 18, 21, 22, 23, 27, 28, 29), Busoc Alina (E: 2001, 02, 04, 08, 09—12, 16, 24, 46, 48), Ciuleanu Constantin (E: 2001, 09—11, 15—17, 21, 25, 29, 33, 38), Chesculescu Constantin (E: 2001, 02, 04—06, 09—12, 16, 21, 23), Dumitrescu Marian (E: 2013—14, 16, 18, 23, 24, 28, 30, 35, 42, 43, 44, 47, 48, 49), Gavrilescu Ana (E: 2003, 04, 09, 10, 16—18, 28, 29, 20, 27, 32, 33, 35, 42, 43, 44, 45, 47), Lorensoln Marian (E: 2001, 02, 03 06, 09, 10—13, 19—21, 23), Miu Vasile (E: 2001, 02, 09—12, 15, 24, 31, 33, 38), Moraru Eleonora (E: 2001, 02, 04, 05, 08, 09—12, 24, 29, 33), Nicolescu Ana Amelia (E: 2001, 02, 05, 06, 09—12, 18, 24, 27, 28, 31, 33), Patriciu Alexandra (E: 2001, 02, 04, 05, 08, 09—12, 15, 24, 38), Prebiceanu Minodora (E: 2016, 21, 24, 28, 31, 35, 38, 43, 48), Simion Gheorghe (E: 2005, 08, 12, 13, 20, 21, 23—25, 27—29, 33, 38, 5850, 51, 80), Roman Dan (E: 2001—05, 09, 11, 16—18, 23), State Adrian (E: 2001—06, 08—12, 15, 24), Şerban Dima (E: 2000, 09, 10, 15, 16, 17, 21, 25, 29, 33, 38), Zamfirescu Alina (E: 2001, 02, 15, 08—11, 15, 16, 21, 24), Zamfir Cristina (E: 2001, 02, 04, 09—12, 15, 16—18, 24), *cl. VIII*. Cireş Beatrice (E: 2027—29, 32, 33, 35, 42, 44).

ERATA — La problema E: 2601 se va adăuga: laturile fiind în progresie aritmetică. (Semnalat de Parascan Ion, Moineşti).

— La problema 6151 primul egal se va înlocui prin diferit ($\neq$).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai mute metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.-B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate, corect rezolvate și citeț semnate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 10 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E: VII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

Se mai pot trimite soluții și la următoarele probleme de matematică publicate în G.M.F.-B: 6056—71, 74—78, 90—120 și E: 2055—56, 58—61, 64—79.

OLIMPIADELE DE MATEMATICĂ, FIZICĂ ȘI CHIMIE — 1964

pentru elevii școlilor medii, profesionale, pedagogice și tehnice de maiștri:

Etapa regională: în primele trei zile ale vacanței de primăvară.
Etapa finală: în luna mai.
La fiecare etapă se cere materia indicată în G.M.F.-B, nr. 12/1963.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscut această publicație și altor colegi, pentru a se abona din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștrii să se aboneze de îndată pentru anul 1964 (12 numere). Costul este de 18 lei anual și 9 lei semestrial.

— Abonamentele se pot face prin oficiile poștale locale.

I. P. „Grafică Nouă" II — c. 11347

Index 41601

Lei 1,50

E 1426

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) martie 1964

3

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

Anul XV, (I) nr. 3 — martie 1964

SUMARUL

	pag
1. Gh. Țițeica de prof. univ. C. Ionescu-Bujor	97
2. Cîteva reprezentări grafice de M. I. Focșeneanu	100
3. Note matematice de Corneliu Georgescu, Craiova	106
4. Rezultatul întrecerii privind activitatea extrașcolară a cercurilor de elevi din școlile medii la matematică și la fizică în 1963	109
5. Probleme rezolvate (5604, 5612, 5684, 5685, 5688, 5692, 5696, 5698; E: 1931, 1937, 1938, 1955)	110
6. Chestiuni de examen (6208—6222)	119
7. Probleme propuse (6223—6256)	122
8. Exerciții și probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 2108—2122)	128
9. Rubrica rezolvitorilor de probleme	130

ANUL XV (I) 3 MARTIE

COMITETUL DE REDACȚIE

Cristea I., asistent; *Dincă N.*, profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Țiu C.*, profesor, redactor șef adjunct; *Kiss E.*, conf. univ. (Cluj); *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Mușat I.* prof.; *Păvîțu M.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor șef; *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Țene L.*, profesoară.

REDACȚIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — București 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondența privitoare la activitatea matematică a școlilor, precum și orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

ORSZÁGOS MÚSZAKI KÖNYVTÁRÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) nr. 3 martie 1964

GHEORGHE ȚIȚEICA

Prof. univ. *CONSTANTIN IONESCU-BUJOR*

La 5 februarie s-au împlinit 25 de ani de la moartea profesorului Gheorghe Țițeica, savantul geometru, care a activat neobosit pentru fundarea și dezvoltarea școlii matematice romînești. El a desfășurat o muncă rodnică și la Gazeta matematică, încă de la începuturile ei, timp de peste patru decenii, contribuind la ridicarea nivelului învățămîntului matematicii din țara noastră.

Gheorghe Țițeica, fiul muncitorului mecanic Radu Țițeica s-a născut la 17 octombrie 1873, în Turnu Severin. Luptînd cu greutățile materiale, ca toți copiii de muncitori care în anii regimului burghezo-moșieresc se avîntau spre treptele superioare ale învățăturii, Gheorghe Țițeica termină după studii strălucite, liceul la Craiova și apoi secția de matematici a Universității din București.

Viața lui Gheorghe Țițeica este un minunat exemplu de activitate perseverentă și ordonată pusă în serviciul științei și al învățămîntului.

Însuflețit de pasiunea muncii și a creației științifice el continuă studiul matematicilor la Paris, iar în anul 1899 susține la Sorbona teza de doctorat în științele matematice, tratînd despre „Congruențele ciclice și despre sistemele triplu conjugate".

Gheorghe Țițeica își începe activitatea didactică în învățămîntul superior la 1 noiembrie 1899, la Facultatea de științe a Universității din București, unde a predat cursurile de Geometrie analitică și superioară, pînă la sfîrșitul vieții sale.

A fost un mare profesor. Lecțiile sale, înnoite în fiecare an, aveau o claritate, o limpezime cristalină. Ele erau un izvor bogat de reflexii și de

idei pentru studenții săi, un model de măiestrie pedagogică, pe care l-au avut mereu prezent în amintire acei care s-au îndreptat spre meșteșugul didactic.

În anul 1928, după retragerea la pensie a profesorului David Emanuel, Gheorghe Țițeica este chemat să predea și cursul de Analiză matematică la Școala politehnică din București.

Gheorghe Țițeica a fost un savant de renume mondial. Creația sa matematică în domeniul geometriei diferențiale a curbelor și a suprafețelor este bogată și valoroasă. A publicat în periodicele de matematici superioare din țară și din străinătate, în actele Congreselor internaționale de matematici, un număr de 96 memorii și note cuprinzînd rezultatele cercetărilor sale în domeniul matematicii.

Gheorghe Țițeica a scris un tratat despre Geometria diferențială proiectivă a rețelelor, lucrare apărută în limba franceză în anul 1923. Această interesantă operă a fost reeditată de Academia R.P.R.

Datorită importantei contribuții adusă, prin lucrările sale, la dezvoltarea geometriei, Țițeica a avut un înalt prestigiu științific și o înaltă prețuire din partea specialiștilor. O expresie a acestei prețuiri este invitația de a colabora la colecția franceză de publicații matematice în care apar sinteze asupra problemelor și domeniilor noi ale matematicii, colecție intitulată Memorial des Sciences Mathématiques. În această colecție elaborată de savanți iluștri, publică Gheorghe Țițeica, în anul 1931, o fasciculă intitulată Introducere la geometria diferențială proiectivă a curbelor, unde sînt cuprinse — în parte — lecțiile pe care el le ținuse la Sorbona în ianuarie 1926.

Vedem că prin opera sa, Țițeica se numără printre oamenii de știință romîni care au contribuit la dezvoltarea patrimoniului științei universale și au făcut astfel cunoscută peste hotare capacitatea creatoare a poporului nostru.

Lucrările matematice ale lui Gheorghe Țițeica, alături de acelea ale lui Dimitrie Pompeiu și Traian Lalescu sînt temelia pe care s-a format și a crescut școala matematică românească, această școală care astăzi dusă mai departe de puternice personalități științifice, foști studenți ai celor trei savanți, ocupă un loc important și unanim recunoscut peste hotare, în complexul creației științifice mondiale.

Vom înțelege mai bine prestigiul pe care îl avea opera științifică a savantului Țițeica în lumea specialiștilor, atît din aprecierile făcute de aceștia în diferite ocazii, cît și din o serie de manifestări publice.

Astfel Gheorghe Țițeica a fost invitat să țină cursuri asupra problemelor noi ale geometriei diferențiale la Sorbona. El a primit președinția secției de geometrie la mai multe congrese internaționale de matematici. În anul 1930 a fost ales membru corespondent al Academiei din Maryland, apoi membru al Societății de științe din Varșovia și doctor honoris causa al Universității din Varșovia. În mai 1913 a fost ales membru al Academiei Romîne, în locul devenit vacant prin moartea lui Spiru Haret, iar din 1929 Secretar General al Academiei.

Gheorghe Țițeica a fost în mai multe rînduri președinte al Societății Matematice din Romînia și al Societății Romîne de Științe.

Dar paralel cu o bogată activitate științifică și didactică, Gheorghe Țițeica a depus multă muncă și stăruință în direcția ridicării nivelului cultural al maselor, în acțiunile de popularizare a științei. El a condus de mai multe ori Asociația Romînă pentru înaintarea și răspîndirea științelor și a ținut numeroase conferințe cu caracter științific. Însemnată este preocuparea sa pentru lărgirea orizontului științific al tineretului din licee, realizînd acest obiectiv prin fundarea revistei Natura și participînd intens la publicarea Gazetei matematice.

Gazeta matematică a luat ființă la 15 septembrie 1895, din inițiativa unui grup de 5 ingineri cu scopul de a dezvolta cunoștințele de matematici și interesul pentru matematici la elevii liceelor care doreau să urmeze școala națională de poduri și șosele din acel timp sau facultățile de științe ale Universităților.

Acestui grup de ingineri i se alătură la 1 noiembrie 1895 tînărul profesor Gheorghe Țițeica. De la această dată, pînă la finele vieții sale, Gheorghe Țițeica a activat în redacția Gazetei matematice, contribuind la perfecționarea continuă a revistei și la educarea științifică a elevilor, ajutînd prin experiența sa de învățămînt munca metodică și de conținut a profesorilor din licee, susținînd împreună cu ceilalți redactori o mare parte din cheltuielile necesare pentru apariția revistei. Timp de aproape 44 de ani, Țițeica a fost unul dintre stîlpii Gazetei matematice care au militat alături de alți colaboratori pentru apariția neîntreruptă și regulată a revistei, pentru lărgirea cunoștințelor de matematici, pentru formarea spiritului științific în rîndul elevilor. Gheorghe Țițeica a publicat în Gazeta matematică 43 de articole de matematici, un număr însemnat de note și de probleme propuse. A fost examinator la Concursurile anuale organizate de Gazetă și a întocmit rapoartele asupra rezultatelor acestor concursuri, cu precizia și minuțiozitatea caracteristică muncii sale.

Gheorghe Țițeica a completat activitatea de pregătire a elevilor la matematici dusă în paginile Gazetei matematice, cu lucrări publicate în Biblioteca Gazetei matematice, *avînd același obiectiv: o mai temeinică pregătire la matematici a elevilor.*

Astfel, împreună cu Ion Ionescu, Andrei G. Ioachimescu și Vasile Cristescu elaborează Culegerea de probleme de aritmetică, geometrie, algebră și trigonometrie, *apărută în anul 1901.*

Elaborează și publică împreună cu Andrei G. Ioachimescu, în anul 1912 Culegerea de probleme de mecanică și geometrie analitică.

Apoi, dezvoltînd partea de geometrie, apărută în Culegerea din 1901, Gheorghe Țițeica realizează un volum cu probleme de geometrie: Culegerea de probleme de geometrie, *care apare în 1929. Completată de foștii studenți ai lui Țițeica la edițiile următoare această lucrare a fost publicată în* Biblioteca Societății de științe matematice din R.P.R. *în a IV-a ediție.*

De asemenea din Culegerea publicată în 1912, Țițeica a desprins partea de geometrie analitică și amplificînd-o, a dat Culegerea de probleme de geometrie analitică, *apărută în 1939, completată cu un al doilea volum în anul 1944 de profesori, foști studenți ai săi.*

Chiar această sumară prezentare a muncii desfășurată de Gheorghe Țițeica la Gazeta matematică, reliefează clar entuziasmul cu care a muncit

acest mare profesor și distins savant pentru pregătirea științifică a tineretului din școli.

Gheorghe Țițeica și-a consacrat viața progresului științei și dezvoltării culturii în Romînia. Devotamentul cu care el a slujit școala și știința, prețuirea pe care el a acordat-o muncii sînt un exemplu de urmat pentru tineretul nostru studios.

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

CITEVA REPREZENTĂRI GRAFICE A UNOR TRANSFORMĂRI DE FUNCȚII

de *M. I. FOCȘENEANU*

Vom studia reprezentările grafice ale funcțiilor $z_1 = e^{f(x)}$ și $z_2 = e^x f(x)$ în legătură cu funcția $y = f(x)$, (generalizare a exercițiilor nr. 88, 89 și 90 din cursul „Elemente de analiză matematică" pentru clasa a XI-a reală, pag. 229).

Funcția z_1 este transformata exponențială a lui y, iar z_2 un caz particular al transformării produs $z_2 = \varphi_0 f(x)$, în care $\varphi_0 = e^x$.

I. *Funcția* $z_1 = e^{f(x)}$. Funcția fiind pozitivă, graficul nu taie Ox. Vom considera în schimb, punctele în care intersectează dreapta $z = 1$, date evident de $f(x) = 0$. Dreapta $z = 1$ o vom numi *dreaptă asociată* clasei curbelor z_1. Așadar, z_1 taie dreapta asociată în puncte situate pe aceleași ordonate cu intersecțiile curbei y cu Ox.

Asimptotele verticale sînt date de valorile finite a_i, atunci cînd $f(a_i \mp \varepsilon) \to \infty$, deoarece în acest caz $z_1 \to \infty$. În cazul cînd $f(a_i \mp \varepsilon) \to -\infty$, iar $z_1 \to 0$, curba z_1 are un punct $A_i(a_i)$ pe Ox, adică punctelor asimptotice ale curbei y corespund pe curba z_1 intersecțiile lui Ox cu asimptotele respective. Putem spune că transformarea exponențială transformă punctele de la infinit în ele însele sau în puncte ale axei Ox. Să precizăm aceste puncte.

Dacă $f(a_i - \varepsilon) \to \mp \infty$ și $f(a_i + \varepsilon) \to \pm \infty$ (semnele corespunzîndu-se, atunci z_1 are în A_i un *punct de salt* (săritură) $(0, \infty)$ sau $(\infty, 0)$

Dacă $f(a_i \mp \varepsilon) \to -\infty$ și $f'(a_i) \to \pm \infty$ vom găsi limita lui z'_1 scriind $z'_1 = \dfrac{f'}{e^{-f}}$ sau $\dfrac{1}{f'} \cdot z'_1 = \dfrac{1}{e^{-f}}$ și derivînd în raport cu x:

$$-\frac{f''}{(f')^2} \cdot z'_1 + \frac{1}{f'} \cdot z''_1 = \frac{f' \cdot e^{-f}}{e^{-2f}}$$

după care, ținînd seama că $\dfrac{1}{f'} \to 0$ obținem:

$$\lim z'_1 = \lim \frac{(f')^2}{e^{-2f}} \lim \frac{-f' \cdot e^{-f}}{f''} = (\lim z'_1)^2 \cdot \lim \frac{(e^{-f})'}{(f')'}$$

deci

$$\lim z_1' = \lim \frac{(f')'}{(e^{-f})'} = \lim \frac{f''}{f' \cdot e^{-f}} . \qquad (1)$$

Deosebim două cazuri : dacă $f'' \to a$ (finit), $\lim z_1' = 0$ și curba z_1 are în $A(a)$ un *punct de minim asimptotic* pe care nu-l atinge niciodată ; dacă $f'' \to \infty$ aplicînd mai departe regula de la (1) găsim

$\lim\limits_{x \to a_i} z'_1 = -\lim \dfrac{f'''}{(f'' - f'^2)e^{-f}}$ din care se vede că dacă $\dfrac{f'''}{f'' - f'^2} \to a$ finit) atunci $z_1' \to 0$ și curba z_1 are în $A_i(a_i)$ tot un punct de minim asimptotic, iar dacă $\dfrac{f'''}{f'' - f'^2} \to \pm \infty$ avem formă fără sens.

Dacă y are asimptote orizontale, $\lim\limits_{x \to \pm \infty} f = b$ (finit) și $\lim z_1 = e^b$ adică și z_1 va avea asimptote orizontale sau nu, după cum $\lim \dfrac{y}{x} = m$ (finit) sau ∞ ; căci $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{z_1}{x} = \lim \dfrac{e^{\left(\lim \frac{f}{x} \cdot x\right)}}{x} = \lim \dfrac{e^{mx}}{x} = \infty, (m > 0)$ sau 0, $(m < 0)$.

Extremele se obțin din $z_1' = e^f \cdot f' = 0$, din care se vede că extremele E_i ale lui z_1 corespund rădăcinilor ecuației $f' = 0$, adică sînt situate pe aceleași ordonate cu extremele e ale lui y. Deoarece pentru un interval dat avem $z'_1 = y' \cdot e^y$ cele două derivate au același semn, adică z_1 și y sînt simultan crescătoare sau descrescătoare în acel interval.

Inflexiunile sînt date de $z_1'' = 0$, adică de ecuația $f'^2 + f'' = 0$.

Dacă $f'' = 0$, $z_1'' \neq 0$ și deci punctele de inflexiune ale lui z_1 nu sînt pe aceleași ordonate cu ale lui y, iar concavitatea sa în punctele de inflexiune ale lui y este spre y pozitiv.

Dacă simultan $f' = f'' = 0$ avem $z''_1 = 0$, adică inflexiunile celor două curbe sînt pe aceleași ordonate, numai în cazul cînd tangentele de inflexiune sînt paralele cu Ox.

Graficele funcțiilor y și z_1 se pot prezenta în parte, ca mai jos : în figura 1, curba are numai puncte de minim asimptotice ; în figura 2 curba are puncte de minim asimptotic și de salt; în figura 3 curba are numai puncte de salt ; în figura 4 curba nu are nici puncte de minim asimptotic, nici de salt.

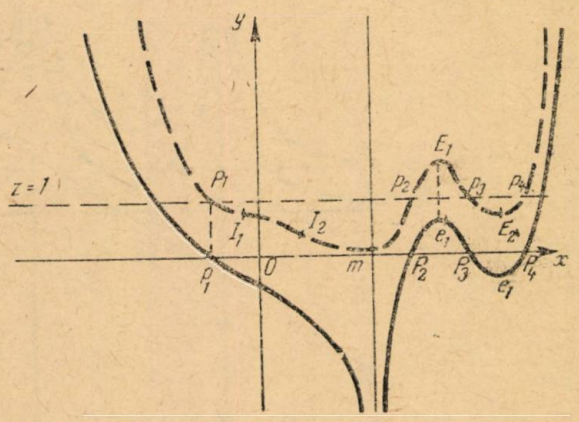


Fig. 1

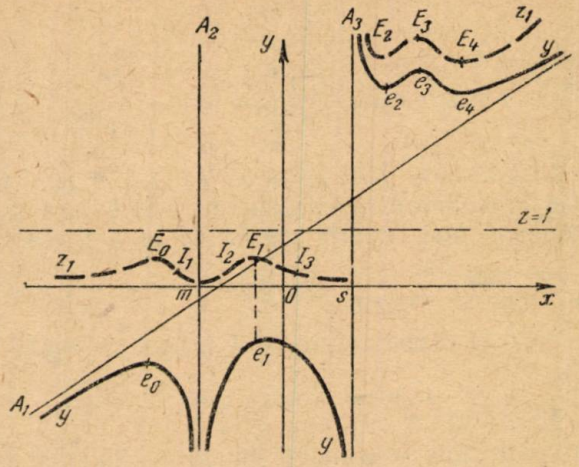


Fig. 2.

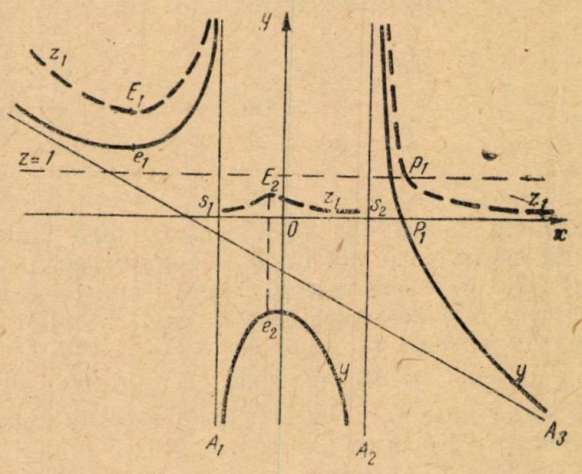


Fig. 3.

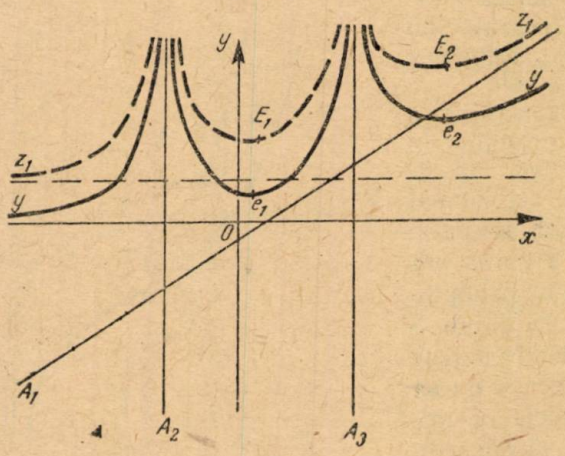


Fig. 4

Să reprezentăm una din aceste funcții, $z_1 = e^y$ în care $y = \frac{x^3}{x-2}$.

a) *Graficul funcției y.* ($x \in R-2$). — Curba are în origine un punct și asimptota verticală $x=2$. Nu are asimptotă oblică pentrucă $\lim \frac{y}{x} = \infty$ cînd $x \to \infty$. Extremele sînt date de $y' = \frac{2x^2(x-3)}{(x-2)^2} = 0$, adică $x'_{1,2} = 0$ și $x'_3 = 3$.

Pentru $x < 3$, $y' < 0$ și funcția este strict descrescătoare, iar pentru $x > 3$ strict crescătoare.

Inflexiunile se găsesc din $y'' = \frac{2x(x^2-6x+12)}{x-2} = 0$ cu singura rădăcină reală $x''_1 = 0$, care arată că originea este punct de inflexiune, cu tangenta Ox.

Pentru $x < 0$, $y'' > 0$; pentru $0 < x < 2$, $y'' < 0$ și cînd $x > 2$, $y'' > 0$.

Tabelul variației este următorul:

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
y'				$-$		0	$-$	$-$	0	$+$	
y''				$+$		0	$-$		$+$		
y	∞	$\searrow$	2	$\searrow$	0	$\searrow -\infty$		$+\infty$	$\searrow 27$	$\nearrow$	$+\infty$
					inflex.				min		

Graficul este pe figura 5, cu linie continuă.

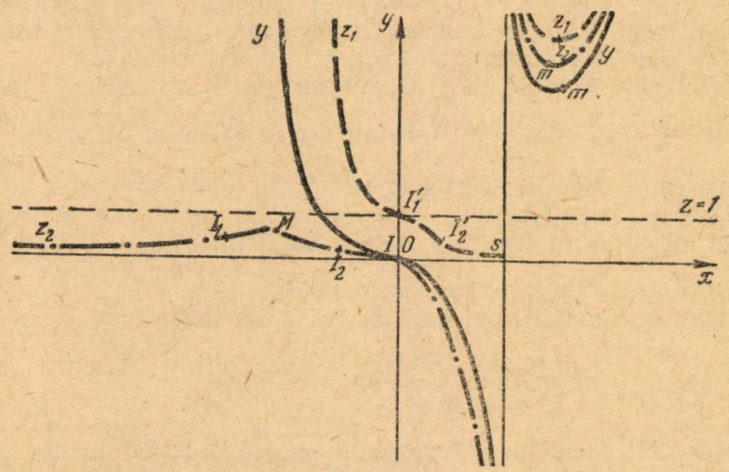


Fig. 5

b) *Graficul funcției* z_1; $(x \in R-2)$. Cînd $f(2-0) \to 0$ curba are un *punct de salt*. Are o simptotă $x=2$. Asimptote oblice nu are pentrucă $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{z_1}{x} = \infty$. Avem $\lim\limits_{x\to-\infty} z_1 = \infty$ și $\lim\limits_{x\to\infty} z_1 = \infty$.

Extremele sînt date de $z_1' = \frac{2x^2(x-3)}{(x-2)^2} \cdot e^y$, adică $x'_{1,2} = 0$ și $x'_3 = 3$.

Semnele derivatei z'_1 sînt cele ale derivatei y'.

Inflexiunile corespund rădăcinilor lui $z_1'' = 2x \cdot e^y \cdot g(x)$ în care

$$g(x) = \frac{2x^5 - 12x^4 + 19x^3 - 8x^2 + 24x - 24}{(x-2)^3}$$

cu rădăcinile reale $x_1'' = 0$ și $x_2'' \approx 0{,}8$. Punctul I_1' în care dreapta asociată taie Oy este inflexiune în care tangenta este chiar această dreaptă.

Cînd $x<0$, $z_1''>0$; dacă $0<x<2$, $z_1''<0$, iar cînd $x>2$, $z_1''>0$.

Tabelul de variație este cel de mai jos :

x	$-\infty$		-2		0		$0{,}8$		2		3		$+\infty$
z'			$-$		0		$-$				$-$	0	$+$
z''			$+$		0		$-$	0	$+$		$+$		
z	∞	$\searrow$	e^2	$\searrow$	1	$\searrow$	$0{,}6$	$\searrow$	0	$\infty\searrow$	e^{27}	$\nearrow$	$+\infty$
					inflex.				salt		min		

Graficul lui z_1 este pe figura 5 punctat.

II. *Funcția* $z_2 = e^x \cdot f(x)$. Funcția produs $z = \varphi_0 \cdot f(x)$ în care φ_0 este o funcție dată care se numește *multiplicator*, definește o transformare care, pentru $\varphi_0 = k$ (constant) se reduce la una cunoscută.

În cazul cînd $\varphi_0 = k$, dacă M este un punct al curbei $y = f(x)$ și M' corespondentul său, ordonata MM' taie Ox în m astfel că avem $\frac{Mm}{M'm} = k$. Transformarea se zice în acest caz, *afină*, iar cînd $k=-1$ este *simetrie*.

În cazul $\varphi_0 = e^x$ curba $z_2 = e^x \cdot f(x)$ are ca puncte pe Ox, cele ale lui y în afară de cazul cînd $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$ și $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$. Pe axa Oy se intersectează cu curba y în aceleași puncte.

Asimptotele verticale sînt cele ale lui y. Deoarece

$$\lim_{x\to\infty} \frac{z_2}{x} = \lim e^x \cdot \lim \frac{f}{x}$$

asimptotelor oblice ale lui y corespund puncte ordinare lui z_2.

Extremele sînt date de $z' = e^x (f + f')$. Dacă $f = 0$ este o ecuație

algebrică cu toate rădăcinile reale, se știe că $f+f'=0$ are de asemeni rădăcini reale și sînt separate de ale primei ecuații. Cum pentru $f=0$ avem $z_2' \neq 0$, rezultă că în cazul acesta extremele lui z_2 sînt separate de cele ale lui y.

Extremele lor sînt de aceleași ordonate, numai cînd $f=f'=0$, adică în punctele în care curba y este tangentă la Ox.

Inflexiunile sînt date de $z_2''=e^x(f+2f'+f'').=0$. Ca și pentru extreme, nu se pot face preciziuni decît în cazul cînd $f=0$ este ecuație algebrică.

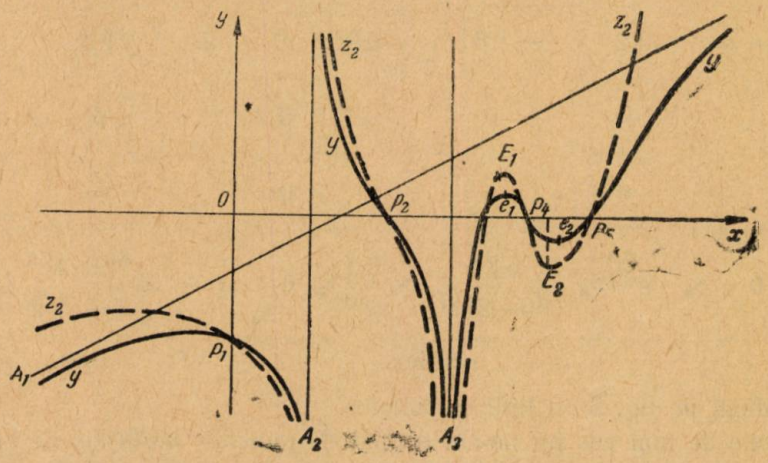


Fig. 6

Atunci ecuația $f+2f'+f''=0$ are rădăcini reale, dacă $f=0$ are toate rădăcinile reale.

Inflexiunile lor nu sînt pe aceleași ordonate, căci pentru $f''=0$, $z_2'' \neq 0$.

Dacă avem $f(x)=e^{-x}$ se obține dreapta asociată $z=1$. Transformarea studiată aici scoate în evidență importanța dreptei asociate.

Pe baza celor de pînă aici graficul lui z_2 se poate prezenta ca în fig. 6, în cîteva din cazurile posibile.

Pentru exemplificare să luăm funcția $z_2=e^x\dfrac{x^3}{x-2}$, pentru domeniul $R-2$

Funcția $z_2=0$ dacă $x_{1,2,3,}=0$ iar asimptotele sînt $x=2$ și $y=0$. În adevăr, pentru $x\to-\infty$, eliminînd nedeterminarea găsim $z_2\to 0$.

Extremele sînt rădăcinile ecuației

$$f+f'=\frac{x^2(x^2-6)}{(x-2)^2}, \text{ adică } x_{1,2}'=0 \text{ și } x_3'=\pm\sqrt{6}.$$

Pentru $-\sqrt{6}<x<\sqrt{6}$, $z_2'<0$ și z_2 descrește, iar pentru $x\in(-\infty,-\sqrt{6})\cup(\sqrt{6},\infty)$ avem $z_2'>0$ și z_2 crește.

Inflexiunile se găsesc rezolvînd ecuația

$$f+2f'+f''=x\frac{x^4-14x^2-12x-24}{(x-2)^2}=0$$

care are o rădăcină zero și alte două în intervalele $(-4, -3)$ și $(-1,0)$, celelalte fiind complexe. Rădăcinile negative cu aproximație mai mică decît 0, 1 au valorile $-3{,}2$ și $-0{,}9$. Curba are trei puncte de inflexiune, din care cel din origină are tangenta Ox.

Concavitatea este către z negativ pentru intervalele $(-3{,}2\,;\ -0{,}9)$ și $(0,2)$ în rest fiind inversă.

Tabelul variației se arată mai jos :

y	$-\infty$	$-3{,}2$	$-\sqrt{6}$	$-0{,}9$	0	2	$\sqrt{6}$	$+\infty$
z'		$+$	0	$-$	0	$-$	0 $+$	
z''	$+$	0	$-$	0	$+$	0 $-$	$+$	
z	0 $\searrow$	$e^{\frac{6,3}{3,2}}$ $\searrow$	$\frac{6\sqrt{6}}{(\sqrt{6}+2)e^{\sqrt{6}}}$ $\searrow$	$\frac{0,3}{e^{0,9}}$ $\searrow$	0 $-\infty$ $\searrow$		$+\infty$ $\searrow$ $\frac{6\sqrt{6}\cdot e^{\sqrt{6}}}{6-\sqrt{2}}$ $\nearrow$	$+\infty$
			inflex.				min.	

Graficul pe fig. 5 cu linii și puncte.

În cele de mai sus nu ne-am ocupat de *punctele multiple* ale curbelor transformate, adică acele puncte prin care trec mai multe ramuri ale curbelor și tangentele în aceste puncte, care le caracterizează în mod esențial.

NOTA MATEMATICĂ

RELAȚIA ÎNTRE LATURA l_n A UNUI POLIGON REGULAT CU n LATURI ȘI RAZA R, A CERCULUI CIRCUMSCRIS

Dacă o coardă $AB = l_n$, atunci arcul $AB = \frac{360^\circ}{n}$ și $l_n = 2R \sin \alpha$, unde $\alpha = \frac{180^\circ}{n}$, deci $\sin \alpha = \frac{l_n}{2R}$.

Plecăm de la formula lui *Moivre* :

$$(\cos \alpha + i \sin \alpha)^n = \cos n\alpha + i \sin n\alpha.$$

Dezvoltînd, după binomul lui *Newton*, membrul întîi și egalînd coeficienții lui i avem :

$$C_n^1 \cos^{n-1} \alpha \cdot \sin \alpha - C_n^3 \cos^{n-3} \alpha \cdot \sin^3 \alpha + C_n^5 \cos^{n-5} \alpha \cdot \sin^5 \alpha - \ldots$$

$$\ldots \pm \sin^n \alpha = \sin n\alpha = \sin 180^\circ = 0.$$

Fie $n = 4k \pm 1$. Împărțind cu $\sin \alpha$, obținem :

$$C_n^1 \cos^{n-1}\alpha - C_n^3 \cos^{n-3}\alpha \cdot \sin^2\alpha + \ldots \pm \sin^{n-1}\alpha = 0 \qquad (1)$$

sau:

$$C_n^1 \cos^{n-1}\alpha \cdot \sin\alpha - C_n^3 \cos^{n-3}\alpha \cdot \sin^3\alpha + \ldots + C_n^{n-1} \cos\alpha \sin^{n-1}\alpha = 0.$$

Pentru $n=4k+2$, și împărțind peste tot cu $\cos\alpha \sin\alpha$, obținem:

$$C_n^1 \cos^{n-2}\alpha - C_n^3 \cos^{n-4}\alpha \cdot \sin^2\alpha + \ldots C_n^{n-1} \sin^{n-2}\alpha = 0 \qquad (2)$$

sau:

$$C_n^1 \cos^{n-1}\alpha \cdot \sin\alpha - C_n^3 \cos^{n-3}\alpha \cdot \sin^3\alpha + \ldots - C_n^{n-1} \sin^{n-1}\alpha \cos\alpha = 0.$$

Pentru $n=4k$, împărțim cu $\sin\alpha \cos\alpha$, obținem:

$$C_n^1 \cos^{n-2}\alpha - C_n^3 \cos^{n-4}\alpha \cdot \sin^2\alpha + \ldots - C_n^{n-1} \sin^{n-2}\alpha = 0 \qquad (3)$$

Dacă în egalitățile (1), (2), (3) înlocuim pe $\cos^2\alpha$ cu $1 - \sin^2\alpha$ și pe $\sin^2\alpha$ cu $\frac{l_n^2}{4R^2}$ obținem relația căutată.

Cu cît n este mai mare, cu atît calculele sînt mai anevoioase; dar dacă n și 180 nu sînt numere prime între ele este bine să facem simplificarea fracției $\alpha = \frac{180}{n}$.

Să considerăm următoarele cazuri:

1) Cînd $n=7$ avem $\sin\frac{180^\circ}{7} = \frac{l_7}{2R}$

$$\left(\cos\frac{180^\circ}{7} + i\sin\frac{180^\circ}{7}\right)^7 = \cos 180^\circ + i\sin 180^\circ.$$

Fiindcă $n=4k-1$ aplicăm formula (1):

$$C_7^1 \cos^6\alpha - C_7^3 \cos^4\alpha \sin^2\alpha + C_7^5 \cos^2\alpha \sin^4\alpha - C_7^7 \sin^6\alpha = 0$$

sau:

$$7(1-\sin^2\alpha)^3 - 35\sin^2\alpha(1-\sin^2\alpha)^2 + 21\sin^4\alpha(1-\sin^2\alpha) - \sin^6\alpha = 0,$$

$$64\sin^6\alpha - 112\sin^4\alpha + 56\sin^2\alpha - 7 = 0,$$

$$64\frac{l_7^6}{2^6R^6} - 112\frac{l_7^4}{2^4R^4} + 56\frac{l_7^2}{4R^2} - 7 = 0,$$

sau

$$l_7^6 - 7R^2 l_7^4 + 14 l_7^2 R^4 - 7R^6 = 0 \qquad (4)$$

2) Cînd $n=15$, $\alpha = \frac{180^\circ}{15} = 12^\circ$.

Este preferabil să nu aplicăm formula (1), ci să ne servim de egalitatea:

$$(\cos 12^\circ + i\sin 12^\circ)^5 = \cos 60^\circ + i\sin 60^\circ$$

. de unde:

$$C_5^1 \cos^4\alpha \sin\alpha - C_5^3 \cos^2\alpha \sin^3\alpha + C_5^5 \sin^5\alpha = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$5\sin\alpha(1-\sin^2\alpha)^2 - 10\sin^3\alpha(1-\sin^2\alpha) + \sin^5\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$32\sin^5\alpha - 40\sin^3\alpha + 10\sin\alpha - \sqrt{3} = 0$$

sau

$$l_{15}^5 - 5l_{15}^3 R^2 + 5l_{15} R^4 - R^5\sqrt{3} = 0 \qquad (5)$$

3) Pentru $n=18$, $\alpha = \frac{180^\circ}{18} = 10^\circ$. Folosim egalitatea: $(\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)^3 = \cos 30^\circ + i \sin 30^\circ$ găsim relația:

$$l_{18}^3 - 3l_{18}R^2 + R^3 = 0$$

din problema 5769 din nr. 5/1963 al G.M.F.-B.

4) Cînd $n=20$, $\alpha = \frac{180^\circ}{20} = 9^\circ$, $\sin 9^\circ = \frac{l_{20}}{2R}$

$(\cos\alpha + i\sin\alpha)^5 = \cos 45^\circ + i\sin 45^\circ$,

$$C_5^1 \cos^4\alpha \sin\alpha - C_5^3 \cos^2\alpha \sin^3\alpha + C_5^5 \sin^5\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$5\sin\alpha(1-\sin^2\alpha)^2 - 10\sin^3\alpha(1-\sin^2\alpha) + \sin^5\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

În același fel putem găsi o legătură între R și apotema a_n a poligonului regulat cu n laturi.

Să considerăm de exemplu, $n=9$. Avem: $\alpha = \frac{180}{9} = 20^\circ$;

$\cos\alpha = \frac{a_n}{R}$

$$(\cos\alpha + i\sin\alpha)^3 = \cos 60^\circ + i\sin 60^\circ;$$

de unde:

$$\cos^3\alpha - C_3^2 \cos\alpha \sin^2\alpha = \cos 60 = \frac{1}{2},$$

$$2\cos^3\alpha - 6\cos\alpha(1-\cos^2\alpha) - 1 = 0,$$

de unde

$$8a_9^3 - 6a_9 R^2 - R^3 = 0 \qquad (6)$$

Astfel de relații se pot găsi și altfel: pornind de la relația dintre l_n și R și punînd $l_n = 2\sqrt{R^2 - a_n^2}$.

Iată acum o legătură între aria S_n a poligonului regulat cu n laturi și raza R, în cazul $n=9$.

In general,

$$S_n = \frac{n l_n \cdot a_n}{2} = nR^2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{nR^2 \sin 2\alpha}{2}$$

Avem deci: $S_9 = \frac{9R^2}{2} \sin 40°$, de unde $\sin 40° = \frac{2S_9}{9R^2}$.

Pe de altă parte:

$$(\cos 40° + i \sin 40°)^3 = \cos 120° + i \sin 120°$$

și de aci:

$$C_3^1 \cos^2 40° \cdot \sin 40° - C_3^3 \sin^3 40° = \sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

sau:

$$6 \sin 40° (1 - \sin^2 40°) - 2 \sin^3 40° - \sqrt{3} = 0,$$

de unde

$$8 \sin^3 40° - 6 \sin 40 + \sqrt{3} = 0.$$

Rezultă: $8 \left(\frac{2S_9}{9R^2}\right)^3 - 6 \frac{S_9}{9R^2} + \sqrt{3} = 0,$

$$16 S_9^3 - 972 R^4 S_9 + 729 R^6 = 0 \qquad (7)$$

Corneliu Georgescu, Craiova

REZULTATUL ÎNTRECERII ÎNTRE ȘCOLILE MEDII DIN ȚARĂ PRIVIND ACTIVITATEA EXTRAȘCOLARĂ ȘI A CERCURILOR DE ELEVI LA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ ÎN ANUL 1963

La întrecerea din anul 1963 s-au primit fișele cu punctajul obținut, conform regulamentului întrecerii, de la 56 școli medii din țară.

I. *Pentru activitatea extrașcolară raportată la numărul de clase medii din școală* se premiază următoarele școli:

1. *Școala medie nr. 1 din Ploiești cu 23 clase medii*; 2. *Școala medie nr. 1 din Pucioasa cu 8 clase medii*; 3. *Școala medie nr. 3 din Sibiu cu 14 clase medii*; 4. *Liceul militar din Breaza cu 14 clase medii*; 5. *Școala medie nr. 1 București cu 32 clase medii*; 6. *Școala medie nr. 2 din Bîrlad cu 5 clase medii*; 7. *Școala medie nr. 1 din Constanța cu 18 clase medii*; 8. *Liceul nr. 1 din Lugoj cu 14 clase medii*; 9. *Liceul militar din Cîmpulung Moldovenesc cu 20 clase medii*; 10. *Școala medie nr. 2 din Ploiești cu 27 clase medii*; 11. *Școala medie nr. 1 din Aiud cu 7 clase medii*; 12. *Școala medie nr. 10 din București cu 10 clase medii*; 13. *Școala medie nr. 1 din Botoșani cu 13 clase medii*; 14. *Școala medie nr. 1 din Slănic (Ploiești) cu 6 clase medii*; 15. *Școala medie nr. 1 din Oradea cu 16 clase medii*; 16. *Școala medie nr. 2 din Botoșani cu 11 clase medii*; 17. *Școala medie nr. 2 din Sibiu cu 9 clase medii*; 18. *Școala medie din Rupea (Brașov) cu 6 clase medii*; 19. *Școala medie nr. 1 din Năsăud (Cluj) cu 9 clase medii*; 20. *Școala medie din Petroșeni (Hunedoara) cu 15 clase medii*; 21. *Școala medie nr. 3 din Iași cu 12 clase medii*; 22. *Școala medie nr. 1 din Lugoj cu 6 clase medii*; 23. *Școala medie*

nr. 1 din Buzău cu 18 clase medii; 24. Școala medie nr. 11 din București cu 19 clase medii; 25. Școala medie din Orșova cu 7 clase medii; 26. Școala medie nr. 2 din Craiova cu 24 clase medii; 27. Școala medie nr. 1 din Caransebeș cu 6 clase medii; 28. Școala medie din Anina (Banat) cu 6 clase medii; 29. Școala medie nr. 17 din București cu 25 clase medii; 30. Școala medie nr. 2 din Brăila cu 27 clase medii; 31. Școala medie din Trușești (Suceava) cu 8 clase medii; 32. Școala medie nr. 1 din Craiova cu 27 clase medii; 33. Școala medie din Panciu (Galați) cu 6 clase medii. 34. Școala medie nr. 13 din București cu 31 clase, *35. Școala medie nr. 2 din Tg. Jiu* cu 14 clase medii și *36. Școala medie nr. 1 din P. Neamț* cu 11 clase medii.

II. *Se menționează următoarele școli medii:*

1. Școala medie din Borșa (Maramureș) cu 6 clase medii; 2. Școala medie din Bolintinul din Vale (București) cu 7 clase medii; 3. Școala medie nr. 6 din Iași cu 13 clase medii; 4. Școala medie nr. 1 din Baia Mare cu 24 clase medii; 5. Școala medie nr. 1 din Vaslui (Iași) cu 14 clase medii; 6. Școala medie nr. 2 din Sighișoara cu 10 clase medii; 7. Școala medie nr. 1 din Focșani cu 12 clase medii; 8. Liceul din Roman cu 19 clase medii; 9. Școala medie nr. 1 din Giurgiu cu 32 clase medii; 10. Școala medie nr. 8 din Cluj cu 13 clase medii.

Regulamentul întrecerii pe anul 1964

Se consideră înscrise la întrecere, școlile medii din țară care trimit redacției „Gazetei Matematice" seria B, fișa cu totalizarea punctelor obținute, specificînd și numărul de clase medii (VIII, IX, X reală, a XI reală) care funcționează în anul școlar 1963—1964.

Regulamentul întrecerii are următorul punctaj:

a) Cîte un punct de fiecare problemă rezolvată și anunțată la rubrica rezolvitorilor în cele 12 numere ale G.M.-B pe 1964;
b) cîte 10 puncte de fiecare evidențiere elevilor școlii în 1964;
c) cîte un punct de fiecare elev participant la etapa locală a olimpiadei de matematică din 1964;
d) cîte 10 puncte de fiecare elev al școlii participant la etapa regională a olimpiadei de matematică în 1964;
e) cîte 30 de puncte de fiecare elev al școlii participant la etapa finală a olimpiadei de matematică în 1964;
f) cîte 50 de puncte de fiecare elev al școlii reușit la etapa finală;
g) cîte un punct de fiecare elev abonat pe 1964, la G.M.-B.;
h) cîte 5 puncte de fiecare ședință de cerc de matematică.

Fișa cu punctajul obținut de școala medie respectivă va avea viza direcției și ștampila școlii; va fi semnată de profesorii de matematică care au condus cercurile de elevi și se va trimite apoi redacției G.M.-B, după apariția nr. 11/1964 al G.M.-B.

La clasificarea școlilor se va ține seama de numărul de clase medii pe care le-a avut școala în anul 1963—1964. Completarea fișei cu activitatea elevilor în nr. 12/1964, se va face de către redacție.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5604

Să se simplifice fracția:

$$\frac{(x-2)^2(x-1)(x+3)-x(x-4)(x+1)^2}{(x-2)^2(x+1)(x-3)-x(x-4)(x-1)^2}$$

Zegheanu Petre, elev Breaza

Soluție dată de *Boicescu Vlad*, elev Craiova. Numărătorul fracției se mai poate scrie :

$$(x-2)^2\cdot(x^2+2x-3)-x\cdot(x-4)\cdot(x+1)^2=$$
$$=(x-2)^2\cdot(x+1)^2-4(x-2)^2-x\cdot(x-4)\cdot(x+1)^2=$$
$$=(x+1)^2\cdot[(x-2)^2-x\cdot(x-4)]-4(x-2)^2=$$
$$=4[(x+1)^2-(x-2)^2]$$

Numitorul fracției se mai poate scrie :

$$(x-2)^2\cdot(x^2-2x-3)-x\cdot(x-4)\cdot(x-1)^2=$$
$$=(x-2)^2\cdot(x-1)^2-4(x-2)^2-x\cdot(x-4)\cdot(x-1)^2=$$
$$=(x-1)^2\cdot[(x-2)^2-x(x-4)]-4(x-2)^2=4[(x-1)^2-(x-2)^2\cdot]$$

Făcînd raportul obținem :

$$\frac{4[(x+1)^2-(x-2)^2]}{4[(x-1)^2-(x-2)^2]}=F$$

Atît numărătorul cît și numitorul sînt diferențe de pătrate și vom putea transforma această diferență într-un produs de sumă prin diferență, deci :

$$F=\frac{(x+1+x-2)(x+1-x+2)}{(x-1+x-2)(x-1-x+2)}=\frac{3(2x-1)}{2x-3}$$

Problema 5612

Să arătăm că dacă p și n sînt două numere naturale, expresia $p^n+(p-2)(p-1)n-1$ *este divizibilă cu* $(p-1)^2$. *(În legătură cu problema 4591).*

T. Căsăndroiu

Soluție dată de *Acu Dumitru*, elev Năsăud. Vom demonstra prin metoda inducției complete. Pentru $n=1$ avem :

$$p+(p-2)(p-1)1-1=(p-1)(p-2+1)=(p-1)^2=\mathfrak{M}(p-1)^2.$$

Dacă pentru $n=k$, avem :

$$p^k+(p-2)(p-1)k-1=\mathfrak{M}(p-1)^2 \qquad (1)$$

să arătăm că și pentru $n=k+1$ avem :

$$p^{k+1}+(p-2)(p-1)(k+1)-1=\mathfrak{M}(p-1)^2.$$

Putem scrie succesiv, ținînd seama și de (1) :

$$p^{k+1}+(p-2)(p-1)(k+1)-1=$$
$$=p\cdot p^k+(p-2)(p-1)k+(p-2)(p-1)-1=$$
$$=(p-1)p^k+(p-2)(p-1)+[p^k+(p-2)(p-1)k-1]=$$

$$= (p-1)(p^k + p - 2) + \mathfrak{M}(p-1)^2 = (p-1)(p^k - 1 + p - 1) +$$
$$+ \mathfrak{M}(p-1)^2 = \mathfrak{M}_1(p-1)^2 + \mathfrak{M}(p-1)^2 = \mathfrak{M}(p-1)^2$$

rezultînd astfel valabilitatea celor din enunț.

Se mai observă că trebuie să avem $p \geqslant 3$ și dacă punem $p=6$ și $p=7$ găsim $6^n + 20n - 1 = \mathfrak{M}\,25$ și $7^n + 30n - 1 = \mathfrak{M}\,36$, tocmai relațiile problemei 4591.

Observație. Se observă că relația din enunț generalizează relațiile problemei 4591. Făcînd $p=n$ se obține $n^n + (n-2)(n-1)n - 1 = \mathfrak{M}(n-1)^2$ o relație funcție de un singur număr natural n.

Problema 5684

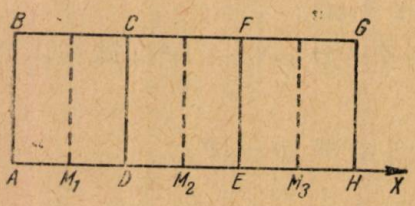
O ușă de troleibuz formată din trei dreptunghiuri coplanare, egale, ABCD, CDEF, EFGH se deschide prin rotațiile cu cîte un unghi drept, în sensuri contrarii ale dreptunghiurilor ABCD și EFGH respectiv, în jurul laturilor fixe AB și GH, latura CD menținîndu-se comună dreptunghiurilor ABCD și CDEF, iar latura EF a dreptunghiului CDEF fiind mobilă în planul inițial. O dreaptă de pe ușă situată inițial la distanța x de latura AB formează cu latura în jurul căreia se rotește, un dreptunghi care descrie volumul $y = f(x)$. *Se cere expresia funcției* $f(x)$.

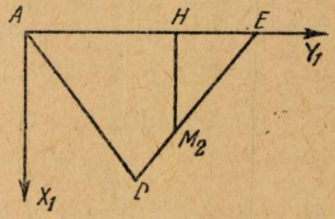
Gh. Cezar, student București

Soluție. — Pe axa AX fie $A(0)$, $D(a)$, $E(2a)$, $H(3a)$ și $M(x)$ intersecția cu AX a dreptei situate inițial la distanța x de latura $AB = h$. Fie cazurile:

a) Dacă M aparține dreptunghiului $ABCD$ atunci y este volumul unui sfert de cilindru circular drept de înălțime h și rază x: $y_1 = \dfrac{\pi h x^2}{4}$;

b) Fie M într-o poziție arbitrară în deschiderea ușii aparținînd dreptunghiului $CDEF$, (M_2). Fie $\alpha = \sphericalangle DAE = \sphericalangle DEA$, $(AD = DE = a)$;





$AD + DM_2 = x$; $M_2E = 2a - x$; $HM_2 = x_1 = (2a - x)\sin\alpha$; $AH = y_1 = AD = \cos\alpha + DM_2\cos\alpha = x$, deci $\dfrac{x_1^2}{(2a-x)^2} + \dfrac{y_1^2}{x^2} = 1$.

Deci AM descrie un sfert de elipsă de semiaxe $2a - x$, și x de arie $0{,}25\pi a(2a - x)$. Rezultă că y este volumul unui sfert de cilindru eliptic drept de înălțime h: $y_2 = \dfrac{\pi h x(2a - x)}{4}$.

c) Dacă M aparține dreptunghiului $RFGH$ atunci y este volumul unui sfert de cilindru circular drept de înălțime h și rază $3a-x$:

$$y_3 = \frac{\pi h(3a-x)^2}{4}$$

Dacă $x = a$, $y_1 = y_2$; dacă $x = 2a$, $y_2 \neq y_3$; deci există funcția:

$$y_I = \begin{cases} \dfrac{\pi h x^2}{4}, & \text{dacă } x \in [0, a] \\ \dfrac{\pi h x(2a-x)}{4}, & \text{dacă } x \in [0, 2a) \\ \dfrac{\pi h(3a-x)^2}{4}, & \text{dacă } x \in (2a, 3a] \end{cases}$$

și funcția

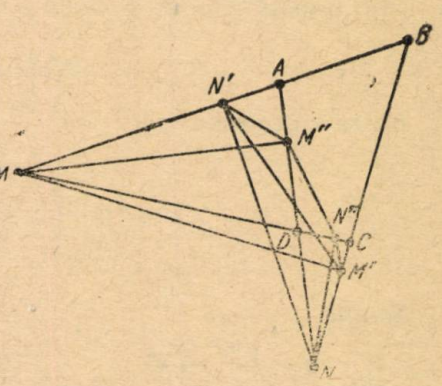
$y_{II} = \dfrac{\pi h a^2}{4}$ pentru $x = 2a$, reprezentînd volumul y în funcție de distanța x.

Funcția y_I este continuă pe $[0, 2a) \cup (2a, 3a]$ și discontinuă în $x = 2a$.

Problema 5685

Să se demonstreze că proiecțiile punctelor de intersecție a laturilor opuse ale unui patrulater convex pe laturile acestui patrulater sînt vîrfurile unui patrulater inscriptibil.

Iora S. Boris, elev Babadag



Soluție. — Fie M și N punctele de intersecție a laturilor opuse, iar M', M'', N' și N'' proiecțiile acestor puncte pe laturile patrulaterului $ABCD$.

Patrulaterul $MN'M''N$ este inscriptibil pentrucă $\sphericalangle MN'N = \sphericalangle MM'N = 90°$.

De asemeni patrulaterele $MM''M'N$ și $MN''M'N$ sînt inscriptibile din același motiv.

Rezultă că punctele M, N', M'', N'' M' și N sînt conciclice, în particular, patrulaterul $N'M''N''M'$ este inscriptibil.

Centrul cercului circumscris este mijlocul segmentului MN.

Problema 5688

Să se descompună în factori expresia:

$$E = a^3 + 3a^2n + 3an^2 + n^3 + 3a^2 + 6an + 3n^2 + 2a + 2n.$$

Victor Florescu, Rm. Vîlcea

Soluția I-a dată de *Ghițescu Mircea*, elev Breaza. Grupînd termenii, avem:

$$E = (a^3 + 3a^2n + 3an^2 + n^3) + (3a^2 + 6an + 3n^2) + (2a + 2n)$$

Se dau factorii comuni pe grupe și apoi factorul comun:

$$E = (a + n)(a^2 + 2an + n^2) + (a + n)(3a + 3n) + 2(a + n) =$$

$$= (a + n)(a^2 + 2an + n^2 + 3a + 3n + 2)$$

Grupînd termenii din paranteza a doua și dînd factorii comuni avem succesiv:

$$E = (a + n)[(a^2 + an + 2a) + (an + n^2 + 2n) + (a + n + 2)] =$$

$$= (a + n)[a(a + n + 2) + n(a + n + 2) + (a + n + 2)] =$$

$$= (a + n)(a + n + 1)(a + n + 2).$$

Soluția II. Grupînd termenii expresiei, cîte 4, 3, 2 în ordinea în care sînt scriși, obținem:

$$E = (a + n)^3 + 3(a + n)^2 + 2(a + n).$$

Considerăm expresia ca un polinom de gradul III în $(a + n)$.

Pentru descompunerea expresiei în factori, rezolvăm ecuația $E = 0$ în raport cu $(a + n)$. Rezultă: $(a+n) = 0, (a + n) = -1$ și $(a+n) = -2$.

Prin urmare $E = (a + n)(a + n + 1)(a + n + 2)$.

Problema 5692

Să se calculeze

$$E = \lim_{x \to 0} \left(1 + \frac{a - \sqrt{a^2 - x^2}}{x}\right)^{\frac{a}{x}}$$

Ilie Constantinescu

Soluție.

$$\lim_{x \to 0} \frac{a - \sqrt{a^2 - x^2}}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{(a - \sqrt{a^2 - x^2})(a + \sqrt{a^2 - x})}{x(a + \sqrt{a^2 - x^2})} =$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{x(a + \sqrt{a^2 - x^2})} = 0$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{a}{x} = \infty.$$

Limita dată este deci de forma:

$$\lim_{\substack{u \to 0 \\ v \to \infty}} (1 + u)^v = \lim e^{uv} = e^{\lim uv}$$

Vom avea deci :

$$A = \lim_{x\to 0} \frac{a - \sqrt{a^2 - x^2}}{x} \cdot \frac{a}{x} = a \cdot \lim_{x\to 0} \frac{a - \sqrt{a^2 - x^2}}{x^2} =$$

$$= a \cdot \lim_{x\to 0} \frac{(a - \sqrt{a^2 - x^2})(a + \sqrt{a^2 - x^2})}{x^2 (a + \sqrt{a^2 - x^2})} = a \cdot \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{x^2 (a + \sqrt{a^2 - x^2})} =$$

$$= \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

rezultă că $E = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$.

Problema 5696

Să se stabilească relația

$$\sqrt{\sin A} + \sqrt{\sin B} + \sqrt{\sin C} \leqslant 3 \sqrt[4]{\frac{3}{4}}$$

unde A, B, C sînt unghiurile unui triunghi oarecare.

Albu Toma, student București

Soluția autorului. Considerăm cunoscute inegalitățile relative la un triunghi oarecare :

$$\sum \sin A \leqslant 3 \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{și} \quad \sum \cos A \leqslant \frac{3}{2},$$

cu egalitate numai pentru $A = B = C = \frac{\pi}{3}$.

Aplicînd aceste inegalități triunghiului de unghiuri

$$\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}; \quad \frac{\pi}{2} - \frac{B}{2}; \quad \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2};$$

ele devin :

$$\sum \cos \frac{A}{2} \leqslant 3 \frac{\sqrt{3}}{2} \tag{1}$$

$$\sum \sin \frac{A}{2} \leqslant \frac{3}{2} \tag{2}$$

cu egalitate numai pentru $A = B = C = \frac{\pi}{3}$.

Deoarece $\sin \frac{A}{2}$, $\cos \frac{A}{2}$ ... etc. sînt pozitive, conform inegalității lui Cauchy-Buniakowski avem :

$$\left(\sum \sqrt{\sin\frac{A}{2}\cdot\cos\frac{A}{2}}\right)^2 \leqslant \left(\sum \sin\frac{A}{2}\right)\left(\sum \cos\frac{A}{2}\right) \qquad (3)$$

cu egalitate numai cînd $\operatorname{tg}\frac{A}{2}=\operatorname{tg}\frac{B}{2}=\operatorname{tg}\frac{C}{2}$, adică $A = B = C = \frac{\pi}{3}$.

Ţinînd seama de relaţiile (1) şi (2), relaţia (3) devine:

$$\left(\sum \sqrt{\sin\frac{A}{2}\cdot\cos\frac{A}{2}}\right)^2 \leqslant \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

sau:

$$\sum \sqrt{\sin\frac{A}{2}\cdot\cos\frac{A}{2}} \leqslant \frac{3\sqrt[4]{3}}{2}$$

şi înmulţind această ultimă relaţie cu $\sqrt{2}$ obţinem:

$$\sum \sqrt{\sin A} \leqslant 3\sqrt{\frac{3}{4}},$$

cu egalitate numai pentru $A = B = C = \frac{\pi}{3}$, ceea ce trebuia sa stabilim.

Observaţie. Aplicînd această relaţie triunghiului de unghiuri $\frac{\pi}{2}-\frac{A}{2}$; $\frac{\pi}{2}-\frac{B}{2}$; $\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}$ avem: $\sum \sqrt{\cos\frac{A}{2}} \leqslant 3\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$

Problema 5698

Într-un cerc de rază R se dau: o coardă fixă $AC = a$ şi două puncte B şi D situate pe cerc, de o parte şi de alta a ei, astfel ca $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = k^2$.

Să se afle: a) locul geometric al mijlocului M al coardei BD; b) între ce limite variază k în condiţiile problemei.

Grigorescu I. Şerban, elev Bucureşti

Soluţia autorului, a) Conform teoremei lui Euler: $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2 + 4MN^2$, în care M şi N sînt mijloacele coardelor BD şi AC. Rezultă succesiv:

$$AC^2 + BD^2 + 4MN^2 = k^2;\ BD^2 + 4MN^2 = k^2 - a^2;\ 4(R^2 - MO^2) +$$

$$+ 4MN^2 = k^2 - a^2;\ MN^2 - MO^2 = \frac{k^2 - a^2 - 4R^2}{4} = K^2.$$

N şi O fiind puncte fixe, în general, locul lui M este o dreaptă (Δ) perpendiculară pe ON într-un punct P. În cazul problemei, nu toată dreapta este loc geometric. La limită, cînd B se află în A, există două puncte D_1 şi D_2, astfel ca mijloacele M_1 şi M_2 ale coardelor AD_1 şi AD_2

să se afle pe (Δ). (Punctele D_1 și D_2 se obțin intersectînd cercul O cu dreapta (γ) simetrică cu AC față de (Δ)). Evident, M_1 și M_2 sînt puncte-limite ale locului geometric căutat.

Cînd B descrie arcul AQC punctul corespunzător M'_1 se apropie de P, în timp ce punctul M'_2 se depărtează de P ajungînd în M_3 și respectiv M_4, mijloace ale coardelor CD_1 și CD obținute cînd B coincide cu C. Punctele M_3 și M_4 sînt de asemenea limite ale locului geometric. Locul geometric este format deci, din segmentele M_1M_3 și M_2M_4 de pe dreapta (Δ), mai puțin punctele limită.

În concluzie, locul geometric se obține astfel: se construiește dreapta (Δ) și se duce simetrica (γ) a lui AC față de (Δ), care taie cercul O în D_1 și D_2. Locul geometric este format din linia mijlocie a trapezului isoscel ACD_1D_2, din care se exclude segmentul limitat de cele două diagonale ale trapezului.

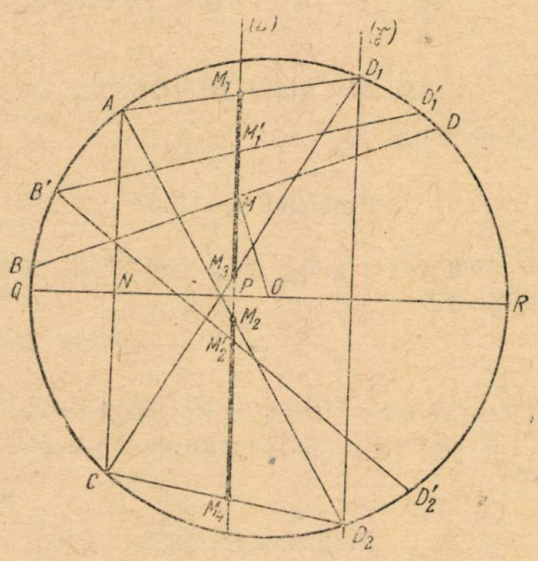
b) Formula medianei ne dă:

$$BN^2 = \frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{a^2}{4}; \quad DN^2 = \frac{CD^2 + DA^2}{2} - \frac{a^2}{4}.$$

Deducem: $k^2 = a^2 + 2(BN^2 + DN^2)$.

DN este maxim cînd D coincide cu R, iar BN, cînd, la limită, B se află în A. Deducem:

$$k^2 < a^2 + 2\left[\frac{a^2}{4} + \left(R + \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}\right)^2\right]; \quad k^2 < a^2 + 4R^2 + 4R \cdot \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$$



BN este minim cînd B coincide cu Q, iar DN, cînd, la limită, D se află în A. Deducem:

$$k^2 > a^2 + 2\left[\left(R - \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}\right)^2 + \frac{a^2}{4}\right]; \quad k^2 > a^2 + 4R^2 - 4R \cdot \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$$

Deci :

$$a^2 + 4R_a - 4R\sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} < k^2 < a^2 + 4R^2 + 4R \cdot \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$$

Problema E : 1931

Fie AD înălțimea unui triunghi dreptunghic, în care unghiul A este de 90°. Să se arate că :

$$AB \cdot AD \cdot AC = BD \cdot DC \cdot BC$$

* * *

Soluție dată de *Cioroianu Mihai*, elev București. Folosind teorema catetei, putem scrie :

$$AB = \sqrt{BC \cdot BD}$$

$$AC = \sqrt{BC \cdot DC}$$

AD fiind înălțimea în triunghiul dreptunghic ABC, putem scrie :

$$AD = \sqrt{BD \cdot DC}$$

Înmulțind egalitățile membru cu membru, obținem :

$$AB \cdot AC \cdot AD = \sqrt{BD^2 \cdot DC^2 \cdot BC^3}$$

adică :

$$AB \cdot AD \cdot AC = BD \cdot DC \cdot BC$$

ceea ce trebuia demonstrat.

Problema E : 1937

Care este cel mai mare număr de forma abab, care să aibă cel mai mic număr de divizori ?

Corneliu Georgescu, Craiova

Soluție. Numărul se scrie : 101 $(10a+b)$. Trebuie ca $10a+b$ să fie prim și cît mai mare. Cel mai mare număr prim de două cifre este 97. Numărul căutat este 9797.

Problema E : 1938

Se dau două cercuri O și O' secante în punctele A și B. Prin A se duce o secantă care taie cercurile în punctele C și C'. Să se arate că unghiurile OCB și O'C'B sînt egale.

Ionel Atanasiu, profesor Gugești

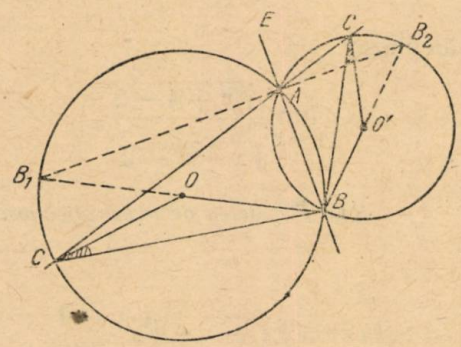
Soluția dată de *Voiculescu Dan*, elev București. Triunghiurile OCB și $O'C'B$ sînt isoscele deci :

$$\sphericalangle OCB = \sphericalangle OBC \quad \sphericalangle O'C'B = \sphericalangle O'BC'.$$

Ducînd diametrele BB_1 și BB_2 respectiv în cercurile O și O' avem :

$$\sphericalangle OCB = \sphericalangle OBC = \text{măs.}\frac{\overset{\frown}{B_1C}}{2} = \sphericalangle CAB_1 = \sphericalangle C'AB_2 = \text{măs}\frac{\overset{\frown}{B_2C'}}{2} =$$

$$= \sphericalangle B_2BC' = \sphericalangle O'C'B, \text{ deci } \sphericalangle OCB = \sphericalangle O'C'B.$$



Problema E : 1955

Un călător a parcurs un drum de 320 km în trei etape de cîte 5 ore. Prima etapă a parcurs-o pe jos, a doua etapă a parcurs-o cu trenul, iar pe a treia cu trăsura. Să se afle lungimea drumului parcurs în fiecare etapă, știind că viteza trenului a fost de patru ori mai mare decît viteza trăsurii, iar pe jos a călătorit de trei ori mai încet decît cu trăsura.

Florea I. Dumitrescu, Craiova

Soluție. Insemnînd viteza pe jos cu o unitate, viteza cu trăsura va cuprinde 3 unități, iar viteza trenului 12 unități.

In distanța de 320 km, viteza pe jos se cuprinde de 80 ori, adică $(1 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 12 \cdot 5)$. Deci :

$320 : 80 = 4$ km/oră viteza pe jos ; $4 \cdot 5 = 20$ km etapa străbătută pe jos ; $4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ km etapa străbătută cu trăsura ; $4 \cdot 12 \cdot 5 = 240$ km etapa străbătută cu trenul.

CHESTIUNI DE EXAMEN *

6208. Se dă ecuația $4x^2 - 4(m-1)x - m + 3 = 0$ și se cere :

a) Să se discute natura și semnele rădăcinilor ei cînd $m \in (-\infty, +\infty)$.

*) Se primesc soluții pînă la 30 iunie 1964.

b) Să se determine m astfel încît să avem:

$$1+4x_1^3+4x_2^3=m,$$

unde x_1 și x_2 sînt rădăcinile ecuației date.

(La Facultatea de matematică-mecanică, Cluj, 1963)

6209. Să se transforme în produs următoarea sumă:

$$\sin x+\cos x+\sin 2x+\cos 2x+\sin 3x+\cos 3x$$

(La Facultatea de matematică-mecanică, Cluj, 1963)

6210. Să se calculeze:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{\sqrt[3]{x+8}-2}$$

(La Facultatea de matematică-mecanică, Cluj, 1963)

6211. Notînd

$$f(x)=\sqrt{1-x}-\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{3}}$$

se cere:

a) Să se găsească rădăcinile ecuației $f(x)=0$;
b) Să se reprezinte grafic funcția $y=f(x)$.

(La Facultatea de matematică-mecanică, Cluj, 1963)

6212. Să se rezolve ecuația trigonometrică:

$$\sin^4 x+\cos^4 x+\sin 2x+\frac{1}{2}=0$$

(La Facultatea de matematică-mecanică, Cluj, 1963)

6213. Se dă un paralelipiped dreptunghic; se mărește o dimensiune cu x, alta cu $2x$ și se micșorează a treia cu $3x$. Prin aceasta, aria totală nu s-a schimbat; să se afle x în funcție de cele trei dimensiuni a, b, c. Să se studieze condițiile de rezolvabilitate.

(La Facultatea de matematică-mecanică, Cluj, 1963)

6214. Se dau două cercuri C_1 și C_2 tangente în origine axei Oy, așezate la dreapta axei, Oy, avînd razele r_1 și r_2. Se cere:

a) Coordonatele punctelor M și N unde o dreaptă variabilă ce trece prin origine taie respectiv cercurile C_1 și C_2;

b) Să se arate că tangentele în M și N la cercurile respective sînt paralele;

c) Locul geometric al mijlocului segmentului MN.

(La Facultatea de matematică-mecanică, Cluj, 1963)

6215. Într-o sferă cu raza R este înscris un con de rotație la care raza bazei, înălțimea și generatoarea sînt în progresie aritmetică. Să se calculeze aceste elemente.

(La Facultatea de matematică-mecanică, Cluj, 1963)

6216. Se dă unghiul drept xOy, o dreaptă oarecare (D) și un punct M mobil pe această dreaptă. Fie P și Q proiecțiile lui M, respectiv pe Ox și Oy. Se cere:

a) Locul geometric al intersecției paralelei duse prin P la (D) cu perpendiculara dusă din Q pe (D).

b) Locul interescției paralelei duse prin Q la (D) cu perpendiculara dusă din P pe (D).

c) Unghiul celor două locuri geometrice.

(La Facultatea de matematică-mecanică, Cluj, 1963)

6217. Se dă ecuația $\cos x = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$. Să se calculeze $\cos 2x$ și să se afle soluția generală a ecuației date. Fie a cea mai mică soluție pozitivă a ecuației date. Plecînd de la $\operatorname{tg} 2a$ să se afle $\operatorname{tg} a$ cu aproximație de 10^{-3}.

(Bacalaureat Franța, iunie 1962)

6218. Se consideră un punct $M(x, y)$ mobil în planul axelor xOy. Se dă $x=\cos t$ și $y=\cos 2t$. a) Să se afle y în funcție de x, să se arate că traiectoria lui M este un arc de parabolă și să se precizeze mișcarea punctului M pe traiectoria sa cînd timpul t variază între 0 și 2π; b) Pentru $t=\frac{\pi}{4}$ să se afle coordonatele punctului M, componentele vectorului viteză V, ale vectorului accelerație Γ și să se deseneze vectorii V și Γ corespunzători; c) Să se afle valoarea lui t pentru care vectorul viteză are ca lungime unitatea. Graficul se va construi luînd ca unitate un segment de 3 cm.

(Bacalaureat Franța, 1962)

6219. Să se rezolve inecuația:

$$\log_5 x > \log_{125}(3x - 2)$$

(Journal de mathématiques élementaires, Paris, 16056)

6220. Să se găsească trei numere întregi pozitive a, b, c știind că: a) fiecare din perechile (a, b), (a, c), (b, c) au c.m.m.d.c. egal cu 28. b) oricare din numerele a, b, c diferă de 28; c) c.m.m.c.m al numerelor a, b, c este 22932.

(Journal de mathématiques élementaires, Paris, 16056)

6221. Se consideră ecuația : $f(x) = x^3 - 8x^2 + 19x - a = 0$ și se cere : a) să se determine parametrul a și să se rezolve ecuația $f(x) = 0$, știind că $x_1 + x_2 = x_3$; b) să se scrie ecuația cercului care trece prin punctele: $A(x_1, 0)$, $B(0, x_2)$ și $C(x_2, x_3)$ unde $x_1 < x_2 < x_3$ sînt rădăcinile ecuației $f(x) = 0$; c) să se scrie ecuațiile tangentelor cercului ABC paralele cu laturile triunghiului ABC ; d) să se arate că oricare ar fi punctul D pe cercul ABC, dreptele AD și CD sînt perpendiculare una pe alta ; e) să se arate că aria triunghiului ACD este egală cu $n - 2m + 2$; m și n fiind coordonatele lui D, apoi să se determine poziția punctului D, astfel încît această arie să fie maximă.

Interpretare geometrică.

(*Examen de maturitate*, iunie 1963, R.P.R.)

6222. Se consideră sistemul de axe rectangular Ox, Oy și fie $A(2a, 0)$, $B(0, 2b)$ două puncte fixe. Prin punctele A și B se duc paralelele la axele de coordonate, care se intersectează în punctul C. Fie M și N mijloacele segmentelor OA și OB, iar P un punct mobil pe BC. Să se determine :

a) ecuațiile dreptelor MP și NP ;

b) punctele Q și R fiind mijloacele segmentelor NP și MP și să determine locul punctului S de intersecție a perpendicularei din Q pe NP și a perpendicularei din R pe MP ;

c) Să se arate că ariile triunghiurilor NQR și MQR sînt egale ;

d) să se arate că în cazul particular $a = 2$, $b = 1$ aria triunghiului $SQR = \dfrac{2t^2 - 7t + 3}{4(t + 2)}$ (t fiind abscisa punctului P) și apoi să se reprezinte grafic.

(*Examen de maturitate*, iunie 1963, R.P.R.)

PROBLEME PROPUSE*

6223. Se dă ecuația :

$$n^2(m - 1)x^2 - 2(m^2 + 1 - n^2 - 2m)x - 4m + 4 = 0$$

unde m și n sînt numere reale, $n \neq 0$ și $m \neq 1$.

Se cere : a) Să se arate că ecuația are rădăcini raționale ; b) Să se arate că rădăcinile sînt de semne contrare. c) Presupunînd pe m număr întreg supraunitar, iar rădăcina negativă tot număr întreg, să se găsească expresia parametrului n, astfel ca rădăcina pozitivă să fie număr întreg patrat perfect.

L. Mănescu, profesor emerit, R. Vîlcea

* VIII (6226, 6241, 6244) ; IX (6223, 6229, 6236, 6238, 6239, 6242, 6248, 6250) ; X (6224, 6228, 6230, 6231, 6232, 6234, 6237, 6243, 6247, 6249, 6252, 6253) ; XI (6225, 6227, 6233, 6235, 6240, 6245, 6246, 6251, 6254, 6255, 6256).

6224. Să se arate că dacă $0° < x < 5°$, avem:

$$\cos(40° - 2x) \sin(70° - 2x) > \sin(40° + 4x) \cos(10° + 4x)$$

C. Ionescu-Țiu

6225. Să se reprezinte grafic funcția:

$$x^2 - (2y^2 + 1)x + y^4 = 0$$

Bejan Mircea, absolvent Galați

6226. Fie un punct M pe latura BC a triunghiului ABC și segmentele $MD < AM$ și $AE < AD$ luate pe AM, iar B' și C' mijloacele laturilor AC și AB.

DC' intersectează pe BE în P, iar DB pe EC în S.

a) Să se arate că PS este paralel cu BC.

b) Dacă $4MD = AM$ și P' este mijlocul lui MC, să se determine M astfel ca punctele C', D și P' să fie coliniare.

Munteanu Dumitru, elev Bistrița

6227. Să se arate că există 3 puncte în planul xOy ale căror coordonate verifică simultan sistemul

$$x + |x - y| = 3$$
$$2x - y + |x + y| = 4$$

și să se afle aceste puncte.

O. Sacter

6228. Se dă un cerc de rază R tangent la două semidrepte date Ox și Oy. Să se construiască o tangentă la acest cerc astfel ca porțiunea cuprinsă între cele două semidrepte să fie împărțită de punctul de contact într-un raport dat.

A. Simion, student Iași

6229. Să se rezolve sistemul de ecuații:

$$2x^2 + 2y^2 - 5xy - 9x + 9y + 9 = 0$$
$$2x^2 + 6y^2 - 8xy - 3x + 5y + 1 = 0.$$

Alexandru Levin, Tallin U.R.S.S.

6230. Notațiile fiind cele obișnuite într-un triunghi, să se arate că:

$$B - C = 90° \tag{1}$$

și

$$r_b - r_c = b + c \tag{2}$$

sînt echivalente și că (1) atrage după sine pe (2) și reciproc.

L. Hadîrcă, profesor Breaza

6231. Punctele M, N, P împart în același sens, respectiv laturile CA, AB, BC ale unui triunghi ABC în același raport k variabil.

Se cere: a) locul geometric al celui de-al patrulea vîrf al paralelogramului $MNPQ$; b) locul geometric al intersecției dreptelor BO și NF, O fiind centrul paralelogramului, iar F mijlocul laturii AC; c) să se arate că diagonala NQ trece printr-un punct fix. (în legătură cu problema 5447).

Petre Liviu, Pucioasa

6232. Să se stabilească relația:

$$\operatorname{cosec}\frac{\pi}{2^n}+\operatorname{cosec}\frac{\pi}{2^{n-1}}+\operatorname{cosec}\frac{\pi}{2^{n-2}}+\ldots+\operatorname{cosec}\frac{\pi}{2}=\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2^{n+1}},$$

n fiind un număr natural.

Eftimie Grecu, student București

6233. Se consideră șirul de numere $u_1, u_2, u_3, \ldots, u_n$ astfel ca $u_k = u_{k-1}^5 - 5u_{k-1}^3 + 5u_{k-1}$. Să se calculeze u_n în funcție de u_1.

Bena Dorin, elev Caransebeș

6234. Dacă D_n este numărul diagonalelor poligonului convex cu n laturi, să se arate că produsul $D_n \cdot D_{n-1} D_{n-3}$ este divizibil prin 90.

Simovici Dan, student Iași

6235. Se dă familia de elipse: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{\lambda^2}=1$ și dreapta $(D)\equiv 2x-\sqrt{3}\,a=0$, unde λ este parametru.

Fie A, A', M, M' vîrfurile elipselor (A, A' pe axa ox; M, M' pe axa oy) și N, N' punctele în care dreapta D taie elipsele din familia dată. Să se arate că:

a) Dreptele MN, $M'N'$ trec printr-un punct fix P.

b) Dreptele MN', $M'N$ trec și ele printr-un punct fix R.

Să se găsească locul geometric al punctelor de contact ale tangentelor duse din P la elipsele familiei.

Să se determine elipsa din familie care este văzută din P sub un unghi drept.

Ilie Nicolae, profesor Găiești

6236. Fie progresia geometrică: $a_1, a_2, a_3, \ldots a_n$.

Cunoscînd sumele $T = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$ și

$T_1 = \frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\ldots+\frac{1}{a_n}$ să se găsească $P = a_1 a_2 a_3 \ldots a_n$, în funcție de T, T_1 și n.

Boicescu Vlad, elev Craiova

6237. Să se demonstreze că dacă a, k și n sînt numere naturale și n este prim față de $(k+1)$, atunci expresia $E=a^{kn}+a^{(k-1)n}+\ldots+a^n+1$ se divide cu $a^k+a^{k-1}+\ldots+a+1$. Generalizarea problemei 5908.

Dan Voiculescu, elev București

6238. Să se rezolve ecuația $(x^2-a)^2+x-a=0$.

Popescu Adrian, Sibiu

6239. Se dă pentagonul convex $ABCDE$. Fie F intersecția dintre AE și BC, G intersecția (AB, DC), H intersecția (BC, ED), I intersecția (DC, AE) și J intersecția (AB, ED). Se duc perpendicularele: FF_1, II_1, GG_1 pe ED; HH_1; JJ_1; FF_2; pe DC; II_2, JJ_1 și GG_2 pe BC; II_3, HH_2 și FF_3 pe AB; HH_3, JJ_3 și GG_3 pe AE. Să se demonstreze că patrulaterele $F_2G_2F_3G_3$, $J_2F_3F_1J_3$, $H_2G_2H_1G_1$, $I_1H_3H_1I_2$ și $J_1J_3I_1I_3$ sînt inscriptibile.

Pestroiu Daniel, elev Tîrgu Jiu

6240. Să se arate că:

$$\prod_{k=1}^{n} k! \cdot \prod_{k=1}^{n} k^{k-1} = (n!)^n$$

Ion Nănuți, Timișoara

6241. Se dă paralelogramul $ABCD$ cu diagonalele $AC > BD$. Pe diagonala AC să se determine un punct M astfel ca patrulaterul $BCDM$ să fie inscriptibil. Să se demonstreze că BD este o tangentă comună exterioară a cercurilor AMB și AMD.

Șt. Musta, Oradea

6242. Să se rezolve sistemul:

$$x^2+x+xy=a$$
$$y^2+y+xy=b.$$

Popescu Adriana, elevă Sibiu

6243. Să se arate că:

$$\frac{(1-\cos x)^{-3}-(1+\cos x)^{-3}}{(1-\sin x)^{-3}-(1+\sin x)^{-3}} = \frac{(3+\cos^2 x)\cos^7 x}{(3+\sin^2 x)\sin^7 x}.$$

C. Ionescu-Țiu

6244. O uzină metalurgică livrează zilnic două tipuri de piese turnate din fier și cupru. Cantitatea necesară pentru turnare a 100 piese este: pentru piesele de primul tip 2 tone fier și 1 tonă cupru; pentru piesele de tipul al doilea, 1 tonă fier și 2 tone cupru. Știind că disponibilul zilnic

al uzinei este de 8 tone fier și 9 tone cupru se întreabă cîte piese trebuie turnate din fiecare tip pentru a se realiza numărul maxim de piese turnate zilnic.

Ioana Iacomi, absolventă, P. Neamț

6245. Se dă funcția

$$f(x)=\begin{cases} x^3 & \text{dacă } x\in(-\infty,1) \\ ax^2+bx+c & \text{dacă } x\in(1,+\infty) \end{cases}$$

a) Să se determine a, b și c știind că funcția $f(x)$ este continuă și de două ori derivabilă în punctul $x=1$; b) să se reprezinte grafic.

Maria Lazăr, absolventă, P. Neamț

6246. Să se determine n astfel ca, pentru x tinzînd către zero, limita expresiei $E=\operatorname{tg}^p kx.(\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2})^n$ să fie finită și diferită de zero, (unde p, k sînt numere finite și diferite de zero). Să se afle limita.

M. I. Focșeneanu

6247. Să se arate :

$$S_1=C_n^1-3C_n^3+9C_n^5-27C_n^7+\ldots=\frac{2^n}{\sqrt{3}}\cos\frac{n\pi}{3}$$

$$S_2=1-3C_n^2+9C_n^4-27C_n^6+\ldots=2^n\sin\frac{n\pi}{3}$$

D. Acu, student Cluj

6248. Fie a, b, c, d laturile și m, n diagonalele unui patrulater inscriptibil ortodiagonal diferit de un pătrat, iar a', b', c', d' distanțele de la intersecția diagonalelor la intersecțiile diametrului cercului circumscris care trece prin intersecția diagonalelor cu bisectoarele interioare ale patrulaterului. Să se arate că :

$$\frac{2}{a'c'-b'd'}=\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2-m^2-n^2}}{a'c'(b'+d')-b'd'(a'+c')}$$

Tudor Zamfirescu

6249. Să se rezolve ecuația :

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+a+b)(x+b+c)(x+c+a)+a^2b^2c^2=0$$

Mocanu H. Ovidiu, student Iași

6250. Între laturile a,b,c, ale triunghiului ABC și laturile a', b', c' ale triunghiului său ortic să se stabilească identitatea :

$$(a+b+c)(a'+b'+c')=3(aa'+bb'+cc')$$

(în legătură cu problema 2891).

G. Georgescu, elev Craiova

6251. Să se arate că:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4}{5}+\frac{8}{65}+\frac{12}{325}+\ldots+\frac{4n}{4n^4+1}\right)=1$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{-1}{5}+\frac{3}{65}+\frac{11}{325}+\ldots\ldots+\frac{2n^2-2n-1}{4n^4+1}\right)=0$$

C. Berdan, Bacău

6252. În triunghiul ABC se duce înălțimea AD. Un cerc tangent în D laturii BC taie latura AB în M și N, iar latura AC în P și Q.

a) Să se demonstreze că $\frac{AM+AN}{AC}=\frac{AP+AQ}{AB}$

b) Fie E mijlocul coardei MP și F mijlocul coardei NQ. Să se afle locul geometric al mijlocului segmentului EF, cînd raza cercului variază în următoarele ipoteze: 1° punctele M, N, P, Q se găsesc pe laturile AB, AC; 2° punctele M și P pot fi și pe prelungirile laturilor AB, AC. (Se va considera $AB < AC$).

(Pentru O.I.M. 1963, propusă din partea R. P. Romîne)*

6253. Să se rezolve ecuația $168\sin x + 193\sin 2x = 95\cos x$.

(Pentru O.I.M. 1963, propusă din partea R. P. Bulgare)*

6254. Să se afle valoarea maximă și minimă a expresiei

$$E=\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2+\left(\sqrt{y}+\frac{1}{\sqrt{y}}\right)^2$$

dacă x și y sînt numere pozitive, iar $x+y=1$.

(Matematica în școală 1963, Sofia, R. P. Bulgară)

6255. Să se rezolve și să se discute sistemul:

$$x=\sin y;\quad y=\sin z:\quad z=\sin x.$$

(Concurs de probleme, Matematica, Sofia 1963)

6256. Să se afle valoarea minimă a expresiei: $E=3x+2y$, știind că:

$$2x+y\geqslant 5;\ 3x-2y\leqslant 6:\ x+y\leqslant 4.$$

Matematica v școle, 1963 U.R.S.S.

---

* Din problemele care au fost propuse pentru a fi date la Olimpiada internațională matematică (O.I.M.) în iulie 1963, care a avut loc în R. P. Polonă.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V–VIII*

E : 2108. Un strungar a lucrat într-o săptămînă 25% din totalul de piese pe care trebuia să le execute într-o lună. În săptămîna următoare a executat 40% din rest, iar numărul de piese lucrate în săptămîna a treia se raportă la numărul de piese executat în cea de-a patra săptămînă ca $2\frac{2}{11}$ la 1,5. Știind că în săptămîna a patra a executat 33 de piese, să se afle numărul total de piese lucrate în această lună.

(La admiterea în clasa a VIII-a, Oltenia, 1963)

E : 2109. Să se afle valoarea numerică a următoarei expresii algebrice :

$$\left[\left(1-\frac{2y}{x}+\frac{y^2}{x^2}\right):\left(1-\frac{y}{x}\right)\right]:\left[\frac{x-y}{x}\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)\right]$$

pentru :

$$x=\frac{\left(0{,}305:10-0{,}00205\cdot 10+2\frac{1}{25}:51\right)\cdot 13\frac{1}{3}}{(11{,}9-\sqrt{108{,}16}):0{,}75}+1\frac{2}{3};\ y=\frac{1}{2}.$$

(La admiterea în cl. VIII, Constanța, 1962)

E : 2110. Doi tractoriști au arat într-o săptămînă 60 ha. În săptămîna următoare primul tractorist și-a depășit norma cu 25% în 4 zile și cu 50% în următoarele 2 zile. Al doilea tractorist în săptămîna următoare și-a depășit norma cu $\frac{1}{6}$ față de cît a lucrat zilnic în prima săptămînă. În cea de-a doua săptămînă ambii tractoriști au arat fiecare aceeași suprafață. Cît a arat zilnic în prima săptămînă fiecare tractorist ?

(La admiterea în cl. VIII, Constanța, 1962)

E : 2111. Un tren pleacă din Tecuci la ora $6^1/_3$ și ajunge în București la ora $11^5/_6$. Un alt tren pleacă din București la ora $4^1/_{12}$ și ajunge în Tecuci la ora $9^5/_6$. Să se calculeze la ce oră se vor întîlni trenurile.

C. Grigoraș, Tecuci

E : 2112. Între 227 monede identice una este mai grea. Să se determine acea monedă prin cel mult cinci cîntăriri, cu ajutorul unei balanțe fără greutăți.

D. Neagu, elev București

---

* V (E : 2111, 2112, 2114) ; VI (E : 2115, 2117, 2119) ; VII (E : 2108, 2109, 2110, 2116, 2121, 2122) ; VIII (2113, 2118, 2120).

E : 2113. Se dă un triunghi oarecare ABC și un punct oarecare M pe BC. Paralela dusă din M la AB taie pe AC în D, iar paralela dusă din M la AC taie pe AB în E. Paralelele la AM duse prin D și E taie pe BC respectiv în F și G. Să se demonstreze că segmentele GM și MF sînt egale.

* * *

E : 2114. Colectivele de muncitori, tehnicieni și ingineri de la două întreprinderi industriale, și-au propus ca pe anul 1962 să realizeze economii în valoare totală de 8,25 milioane lei. Măsurile luate au făcut ca prevederile planului să fie depășite : prima întreprindere realizează mai mult cu 50% din cît își propusese cea de a doua, iar aceasta de 1,5 ori mai mult decît și-a planificat. Ce economii și-a propus să realizeze fiecare întreprindere cunoscînd că la sfîrșitul anului valoarea totală a acestora a fost de 12,75 milioane lei.

(La admiterea în clasa a VIII-a, Oltenia, 1963)

E : 2115. Să se efectueze :

$$\frac{\left[4\frac{3}{5}+\left(1\frac{3}{8}+1\frac{3}{4}-0{,}411\right):0{,}59\right]:4{,}6}{\left(\frac{0{,}165}{1:5-0{,}125}-0{,}2\right):\left[\left(4\frac{1}{8}-0{,}004.300\right):0{,}0015\right]}.$$

(La admitere în clasa a VIII-a, Oltenia, 1963)

E : 2116. Muncitorii unui atelier lucrînd fiecare cîte 24 piese pe zi, depășeau zilnic cu 20% planul pe o zi, al atelierului. Dacă numărul muncitorilor ar crește cu $1^2/_5$ ori și fiecare muncitor și-ar depăși norma zilnică cu 5 piese, atelierul ar realiza zilnic cu 2400 piese mai mult decît și-a planificat.

Cîți muncitori avea angajați atelierul și cîte piese aveau planificate pentru o zi.

(La admitere în clasa a VIII-a, Oltenia, 1963)

E : 2117. Folosind rigla și compasul să se împartă în cîte trei părți egale, unghiurile date de 108°, 54° și 27°.

Ilie Stănescu, Sibiu

E : 2118. Să se reducă la cea mai simplă formă expresia :

$$E=\frac{\left(\frac{3a-1}{a+1}-\frac{a+1}{2a-2}+\frac{1}{2}-\frac{5a}{a+1}\right):\frac{2a}{a-1}+\frac{2a}{3}\left(\frac{a+4}{a-6}+1\right)}{\frac{1}{3}\left[4a+17+3\left(\frac{1}{a+1}+\frac{40}{a-6}\right)\right]}+1;$$

C. Săndulache, prof. Negrești, Iași

E : 2119. Un muncitor, împreună cu soția sa, au economisit la CEC suma de 10 200 lei. Din această sumă el scoate $\frac{14}{17}$ și o folosește astfel : își cumpără un aparat de radio, o motoretă și cu ceea ce i-a mai rămas a achitat rata de 30%, prevăzută într-un contract de mobilă. Știind că aparatul de radio costă de 4 ori mai puțin decît acontul 70% din costul mobilei, iar motoreta fiind cu 300 lei mai scumpă decît rata dată la mobilă, să se afle :

a) Ce sumă a mai rămas pe libretul CEC.

b) Cît costă aparatul de radio, motoreta și garnitura de mobilă ?

N. Dobre, Buzău

E : 2120. Presupunem că dintr-un satelit artificial, Pămîntul este văzut sub un unghi de 120°. Să se afle distanța de la satelit la Pămînt, știind că raza Pămîntului este 6378 km.

Gheorghița Crăciunescu, Craiova

E : 2121. Două brigăzi de la S.M.T. avînd împreună 25 de tractoriști ară în 12 zile 2 040 ha. Un tractorist din prima brigadă ară 6 ha pe zi și unul din a doua, 8 ha pe zi. Cîți tractoriști sînt în fiecare brigadă ?

(La admiterea în cl. VIII, Galați, 1962)

E : 2122. Să se efectueze :

$$\frac{\left(1\frac{16}{75}+2{,}46\right) : (55{,}1 : 5)}{1\frac{2}{3} : 1\frac{8}{9}\left(\frac{2}{15}+0{,}15\right)} + \frac{9{,}72 - 6\frac{12}{25}}{\sqrt{1640{,}25}\cdot\frac{2}{9} : 9}$$

(La admiterea în cl. VIII, Galați, 1962)

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

(urmare, soluții bune primite pînă la 15.XI.1963).

PLOIEȘTI. Șc. medie 1. Clasa VIII. Grigore Ecaterina (E : 2017, 21, 27, 28, 31, 33, 35, 38, 42, 43, 45, 46), Botoșeanu Lidia (E : 2016, 18, 21, 24, 27, 31, 33, 35, 38, 40, 43, 47, 48), Botoșeanu Maria (E : 2016, 18, 21, 23, 24, 27, 31, 33, 35, 38, 47, 48), Dumitrescu Vladimir (E : 958, cl. X. Turcanu Laurențiu (5861, 5944, 76, 78, 90, 92, 93, 98, 6007), Vrînceanu Vasile (5900, 09, 17, 21, 26, 35, 42, 44, 45, 64, 67, 76—79, 87, 96, 98 ; 6006, 7, 29, 30, 33), *cl. X.* Ionescu Constantin (5851), 60, 61, 65, 66, 68, 69, 70, 94 ; 5944, 90, 91), Nuțescu Rodica (2031, 5850, 60, 61, 65, 68, 76, 80, 82 ; 5907, 09, 21, 59, 64, 76, 79, 6007). *cl. XI* Apostol Constantin (5850), 56, 67, 71, 77 ; 5907, 9, 21, 35, 44, 50, 87), Bucur Nicolae (5852, 60, 61, 65, 67, 68, 70, 71 ; 5931, 35, 64, 6007, 30, 33), Dinescu Constantin (5850, 52, 60, 61, 71, 77, 80 ; 5907, 18, 20, 25), Enescu Sorin (5852, 54, 56, 60, 61, 64, 67, 71, 77, 78, 81, 82, 84, 94, 95), Ionescu Mariana (5592 ; 5899 ; 5908, 9, 21, 24, 26, 34, 59, 76, 77, 78, 91, 93, 5905), Ionescu Pavel (5916, 52, 54, 56, 57—59, 62, 88,

89, 90, 91, 92—94, *Ionescu P.* (5899, 5905—10, 14, 17, 18, 20—22, 24—26, 30—35, 38, 40, 42, 44, 46, 47, 49, 50, 60, 61, 65, 68, 70, 72, 74, 76, 77—79, 81, 82, 83, 85, 87, *Nica C. Vasile* (5901, 05—10, 14, 17, 18, 20—22, 25, 30, 32, 35, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 49, 50, 60—62, 65, 67—69, 71, 79, 82, 83, 84, 85, 87, 95), Petrea Sorin (5899, 5900, 01, 10, 14, 21, 26, 35, 42, 46, 64, 81) Reghină Vasile (5900, 10, 26, 35, 42, 44, 45, 64, 76, 79, 98, 6007, 29), Rusu Adrian (5720, 24—26, 28, 35, 36, 41, 51, 52, 53, 75, 80, 81, 95; 5802, 09, 11, 50, 60, 61, 70, 71, 77, 99, 5907, 21, 26, 46, 47, 87). Sandu Marin (5898, 99, 5900, 03, 05, 07—10, 14, 17, 18, 20, 21, 24, 25, 28, 30—33, 35, 38, 40, 42, 44, 46, 49, 50, 51, 62, 68, 77, 78, 82, 89, 99; 6000, 3, 7, 20, 26, 33), Voinea Mircea (5850, 56, 67, 71, 77, 5901, 07, 09, 35, 44, 50, 87). *Şc. m. 2 A. Toma*, cl. VI. Ionescu D. Radu (E: 2020, 21, 27, 28, 29, 33, 38), Popescu Olga Liyiana (E: 2002, 10, 16, 18, 27, 33, 38), Tănăsescu Doina (E: 2002, 09, 10, 16, 18, 22, 23, 27, 38), cl. VII C. Cătuneanu Irina (E: 2016, 18, 22, 23, 27, 29, 33), Cătuneanu Radu (E: 2016, 18, 22, 23, 27, 29, 33), *cl. VIII.* Aldescu Ruxandra (E: 2001, 03—05, 08—12, 16, 18, 27—29, 33, 38), Banu Maria (E: 2001—06, 08—12, 16, 18, 20, 21, 27—29, 33, 38), Banu Olimpia (E: 2001—06, 08—12, 16, 18, 20, 27, 28, 29, 33), Bădescu Alexandru (E: 2001—29, 31—36, 38, 40, 41; 5850, 51, 60, 61, 68), Bălan Ioana (E: 2003—05, 08—12, 16, 18, 21, 27—29, 33, 38), Brătoiu Cristian (E: 2013—25, 32, 38), Brescan Lucia (E: 2001, 09—11, 14, 16, 18, 21, 23, 27, 29, 33, 38), Caracostea Mihai (E: 2002—04, 08—10, 16, 18, 22, 23, 25, 33, 38), Cernat Laurenţiu (E: 2013—25, 29, 38), Coman Violeta (E: 2001—05, 08—12, 16, 18, 21, 27, 29), Comănoiu Maria (E: 2013—25, 32, 38), Comişel Dan (E: 2003—05, 08—12, 16, 18, 21, 27, 29, 33), Comşa Corneliu (E: 2003, 04, 06, 11, 12, 16, 17, 26—28, 33, 5880), Constantinescu Afrodita (E: 2001, 03—05, 07—12, 15, 17, 18), Cheşa Rodica (E: 2001—05, 08—10, 16—18, 22, 23, 25—29, 32—34, 38), Dinu Cornel (E: 2002—05, 08, 09—12, 27, 5860, 61, 68), Dinu Georgeta (E: 2013—15, 17, 18—22), Duţă Ion (E: 2003, 04, 06, 10—12, 16—18, 26, 28, 35), Florescu Cornelia (E: 2002, 04, 06, 08, 11, 15, 25, 29, 33, 38). Georgescu Cecilia (E: 2013—18, 20—25, 33, 38), Georgescu Cristian (E: 2013—25, 28, 29), Ioanei Elena (E: 2004, 26, 31, 35, 38, 40, 46; 6034), Ionescu Emilia (E: 2003—05, 08—12, 16, 18, 21, 27), Iordache Ioana E: 2001, 03, 04, 06, 09, 12, 16, 17, 26, 27), 35), Marcu Marioara (E: 2013—24, 35), Mazepa Lidia (E: 2001, 03—05, 08, 09, 12, 13, 16—18, 20, 23, 25, 27, 29, 33, 38), Naftan Angela (E: 2013—25), Naumescu Maria (E:2001—04, 06, 08—12, 15—18, 20, 21, 23), Neagoe Paulina (E: 2013—22, 24, 25, 28), Nicolescu Maria (E: 2013—25), Ovăşanu Laurenţiu (E: 2013—25, 27, 28), Papuc Vasile (E: 2013—25, 32, 33), Păun Elena (E: 2013—25), Popa Luminiţa (E: 2001—06, 09—11, 20, 21, 29), Popescu Ilioara (E: 2003, 06, 07, 11, 12, 16, 17, 26, 28, 35), *Rădoiaş Gheorghe* (E: 2001—25, 5850, 51, 60, 61, 68, 69, 5900, 02, 10, 26, 44—46), Slobozianu Vera (E: 2006, 08—11, 16, 18, 21, 29, 33, 38), Somai Gabriela (E: 2001—10, 29, 33), Sorescu Sandu (E: 2013—25, 29, 33), Spindru Maria (E: 2016, 18, 20, 23—25, 29, 33, 35, 38, 40), Stamate Mariana (E: 2001—05, 08—12, 14—17, 21), Strul Mirian (E: 2004, 08—11, 16, 26—29, 33, 41), Soptăreanu Marcela (E: 2013—25), Tătuţă Maria (E: 2013—25), Tudor Gherghina (E: 2013—25), Ţinta Mircea (E: 2001—13, 16—18), Vasile Rodica (E: 2001, 04—07, 11, 12, 16, 17, 26, 28, 29, 35), Babonea Paul (E: 2001—03, 06, 08, 09, 10—17, 21), *Ionescu Liana* (E: 2001—38). Vîlcu Vasile (5898, 99; 5900, 10, 14, 17, 18, 21, 24, 33, 35, 43), *cl. XI.* Buzilă Constantin (5850, 52, 56, 60, 61, 66—68, 71, 77, 78, 89; 5914), Stanca Sonia (5850, 55, 56, 60, 61, 66—68, 71, 77, 78, 98, 99; 5900, 10, 14, 17, 18, 21, 24, 31, 33, 35, 46), Mihai Constantin (5819, 22, 29, 44, 56, 60, 61, 62, 67, 68, 71, 78; 5900, 24, 32), Bălan Alexandrina (5898, 99, 5900, 10, 14, 17, 18, 24, 35, 43, 45, 76, 79), *Şc. m. 3* cl. VII. Adam Elena (E: 2027—29, 33, 34, 38, 41), Andrei Magdalena (E: 2027, 33, 38, 45, 46, 48, 50), Cardaş Georgeta (E: 2020, 22, 27, 48, 50), Cernohoschi Aurel (E: 2009, 10, 22, 27, 29, 33, 38, 41), Dumitru Elisabeta (E: 2008, 10, 11, 27, 29, 32, 33, 42, 50), Dorneanu Dan (E: 2016, 21, 27, 29, 33, 38, 46), Gaurău Dan (E: 2008—11, 16, 20, 33, 41), Marinescu Cornel (E: 2002, 08, 09, 10, 16, 20, 21, 23, 32, 33, 41, 42, 45, 54), Popescu Cornelia (E: 2010, 16, 22, 27, 29, 33, 38, 45, 56, 48, 50), Ştefănescu Mariana (E: 2008—11, 16, 20, 27, 29, 32, 33, 41, 42, 50), Teodoru Anca (E: 2008—11, 16; 2020, 27, 29, 32, 33, 41, 42, 50). *cl. VIII* Cîrciumaru Mioara (E: 2029, 33, 42, 43, 45, 46, 50, 58). Apostol Maria (E:2027—30, 33, 35, 36, 38, 50, 56, 58; 6056). *cl. XI* Profeta Lazăr (5851, 93, 96; 5935, 42, 59, 62, 79, 87, 90, 92, 93), cl. IX. Ivanovici Elena (5850, 60, 61, 77; 5901, 07, 08, 26, 45, 90, 93),*Şc. m. 4* cl. VIII. Arnăutu Carmen (E: 2027—29, 31, 33, 35,

38, 42, 43, 45—47, 50), Pandele Mihaela (E: 2016, 17, 21, 22, 23, 27, 28, 31, 33, 42, 46, 47, 48), Tumăr Paul (E: 2014, 16, 18, 21, 22, 23, 28, 29, 33, 34, 38), *cl. XI*. Florea Florian (5914, 35, 52, 58, 59, 62, 87, 88, 90, 92, 93; 6030, 33, 37, 40), *Şc. de 8 ani nr. 8 cl. VI* Niţu Gabriel (E: 1990, 93, 95, 2010, 16, 18, 23), Simion Eftimie (E: 2001, 02, 08, 19—12), *Şc. de 8 ani nr. 12 cl. VII* Steriu Alexandru (E: 2016, 21, 23, 27, 28, 29, 31), *Şc. m. de muzică şi arte plastice* cl. VI Vişan Marian (E: 1190, 91, 94, 95; 2001, 02, 08—12), *Şc. m. nr. 6* cl. VIII. Taraş Viorel (2016, 18, 24, 28, 29, 33, 38, 42, 44, 45, 47, 48), Tudor Doina (2001, 04, 08, 09, 10—11, 13, 17; 5860, 61, 68, 80, 89; 5900), *cl. IX A* Karaghiaur Radu (2003, 04, 08, 24, 33, 3850, 60, 61, 5910, 62, 90, 93), *cl. XI* Andronescu Mihaela (5860, 61, 67, 71, 77, 80, 5910, 18, 42, 6007, 30, 33), Călinescu Beatrice (5860, 61, 67, 71, 77, 80; 5910, 18, 98, 6007, 30, 33), Ciulacu Stelian (5850, 51, 52, 60, 61, 67, 71, 77, 80, 5910, 18, 24, 42), Constantinide Florica (5852, 60, 61, 65—68, 71, 77, 80, 84; 5910, 42, 44), Cuptor Elena (5850, 60, 61, 67, 68, 71, 80; 5910, 18, 24, 42, 64, 68), Matei Gheorghe (5905, 06, 09, 10, 18, 21, 24, 33, 38, 42, 50, 68, 82, 87; 6007, 20, 30, 33), Petcu Doina (5850, 51, 52, 60, 61, 67, 68, 71, 80; 5910, 18, 24, 42), Stuparu Mariana (5852, 60, 61, 65, 67, 68, 71, 80; 5918, 42, 76, 78, 79), Vasilescu Lucia (5852, 60, 65, 67, 68, 71, 80; 5910, 18, 24, 43, 76, 78, 79), Zamfir Elena (5850, 51, 52, 60, 61, 68, 71, 80; 5910, 18, 24, 42, 64; 6033), *Şc. m. 4. cl. VIII*. Andrei Elena (E: 2016, 21, 27—30, 33, 38, 42—44, 46, 48, 48, 49, 50, 52), Apradu Silvia (E: 2008, 9, 16, 17, 26—29, 33, 38, 39, 42, 43—46, 48), Boboc Marcel (E: 2016, 27—29, 32, 33, 38, 39, 42—44, 48, 54), Badea Alexandrina (E: 2008, 16, 26—29, 33, 38, 42, 43—46, 48), Crăciun Mariana (E: 2016, 26—29, 33—39, 42—44, 46, 48), Dragomir Vasile (E: 2008, 10, 16, 24, 27—29, 33, 38, 39, 42, 43, 44, 46), 48), Dumitrache Constanţa (E: 2001—4, 7—10, 24, 28, 39, 42, 43, 46, 48, 66), Dumitru Gheorghe (E: 2010, 11, 16, 17, 26—29, 33, 38, 39, 42—45, 48, 50), Enescu Lelia (E: 2008, 10, 16, 27—29, 33, 38, 39, 43, 44, 48), Grămoiu Gheorghe (E: 2016, 27—29, 33, 38, 39, 42, 43, 48, 54), Iliescu Rodica (E: 2012, 14, 16, 26—28, 33, 38, 39, 42—44, 47, 48, 49), Ilie Elena (E: 2016, 26—29, 33, 38, 39, 42, 43, 48), Moise Maria (E: 2016, 26—29, 33, 39, 42—44, 48, 49), Minculescu Sofia (E: 2027—29, 33, 38, 39, 42—44, 48), Manolescu Lucia (E: 2016, 26—29, 33, 38, 39, 42—46, 48), Nicolescu Aurelia (E: 2004, 8—10, 12, 16, 26, 27—29, 33, 38, 39, 42—44, 48, 50, 5990), Popescu Elena (E: 2008, 9, 16, 18, 26—29, 33, 38, 39, 42—46, 48), Popescu Liliana (E: 2009, 16, 26—29, 33, 38, 39, 42—46), Pană Sofia (E: 1926, 28, 2016, 24, 26, 28, 29, Ştefan Elena (E: 2016—18, 28, 29, 33, 38, 42, 43, 47, 48, 50), Tarter Lotti (E: 2003, 4, 9, 10, 16—18, 21, 27—29, 32, 33, 38, 42—45, 47, 48, Tocaci Felicia (E: 2016—18, 21, 28, 29, 33, 42—44), Toma Mircea (E: 2013, 14, 16—18, 28, 29, 32, 33, 35, 42, 44), Tace Elena (E: 2016, 17, 21, 35, 42—48), Vică Silvia (E: 2003, 4, 9, 10, 16—18, 21, 43—45, 47), Văsceanu Ionica (E: 2016—18, 21, 27, 29, 32, 33, 35, 42—45, 47), cl. IX Lungu Valeria (E: 5051, 61, 80, 85, 96, 5900, 07, 43, 46, 68, 83, 90, 93).

RĂDAUŢI. Şc. m. 2. cl. X. *Weinstein Iack* (5852, 56—59, 79, 85, 90, 967, 71, 76, 78, 81, 83, 86, 87, 88, 90, 92, 93, 6006, 07, 08, 18, 20, 27, 28, 30, 34, P).

RECAŞ. Şc. m. cl. X Pasca Teodor (5814, 20, 21, 26, 30, 51, 60, 61, 76, 89,

ROMAN. Şc. m. cl. VIII. Bercovici Ion (E: 2004, 09, 13, 5860, 71, 73, 80, 89, 944, 76, 78, 98, 6007), Abs. *Doldeanu Temistocle* (5850—53, 55, 56, 58—71, 76—78, 80, 81, 84, 87, 89, 93, 98—901, 03—10, 12, 14, 15, 18, 19, 21, 24—26, 30, 33, 35—39, 41, 46, 49, 50, 52, 60, 61, 64—69, 73—78, 82, 83, 87).

ROŞIORI DE VEDE. Şc. m. cl. VIII Ceapă Iancu (E: 1990, 92, 95—99, 2010, 11, 16, 18, 21, 5814, 60, 61), cl. IX Săndulescu Ion (5944, 52, 62, 76, 78, 88, 90, 93, 96, 6007, 29, 76, 81), cl. X Clipcea Rada (5821, 29, 39, 65, 80, 900, 08, 18, 26, 43, 64, 76, 77, 90, 93),

RIMNICU VILCEA. *Şc. m. 1 cl. VIII Marinescu Silvia* (E: 2027, 35, 38, 40, 43, 45), cl. X Dina Marin (5851, 69, 918, 25, 42, 44, 52, 62, 64, 76—79, 84, 87, 90, 92, 98, 6007, 20, 23, 26, 27, 30, 33, 34), Broască Bogdan (5900, 21, 42, 52, 76, 79, 87, 6007, 23, 27, 30, 33), Dumitraşcu Liviu (5850, 51, 60, 61, 68, 77, 94, 99, 900, 10, 17, 44), Ghelmez Florentina (5900, 25, 28, 56, 59, 62, 64, 90, 92, 6030, 33), *cl. XI* Beldianu Aurel (5850—52, 54, 60, 61, 67, 71, 81, 82, 84), Buricea Mihai (5850, 51, 60, 61, 69, 918, 42, 44, 52, 62, 76, 78, 79, 90), Cerbu Nicolae (5850, 52, 54, 56, 60, 61, 64, 67, 71, 77, 82, 84, 92), Cimpoieru Nicolae (5850, 52, 54, 56, 60, 61, 67, 71, 77, 82, 84, 92), Dobrescu Teodor (5852, 54—56, 60, 61, 67, 71, 77, 81, 84, 94, 914, 45, 46, 87), Dumitrescu Valentin (5850, 52, 54, 56, 60, 61, 64, 67, 77, 82, 84), Florescu Mircea (5850—53, 56, 60, 61, 67, 68, 71, 77, 78,

81, 87—92, 99), Glăman Constantin (5850, 52, 54, 56, 60, 61, 64, 67, 77, 81, 82, 976), Guriţoiu Ilie (5850,52—54, 61, 67, 71, 77, 78, 81, 82, 84, 964), Iacob Gheorghe (5850, 52—54, 61, 64, 67, 71, 74, 78, 82, 84), Ionescu Silvia (5850—52, 54—56, 61, 64, 67, 71, 77, 82, 92), Mănescu Simona (5852—54, 56, 60, 61, 67, 71, 77, 92, 94, 945, 64), Moraru Sabina (5850, 52, 54, 57, 60, 61, 64, 71, 77, 82, 84, 998), Ogrezeanu Magdalena (5850—52, 54, 56, 60, 61, 64, 67, 71, 76, 77, 82, 92), Ionescu Ion (5850—57, 60, 61, 65, 67—71, 77, 80, 81, 84, 86, 87, 94, 900, 09, 14, 17, 18, 20, 35, 38, 40, 44—46), Palmaş Ioana (5850, 52, 54, 56, 60, 61, 67, 77, 82, 92), Popa Gheorghe (5850, 56, 60, 61, 77, 84, 92), Popescu Marin (5850, 52, 54, 56, 60, 61, 64, 67, 71, 77, 82, 92), Popovici Ion (5850, 52, 54, 56, 60, 61, 67, 71, 77, 82, 84, 92, 964), Răduţ Monica (5850—56, 60—63, 66—68, 70, 71, 76—78, 81, 84, 76, 87, 94, 98, 99, 901, 08, 10, 17, 34, 44, 6007), Ridichie Ion (5850, 52, 54, 56, 60, 61, 67, 71, 77, 82, 84, 92) Safta Nicolae (5851, 52, 61, 71, 77, 78, 92, 99, 964), Sandu Mihail (5052, 56, 60, 61, 71, 77, 86, 94, 914, 44, 59, 64, 93), Sassu Magdalena (5850—52, 54, 56, 60, 61, 64, 67, 71, 77, 82, 92), Vasilescu Nicolae (5850, 52, 54, 56, 60, 61, 67, 71, 77, 82, 84, 92).

SALCIA. Şc. m. cl. VI. Gherga P. Elena (E : 2016, 18, 21, 23, 27, 28, 38, 42, 45). Cl. VIII. Matu Constantin (E : 2001, 02, 06, 08, 09, 10, 11, 16, 18, 20).

SATU MARE. Şc. de 8 ani nr. 1 cl. VII. Gozner Gabriela (E : 2016, 20, 23, 27, 29, 45, 50).

S.m. M. Eminescu cl. VIII. Mitaru Alexandru (E : 2027—29, 31—33, 35, 36, 38, 40—47, 50—54 ; 5990, 6032). Cl. IX. Işan Gh. (E : 2002, 04, 06, 08—10, 20, 22, 24, 29, 33, 38, 41 ; 5962, 76, 93), Timoc Dorel (E : 2002, 04, 06, 08, 09, 10, 20, 22, 25, 29, 33, 38, 41 ; 5963, 76, 93). Cl. X. Gătina Vasile (5898, 926, 42, 76, 81, 82, 87, 99, 6007, 20, 33).

SF. GHEORGHE. S.m. 1 cl. VIII. Zsdoz Gh. (E : 2001—24 ; 5944, 45).

SIBIU. Ş.m. 1 Gheorghe Lazăr. Cl. VIII. Banciu Mariana (E : 2014, 16, 18, 21, 23, 26—29, 33, 34), Dragoman Livia (E : 2014, 16, 18, 21, 27—29, 33—35, 38), Grosu Adrian (E : 2014, 16—18, 21, 28, 29, 31, 33, 35, 38 ; 5900, 01), Mitran Nicolae (E : 2001, 08—11, 16, 18, 23, 28, 29, 38), Buzoianu Mureş (E : 2008—11, 16, 18, 23, 27—29, 33, 38), Pompilian Alex. (E : 2004, 08—11, 16, 18, 23, 29, 33, 38), Răducan Lucia (E : 2014, 16, 18, 21, 23, 26—29, 33, 34, 38), Rusnac Adriana (E : 2014, 16, 18, 19, 23, 25, 28, 29, 33, 38—40), Roşu Dumitru (E : 2001, 02, 05, 06, 08—11, 16, 18, 28, 29). Cl. IX. Albescu Ion (5861, 60, 61, 68, 70, 80, 89, 900, 07, 09, 10, 78), Căpruţă Manole (5851, 60, 61, 68, 80, 89, 900, 07, 09, 10, 76, 78), Kertesz Andrei (5851, 60, 61, 68, 70, 80, 89, (90, 909, 6007, 29), Moldovan Gheorghe (5851, 60, 61, 68, 70, 80, 89, 900, 07, 09, 10, 76), Sandu Viorel (5851, 60, 61, 68, 70, 80, 89, 909, 62, 90, 6007, 29). Cl. X. Balomir Adrian (5852, 60, 61, 62, 68, 80, 942, 58, 62, 90, 91, 92, 93), Cl. X. Sofariu Marcel (5898, 900, 01, 09, 10, 25, 44, 81 82, 87, 97, 98, 6006, 07, 08). Cl. XI. Bogus Mihai (5856, 60, 61, 67, 71, 77, 909, 62, 67, 68, 76, 79, 82, 87, 90), Dăncilă Dorin (5898, 935, 67, 68, 76, 82, 87, 6020, 25, 27, 29, 30, 33), Galea Ioan (5850, 52, 56, 60, 61, 65, 67, 71, 77, 84, 909, 18, 35, 46), Ghibu Emil (5856, 60, 61, 68, 71, 77, 907, 09, 67, 68, 79, 82, 87).

S.m. 2 cl. VIII. Fulea Mihai (E : 2001, 03, 04, 08, 10, 11, 12, 16, 17, 18, 19, 24), Nicu Maria Eug. (E : 2001, 02, 08, 09, 10, 11, 16, 18, 22, 25, 27, 29, 38, 39, 42, 46), Popa Aurelia (E : 2001, 03, 08, 09, 10, 11, 12, 16, 18, 24 ; 5868, 70), Sîrbu Carmen (E : 2002, 09, 18, 23, 25). Cl. IX. Eneşel Florea (5850, 51, 52, 60, 61, 68, 900, 01, 09, 10, 21, 25, 44, 78, 79), Esca Virginia (5852, 60, 61, 77, 89, 900, 01, 09, 21, 44, 78, 82), Trif Nicolae (5818, 21, 29, 32, 50, 51, 60, 61, 65, 77, 89, 91, 93, 94), Giura Floarea (5851, 60, 61, 68, 77, 89, 900, 01, 09, 21, 26, 44, 98, 6007), Stănilă Ioan (5898, 900, 01, 09, 10, 25, 44, 76, 79, 81), Văleanu Lucia (5860, 61, 68, 77, 89, 900, 01, 21, 44, 78, 79, 6007). Cl. X. Cristea Nicolae (5900, 01, 21, 44, 68, 76, 79, 82, 85, 87, 6007, 27), Darvaş Viorica (5852, 53, 60, 61, 67, 68, 77, 89, 900, 44, 68, 82, 87), Nicoară Ion (5850, 52, 53, 60, 61, 62, 65, 67, 68, 77, 82, 89, 94, 900, 01, 21, 44, 64, 68, 76, 78, 79, 81, 82, 85, 87), Stoica Virgil (5850, 52, 53, 60, 61, 67, 68, 77, 94, 900, 01, 82, 87), Trif Maria (5714, 816, 18, 19, 21, 29, 32, 50, 52, 53, 56, 60, 61, 67, 71, 77, 93), Cl. XI. Ghiţescu Constantin (5884, 98, 900, 05, 08, 09, 10, 14, 17, 18, 25, 32, 35, 44).

S.m. 3 cl. X. Bucur Liliana (5851, 62, 82, 921, 25, 29, 42, 69, 78, 79, 87, 94), Dăncilă Ion (5784, 863, 65, 66, 69, 73, 81, 98, 902, 04, 06, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 22, 32, 34, 42, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 68, 69, 71, 71, 77, 78, 79, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 98, 6007, 18, 20, 30, 33), Dobrotă Marinela (5899, 900, 06, 21, 68, 69, 70, 78, 79, 82, 86, 87), Gîlea Doina (5880, 99, 900, 21, 68, 69, 78, 79, 82, 87), Helju

Doina (5921, 25, 29, 42, 69, 78, 79, 87, 94). Cl. X Ivănuşă Cornelia (5784, 846, 49, 908, 21, 32, 50, 70, 71, 77, 78, 83, 84, 87, 98, 90, 6007, 20), Laşiţă Ileana (5908, 21, 26, 64, 68, 78, 82, 87, 90—92, 97, 6007, 20), Lohan Tiberiu (5913, 50, 69, 77, 82, 86, 87, 90, 98, 6007, 20, 30), Marinuş Radu (5899, 906, 21, 42, 68, 69, 77, 82, 87, 6020, 30, 33), Martinuş St. (5899, 921, 42, 68, 69, 76, 78, 79, 82, 85, 87, 6033), Marcu Grigore (5913, 21, 32, 42, 49, 50, 68, 69, 76, 79, 81, 82, 83, 86, 87), Moldovan Rodica (5899, 900, 21, 38, 69, 70, 78, 79, 81, 82, 86, 87), Năstoiu Aneta (5908, 21, 26, 64, 68, 82, 87, 90—92, 97, 6007, 20), Ostap P. Ioan (5899, 960, 21, 68, 69, 78, 79, 82, 87, 6020, 33), Popescu Doina (5899, 900, 21, 68, 69, 70, 78, 79, 82, 86, 87), Pătraşcu Florica (5898, 909, 10, 21, 25, 44, 68, 69, 77, 78, 82), Rosenfeld Corina (5865, 66, 73, 913, 17, 22, 49, 68, 76, 82, 85, 86, 69), Stroe Floarea (5899, 900, 05, 21, 68, 69, 70, 78, 79, 82, 86, 87), Soini Rodica (5899, 900, 68, 69, 70, 78, 79, 82, 86, 87), Tanasciuc Lucia (5899, 900, 21, 68, 69, 70, 79, 82, 86, 87), Tereanu Teodora (5899, 900, 08, 21, 68, 69, 70, 77, 78, 79, 82, 86). Cl. XI. Jurcovan Dorel (5718, 906, 14, 25, 31, 33, 34, 42, 44, 46, 47, 49, 51, 58, 59, 65, 67, 68, 69, 72, 75, 76, 77, 78, 79, 81, 82, 84, 85, 87), Simion Virgil (5850, 52, 53, 55, 56, 60, 61, 66, 68, 71, 77, 82, 87, 89, 94).

Ş.m. 4 cl. VIII. Moraru Vasile (E: 2013—24, 27—29, 31—33, 35, 37—43; 5900, 01, 2014, 16, 18, 20—24, 27, 28, 33, 41). Cl. X. Mîndreanu Rodica (5850, 51, 52, 60, 61, 62, 66, 68, 69, 70, 98, 99, 900, 01, 09, 10, 25).

Şc. 8 ani nr. 1 cl. VI. Balomiri Mihai (E: 2001, 02, 16, 18, 21, 27—29). Cl. VII. Maniu Iuliana (E: 2016, 18, 23, 27—29, 31, 33, 37, 45).

Şc. 8 ani nr. 2 cl. VII. Eneşel Bogdan (E: 2014, 16, 18, 21, 23, 27—29, 33, 41), Strănileu Mircea (E: 2014, 16, 18, 21, 23, 27—29, 38, 39).

Şc. 8 ani nr. 4 cl. VI Laschescu Dorin (E: 2001, 02, 08, 09, 10, 11, 16).

Şc. 8 ani nr. 9 cl. VI. Nicola Rodica (E: 2002, 08—11, 18, 16, 21). Cl. VII. Pocol Marius (E: 2008, 10, 11, 16, 23, 27, 29).

Şc. 8 ani nr. 12 cl. VI. Nicu Olguţa (E: 2022, 25, 27, 29, 38, 46).
Sandu începe

Şc. 8 ani nr. 15 cl. VII. Bucur Ioan (E: 2001, 09, 10, 12, 16, 18, 20, 22, 23, 33, 38), Cruceanu Ana (E: 1907, 12, 13, 53, 55, 56, 59, 61, 68, 76, 81, 83, 95, 2002, 08, 10, 11, 12, 22, 46, 50, 54), Jitianu Cristina (E: 2009, 12, 16, 18, 21, 22, 23, 29), Olteanu C. (E: 1959, 61, 76, 81, 82, 83, 84), Popescu Eugenia (E: 2009, 11, 12, 16, 18, 19), Sasu Elena (E: 2002, 08, 10, 11, 20, 33, 41), Temciuc Tamara (E: 2002, 08, 09, 26, 29, 32).

Şc. de 8 ani nr. 18 cl. V. Totu Ioan (E: 2027, 29, 33, 41—43, 46, 48, 50, 54), Turcu Mariana (E: 2001, 02, 09, 10, 11, 14, 28, 29. 32, 33). Cl. VI. Albu Victor Mircea (E: 2010, 11, 21, 23, 27, 28, 29, 30, 31, 33, 35, 36, 38, 41, 42, 43, 45, 46, 50, 54), Badea Mariana (E: 2016, 18, 20, 21, 23, 27, 28, 29, 30, 33, 42, 50), Capră Mariana (E: 2027, 28, 29, 41, 42, 43, 45, 46, 50), Cataros Costache (E: 2016, 18, 20, 21, 23, 29, 32, 38), Chirilă Dorina (E: 2028, 29, 30, 38, 42, 43, 48), Dumitru Ioan (E: 2016, 33, 39, 32, 43, 45, 46, 48, 50), Horvat Doina (E: 2006, 08, 16, 18, 29, 30, 38, 42, 50), Macota Lucian (E: 2016, 18, 20, 21, 23, 27, 28, 29, 33, 38), Mihu Ioan (E: 2016, 18, 23, 27, 28, 29, 31, 33, 37), Mînzat Ioan (E: 2016, 18, 23, 27, 28, 29, 31, 33, 38), Piele Alexandru (E: 1033, 2028, 29, 30, 38, 42, 45, 46, 50, 54), Praţa Ecaterina (E: 2001, 02, 10, 11, 20, 27, 29, 32, 41, 44), Resteanu Georgeta (E: 2008, 10, 11, 18, 20, 27, 28, 29, 42, 43, 48). Cl. VI. Stoica Doina (E: 2028, 38, 42, 43, 48, 49), Vincze Gustav (E: 2016, 18, 20, 21, 23, 27, 28, 29, 30, 33). Cl. VII. Arcaş Olimpia (E: 2029, 30, 31, 38, 39, 53, 54), Aspra Olimpia (E: 2016, 27, 28, 29, 31, 46, 50, 54), Badiu Eugenia (E: 2026, 28, 29, 38, 39, 43, 44, 45, 46), Cărămidar Emil (E: 2029, 42, 43, 44, 45, 46, 53, 54), Cojocaru Ana (E: 2018, 29, 33, 42, 43, 45, 48, 50, 54), Croitoru Lucia (E: 2010, 29, 30, 33, 38, 43, 45, 46, 48, 53), Drăgan Maria (E: 2023, 27, 29, 30, 41, 42, 43, 45, 50), Mîndreanu Doina (E: 2010, 29, 33, 38, 42, 43, 45, 46, 48, 53), Munteanu Georgeta (E: 2027, 28, 29, 31, 33, 37, 38, 41, 50). Panta Ana (E: 2016, 18, 20, 27, 28, 29, 33, 42, 43, 46, 48, 50), Parotă Nicolae (E: 2016, 22, 28, 29, 33, 34, 38, 43, 45, 46), Popa Maria (E: 2042, 43, 45, 46, 48, 50, 51, 52, 53, 54), Roşca Victoria (E: 2010, 29, 30, 33, 42, 43, 46, 50, 53, 54), Sabău Elena (E: 2016, 21, 29, 33, 38, 42, 43, 48, 50), Tenghea Constantin (E: 2016, 18, 23, 27, 28, 29, 31, 33, 37), Tudor Georgeta (E: 2021, 22, 28, 29, 31, 33, 42, 46, 48, 50), Vulpe Stela (E: 2016, 23, 27, 28, 29, 31, 33, 36, 37, 38).

SIGHET. *Ş.m. 1* cl. XI. Moldovan Constantin (5907, 08, 09, 14, 17, 18, 21, 24, 32, 42, 44, 49, 98, 6020).

SIGHIŞOARA. Şc. 8 ani nr. 2 cl. VI. Moraru V. Cristina (E: 2016, 18, 20, 21, 22, 23).

Ş.m. 2 cl. XI. Macht Christof (5855, 73, 76, 80, 82, 98, 900, 10, 35, 68, 6007).

SINAIA. Ş.m.m. cl. VII. Simionescu Cristian (E: 2001, 02, 09, 10, 16, 18, 21, 22, 23). Cl. X. Catană Ilie (5900, 01, 09, 17, 24, 25, 26, 29, 34, 35, 42, 44, 52, 53, 54, 56, 58, 59, 60, 62, 68, 75, 78, 82, 83, 87, 88, 90, 91, 92, 93, 98; 6007, 20, 23, 29, 30, 31).

SIMERIA. Ş.m.m. cl. V. Vernichescu Monica (E: 2016, 18, 21, 33, 38, 42, 45, 46).

SLATINA. Ş.m. Tudor Vladimirescu cl. VIII. Sîrbulescu Maria (E: 2001, 04, 09, 10, 15, 16, 17, 21, 23, 27, 28, 33, 38; 5861). Cl. IX. Verescu Sergiu (5852, 60, 61, 80, 89, 959, 62, 64, 76, 83, 90, 93). Cl. X. Prună I. Marin (5855, 60, 61, 68, 77, 81, 82, 929, 44, 48, 62, 64). Cl. XI. Ionescu Mihai (5852, 60, 61, 80, 87, 89, 914, 57, 59, 62, 83, 90, 93).

SLĂNIC. Ş.m.m. cl. XI. Aliante Constantin (5850, 51, 54, 56, 60, 61, 65, 67, 69, 71, 82, 94, 97, 900, 18, 29, 35, 42, 46, 53, 54, 56, 57, 59, 62, 65, 67, 76, 89, 90, 92, 94).

STREHAIA. Ş.m. cl. XI. Mîndreanu Eugen (5851, 52, 60, 61, 67, 68, 98, 900, 15, 24, 33, 44, 46, 52, 57, 59, 62, 64, 74, 77, 98, 90, 6005, 07, 08, 30, 33).

ŞTEFĂNEŞTI. *Şc. 8 ani* cl. VII. Căpăţînă Nicolae (E: 1990, 95, 2010, 11, 16, 18, 22), Cosciug Alexandru (E: 2001, 02, 18, 20, 27, 29, 31, 34), Sofronie Cecilia (E: 1990, 92, 93, 95, 98, 2008, 10, 21).

TĂTĂRANI (Ploieşti). Ş.m. 1 cl. VIII. Miran V. Lucia (E: 2001, 02, 03, 06, 10, 11, 12, 15, 18, 21, 23, 24).

TEACA (Mureş A. M.) Ş.m.m. cl. VIII. Vermeşan Vasile (E: 2001, 04, 06, 08, 09, 10, 16, 22, 24, 25, 27, 31, 51, 54).

TITU Ş.elem. 8 ani cl. VI. Sandu Dumitru (E: 1990, 92, 95, 2001, 02, 08, 09, 10, 16, 18, 23).

TIRLIŞNA. Cl. VII. Sigarteu Ioan (E: 2016, 18, 20, 21, 23, 29, 31, 33, 42, 50).

TECUCI (Com. GOHOR), Cl. VII. Chirvăsuţă V. Geta (E: 2029, 33, 36, 42, 43, 46, 50, 52, 54).

Ş.m. 2 cl. VII. Lazea Alin (E: 2008, 09, 10, 11, 14, 16, 18, 22, 23, 27), Păunescu Liviu (E: 2016, 18, 21, 22, 27, 28, 29, 33, 38, 42). Cl. VIII. Trîncu Rodica (E: 2008, 09, 10, 12, 16, 18, 21, 23, 27, 28, 33, 38). Cl. IX. Coman Ileana (E: 2028, 51, 56, 62; 5956, 59, 62, 64, 90, 6007), Corban Ion (E: 2028, 46, 51, 56, 62; 2959; 5956, 62, 64, 90, 6007), Gîţă Constantina (E: 2028, 46, 51, 56, 62; 5956, 57, 62, 64, 90; 6007), Munteanu Gh. (E: 2028, 46, 51, 56, 62; 5956, 59, 62, 64, 90, 6007), Vulpoi Anişoara (5956, 58, 59, 62, 64, 90, 6007). Cl. X. Cozea Ion (5860, 61, 71, 941, 64), Croitoru Petrică (5860, 61, 941, 46, 47, 64, 90), Iftimie Valentina (5815, 18, 21, 27, 29, 30, 60, 61, 67, 70, 71, 80, 90, 93), Iorga Maria (5860, 61, 940, 46, 47, 64, 90), Ivanov Marcu (5860, 61, 71, 941, 64), Manoliu Doina (5818, 29, 30, 39, 60, 61, 67, 71, 80, 93). Cl. X. Marian Ştefania (5815, 18, 21, 27, 29, 30, 39, 60, 61, 67, 70, 71, 80, 93, 990), Meiu Minodora (5815, 18, 21, 27, 29, 30, 39, 60, 61, 67, 70, 71, 80, 93), Mihăilă Ioan (5860, 61, 67, 70, 71, 80, 93), Mocanu Mircea (5815, 18, 20, 21, 27, 29, 30, 39, 60, 61, 67, 70, 71, 80, 93), Moscovici Carol (5860, 61, 941, 46, 47, 64, 90), Indescifrabil (5860, 61, 67, 70, 71, 80, 93), Popescu Florentina (5815, 18, 21, 27, 29, 30, 39, 60, 61, 67, 70, 71, 93, 900). Cl. XI. Adam Ionel (5814, 15, 16, 18, 19, 21, 27, 29, 30, 39, 60, 61, 67, 70, 71, 77, 80, 910, 58, 59, 93), Ecea Gheorghe (5815, 18, 21, 27, 29, 30, 60, 61, 67, 70, 71, 72, 80, 93, 957, 90). *Tătaru Ioan* (5814, 15, 16, 18, 19, 21, 26, 27, 29, 30, 32, 37, 39, 41, 48, 58, 60, 61, 67, 70, 71, 73, 77, 78, 80, 82, 84, 93, 94, 910, 57, 58, 59, 62, 64, 83, 90, 91, 93, 95).

83, 84), Popescu Eugenia (E: 2009, 11, (E: 2027, 29, 33, 41, 42, 43, 46, 48, 50,

TIMIŞOARA. Ş.m. 1 cl. VIII. Anton Anton (E: 2013, 15, 17, 18, 20, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 31, 33, 35, 36, 38, 41; 5890), Rujar Gheorghe (E: 2001, 03, 08, 09, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 24). Cl. IX. Cionca Florin (E: 2028, 35; 5898, 944, 45, 76, 83, 90, 68, 88, 61), Chindriş Julietta (E: 2006, 10, 15, 20, 24, 31, 33, 35, 38, 401; 5850, 945, 90, 94), Copeti Adriana (E: 2003, 05, 08, 09, 10, 13, 15, 16, 19, 33, 35, 41), Fischer Odette (E: 1960, 61, 2001, 04, 15, 19, 20, 31, 35; 5945, 68), Gonţa Cornelia (E: 2003, 05, 08, 09, 10, 13, 15, 16, 19, 33, 35, 41), Grofşoreanu Alina (E: 1961, 2001, 04, 06, 15, 20, 24, 33, 35; 5850, 90, 944, 68, 90), Iacob Cornelia (E: 2003, 05, 08, 09, 10, 13, 15, 16, 19, 33, 35, 41; 5850, 944, 68, 90), Ioniţă Cristina (E: 2006, 10, 15, 17, 20, 24, 31, 33, 35, 38; 5944), Ionescu Florin (E: 2004, 06, 09, 10, 11, 16, 18, 22, 23; 5889, 90), Militaru Constantin (E: 2009, 10, 33; 5850, 80, 89, 944, 68, 88, 90, 93), Munteanu Onoriu (E: 1961, 2004, 06; 5850, 80, 88, 89, 944, 45, 68, 88, 90), Munteanu Mircea (E: 2002, 04, 06, 08, 09, 10, 11, 16, 17; 5877, 80, 90), Moş Victor (E: 2006, 10, 17, 20, 24, 31, 33, 35, 38; 5850, 69, 944, 45, 68, 76, 83, 90, 93, 98), Neumann Gheorghe (E: 1895, 2008, 09, 10, 11, 16, 21, 27, 28, 29, 32, 38; 5850, 80, 89, 944, 45, 68, 76, 83, 90,

93, 98), Novac Adrian (5850, 51, 64, 944, 45, 62, 68, 76, 86, 88, 90, 93), Păuți Zeno (5580, 880, 89, 944, 45, 76, 83, 90, 93, 98), Placec Etelca (5860, 61, 68, 89, 901, 07, 35, 44, 45, 76), Puiu Lelia (E: 2001, 15, 16, 19; 5850, 968, 93, 6045, 90), Samoilă Șerban (E: 2004, 06, 10, 15, 17, 20, 24, 31, 33, 35, 38; 5850, 80, 89, 90, 945, 68, 76, 90, 93, 98), Toma Mircea (E: 2021, 35; 5850, 80, 89, 944, 45, 68, 76, 90, 93, 98), Ureche Veronica (E: 1961, 2001, 04, 10, 15, 19; 5945). Cl. X. Doduicenco Dana (E: 1955, 60, 61, 2001, 04, 15, 16, 19, 35; 5590, 850, 944, 45, 68). Cl. XI Dallacky Evelin (5968, 76, 81, 6007, 10, 20, 24, 25, 27, 29, 30, 33, 36, 71, 76, 78), Mihăilescu Gheorghe (5856, 60, 61, 71, 74, 79, 80, 85, 87, 89, 93, 97).

Ș.m. 2 cl. VIII. Matei Magdalena (E: 1976, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 87, 88; 5792). Cl. X. Debeleanu Dan (5850, 52, 55, 60, 61, 62, 98; 5910, 21, 62, 64, 67, 77, 90, 93), Norbert Petri (5852, 55, 60, 61, 98, 910, 21, 64, 67, 6007, 33, 34). Cl. XI. Gavrilă Gelu (5920, 24, 44, 45, 64, 65, 68, 73, 74, 76, 98, 6007, 20, 21, 27, 30, 33), Lupu Mariana (5856, 57, 59, 60, 62, 67, 71, 935, 44, 56), Popescu Viorela 5892, 98, 901, 06, 07, 08, 09, 10, 21, 26, 35, 45, 63, 65).

Ș.m. 3 cl. IX. Popa Andreia (5850, 51, 61, 77, 89, 944, 52, 76, 78, 88, 90, 93).

Ș.m. 7 cl. X. Rothenstein Ana (5860, 61, 64, 68, 77, 99, 901, 29, 45, 77, 90, 93), Marinescu Dorina (5860, 61, 68, 77, 94, 901, 07, 21, 44, 45, 77, 6003).

Ș.m. N. Beloianis cl. VIII. *Savii Geo* (E: 2001—016, 18, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 31, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 40, 41; 5861, 68, 959, 90, 92, 93).

TIRGOVIȘTE. Ș.m. 1 cl. VIII. Frățiloiu Nicolae (E: 2016, 17, 18, 21, 23, 27, 28, 29, 33, 38, 42, 43, 45).

Ș.m. 2 cl. VIII. Vaitan Florin (E: 2004, 09—11, 16—18, 24, 31, 35, 40; 5851, 60, 61, 68).

Ș.m. 3 cl. VIII. Bănoiu Dumitru (E: 2013, 14, 17, 18, 21, 22, 23, 24, 25). Cl. XI. Florea Rodica (5925, 54, 57, 58, 59, 62, 64, 78, 82, 87, 6030, 33.

Absolvent *Regenkampf Alexandru* (5666—75, 79—83, 88, 89, 92, 701, 06—08, 10, 13, 15, 16, 20—22, 24—27, 29—31, 33, 34, 36, 37, 40, 46, 52, 53, 77, 80—82, 95).

TG. MUREȘ. Șc. 8 ani nr. 6 cl. VII. Hermann Ștefan (E: 2029, 33, 42, 50, 52, 54; 2992).

Ș.m. Papiu Ilarian cl. VII. Simovici Igor (E: 2001, 09—11, 16, 18, 20—23), Vamoș Vasile (E: 2001, 08, 12, 27, 28, 32, 33, 36, 38, 41—46, 48, 50, 52—54).

Ș.m. 4 cl. X. Gersch Egon (5723, 27, 29, 30, 37, 40, 45, 46, 66, 67, 77, 91, 92, 802, 50, 51, 52, 53, 60, 61, 65, 68, 69, 70, 73, 77, 80, 92, 86, 94), Stratan Valentin (5851, 52, 53, 60, 61, 65, 68, 69, 70, 71, 77, 86). Cl. XI. *Cristelecan Mihai* (5850, 54, 55, 56, 60, 61, 71, 77, 78, 80, 84, 85, 900, 01, 05, 07, 08, 09, 10, 14, 17, 18, 20, 21, 25, 26, 30, 32, 33, 34, 35, 40, 42, 44, 47, 50).

TIRGU CĂRBUNEȘTI. Ș.m.m. cl. XI. Justin Bularda (5816, 18, 19, 21, 27, 42, 48, 56, 60, 61, 67, 68, 70, 71, 77, 900, 05).

TIRGU LĂPUȘ. Ș.m. cl. XI. Cosma Constantin (5852, 55, 56, 60, 61, 65, 66, 67, 68, 71, 84, 85, 94), Flore Ioan (5852, 55, 56, 60, 61, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 79, 80, 89, 94, 96, 97; 918, 26, 42), Leșe Valer (5852, 55, 56, 60, 61, 66, 67, 71, 910, 35, 60, 90).

TIRGU JIU Ș.m. 1 clasa VIII. Pestroiu Daniel (E: 2017, 21, 24, 28, 32, 36, 38, 40, 42, 43, 47, 49; 6007). Cl. IX. Bratu Traian (E: 2001, 02, 04, 08, 09, 10, 16, 18, 21, 23; 5860, 61, 68).

Ș.m. 2* absolvent Popescu Gheorghe (5853, 75, 76, 77, 78, 79, 82, 87, 89, 90, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 900, 13. 14, 15, 20, 21).

TRUSEȘTI (Suceava). Ș.m.m. cl. X. Arcip Petre (5852, 60, 61, 62, 65, 69, 80, 900, 01, 25, 44), Iacob Gheorghe (5852, 60—62, 80, 900 25, 35, 87), Mîrza Mihai (5852, 56, 60—62, 69, 80, 900, 01, 25, 44, 76), Sermet Elena (5851, 58, 60, 61, 62, 65, 80, 89, 900, 01, 44, 45, 63, 76, 79), Turculeț Demostene (5851—53, 60—62, 65, 66, 69, 80, 89, 925, 35, 44), Vieru Mihai (5851, 58—62, 65, 69, 80, 89, 99—901, 25, 44, 76, 86, 90, 95). Cl. XI. *Anastasie Mihai* (E: 1965, 67, 68, 73, 75, 76, 78, 82, 84, 87, 852, 53, 60, 61, 62, 65, 69, 80, 98, 99, 900, 01, 10, 14, 24, 25, 26, 30, 35, 42, 43, 44, 98, 99, 6008, 20, 21, 25, 27, 30, 33), Andronic Nicu (5860, 61, 68, 70, 80, 914, 18, 26, 35, 42, 54, 59, 62, 75, 76, 87, 90, 91, 92), Bălan Mihai (5952, 54, 56, 57, 58, 59, 62, 89, 90, 92, 93, 6037, 39, 40), Ciobanu Ioan (5860, 61, 67, 68, 70, 900, 01, 18, 26, 35, 44, 75, 6007, 30, 33), Cozaru Ion (5860, 61, 68, 900, 10, 14, 18, 26, 35, 44, 6007, 33), Onofrei Mario (5860, 61, 67, 68, 99, 900, 01, 10, 18, 26, 35, 44), Sulugiuc Gheorghe (5900, 01, 14, 18, 35, 42, 44, 68, 75, 87, 6007, 30, 33, 75).

TUFEȘTI. Șc. de 8 ani cl. VII. Sîrbu Cornelia (E: 2017, 24, 25, 29, 33, 35, 36, 38, 40).

TULCEA. Absolvent Slavov Eugen (5850, 53, 54, 56, 60, 61, 67, 68, 69, 70, 71, 77, 80, 89, 96, 910, 14, 18, 26, 32, 35, 42, 46, 67, 76, 77, 78, 79).

TURDA. Ș.m. 2 cl. X. Olariu Adriana (5952, 53, 54, 56, 58, 59, 89, 92, 93, 94, 6014, 43, 81).

TURNU MĂGURELE. Şc. de 8 ani cl. VII. Pană Valentina (E: 2001, 08, 10, 16, 22, 23, 29).

Liceul mixt Unirea cl. X. *Neagoe Victor* (5850, 51, 52, 53, 56, 60—62, 65, 68—71, 77, 79, 80, 82, 89, 94, 900, 01, 03, 06, 07, 10, 25, 36, 40, 42, 52, 58, 62, 75, 76, 78, 79, 81, 82, 83, 87, 90, 92, 93). Cl. XI. Drăgulinescu Dumitru (5898, 901—10, 13, 14, 17—21, 23—26, 30—35, 38, 40, 42, 44—46, 50, 51).

TURNU SEVERIN. Şc. 8 ani nr. 9 cl. VII. Grecu I. Petre (E: 2016, 21—23, 27, 28, 33), Macioalcă Emanuela (E: 2016, 18, 20, 22, 29, 32, 33). Cl. VIII. Gărgălie Silvestru (E: 2001, 02, 08, 09, 10, 16, 18, 21, 22, 23, 24, 27—30, 33, 38, 40; 5870), Roată Delia (E: 2013, 15—18, 21, 23, 25, 27, 28, 32, 33, 35, 40; 5860, 61, 68, 926, 59), Vişan Ion (E: 1990, 92, 93, 95—97, 99, 2001—06, 08—13, 16—18, 20—25, 830, 50, 60, 61, 65, 68, 70, 900, 45).

Ş.m.m. 2 cl. VIII. Ceauşu Ligia (E: 2001, 08—11, 23, 27—29, 33, 38).

URZICENI. Ş.m.m. cl. VIII. Georgescu Mihaela (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 28, 33, 38, 45, 46, 48, 50).

VASLUI. Ş.m. 1 cl. VI. Popescu Sanda (E: 2016, 18, 21, 27, 33, 45, 46). Cl. X. *Maftei Eugen* (5850—53, 60—62, 65, 66, 68—70, 72, 77, 880, 82, 83, 88—90, 94, 98—901, 07, 08, 10, 25, 26, 30, 35, 40, 42, 50, 52, 58, 62, 64, 76, 78, 81, 90—93). Cl. XI. *Corcoţoi Ion* (5850, 53, 65, 72, 80, 82, 90, 94, 99, 907, 08, 10, 14, 18, 24, 26, 29, 35, 46, 50, 52, 54, 56, 57, 58, 62, 64, 67, 78, 86, 90, 92, 93).

VEDEA. Ş.m.m. cl. XI. *Matei I. Petre* (5814, 16, 18—21, 26, 28—30, 32, 41, 45, 46, 50—53, 55, 60—63, 65—68, 71, 77, 80, 84, 89, 99, 900, 07, 41, 46, 58, 59, 64).

VIŞEUL DE SUS. Ş.m. cl. VIII. Hapca Ana (E: 2001—05, 07—12, 15), Kraftsih Ghizela (E: 2001—05, 07—10, 15), Indre Maria (E: 2001, 02, 04, 07, 11), Marineat Ileana (E: 2001—04, 08—12), Steiu Dora (E: 2001—04, 08, 10, 11, 15).

Pînă la 15 decembrie 1963 s-au mai evidenţiat ca rezolvitori de probleme de matematică, propuse în G.M.F.-B, după cum urmează:

1. Otopeanu Alexandra (cl. VIII, ş.m. 13 Bucureşti), 2. **Dragotă Georgel** (cl. XI ş.m. 2 Craiova), 3. **Bîrză Ilie** (cl. XI ş.m. Sibiu), 4. **Matei C. Gheorghe** (cl. XI Moreni), 5. **Popovici Cornel** (cl. X Liceul 1 Lugoj), 6. **Andronic Nicu** (cl. X ş.m. Truşeşti-Suceava), 7. **Călugăreanu Grigore** (cl. XI ş.m. 11 Cluj), 8. **Melinte Dumitru** (cl. XI ş.m. Truşeşti-Suceava), 9. **Ţiţeica Ion** (cl. X Moreni), **Siegelstein Isidor** (cl. XI ş.m. 1 Năsăud), 11. **Nica C. Vasile** (cl. XI ş.m. 1 Ploieşti), 12. **Dăncilă Ioan** (cl. X ş.m. 3 Sibiu).

Pînă la 15 decembrie 1963 s-au mai primit soluţii bune la probleme de matematică publicate în numerele 8—11 ale G.M.F., seria B, de la:

ADJUD. Ş.m. cl. VII. Păuş Viorica (E: 2014, 16, 18, 23, 27, 42, 54), Vasilache Emil (E: 2014, 16, 18, 23, 42, 54). Cl. X. Cartoafă Marian (5964, 79, 87, 98, 6006, 07, 20, 27, 33, 71, 75). Cl. XI. Pavel Angela (5899, 901, 04, 09, 10, 18, 21, 6007, 08, 12, 20, 30, 33).

AGIRBICENI (Mediaş). Şc. 8 ani, cl. VI. Siciu Lucreţia (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 28, 33, 42, 46).

ANINA. Ş.m. cl. X. Petric Mircea (5964, 76, 78, 82, 83, 87, 6007, 12, 29, 33, 58, 63, 68, 71, 76, 77, 78).

ARAD. Ş.m. 1, cl. VIII. Kuligovszky Iosif (E: 2027—29, 32, 33, 36, 38, 41—43, 46, 50), Laszlo Ferenc (E: 2013, 16, 18, 20, 21, 24; 5902, 06, 51). Cl. XI. Burtea Constantin (5965, 87, 89, 6007, 10, 18, 20, 21, 25, 30, 33, 55, 66, 71).

Ş.m. 2, cl. VIII. Catană Melania (E: 2027, 33, 40, 43—50), Cerchizan Doina (E: 2026—28, 33, 34, 43, 48, 55, 56), Iacobini Mircea (E: 2027, 28, 33, 34, 38, 43, 48, 55, 56, 58, 60), Nedelea Gabriela (E: 2027, 33, 45, 46, 50), Vămăşoiu Radu (E: 2027, 28, 33, 43, 46, 48, 50, 55, 56, 58, 59). Cl. X. Hontu Nicolina (5178, 79, 98, 99, 6007—09, 71, 76, 78).

BACĂU. Ş.m. 1, cl. X. Cartas Mihaela (5976, 78, 79, 98, 6007, 20, 29, 30, 33, 71, 76), Chiurea Tatiana (5976, 78, 79, 98, 6007, 20, 29, 30, 33, 71, 77), Grigore Stelian (5942, 44, 45, 76, 78, 79, 6020, 29, 30, 33), Nicău Antonel (5964, 67, 68, 73, 76, 78, 79, 81, 83, 6007, 29, 30, 33), Opriş D. Paul (5964, 67, 68, 76, 78, 79, 81, 83, 98, 6007, 30, 33, 68), Săpunaru Cernica (5975, 76, 78, 79, 6017, 20, 29, 30, 33, 71, 74, 76).

BAIA MARE. Şc. 8 ani, cl. VI. Graur Călin (E: 2016, 18, 21, 27, 33, 38, 41), Marinescu Dorin (2016, 21, 27, 33, 38, 55, 56, 58). Cl. VII. Trifan Stela (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 28, 33). Cl. VIII. Crăciun Horia (E: 2017, 21, 22, 24, 28, 30, 31, 33, 35, 36, 40—43, 45, 47, 49, 60).

Ş.m. 3, cl. VII. Szekely Olga (E: 2013, 14, 16, 18, 20—23, 25). Cl. VIII. Grosfeld Mihai (E: 2042—44, 47—50, 56, 58, 60; 6007, 12, 29). Cl. X. Mehler Erna (5978, 87, 6007, 20, 27, 30, 33, 71).

ceava), 9. **Morărescu N. Gheorghe** (cl. BAIA DE ARAMĂ. Ș.m. cl. XI. Hiuciuc Constantin (5907, 08, 18, 26, 35, 67, 68, 76, 78).

BEIUȘ. Ș.m. 2, cl. XI. Nanu Iuliu (5964, 68, 97, 98, 6007, 25, 30, 33).

BISTRIȚA. Șc. 8 ani nr. 2, cl. VI. Fucă Mihai (E: 2016, 27, 28, 36). Ș.m. 1, cl. X. Buta I. Grigore (5976, 78, 87, 6007, 20, 33), Cojocaru Gheorghe (5967, 68, 87, 98, 6020, 30, 33, 71), Munteanu Dumitru (5900, 6001, 09, 18, 21, 24, 30, 36, 38, 40, 42, 44).

BUȘTENI. Șc. 8 ani, cl. VII. Vlaicu Sanda (E: 2027, 31, 33, 42, 45, 48, 50, 54—56, 62).

BÎRLAD. Șc. 8 ani nr. 1, cl. VI. Nicoară Mircea (E: 2028, 33, 38, 42, 43, 45, 46, 48).

Ș.m. 2, cl. VII. Duda Doina (E: 2027, 33, 38, 42, 47, 50, 52, 55, 56). Cl. VIII. Zalman Marian (E: 2042, 43, 45, 47—49, 55, 56, 58—60, 69).

BLAJ. Ș.m. I. Mureșanu, cl. XI. Simplăceanu Virgil (5898, 901, 02, 08, 10, 14, 24, 26, 31—35, 42, 44—47, 67, 70, 76), Stremțan Nicolae (5898, 914, 17, 18, 24, 26, 32—35, 44, 46).

BOLINTINUL DIN VALE. Ș.m. cl. VIII. Sovărel Eugen (E: 2013, 19, 20, 24, 26, 33, 49, 60). Cl. XI. Ionescu Gheorghe (5901, 02, 14, 22, 24, 31—34, 44, 98).

BOTOȘANI. Șc. 8 ani nr. 8, cl. VII. Aronovici Elias (E: 2016, 20, 22, 42, 46, 48, 50), Asaftei Gheorghe (E: 2020, 16, 22, 42, 46, 50), Barid Abraham (E: 2013, 16, 18, 20, 22, 26, 27, 33), Bucur Velica (E: 2016, 20, 29, 33, 38, 43, 46, 50), Herghelіu Ortansa (E: 2016, 20, 22, 43, 44, 46, 50), Ivan Viorica (E: 2016, 18, 20, 22, 46, 50).

Ș.m. 1 A. T. Laurian, cl. VIII. Baltă Varvara (E: 2010, 16, 18, 20—22, 27, 28, 33, 38, 41, 42, 48), Bîndărău Nicolae (E: 2010, 16, 20—23, 28, 38, 42—44, 46, 54), Bordeianu Viorica (E: 2010, 16, 18, 22, 26—28, 33, 48, 50), Botezatu Doina (E: 2018, 20, 22, 26, 27, 42, 43, 46—50), Gorgan Maria (E: 2011, 16, 20, 22, 23, 27, 32, 33, 35, 47, 50), Katz Ema (E: 2010, 16—18, 20, 23, 27—29, 33, 38, 46, 48, 49, 50), Luca Angelica (E: 2010, 18, 20, 22, 27, 33, 41—43, 46—50), Oprescu Anca (E: 2010, 18, 20, 22, 26, 27, 33, 38, 42, 43, 46—48, 50), Prințu Paul (E: 2010, 16, 20—22, 27, 42, 43, 50, 54). Cl. XI. Segal Gambiel (5908, 09, 14, 17, 20, 24, 31, 34, 35, 42, 44—46, 60, 64, 65, 67, 73, 74, 76—78, 81, 86, 6007, 30).

Ș.m. 2, cl. VIII. Barbu Stela (E: 2016—22, 27—29, 31, 33, 35, 38, 39, 41—43, 45, 46, 48, 50), Botezatu Aglaia (E: 2016—18, 22, 25, 27, 28, 31, 33, 41, 42, 44, 45, 50), Ciobănașu Viorica (E: 2016—18, 20—22, 27—31, 33, 38, 41—45, 48, 50), Luchian Victoria (E: 2016—18, 20—22, 27—31, 33, 34, 38, 40—42, 45, 46, 48, 50), Pascaru Marilena (E: 2013, 15—18, 20—24, 27—31, 33—38, 40, 41, 46—50), Păun Georgeta (E: 2016, 20, 29, 33, 41, 43, 45—48, 50), Pintilie Aristică (E: 2016—18, 20, 27—29, 38, 41, 45, 50), Schwartz Goldița (E: 2016, 20, 22, 29, 31, 33, 42, 45—47, 50), Talpă Maria (E: 2016, 17, 20, 22, 27—31, 33, 38, 40, 41, 45, 46, 47, 50), Ungureanu Maria (E: 2016, 17, 20—22, 27, 28, 42, 50).

BRAȘOV. Șc. 8 ani nr. 13, cl. V. Ursu Maria (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 28, 33, 38, 42, 43, 45, 55, 56).

Ș.m. 1, cl. XI. Coșuleț Dan (5898, 902, 03, 06, 08, 10, 14, 21, 24—26, 30, 34, 35, 42, 43, 45, 49), Pauleanu Corneliu (5900, 01, 05, 07—10, 14, 17, 24, 33, 44—46), Smărăndoiu Gheorghe (5898, 901, 05, 09, 10, 14, 17, 18, 21, 22, 24, 26, 30, 31, 34, 35, 42, 44, 45, 51).

Ș.m. 3, cl. XI. Burnaru Silviu (5898, 905, 07—10, 17, 24, 33, 35, 44—46).

BRĂILA. Șm. 2 N. Bălcescu, cl. VIII. Lemnaru Liana Liliana (E: 2016—18, 21—23, 27—29, 32, 34, 38, 43, 45, 46, 48, 50), Munteanu Viorica (E: 2027, 28, 33, 38, 41—43, 45, 46, 48), Petride Horia (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 28, 33, 38, 43, 45, 48, 54), Stanciu Emanuela (E: 2016, 18, 21—23, 27, 29, 30, 33, 38, 42, 46, 50). Cl. IX. Bianu Victoria (5901, 09, 10, 21, 43—55, 62, 77, 90, 98, 6034).

Ș.m. 3, cl. VIII. Bucur Cornelia (E: 2017, 19, 31, 35, 38, 42, 43, 45—49), Rosinger Andrei (E: 2042—45, 47—50, 54—56, 58—60).

BUCUREȘTI. Șc. 8 ani nr. 23, cl. VI. Petrescu Roxana (E: 2027, 33, 38, 41, 42, 46). Cl. VII. Georgescu Mario Eugen (E: 2013, 14, 16, 18, 20—23, 25).

Șc. 8 ani nr. 61, cl. VI. Tănase Niculae (E: 2042, 43, 45, 50, 55, 56), Mahalniski Andrei (E: 2027—29, 31—34, 38, 42). Cl. VII. Serviescu Vlad (E: 2027—29, 33, 38, 41, 46, 50).

Șc. elem. 8 ani nr. 76, cl. VII. Tiron Liviu (E: 2027—29, 31—34, 36, 38, 39, 41).

Șc. 8 ani nr. 116, cl. VII. Mănescu Antoaneta (E: 2001, 06, 09, 10, 12, 14, 16, 22).

Șc. 8 ani nr. 145, cl. VII. Bărbosu Constanța (E: 2001, 05, 08, 09—12, 27, 28, 31, 38), Mănică Petruța (E: 2027, 28, 33, 38, 42, 45, 49).

Absolvent Florescu Dumitru (E: 2001—06, 08—14, 16, 18, 20—25; 5852, 60, 61, 65, 70, 76, 77, 80, 89, 942, 44, 45).

Absolventă Constantinescu Sanda (5898, 901, 03, 06—10, 13—15, 17, 18, 20, 22, 24—26, 30—35, 38, 44, 45, 51, 60, 64, 67, 68, 71, 76, 79, 81—83, 87), Tănase I. Anca (5893, 99, 900, 01, 03, 09, 10, 12—15, 17—24, 31—33, 35—46).

Ş.m. 1 N. Bălcescu, cl. VIII. Cioroianu Mihai (6063, 64, 67, 76; E: 2056, 58—62, 64—79), Cojocaru Mircea (E: 2055—60, 62, 63, 66—69, 71, 73—79), Tuliu Doina (E: 2043, 46, 48, 49, 55, 56, 58, 60, 66, 67, 69, 71, 74, 75, 77—79). Cl. IX. Boşianu Liviu (5976, 78, 6007, 17, 26, 34, 68, 76, 78, 79), Cioroiu Alexandru (5976, 78, 6007, 26, 68, 76, 78, 100), Dobre Gheorghe (5967, 76, 6034, 63, 100), Marinescu Rodica (5971, 72, 6007, 17, 68, 76, 78, 100), Manolache Florin (5996, 78, 92, 68, 76, 78, 81, 100), Mihai Valeriu (5964, 76, 78, 6037, 76, 100), Şchiopu Paul (5976, 78, 88, 90, 92, 93, 97, 6007, 29), Vorotneac Constantin (5976, 78, 6029, 34, 63, 76, 100). Cl. X. Briceag Doina (5910, 17, 21, 35, 36, 68, 69, 86, 87, 98, 6007, 33), Din C. Ion (5901, 07, 09, 10, 17, 38, 58, 62, 78, 82, 86, 90, 92, 96, 98, 6000, 07, 18, 19, 22, 26, 27, 30, 33, 63, 71, 74, 76—78), Lupu Valentin (5953, 54, 59, 6006, 08, 12, 59, 74, 100, 03, 18, 26).

Ş.m. 10, cl. V. Corîci I. Cezar (E: 2016, 18, 20—23, 33). Cl. X. Croitoru Alice (5998, 6007, 09, 20, 27, 30, 33, 71, 75, 100, 10, 26), Surcel Anca (5970, 44, 48, 49, 98, 6027, 29, 33, 71, 126).

Ş.m. 11, cl. IX. Rădulescu Dorin (6007, 17, 26, 30, 33, 34, 36, 63, 71, 76—78, 100). Cl. X. Blidaru Dana (5940, 44, 75, 76, 78, 79, 81, 87, 99, 6026, 27, 58, 59, 76—78, 82), Chircorian Liliana (5975, 78, 87, 6020, 27, 30, 33, 63, 71, 76), Drăguţescu Gheorghe (5975, 76, 78, 79, 87, 6007, 20, 27, 30, 33, 68, 71, 76), Mihalca Dan (5975, 77, 82, 83, 87, 95, 98, 99, 6007, 20, 22, 26, 27, 33, 59, 76, 78), Ştefănescu Mihai (5975, 76, 78, 79, 87, 6007, 20, 27, 30, 33, 63, 71, 76), Ursulescu Octavian (5998, 6003, 06—10, 12, 19—21, 29, 35, 36, 54, 63, 65, 66, 76).

Ş.m. 12, cl. VIII. Ralescu Dan Andrei (E: 2016—18, 23, 27, 28, 33, 35, 38, 43, 44, 47; 6007). Cl. XI. Bădescu Felicia (5907, 17, 18, 20, 22, 26, 28, 64, 68—70, 76, 77, 79, 84, 86, 87, 98, 6007, 20, 27, 29, 30, 33, 34).

Ş.m. 13, cl. XI. Flondor Paul (5969, 73, 85, 95—6003, 05, 07—12, 18—20, 25, 27—30, 33, 54, 55, 59, 61, 63—66, 68, 69, 71, 74, 76—78). Cl. VIII. **Otopeanu Alexandra** (5976, 6074, 76—78, 98, 100, 26; E: 2026—29, 32—36, 38, 40, 42—45, 47—52, 54—56, 58—60, 62, 64—79).

Ş.m. 15, cl. X. Catz Sorin David (5964, 68, 82, 87, 6020, 30, 33, 71, 76, 78).

Ş.m. 17, cl. X. Almer David (5898, 900, 05, 07, 09, 14, 18, 21, 33—35, 40, 42, 44).

Ş.m. 18, cl. VIII. Creţu Dumitru (E: 2016, 18, 21—23, 27, 28, 33, 38), Mocanu Mircea (E: 2077, 33, 36, 38, 42, 45, 56, 59).

Ş.m. 20, cl. VIII. Alexe Ioan (E: 2042—50, 56, 58—60), Andreica Dan (E: 2043, 45—48, 50, 55, 56, 58, 60), Badea Ioana (E: 2042, 43, 46—48, 50, 55, 56, 58—60), Băcuţă Elisabeta (E: 2044, 46—50, 56—60), Boanţă Petre (E: 2042, 43, 46, 47, 50, 56, 58—60), Bunescu Gheorghe (E: 2042, 43, 46—50, 56, 58—60), Cioată Florica (E: 2042, 43, 46—48, 50, 55, 56, 58, 59), Clipcea A. Vasile (E: 42, 43, 46—50, 56, 58, 59), Colbece Dan (E: 2042—44, 46—48, 50, 55, 56, 58—60), Constantinescu Dinu (E: 2042, 44, 46, 47, 50, 56, 58—60), Costache Doina (E: 2042, 44, 46, 48—50, 56, 58—60), Craiu Mircea (E: 2042, 43, 44, 46—48, 50, 56, 58—60), Cristache Constantin (E: 2042—44, 46—48, 50, 56, 58—60), Dobre Doina (E: 2042, 43, 46—48, 50, 55, 56, 58—60), Drăghicescu Liviu (E: 2043, 45—47, 50, 55, 56, 58—60), Drăguşin Carmen (E: 2042, 43, 46—49, 55, 56, 58—60), Fortună Mircea (E: 2042—44, 46, 48, 50, 56, 58—60), Gavel Cristina (E: 2043, 46—50, 55, 56, 58—60), Girju Nicolae (E: 2043, 42, 46, 48, 50, 55, 56, 58—60), Gruici Aurelia (E: 2042, 43, 46—50, 55, 56, 58—60), Holt Felicia (E: 2043, 44, 46, 47—50, 56, 58—60), Ionescu Liviu (E: 2042, 43, 46, 47, 49, 50, 55, 56, 58—60), Lepădatu Constantin (E: 2042—45, 47—50, 55, 56, 58—60), Maciuc Cornel (E: 2042—44, 46—48, 50, 56, 58—60), Manea Elena (E: 2042—44, 46—48, 50, 56, 58—60), Matasorski Tonul (E: 2042—44, 46, 47, 50, 56, 58—60), Măţăoanu Nicolae (E: 2042—44, 47, 50, 56, 58—60), Mihăilescu Florica (E: 2042—44, 46, 48—50, 55, 56, 58—60), Nasopol Casandra (E: 2042—44, 46—48, 50, 56, 58—60), Negoiţă Ştefan (E: 2042—44, 46—50, 55, 56, 58—60), Niculescu Mihai (E: 2042, 43, 46, 48, 50, 56, 58—60), Paulovici Mihai (E: 2043, 44, 46—48, 50, 56, 58, 60), Petrescu Nicolae (E: 2042, 43, 46, 48, 50, 55, 56, 58—60), Popescu Maria (E: 2040, 42, 44, 47, 50, 56, 58, 60), Popescu Mihai (E: 2042—

44, 46, 48—50, 56, 58—60), Radu Florence (E: 2042—44, 46—50, 56, 60), Rafail Ana (E: 2043, 46, 47, 55, 56, 58—60, 76), Rusescu Nicolae (E: 2042—44, 46, 47, 50, 56, 58, 72), Sandu Marian (E: 2042—44, 46, 47, 50, 56), Savu Maria (E: 2043, 44, 46—50, 56, 58, 59), Stanciu Violeta (E: 2043, 44, 46—48, 55, 56, 58—61; 5996, 6076), Sternberg Mircea (E: 2042—44, 46, 48, 50, 56, 58—60), Ţopîrdea Ion (E: 2042, 43, 46—48, 50, 55), Zamfirache Mircea (E: 2042—45, 47, 50, 55, 56, 58—60), Zane Petruţa (E: 2044, 46, 47, 50, 55, 56, 58—60), Zlotar Maria (E: 2042—44, 47—50, 56, 58—60), Ware Florian (E: 2042, 43, 46, 48, 50, 58—60). Cl. XI. Şabac Călin (5970, 76, 87, 6019, 20, 25, 28, 30, 33, 57, 67, 71).

Ş.m. 23, cl. X. Ioaniţescu Constantin (5975, 76, 78, 87, 98, 6007, 20, 29, 33, 71, 75, 77).

Ş.m. 28, cl. VII. Mureşanu Mihaela (E: 2018, 20, 27, 28, 31, 33, 38, 42, 46, 50). Cl. XI. Măicănescu Al. (5917—22, 31, 32, 68, 6019, 30, 33).

Ş.m. 34, cl. XI. Fierbinţeanu Alexandru (5900, 01, 05, 08—10, 17, 21, 24, 26, 49, 65, 76, 6007).

Ş.m. 35, cl. VIII. Manolescu Adrian (E: 2016—18, 21, 23, 26—28, 33, 35, 36, 42—44, 47—50, 54; 5976, 96, 97).

Ş.m. 36, cl. X. Jula Maria (5977, 78, 87, 88, 98, 6007, 20, 26, 27, 33, 76, 78).

Ş.m. 37, cl. VIII. Enache Maria Doina (E: 2016—18, 21—23, 26, 36, 42—50; 5996, 97).

Ş.m. 40, cl. VII. Constantin Cornel (E: 2016, 18, 20, 21, 23, 34, 38).

BUZĂU. Ş.m. 1, cl. X. Coşanu Marius (5900, 09, 14, 18, 26, 28, 30, 34, 42, 46, 64, 90). Cl. XI. Negruţ Ionel (5967, 75, 87, 6007, 20, 30, 33, 34, 55, 71, 75, 76). Ş.m. Timotei Ciparîu. Horghidan Dumitru (5976, 78, 6029, 30, 33, 59, 60, 71, 74, 76, 78).

BUZIAŞ. Ş.m. cl. VIII. Telibaşa Lucreţia (E: 2016, 18, 22, 23, 28, 33, 38, 42, 46, 48, 50).

CARANSEBEŞ. Ş.m. 1, cl. VIII. Mura Ion (E: 2016, 33, 36, 38, 40, 43, 44, 47, 49). Cl. X. Ienea Aurel (5901, 10, 14, 17, 26, 64, 76, 87, 96, 6007, 08, 12, 17, 27, 30, 32). Cl. XI. Negreanu Mircea (5952, 56, 59, 75, 90—93, 6007, 20, 30, 33, 49, 52, 55, 66, 71), Ştefănescu Cezar (5914, 25, 31, 33—35, 64, 67, 76, 6007, 33), Vîrtejanu Gh. Liviu (5965, 86, 87, 98, 6007, 20, 25, 30, 33, 71).

CĂLIENI (Galaţi). Şc. 8 ani, cl. V. Baloşin Anita (E: 2026, 27, 33, 38, 48, 56, 58).

CIMPINA. Ş.m. 1, cl. VIII. Constantinescu Florin-Teddy (E: 2027, 28, 33, 38, 45, 47, 48, 50, 55, 56, 58, 59), Ivaşcu Florin (E: 2027, 28, 42, 47, 48, 50, 56, 58), Stoian Luminiţa (E: 2027—29, 33, 35, 38, 42, 43, 47, 49, 56, 58, 60), Mărăşescu Adrian (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 38, 40—43, 47, 49, 50), Popescu Marinela (E: 2028, 33, 38, 43, 45, 48, 54, 58).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Liceul militar, cl. X. Gheorghel Traian (5958, 64, 76, 79, 87, 6007, 20, 33, 76, 77). Cl. XI. Constantinescu M. (5899, 907, 18, 21, 33, 35, 44, 46, 64, 87, 6007, 33, 34), Darie Constantin (5907, 18, 21, 31, 31, 35, 6007, 30, 33, 34), Tăposu Iosif (5964, 68, 73, 75, 76, 86, 98, 6007, 10, 20, 27, 30, 33, 34).

CLUJ. Ş.m. N. Bălcescu, cl. VII. Tudoran Tudor (E: 2016, 20, 33, 41, 48, 50, 54). Cl. VIII. Beca Ioan (E: 2028, 31, 33, 38, 41—43, 46, 48, 50, 56), Dunca Dumitru (E: 2017, 18, 21—23, 27, 28, 31, 33, 35, 38, 41—43, 46, 47, 48, 50, 55, 56, 58, 60), Fărcăşanu Mircea (E: 2027, 28, 33, 35, 38, 43, 45—48), Florescu Adrian (E: 2017, 21, 27, 28, 31, 33, 38, 41, 43, 46, 48), Negru Andrei (E: 2016, 18, 21, 22, 28, 30, 33, 38, 42, 43, 46), Tulbure Valeria (E: 2027, 28, 32, 38, 43, 46, 48, 55, 56, 58, 60). Cl. X. Bodea Gligor (5914, 42, 76, 87, 6007, 20, 33, 71, 76, 78), Botoroagă Emil (5900, 14, 18, 76, 87, 98, 6007, 12, 20, 33, 71, 76), Palade Constantin (5967, 76, 79, 87, 6007, 12, 20, 27, 29, 30, 33, 71), Weiss Gheorghe (5968, 74, 79, 87, 98, 6007, 10, 12, 20, 27, 30).

Ş.m. Emil Racoviţă, cl. VIII. Gabriel Iuliu (E: 2028, 41—43, 48, 56, 58—60), Suciu Viorel (E: 2028, 41, 42, 46—48, 50).

Ş.m. G. Bariţiu, cl. XI. **Călugăreanu Grigore** (5964, 65, 68—70, 73—77, 81, 82, 84—87, 97, 98, 6002, 07, 11, 12, 18, 20, 21, 25—27, 30, 33, 34, 36, 54—56, 71). Şc. de muzică, cl. IX. Farkaş Petru (5900, 10, 44, 51, 62, 69, 76, 78, 79, 96, 98).

CONSTANŢA. Şc. elem. nr. 5, cl. VII. Perşoi Radu (E: 2016, 18, 20, 22, 23, 30, 41).

Ş.m. 1, cl. VIII. Badea Iulian (E: 2013—18, 20, 22, 24), Dobrogeanu Mioara (E: 2013, 15, 17, 20, 21, 23, 24; 5877, 89, 944, 45), Odac Cornelia (E: 2013, 15, 17, 20, 21, 24; 5877, 89, 944, 45). Cl. IX. Văituş A. (5910, 25, 26, 30, 35, 42, 79, 98, 6007).

Ş.m. nr. 2, cl. VIII. Ioan Adrian (E: 2017, 15, 26, 28, 33, 35, 36, 42, 44, 46, 48, 49).

CRAIOVA. Ş.m. 1, cl. VIII. Ciobănescu Radu (E: 2016—18, 24, 27, 28, 31, 33, 38, 42, 44, 45, 48, 49), Dincă I. Vasile (E: 2026, 42, 43, 45—48, 56, 60; 5976, 6029, 34, 76), Romanţov D. Alexandru (E: 2016—18, 23, 24, 27, 28, 30, 31, 33, 35, 36, 42, 43, 46—50, 56, 58—60), Turcu Ilie (E: 2015, 20, 22, 26, 33, 36, 37, 42, 44, 47—50). Cl. X. Abstender Mariana (5899, 900, 79, 86, 98, 6007, 08, 18, 20, 21, 30, 33). Cl. XI. Sandu Darius (5900, 01, 09, 18, 26, 30, 40, 42, 45, 46, 51).

Ş.m. 2, cl. VIII. Bărbuţ Doina (E: 2013, 15—18, 21, 23, 24, 27—29, 33, 34). Cl. XI. Dragotă Georgel (5899, 34, 38, 41, 53, 54, 80—86, 94, 98—901, 04, 07, 08, 10, 14, 17, 18, 20, 21, 24, 26, 29, 30, 34, 35, 40, 44, 46, 52—54, 56—59, 62, 64, 76, 88—93).

Ş.m. 3, cl. VIII. Stancu Fănică (E: 2027, 28, 33, 38, 42, 43, 45, 46, 48, 50, 55, 56, 58—60).

Ş.m. 4, cl. XI. Niculescu Gheorghe (5964, 77, 87, 98, 6007, 20, 25, 30, 33, 35, 71, 76), Segfried Helga (5898, 901, 14, 44, 76, 82, 87, 98, 6007, 20, 30, 33).

CURTEA DE ARGEŞ. Ş.m.m. cl. VIII. Popescu C. Anca-Iolanda (E: 2031, 35, 38—40, 42, 45—49).

DEJ. Ş.m. cl. VIII. Boros Endre (E: 2001, 02, 21, 22, 25, 29, 33), Dadai Enrico (E: 2001, 02, 28, 29, 33, 38, 41), Ferenc Barth (E: 2016—18, 28, 33, 38, 41), Gall Suzana (E: 2013, 17, 18, 20—23), Incre Cătălin (E: 2001, 02, 27, 29, 33, 38, 41), Laposi Istvan (E: 2002, 20, 28, 29, 33, 38, 41), Mateffi Senica (E: 2013, 17, 18, 20—23).

FĂLTICENI. Ş.m. 1, cl. VII. Baldazar Dan (E: 2026, 31, 35, 42, 47, 49—53).

FOCŞANI. Ş.m. Al. I. Cuza, cl. VIII. Negulescu Narcisa (E: 2023, 27, 28, 33, 38, 48, 50, 55, 56, 58, 59). Cl. X. Grigorescu Antonia (6020, 27, 29, 30, 33, 34, 63, 71, 76, 78).

GALAŢI. Şc. 8 ani nr. 10, cl. VII. Butonoi Florica (E: 2016, 18, 24, 33, 43, 45, 46, 48, 50). Giuşcă Constantin (E: 2026, 18, 23, 33, 42, 43, 45, 46), Iancu Graţiela (E: 2016, 18, 33, 39, 42, 43, 45, 46, 48, 50), Nedelcu Victoria (E: 2016, 18, 23, 33, 43, 45, 46, 48, 50), Scăuneru Lenuţă (E: 2016, 18, 33, 42, 45, 46, 48, 50).

Şc. 8 ani nr. 20, cl. VII. Hariton Ionela (E: 2028, 34, 38, 42, 48, 50, 55), Pop Georgel (E: 2016, 20—23, 33, 38), Sandu Vasilica (E: 2028, 33, 34, 43, 45, 50, 55).

Şc. elem. nr. 21, cl. VII. Carabăţ Cornelia (E: 2025, 27, 38, 41, 48, 56, 62).

Şc. elem. nr. 22, cl. VI. Covaci Constantin (E: 2016, 20, 21, 23, 37, 31, 33), Tăutu Paul (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 31, 33, 42).

Şc. elem. nr. 23, cl. VII. Dinu Dumitru (E: 2027, 33, 38, 42, 46, 50, 56), Onu Costică (E: 2027, 28, 33, 42, 45, 48, 56), Thiel Valeriu (E: 2027, 31, 33, 41, 42, 50, 56), Ivanov Ion (E: 2016, 18, 20, 21, 23, 27, 31, 33).

Ş.m. 1, cl. VIII. Gavriliu Stelian (E: 2033, 38, 42, 43, 45, 47, 55, 56, 58, 60), Herşcovici Isaia (E: 2013, 15, 17, 21, 22, 24, 31, 35, 39, 40, 42, 43), Nichita Lucia (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 33, 35, 38, 40), Rosenzweig Niky (E: 2013, 18, 20, 21, 23, 27, 28, 33, 34, 38).

Ş.m. 4, cl. VIII. Georgescu Marius (E: 2016, 18, 20, 21, 24, 28, 33, 38, 41), Sosai Petru (E: 2016, 20, 21, 24, 25, 28, 33, 38, 41).

Ş.m. 5, cl. VIII. Chiriloiu Elena (E: 2015—17, 21, 24, 33, 38, 42, 43, 45, 900), Gabroveanu Rodica (E: 2015—18, 21, 23, 27, 28, 33, 47, 48), Jidelia Profiriţa (E: 2013, 15, 16, 20, 24, 38; 5900), Olaru Elena (E: 2017, 21, 33, 38, 42, 43, 46; 5900). Cl. IX. Enăchescu M. (5898, 900, 07, 09, 10, 25, 42, 44—46), Ganea Lucia (5898, 900, 07, 09, 10, 25, 44—46), Ghibirgiu Aurica (5898, (900, 07, 09, 10, 25, 42, 44—46), Samson V. Ilie (5998, 900, 07, 09, 10, 25, 35, 44—47), Strea Tudorel (5898, 900, 07, 09, 10, 25, 42, 44—46). Cl. X. Ivaşcu Gh. (5901, 07, 09, 10, 25, 45, 87, 6006, 07, 20, 33, 59), Pană Roxana (5899, 900, 01, 07, 08, 44, 45), 67, 76, 78, 85, 6006, 07), Sandu Ionel (5900, 01, 03, 08, 10, 18, 25, 51, 87, 6020), Sarivan Ioana (5901, 07, 09, 10, 18, 25, 59, 64, 67, 68, 75, 76, 78, 79, 81, 85, 87, 89, 93, 6007, 20, 33, 71, 95), Stoian Violeta (5900, 01, 07, 09, 10, 25, 44, 69, 77, 6007).

GIURGIU. Şc. 8 ani, nr. 6 cl. VI. Coculeasa Marieta (E: 2031, 42, 45, 46, 51, 55, 56), Papazu Dumitru (E: 2016, 18, 23, 27, 33, 42, 46), Vrabie Tamara (E: 2031, 42, 45, 46, 50, 55, 56). Cl. VII, Călinescu Gh. Mihail (E: 2027, 33, 38, 42, 48, 55, 56).

Ş.m.m. cl. X. Rada Mircea (5898, 904, 18, 30, 35, 40, 42, 44, 46, 76, 77, 79, 6007), Rabîncă Nicolai Emil (5901, 07, 18, 35, 40, 45, 62, 79, 81, 85, 86,

87, 6007, 20, 26, 27, 30, 33, 58, 71, 76, 78).

HALEŞ (Buzău). Şc. 8 ani, cl. VI. Dogaru Vasilica (E: 2016, 18, 23, 42, 45, 47, 50).

HAŢEG. Ş.m. cl. XI. Petriu Emil (5960, 61, 65, 67, 70, 76—79, 81, 85—87).

HOREZU (Argeş). Ş.m. cl. VIII. Terteci A. Ioan (E: 2031, 33—35, 38, 43—45, 47—49). Cl. IX. Buşe Marcu (5976, 77, 98, 6007, 68, 76, 77, 78).

IAŞI. Absolvenţi: Haim Marcel (5964, 67, 71, 75, 77, 84—87, 98, 6007, 12, 20, 27, 30, 33, 35, 55, 60, 70), Teodorescu D. (5964—68, 71, 78, 98, 6000, 04, 07, 10, 14, 20, 25, 27, 30, 33, 35).

Şc. 8 ani nr. 22, cl. VII. Manea Dina (E: 2014, 16, 18, 20, 28, 31, 33). Ş.m. nr. 2, cl. VI. Sebastian Cristina (E: 2029, 33, 42, 46, 55, 56, 58), cl. VII. Grigore Daria (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 33, 38, 46), Tudorel Magda (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 33, 45).

Ş.m. 2, cl. VIII. Iancu Iudith (E: 2027, 28, 35, 38, 43, 45—48, 50, 56, 60), Mihailovici Mihaela (E: 2023, 28, 33, 35, 43, 46—48, 50). Ş.m. 3, cl. VII. Linde Radu (E: 2033—36, 38, 42, 44—46).

Ş.m. 4, cl. VII. Bulandra Mariana (E: 2016, 18, 20—24). Cl. VIII. Atanasiu Virgil (E: 2027, 33, 46, 47, 50, 56, 58, 60), Şerban Elena (E: 2042—50, 55, 56, 58—60; 6012).

Ş.m. 6, cl. VIII. Mendelovici Joli (E: 2026, 34, 45, 50, 55, 58, 60, 61).

Ş.m. 8, cl. VIII. Onofrei Costachi (E: 2027, 28, 33, 38, 43, 47, 48, 50, 56, 58, 60).

LUGOJ. Ş.m. 1, cl. VIII. Apostolescu Ioan (E: 2016—18, 23, 25, 28, 33, 38, 42, 45, 47, 53), Barth Anton (E: 2017, 41—43, 45—50), Daba Laurenţiu (E: 2021, 23, 24, 27, 28, 38, 42, 46, 48, 50), Ghinea Marioara (E: 2016—18, 21, 23, 27, 33, 35, 38, 40, 48, 50), Neu Tiberiu (E: 2014, 21, 23, 24, 27, 28, 32, 38, 41, 46, 48, 50), Orbulov Petru (E: 2016, 17, 22, 28, 33, 35, 38, 40, 42, 46, 47, 50; 5990), Sîrbu Dan (E: 2016, 18, 20, 22, 23, 28, 42), Schneider Erich (E: 2027, 28, 38, 41—43, 45—47, 49, 50), Wingert Jerhard (E: 2013, 16—18, 21—23, 27, 28, 33, 38, 41—43, 45—50, 54, 60). Cl. X. Popovici Cornel (5902, 03, 06—10, 15, 17, 18, 20, 21, 25, 25, 28, 31, 35, 40, 42, 45, 64, 69, 70, 76, 77, 78, 83, 85, 93, 6002, 07, 08, 10, 18, 20, 26, 27, 30, 33, 34, 55, 58, 59, 61, 63—65, 71—76).

MĂRĂŞEŞTI. Ş.m. cl. XI. Ciontu Emil (5898—901, 07, 08, 10, 14, 18, 24, 25, 28, 31, 34, 35, 44, 46, 49).

MOINEŞTI. Ş.m.m. cl. VIII. Mihai Neculai (E: 2027, 33, 35, 38, 42, 43, 48, 50, 58).

MORENI. Ş.m. cl. IX. Matei Ion (5900, 07, 09, 10, 18, 25, 26, 35, 42, 44—46, 62, 76—79, 93, 98, 6007, 30, 33). Cl. X. Irimescu Mihail (5898, 900, 02, 10, 14, 21, 49, 64, 76, 77, 87, 6007), Mărăscu N. Serghie (5898—902, 07, 09, 10, 14, 17, 18, 25, 26, 30, 35, 42, 44—46, 49, 64, 65, 76—78, 89, 97, 98, 6006, 07, 12, 22, 29, 30, 33, 34), Martoiu A. Const. (5899, 900, 14, 18, 49, 64, 87, 6007, 30, 33), Niţă Traian (5898, 900—03, 07, 09, 10, 18, 21, 25, 26, 42, 44—46, 49, 65, 76, 77, 98, 6006, 07, 12, 17, 29, 30, 33, 34), Oprea Veronica (5998, 900, 01, 03—10, 13, 14, 17, 18, 21, 24—26, 33, 35, 44, 45, 49), Tocan Gabriel (5898, 99, 942, 44—46, 87, 6030, 33). Cl. XI. Matei Gheorghe (5898—901, 04—10, 13, 14, 17, 18, 21, 24—26, 28, 30, 35, 38, 40, 42, 44—47, 49, 59, 64, 65, 69, 70, 76—79, 84, 85, 87, 90, 91, 6007, 18).

NĂSĂUD. Ş.m. G. Coşbuc, cl. VIII. Vălean Emil (E: 2027, 28, 33, 34, 38, 42, 43, 46—48, 56, 58, 60). Cl. XI. Pleş D. Gheorghe (5898, 909, 14, 17, 21, 24, 26, 35, 42—48), Siegelstein Izidor (5898, 900, 10, 14, 17, 18, 34, 35, 42—44, 46—49, 52, 54, 56—59, 61, 62, 64, 65, 67, 68, 76, 78, 81, 89—93, 6003, 07, 08, 15, 33, 37, 39, 40, 45).

NEGREŞTI (Iaşi). Ş.m. cl. VIII. Vieru Georgeta (E: 2028, 31, 33, 35, 38, 40, 45—49, 55, 56, 60; 6034).

ONEŞTI. Ş.m. 1, cl. X. Timaru Teodor (5926, 44, 68, 75, 87, 6007, 20, 27, 30, 33, 34, 75). Memetea Ovidiu (5898, 901, 10, 18, 21, 29, 36, 42, 44, 45). Ş.m. 4, cl. X. Bălan Ioan (5900, 07, 08, 10, 17, 26, 35, 44, 45, 51). Cl. XI. Berger Gavril (5901, 17, 26, 32, 43—46, 76, 98, 6007, 30).

PANCIU. Ş.m. cl. VIII. Minculescu Mihai (E: 2027, 33, 38, 41, 42, 49, 50, 52).

PĂUNEŞTI (Adjud). Şc. 8 ani, cl. VI. Novac N. Maria (E: 2020—22, 31, 33, 46, 48).

PITEŞTI. Ş.m. 2 cl. VI. Ionescu Radu (E: 2043, 45, 46, 48, 50, 55, 56. Cl. VIII. Perianu R. Marian (E: 2055, 56, 58—62), Grigorescu M. Mircea Viorel (E: 2027, 33, 38, 40, 42, 45—47, 56, 58—60).

PLOIEŞTI. Ş.m. 1 I. L. Caragiale, cl. VII. Ionescu Ioana Constanţa (E: 2027, 28, 33, 34, 36, 38, 42, 43, 46, 50, 51). Cl. VIII. Coman N. Constantin (E: 2029, 35, 38, 42, 47, 50, 56), Ionescu A. Lucian (E: 2013, 16—18, 21, 24, 27, 28, 31, 33, 35, 38, 42, 43), Ioan Ştefana (E: 2027—29, 33—35, 38, 42, 43), Păun Elena (E:

2026—29, 31, 33, 35, 38, 41—43), Radu Ana (E: 2028, 33, 35, 40—42, 47, 48, 50, 56, 60), Ştefănescu Carmen (E: 2028, 33, 35, 41—43, 47, 48, 50, 56, 60). Cl. IX. Grigorescu Mariana (5900, 01, 10, 44, 49, 76, 79, 81, 93, 6007, 32, 34), Herţen Vasile (5964, 65, 67, 76—78, 79, 81, 87, 98, 6007, 30, 33, 55), Ioan Constanţa (5900, 10, 21, 26, 76, 78, 98, 6029, 34), Nicolaescu Cristian (5900, 01, 10, 35, 44, 49, 76, 98, 6007, 26, 29, 34, 36, 64, 76, 78), Petrescu Cornel (5900, 10, 21, 26, 64, 76, 78, 79, 93, 6007, 34), Popescu Ortenzia (5900, 01, 10, 35, 49, 76, 79, 6007, 29, 36, 76), Simion Gh. (5972, 76, 78, 79, 81, 6007, 17, 29, 63, 76), Stan Gh. Ion (5900, 10, 21, 26, 76, 78, 79, 98, 6007, 29, 34), Stănescu I. Dan (5976—79, 81, 96, 98, 6007, 11, 12, 29, 32, 34, 65, 68, 74, 76—78), Vlădăreanu Anela (5900, 01, 10, 44, 49, 76, 79, 81, 96, 98, 6007, 11, 12, 29, 32, 34). Cl. X.. Saulea Emil (5964, 76, 79, 87, 6020, 29, 30, 33, 71, 76, 77). Cl. XI. Nica V. (5596—98, 6001—09, 17—22, 25—28, 30, 33—36, 54—56, 58, 59, 61—68, 71, 74, 75—78).

Ş.m. serală cl. IX. Vasilescu Ion (5900, 02, 04, 09, 14, 15, 18, 30, 49, 42, 77, 90, 91, 93).

Ş.m. 2 A. Toma, cl. VII. Mustăţea Sorin (E: 2023, 27, 31, 42, 48, 52, 56). Cl. VIII. Brătoi Cristian (E: 2026—28, 31, 33, 35, 40, 46, 50), Cernat Laurenţiu (E: 2026, 28, 31, 33, 35, 37), Comănoiu Maria (E: 2026—28, 31, 33—36, 38, 43, 47), Costei Liana (E: 2026—28, 31, 33—37), Dabija N. Ion, (E: 2035, 42, 46—50, 55, 56, 58, 60), Danică Rozalia (E: 2026—28, 31, 34—37, 40, 43, 47), Dumitru Andrei (E: 2028, 29, 31, 32, 34, 35, 38, 40), Florenţiu Anca (E: 2026—28, 31, 35, 38, 43), Georgescu Alina (E: 2022, 31, 34—38, 40, 43, 47), Georgescu Carmen (E: 2027, 28, 31—35, 38, 41—44), Georgescu Cecilia (E: 2027, 28, 34—37, 40, 43, 47, 48), Georgescu Cristian (E: 2026, 27, 31, 33—38, 40, 49, 50, 54), Ioanei D. Aurelia (E: 2026—38, 41, 35, 38, 40, 43, 46—50, 55, 56, 58; 6034), Ioanei D. Elena (E: 2026—28, 31, 35, 38, 43, 46, 55, 58), Ionescu Al. Lucian (E: 2013, 16—18, 21, 24, 27, 28, 31, 33, 35, 38, 42, 43), Ionescu Vasilica (E: 2027, 28, 31, 34—36, 38, 40, 43), Lupescu Lavinia (E: 2022—29, 31—35, 38, 42, 43), Manole Aurora (E: 2026—28, 31, 33, 35, 36, 38), Munteanu Mihaela (E: 2027—29, 31, 33—35, 38, 42, 43), Neagoe Paulina (E: 2026, 27, 29, 33—36, 38, 43, 47), Nicolae Elisabeta (E: 2026—28, 31, 33, 35, 36, 38), Orăşanu Laurenţiu (E: 2026, 28, 31—36, 40, 43, 48), Papuc Vasile (E: 2026—28, 31, 34—38, 40, 41, 48, 50), Pălărie Nicolae (E: 2026, 27, 31, 33—39, 43), Petrescu Nicolae (E: 2027—29, 31, 33—35, 42, 43, 40), Pîrliţeanu Eugenia (E: 2027, 28, 46—50, 55, 56, 58, 60; 6034), Popescu Andreia (E: 2026, 28, 35, 38, 55, 56, 58, 60), Roşculeţ Valeriu (E: 2026, 31, 33, 35, 38, 46—50, 56, 58), Seremet Rodica (E: 2026—28, 31, 35, 38, 40, 43, 46), Soresca Sanda (E: 2026—28, 31, 34—36, 42), Stein Dan (E: 2015—24), Tănăsescu Cristina (E: 2027—29, 31—35, 38, 41—43, 49), Ţigănuş Bogdan (E: 2026—28, 31, 33, 35—37). Cl. IX. Babonea Paul (5972, 76, 77—79, 81, 96—98, 6007, 26, 33, 34, 71), Bădescu Manuela (5898, 900, 10, 46, 76, 79, 96, 97, 6007, 25, 33, 78), Bălţăceanu Romeo (5970, 79, 81, 900, 96—98, 6007, 33, 76), Burcea Anastasia (5898—900, 10, 46, 76, 79, 96, 97, 6007, 26, 33), Constantin Mariana (5890, 900, 09, 10, 21, 25, 44—46, 76, 78, 98, 6007), Constantinescu Luminiţa (5898, 900, 10, 14, 17, 18, 21, 24, 33, 35, 43, 45), Florescu Cornelia (5898—900, 10, 46, 76, 78, 79, 97, 6007, 26, 39), Ionescu Emilia (5898—900, 09, 10, 21, 26, 46, 76, 78, 79, 97, 6007, 21), Ionescu Liana (5976, 78, 79, 81, 96, 97, 6026, 33, 68, 76), Manolescu Cristiana (5898—900, 09, 10, 21, 26, 44—46, 78, 6007), Mazepa Lidia (5900, 09, 10, 21, 26, 46, 72, 76, 77, 97—99, 6007), Mihalache Mariana (5898—900, 09, 10, 21, 26, 46, 76, 79, 97, 6007, 33), Slobozeanu Vera (5972, 76—79, 81, 96, 97, 6007, 26, 29, 33, 76), Stan Emil (5944, 46, 76, 77, 79, 97, 98, 6007, 12, 26, 33, 76, 77), Tănăsescu Mariana (5898—900, 09, 10, 21, 26, 46, 76, 78, 6007, 68), Teodorescu Florentina (5972, 76—79, 81, 96, 6007, 26, 29, 33, 76), Toth I. Florică (5972, 76, 78, 79, 81, 97, 6007, 26, 33, 34), Ţintă Mircea (5972, 76—79, 81, 96—98, 6007, 30, 33, 34). Cl. X. Marica Smaranda (5975, 76, 79, 87, 98, 6018, 20, 27, 29, 33, 71, 75, 76). Cl. XI. Tudorică Viorica (5898—900, 10, 14, 17, 18, 21, 24, 33, 35, 45).

Ş.m. 3, cl. VI. Climovici Mihaela (E: 2027, 33, 42, 43, 45, 55, 56), Neagu Luminiţa (E: 2027, 33, 38, 42, 45, 56, 58), Teodorescu Mihaela (E: 2027, 33, 38, 42, 45, 55, 56). Cl. VII. Cemahaski Aurel (E: 2038, 45, 46, 48, 55, 56, 58).

Ş.m. 6, cl. VI. Grigore Rodica (E: 2027—29, 33, 38, 42, 46, 48), Gheorghe Afrodita (E: 2027, 28, 33, 38, 40, 42, 44, 46). Cl. VIII. Damaschin Suzana (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 38, 40, 42, 43, 46, 56, 58), Dumitrescu Rodica (E: 2027, 28, 33, 42, 43, 46, 48, 56, 58—60), Grigore Steliana (E: 2027, 28, 31, 33,

35, 38, 40, 42, 43, 46, 47, 56), Grigorescu Mara (E: 2027, 28, 31, 33, 40, 46—48, 56, 60), Ionescu Elena (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 38, 40, 42, 43, 45—47, 53), Oroviceanu Maria (E: 2027, 28, 33, 35, 38, 40, 43, 46—48), Pomîrlă Ioana (E: 2027, 28, 32, 33, 38, 42, 43, 46, 56, 59, 60). Cl. IX. Cremenescu Gheorghe (5964, 77—79, 82, 87, 90, 99, 6007, 20, 27, 29, 30, 33, 34, 63, 71, 76, 77).

Ş.m. Al. I. Cuza, cl. VIII. Neagu Gh. Maria (E: 2024, 33, 35, 42—45, 47), Popescu Doina (E: 2016, 28, 44, 46, 49, 59, 60).

PLOPENI. Grupul şcolar Uzina Ilie Pintilie, an. III. Voinea I. Gheorghe (E: 2027, 28, 32, 40, 42, 45, 47, 48, 56, 60).

PREDEAL. Ş.m. cl. X. Petre Nicoleta (5963, 69, 76, 78, 79, 81, 82, 86—88, 6007, 20, 25, 30, 33, 35).

PUCIOASA. Cl. VIII. Tabacu Ion (E: 2027, 33, 38, 42—44, 56, 58, 60), Vlad Mircea (E: 2027, 33, 38, 41—43, 50, 56, 60).

REBRICEA (Iaşi). Şc. 8 ani, cl. VII. Leonte Constantin (E: 2042, 46, 47, 50, 56, 58, 60).

RIMNICU VÎLCEA. Ş.m. V. Roaită, cl. XI. Lisievici Renata (5967, 76, 78, 79, 98, 6007, 27, 29, 30, 33, 34, 71, 75, 76), Porumbiu Alexandrina (5959, 67, 76, 78, 79, 98, 6007, 27, 29, 30, 33, 34, 55, 59, 71, 76), Voinescu Rodica (5976, 78, 79, 81, 98, 6007, 26, 29, 34, 76).

ROMAN. Ş.m. cl. VIII. Petraru Ovidiu Teodor (E: 2015, 16, 18, 21; 5889, 944, 6007).

ROŞIORII DE VEDE. Ş.m. cl. VIII. Popescu Theodor Dan (E: 2027, 28, 33, 38, 42, 43, 56, 58; 5990).

SATU MARE. Ş.m.m. M. Eminescu, cl. VIII. Mitaru Alexandru (E: 2048, 55, 58—61; 6029, 34).

SĂLIŞTE. Ş.m. cl. VIII. Mules Ioan (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 28, 33, 38, 45, 48).

SECUENI (Bacău). Absolvent Obreja Petre (5998, 6006, 07, 12, 20, 21, 30, 33, 34, 36).

SIBIU. Şc. 8 ani nr. 1, cl. VI. Zaharia Nicolae (E: 2027—29, 31, 33, 34, 38, 45, 46).

Şc. 8 ani nr. 15, cl. VII. Armeanu Dorin (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 42, 56), Bucur Ioan (E: 2027, 29, 31, 33, 38, 45, 56), Brudi Edit (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 50, 56), Costăchescu Sanda (E: 2027, 28, 31, 38, 42, 50, 56), Crişan Eugenia (E: 2027, 28, 31, 38, 42, 50, 56), Munteanu Ioan (E: 2027, 28, 33, 33, 38, 50, 56), Nan Ilie (E: 2027, 29, 31, 38, 42, 50, 56), Nistor Ilie (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 50, 56).

Şc. 8 ani nr. 15, cl. VII. Olaru Rodica (E: 2027, 28, 31, 38, 42, 50, 56), Olteanu Ileana (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 50, 56), Popescu Eugenia (E: 2016, 21, 27, 31, 33, 38, 56), Temeiuc Tamara (E: 2027, 29, 31, 33, 38, 42, 56), Vecerdea Rodica (E: 2020, 21, 27, 28, 31, 33, 38, 42, 50, 56), Vintilă Doina (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 42, 56).

Şc. 8 ani nr. 18, cl. VII. Anton Ioan (E: 2027, 28, 38, 42, 43, 45, 56), Ciocan Virgil (E: 2016, 20, 23, 27, 28, 42, 43, 48), Pascu Adrian (E: 2016, 27, 28, 31, 33, 42, 50), Vulpe Stela (E: 2042, 43, 46, 47, 50, 55, 56, 58, 59). Cl. V. Păuna Ioan (E: 2042, 43, 46, 47, 50, 55, 56, 58, 59).

Ş.m. 1, cl. VII. Soima Ileana (E: 2027, 28, 38, 42, 46, 48, 50, 55, 56). Cl. VIII. Petrescu Daniel (E: 2030, 33, 38, 45, 46, 55, 56, 58, 60). Cl. IX. Poenaru Daniela (5967, 77—79, 81, 82, 87, 98, 6007, 20, 33). Cl. X. Lupu Mihai (5928, 68, 76, 78, 79, 83, 85, 96, 6007, 33, 34). Ş.m. 2, cl. IX. Oprean Constantin (5898, 900, 01, 09, 10, 14, 21, 25, 40, 44, 76, 79, 87), Trif Nicolae (5896, 900, 01, 08—10, 14, 21, 25, 35, 40, 42, 44, 45). Cl. XI. Duca Dan (5960, 64, 66, 68—70, 81, 82, 87, 6007, 25, 33, 34), Trif Maria (5884, 98, 900, 01, 05, 08—10, 14, 17, 18, 20, 21, 25, 32, 35). Ş.m. 3, cl. VIII. Brenciu Carmen (E: 2027, 28, 30, 35, 42, 45, 47, 50), Cărătuş Lucia (E: 2028, 31, 33, 35, 40, 42, 44, 47, 50, 56, 60), Chelefa Oşlobanu Letiţia (E: 2027, 28, 30, 35, 42, 45, 47, 50), Ciontea Mariana (E: 2027, 28, 35, 38, 42, 44, 47, 50, 56, 60), Duţă Iancu (E: 2028, 31, 33, 35, 40, 42, 45—49, 60), Maniu Dan (E: 2028, 31, 33, 35—38, 43, 42, 46, 48, 50), Molnar Ştefan (E: 2028, 31, 33, 35, 40, 42, 45—49, 60), Neamţiu Ioana (E: 2027, 28, 31—33, 36, 38, 42, 43, 45—48), Olaru Ieronim (E: 2016, 18, 20, 2028, 31, 33, 35, 38, 40, 42, 47, Stoica Adriana (E: 2027, 28, 31, 33, 40, 42, 46, 48, 56, 59), Stroe Aurelia (E: 2028, 31, 35, 33, 35, 38, 40, 42, 47, 48, 50, 56, 60). Cl. X. Gîlea Octavian (5977—79, 81, 82, 87, 98, 6007, 20, 68), Munteanu Rodica (E: 5968, 69, 76, 78, 79, 81, 82, 86, 87, 98, 6018, 20, 26, 30, 71), Popescu Adriana (5969, 78, 79, 81, 82, 85, 87, 93, 6007, 18, 20, 26, 30, 71), Cl. XI. Bîrză Ilie (5899, 901, 06, 08, 14, 17, 18, 20, 21, 24—26, 31, 33, 35, 42, 44, 45, 53, 64, 65, 67—

MŰSZAKI KÖNYVTÁR 1883

70, 73—79, 81, 82, 84, 86, 87, 96, 6007, 18, 26, 27, 30, 33). Dăncilă Ioan (5960, 61, 64—67, 72—74, 95—97, 99, 6002, 03, 06, 08, 10—12, 21, 24, 26, 29, 34—36, 55, 58, 59, 63—68, 71, 74—78).

Ş.m. 4, cl. VI. Lacshecus Dorin (E: 2014, 18, 21—23, 27, 33). Cl. VIII. Moraru Vasile (E: 2021, 24, 45—50, 55, 56, 58—61; 6034), Rusu Gherasim (E: 2014, 16, 18, 20, 21, 23, 25).

SIMERIA. Ş.m. cl. IX. Ticulescu Liliana (5964, 66, 76, 89, 6007, 20, 25, 29, 30, 33, 35, 71, 76).

ŞOMCUŢA MARE. Ş.m. cl. X. David Vasile (5976, 78, 6007, 20, 27, 29, 33, 71, 76, 78).

HARGHITA. Ş.m. cl. XI. Szörös Sandor (5852, 55, 60, 61, 73, 74, 77, 82, 84, 968).

ŞTEFĂNEŞTI (Argeş). Şc. 8 ani, cl. VI. Buricel Victoria (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 33, 38). Cl. VII. Cosciug B. Alexandru (E: 2038, 42, 45, 50, 55, 56, 62).

TIMIŞOARA. Ş.m. 2, cl. X. Botyen Siegfried (5975—78, 87, 6007, 20, 27, 29, 30, 33, 55, 71, 76, 78), Cherveşan Daniela (5965, 68, 77, 82, 85, 87, 88, 6007, 25, 30, 33, 55, 58, 71), Dragomir Emil (5968, 70, 76, 82, 87, 98, 6007, 25, 30, 33, 55, 71, 76), Dumitrescu Sanda (5964, 76—78, 87, 6007, 20, 29, 33, 35, 71, 76, 78), Lukhaup Egon (5976, 87, 6007, 20, 27, 30, 33—35, 71, 76, 78), Fost Johann (5964, 76, 77, 87, 6020, 27, 29, 30, 33, 34, 55, 71, 76), Csokany Fritz Georg (5976, 78, 87, 6007, 20, 27, 29, 30, 33—35, 71, 76, 78), Richter Werner (5976, 87, 6020, 27, 29, 30, 33—35, 71, 76, 78), Rudu Radu (5900, 42, 64, 76, 77, 87, 910, 20, 30, 33—35), Schwengler Nikolaus (5976, 77, 87, 6007, 20, 27, 29, 30, 33—35, 75, 76, 78), Stein Elisabeth (5976—78, 87, 6007, 20, 29, 33—35, 71, 76, 78), Sunhausen Maria (5964, 76, 77, 87, 6007, 20, 30, 33—35, 71, 76, 78), Szende Suzana (5964, 65, 68, 70, 76, 82, 98, 6007, 18, 21, 27, 30, 33), Talas Vasile (5965, 75 76, 78, 87, 6007, 20, 29, 30, 33, 34, 55, 71, 76, 78), Wetzer Francisc (5976, 78, 87, 6007, 20, 27, 29, 30, 33, 34, 55, 71, 76, 78). Ş.m. 3, cl. VII. Constandiş Brînduşa (E: 2042, 45, 46, 50, 55, 56, 62). Ş.m. 4, cl. XI. Csapo Gheorghe (5914, 18, 32, 42, 60, 64, 65, 76, 6007—10, 27, 30, 55, 71). Student. Bejancu Aurel (5921—24, 31—33, 35, 38, 43—46, 49, 60).

TIRGOVIŞTI. Ş.m. 1, cl. VIII. Martac Georgeta (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 36, 38, 42, 43, (46—48, 50). Cl. XI. Ionescu Mircea (5900, 01, 07, 09, 10, 14, 17, 18, 20, 26, 35, 38, 40, 44—46, 68, 73, 77, 78, 82, 84—87, 6007, 20, 30, 33), Măzilu Gheorghe (5900, 01, 07, 09, 10, 14, 17, 18, 20, 25, 26, 30, 35, 36, 38, 40, 42, 44, 73, 76—78, 82—84, 86, 87, 6007, 25, 30, 33).

ERATĂ. — La nota din nr. 1/1964 pag. 16 în loc de 4 se va scrie 2, în loc de 8 se va scrie 4, în loc de $\leqslant$ se va scrie $<$; iar ultimul rînd trebuie omis.

În vederea stimulării elevilor clasei XI premiaţi la olimpiadele internaţionale de matematici şi olimpiadele interne, care devin studenţi ai facultăţilor de matematică-mecanică sau fizică de la Universităţi, conducerea Ministerului Învăţămîntului a hotărît să li se acorde următoarele forme de sprijin material:

a) bursă în primul an de studii, indiferent de situaţia lor materială. În următorii ani de studii bursa să fie menţinută în aceleaşi condiţii dacă obţin media generală cel puţin 9,00;

b) la începutul primului an de studii să li se acorde cărţi şi manuale de specialitate în valoare de 500 lei;

c) în vacanţele anului I de studii să fie trimişi cu prioritate la odihnă în taberele studenţeşti (iarna sau vara la alegerea studentului) dacă rezultatele şcolare sînt foarte bune.

B

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.-B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate, corect rezolvate și citeț semnate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 10 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E: VII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

Se mai pot trimite soluții și la următoarele probleme de matematică publicate în G.M.F.-B: 6090—6256 și E: 2058—2122.

OLIMPIADELE DE MATEMATICĂ, FIZICĂ ȘI CHIMIE — 1964

pentru elevii școlilor medii, profesionale, pedagogice și tehnice de maiștri:

Etapa regională: în primele trei zile ale vacanței de primăvară.
Etapa finală: în luna mai.
La fiecare etapă se cere materia indicată în G.M.F.-B. nr. 12/1963.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscut această publicație și altor colegi, pentru a se abona din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștrii să se aboneze de îndată pentru anul 1964 (12 numere). Costul este de 18 lei anual și 9 lei semestrial.

— Abonamentele se pot face prin oficiile poștale locale.

„Grafica Nouă" II — c. 7077

Index 41601

Lei 1,50

E1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) aprilie 1964

4

GAZETA MATEMATICĂ
(SERIA B)
Anul XV, (I) nr. 4 — aprilie 1964

SUMARUL

pag.

1. Copernic de N. Mihăilă 145
2. O aplicaţie de analiză combinatorie de Mihu Cerchez 152
3. Note matematice de Gh. Mincinopschi, elev Mărăşeşti 153
4. Caleidoscop matematic 156
5. Probleme rezolvate (5702, 5704, 5717, 5740, 5742, 5746, 5760, 5762, E: 1951, 1967, 1972) 158
6. Chestiuni de examen (6257—6276) 167
7. Probleme propuse (6277—6307) 172
8. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 2123—2135) 177
9. Poşta redacţiei 180
10. Cărţi noi 180
11. Rubrica rezolvitorilor de probleme 181

ANUL XV (I) 4 APRILIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Cristea I., asistent; *Dincă N.*, profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kiss E.*, conf. univ. (Cluj); *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Muşat I.* prof.; *Ottescu C.* profesor; *Păvăluţu M.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Ţene L.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ
(SERIA B)
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
ANUL XV (I), nr. 4 aprilie 1964

COPERNIC

Conf. univ. *N. MIHĂILĂ*

1. *Viața. Nicolae Copernic* s-a născut la 19 februarie 1473, într-un mic orășel de pe Vistula numit de polonezi Torum, iar de germani Thorn*). Tatăl său, *Nicolaus Koppernigk* a fost brutar: acesta murind de timpuriu, alți membri ai familiei au avut grijă de educația tînărului *Nicolas*. Primele studii le-a făcut în satul natal, iar la vîrsta de 18 ani este trimis să le continue la universitatea din Cracovia. Acolo, sub conducerea unui valoros profesor, *Albert Brudsewo*, se ocupă de matematici și astronomie. La vîrsta de 20 ani (1493) primește titlul de doctor în aceste științe.

Răspunzînd dorinței sale de a-și extinde cunoștințele, familia, după obiceiul timpului, îl trimite în Italia ca să studieze dreptul. Frecventează universitățile din Padua și Bologna. Pasiunea lui pentru matematici cu aplicații în astronomie îl face să urmeze și cursurile profesorului *Domenico Maria de Ferrara*, pe care-l ajută ca asistent benevol la efectuarea cercetărilor astronomice. Această ocupație nu-l împiedică să studieze și filologia clasică, în special cea greacă, pentru a cunoaște astfel ce au gîndit cei vechi asupra unora din problemele care începuse să-l preocupe.

Pentru a i se înlesni viața din punct de vedere material, în 1497 familia intervine să i se confere titlul de canonic al catedralei din Frauenberg, obținîndu-i totodată un concediu pentru studii, în scopul aprofundării dreptului bisericesc, la universitatea din Bologna. În acest timp în Italia, datorită cunoștințelor lui matematice aplicate mai ales în astronomie,

*) De altfel, în istoria științei, naționalitatea îi este reclamată atît de polonezi cît și germani. Omenirea în marea majoritate îl consideră polonez.

începe să se bucure de o frumoasă reputație, ceea ce face ca la vîrsta de 27 de ani să fie chemat la Roma pentru a preda matematicile. Cu ocazia jubileului pontifical din anul 1500 este invitat să-și expună ideile proprii în cîteva conferințe.

Între timp a urmat și medicina la universitatea din Padua, obținînd titlul de doctor în medicină.

În anul 1503, deci cînd avea vîrsta de 30 de ani este chemat în patrie, fiind numit consilier juridic la sediul diocesiei episcopale din Cracovia. În această parte a vieții sale, mai precis din anul 1507, *Copernic* era definitiv convins de adevărul de bază al operei sale, heliocentrismul sistemului planetar. În anul 1511 se stabilește pentru tot restul vieții sale în orașul Frauenberg situat pe coasta mării Baltice unde paralel cu obligația eclesiastică de canonic al catedralei își continuă activitatea științifică și practică medicina — de altfel ca și la Cracovia — în mod gratuit pentru săraci.

Pe lîngă activitatea științifică principală de cercetări astronomice *Copernic* s-a preocupat și de probleme economice. În acest sens studiază starea economică a monedelor care circulau atunci în Polonia, constată răul ce se accentua prin scăderea valorii monedelor și încă din 1519 propune soluția care să ducă la înlăturarea acestei situații, La cererea dietei din Polonia, publică lucrarea *„Disertation de optima monetae cudendae ratione"* (1526). Deși propunerile lui *Copernic* au fost studiate și găsite potrivite, nu s-a putut ajunge la o înțelegere între organele puterii administrative și cele politice pentru a fi aplicate.

În idilicul oraș Frauenberg, *Copernic* a pus încă din 1512 să i se construiască un observator, redus de fapt la un mic turn, pe care îl înzestrează cu un aparat cu totul rudimentar, mai ales comparat cu ceea ce tehnica a putut oferi astronomilor de mai tîrziu.

Aparatul construit de *Copernic* este un instrument paralactic compus din trei bucăți de lemn, cu diviziuni însemnate cu cerneală. Cu acest aparat și cu mintea, *Copernic* și-a desfășurat activitatea de cercetare a corpurilor cerești, punînd bazele astronomiei noi.

Astronomul *Tycho-Brache,* care mai tîrziu a devenit posesorul acestui aparat, îl păstra ca o relicvă sfîntă.

Ca urmare a cercetărilor efectuate pînă în anul 1512, atunci cînd *Copernic* avea vîrsta de 39 ani, opera prin care omenirea ar fi cunoscut noua concepție asupra întocmirii lumii putea fi tipărită. Cu toate acestea, datorită modestiei și dorinței sale de a o reverifica, *Copernic* nu s-a grăbit să-și publice descoperirea. Acest respect față de munca științifică explică și faptul că în 1516 fiind chemat să colaboreze la o îmbunătățire a calendarului refuză invitația, întrucît consideră că nu studiase suficient mersul Soarelui și al Lunii pentru a putea prezenta propuneri sigure. În acea epocă, prin determinarea înălțimilor Soarelui, *Copernic* calculase solstițiile și echinocțiile solare, precum și locurile perigeului și apogeului și constatase schimbările acestora față de cele cunoscute de la Ptolomeu.

Un alt motiv pentru care *Copernic* întîrzia publicarea descoperirilor sale este faptul că el era conștient de efectul revoluționar al publicării operii sale. Pe de o parte îi era teamă de autoritatea bisericii catolice, al cărei credincios slujitor era, de protestele ce le-ar fi putut ridica împotrivă-i, putînd avea chiar urmări grave, iar pe de altă parte îi era „teamă

de a nu fi luat cumva în rîs pentru noutatea și absurditatea aparentă a sistemului descoperit", după cum singur mărturisește mai tîrziu în lucrarea sa. Totuși, cu tenacitatea omului de știință duce lupta cum crede mai potrivit pentru victorie. În acest sens expune sistemul său oamenilor de știință apropiați. Aceștia, cîștigați de noua teorie o răspîndesc în lumea cultă. La stăruințele prietenilor întocmește un scurt rezumat al operei sale care, sub formă de manuscris cu titlul *„Commentariolus"* circulă printre învățații timpului. (La Roma ajunge înainte de 1535.)

Matematicianul *G. J. Rheticus* (1514—1576) de la universitatea din Wittenberg, în anul 1539 solicită onoarea de a fi primit ca discipol și a-l ajuta în lucrările sale. Timp de aproape 3 ani acesta a stat lîngă *Copernic*, de care îl leagă apoi toată viața o deosebită prietenie. În anul 1540, cu asentimentul lui *Copernic*, el publică la Danzig, sub forma unei scrisori, lucrarea *„Naratio de libris revolutionum Copernici"* (numită obișnuit *„Naratio prima"*). Tot *Rheticus* îi publică și lucrarea cu conținut mai mult matematic, *„Trigonometria Copernici"* (1542), în care pentru prima oară se dă o demonstrare simplă a formulei fundamentale a trigonometriei sferice.

În sfîrșit, cînd *Copernic* împlinise vîrsta de 70 ani, adică în anul 1543, deci 36 de ani de cînd se afla în posesia descoperirii sale, se lasă convins să-și publice opera. Tot *Rheticus* își ia asupră-și sarcina tipăririi ei, care apare în 1543 într-o tipografie din Nürenberg cu titlul *„De revolutionibus orbium coelestium, Nicolai Copernici Taurinensis"*.

Subliniem următorul fapt: din motive tactice *Copernic* prezintă sistemul heliocentric drept o ipoteză demnă de a fi luată în considerare de matematicieni, și mai ales de „demonstrațiile pe care le dau în această operă". De fapt el era convins de certitudinea acestui adevăr.

În al 71-lea an al vieții *Copernic* este lovit de un atac de apoplexie; el moare la 24 mai 1543. Înaintea morții, prietenii devotați i-au adus primul exemplar din opera sa, pe care a putut numai să o pipăie, făcînd impresia celor de față că își mîngîie cartea ca pe un copil scump și mult așteptat.

2. *Opera.* Pentru a înțelege aportul considerabil al operei lui *Copernic* la progresul astronomiei în special și al științei în general, este necesar să fie scoase în evidență cîteva aspecte importante ale problemei tratate.

Omenirea, chiar atunci cînd nu era suficient de matur formată din punct de vedere științific, a căutat să găsească explicații ale modului cum este construită lumea. Soluțiile acestei probleme au variat de-a lungul istoriei după gradele de dezvoltare a civilizației.

Primul sistem închegat asupra structurii Universului a fost *sistemul geocentric.* Formarea acestui sistem se explică pe deoparte prin *aparența desfășurării fenomenelor astronomice,* iar pe de altă parte prin anumite concepții filozofice care stăpîneau gîndirea științifică la acea etapă de dezvoltarea a culturii, printre care un loc deosebit îl avea *prejudecata perfecțiunii.* Pentru acele timpuri, corpurile cerești erau „incoruptibile" (perfecte), spre deosebire de cele pămîntești care, fiind supuse schimbării și morții erau „coruptibile" (imperfecte). Prejudecata perfecțiunii se reflectă în știința cea mai avansată a celor timpuri, în matematică — printre altele — prin considerarea cercului drept curbă perfectă, iar sfera drept suprafață, respectiv corp perfect. Următorul raționament a condus la închegarea

geocentrismului: corpurile perfecte nu se pot mișca sau situa decît pe curbe, respectiv suprafețe perfecte.

Astfel, după geocentrism, Lumea, care este considerată ca o sferă are în centru Pămîntul, considerat plan și în nemișcare. Celelalte corpuri cerești: Soarele, Luna, cele cinci planete cunoscute în vechime*) erau situate pe sfere concentrice cu centrul Lumii, executînd mișcări circulare în jurul Pămîntului. Stelele de asemenea erau fixate pe o sferă (fig. 1).

Cînd observațiile astronomice s-au adunat semnalînd abateri de la modul cum fusese conceput geocentrismul, întrucît nu se putea concepe

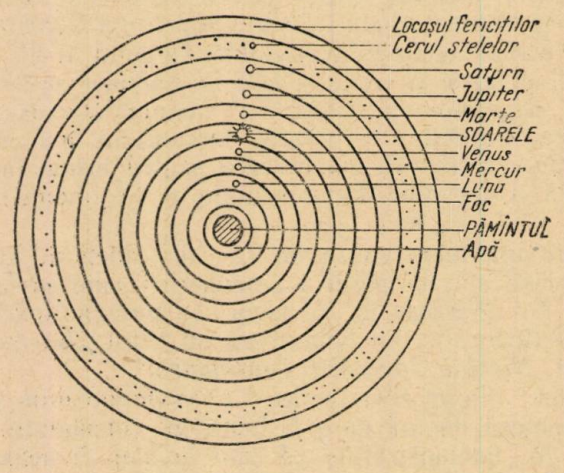


Fig. 1

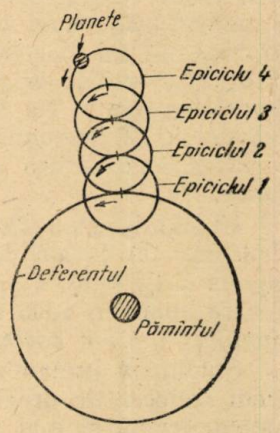


Fig. 2

o altă mișcare pentru corpurile cerești decît cea circulară — de exemplu mișcarea pe o elipsă, această curbă fiind de asemenea cunoscută încă de la *Apollonius din Perga* (sec. III. î.e.n.) — sub stăpînirea aceleiași prejudecăți a perfecțiunii s-au făcut diferite ipoteze, care de care mai complicate, ca:

— Cercurile descrise de anumite planete nu sînt concentrice cu sfera Lumii, ci sînt excentrice (*Hipparc*, sec. II. î.e.n.);

— Planetele se mișcă pe cercuri proprii, dar la rîndul lor centrele acestor cercuri sînt în mișcare pe alte cercuri (fig. 2); se constituie astfel metoda epiciclelor și deferentelor prezentată prima dată de *Apollonius din Perga* — descoperitorul elipsei! — și apoi însușită de *Ptolomeu* (sec. II î.e.n.; opera acestuia „*Marea întocmire*" sau „*Sintaxa matematică*" numită de arabi „*Almagest*" a fost pînă la *Copernic*, cartea de bază a Astronomiei.).

Printre cei care au formulat geocentrismul pe baze științifice este necesar să citățm pe *Aristotel* (382—322 î.e.n., născut la Stagiria, în Macedonia). Acest enciclopedic om de știință care oscila între materialism și idealism, acordînd o deosebită atenție științelor naturii, a reușit să se apropie, cu deosebire în domeniul științei naturii, în multe privințe de concepția modernă, ceea ce i-a dat posibilitatea să-și prezinte ideile științifice, deci și geocentrismul, într-un sistem admirabil construit, încît multe secole după

*) Marte, Mercur, Jupiter, Venus și Saturn.

el învățații ce i-au urmat, greci, latini și arabi, păgîni sau creștini, nu au putut decît să comenteze știința lui.

Dominației grecești, apoi celei romane asupra lumii îi urmează Evul Mediu.

În această etapă istorică pînă prin secolul al XI-lea, rămîne predominantă mica producție și reproducția naturală, care au drept efect izolarea locală, oprirea progresului tehnic și cultural și evident, ruptura aproape totală cu tradițiile științifice ale antichității. Este „perioada întunecată" cînd, cu deosebire în Occident, cunoștințele științifice fragmentare capătă un caracter scolastic, fiind accesibile unui număr restrîns de persoane, mai ales prin biserică.

Din vechea cultură a Antichității, biserica catolică preia pe *Aristotel* însă, tot ceea ce era permis cercetătorilor din aceste timpuri era să *comenteze* știința acestuia. Cei care îndrăzneau să conteste adevărurile științifice ale păgînului *Aristotel,* erau trimiși de creștina biserică catolică să dea seama în fața inchiziției. Aceasta făcea pe mulți cercetători, care constataseră nepotriviri între fapte și teoria Stagiritului să socoată că desigur judecata sau simțurile lor îi înșeală, decît că teoria avea lacune.

O perioadă calitativă nouă în dezvoltarea științei este aceea a Renașterii, pregătită în secolele XV—XVI, fiind datorită unor schimbări sociale, concomitent cu apariția relațiilor capitaliste și creșterea forțelor de producție. Aceasta determină o dezvoltare a științei. Adăugînd fapte noi care se acumulează, ca :

Invenția tiparului (în 1440) ;

Descoperirile geografice : America de Columb (1492), călătoria lui Vasco de Gama spre India ocolind Africa (1498), călătoria în jurul lumii a lui Magellan (1519—1522) ;

O orientare nouă în cercetările științifice (Leonardo da Vinci 1452—1519).

Astfel ne explicăm o anumită manifestare de independență a gîndirii în această epocă.

Știința în mersul ei înainte avea însă de învins multiple și serioase obstacole : trebuia învinsă inerția gîndirii păturii culte care educată scolastic, nu admitea decît aristotelismul ; trebuia zdruncinată însăși știința lui *Aristotel,* descoperindu-i fisurile ; trebuia înfruntată biserica catolică, una din cele mai reacționare instituții sociale ale timpului.

Opera lui *Copernic,* salt victorios pe drumul progresului științei, nu numai că dărîmă în întregime geocentrismul deschizînd o enormă fisură în știința Stagiritului, dar ca un recul zdruncina din temelii însăși dogmele cu care catolicismul își fundase autoritatea.

Asupra construirii Universului au fost și alte concepții în decursul istoriei omenirii — este drept răslețe — în afară de geoncentrismul.

Astfel : *Pitagora* (sec VI și V î.e.n.) a avut ideea clară a sfericității Pămîntului ;

Philolaus (sec. V î.e.n.), pitagorician, afirmă că în centrul lumii nu se află Pămîntul, ci o sferă de foc numită focar, Soarele fiind deosebit de acest focar. Pămîntul se rotește în jurul acelui foc, care nu poate fi văzut, fiind așezat la antipozii părții locuite de noi, iar Pămîntul pe lîngă mișcarea în jurul focului central, mai are o mișcare care face să arate focului mereu aceeași față ;

Heraclid din Pont (sec. IV î.e.n.) admitea învîrtirea Pămîntului în jurul său iar a lui Mercur şi Venus în jurul Soarelui;

Aristrach din Samos (sec. II î.e.n.) în cartea sa *„Tratat asupra mărimii Soarelui şi a Lunei"* enunţă următoarele ipoteze: 1) Soarele este imobil, 2) Pămîntul se roteşte în jurul Soarelui ca centru, 3) Stelele au fixitate absolută fiind aşezate pe sfera care are ca centru Soarele.

Constatăm că *Artistach din Samos este primul care formulează sistemul heliocentric.*

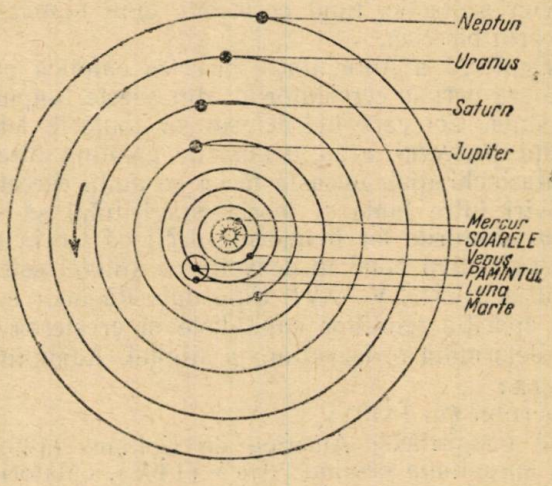


Fig. 3

Datorită condiţiilor istorice aceste idei au fost însă date uitării pînă în timpul Renaşterii.

Copernic mărturiseşte că a cunoscut concepţia heliocentrismului de la învăţaţii Antichităţii greceşti. Marele merit al său nu constă numai în faptul că reactualizează această concepţie formulată cu peste 18 secole înainte, ci mai ales că o transformă dintr-o ipoteză într-un adevăr ştiinţific. Opera lui dărîmă vechiul sistem ptolemeic, producînd astfel, o întreagă revoluţie. *Copernic* demonstrează heliocentrismul dovedind că:

1) Soarele este centrul Lumii;

2) Planetele, printre care şi Pămîntul, se rotesc în jurul lui;

3) Luna este un satelit al Pămîntului, rotindu-se în jurul lui (fig. 3).

Totuşi, *Copernic* rămîne încă sub influenţa unor vechi idei, de exemplu, că rotirea este o mişcare circulară. Această concepţie poate fi explicată printre altele şi prin aceea că el nu dispunea de instrumente de observare suficient de precise, iar aproximările rezultatelor nu-l supărau prea mult în dovedirea heliocentrismului.

Concepţia heliocentrică este desăvîrşită prin munca urmaşilor:

Iohannes Kepler (1571—1631) prelucrînd observaţiile lui *Tycho-Brahe* (1546— 1611) descoperă cele trei legi ale mişcării planetelor:

1) Orbitele planetelor sînt elipse, într-un focar aflîndu-se Soarele;

2) Mişcarea pe orbite se face după legea ariilor;

3) Pătratele duratelor de revoluții sînt proporționale cu cuburile axelor mari.

Galileo Galilei (1564—1642) are contribuții deosebite în dovedirea științifică a sistemului heliocentric.*).

Isaac Newton (1643—1729), prin descoperirea legii atracției universale explică cauza mișcării planetelor, iar prin creearea Mecanicii raționale și aplicarea ei la fenomenele cerești, desăvîrșește opera începută de *Copernic* **).

După *Newton*, astronomia planetară devine o vastă problemă de mecanică, a cărei soluție se simplifică și se completează, paralel cu progresele științei și în special cu ale matematicii. *Laplace* (1749—1827), *Le Verrier* (1811—1877) etc.

Astronomia de poziție și astronomia fizică se dezvoltă considerabil, permițînd să se treacă de la sistemul solar la studiul întregului Univers.

Lupta științei a fost destul de grea și grăitoare, în acest sens, sînt următoarele rînduri scrise de *Galileu* lui *Kepler*: „Este o nenorocire că acei care caută adevărul fără să urmeze o metodă falsă sînt atît de rari. Sînt mulți ani de cînd împărtășesc concepția lui *Copernic* și din acest punct de vedere am găsit cauzele la o mulțime de fenomene naturale, care prin ipoteza obișnuită sînt de bună seamă neexplicabile ***).

Am notat multe motive și combateri pe care n-aș fi îndrăznit să le pun la îndemîna tuturor, căci soarta maestrului nostru *Copernic* mă înfricoșează. El și-a căpătat desigur, în fața cîtorva oameni puțin numeroși o glorie nemuritoare; dar, pentru mulțimea nenumărată (și sînt atîția nebuni în lumea aceasta) a ajuns obiect de rîs și de batjocoră".

Biserica catolică în 1616, adică 73 ani după moartea lui *Copernic* condamnă opera acestuia ca eretică și avertizează că acei care vor susține că Pămîntul se mișcă în jurul Soarelui comit un sacrilegiu.

Abia în 1757, adică peste două sute de ani de la lucrările lui *Copernic*, Vaticanul permite introducerea în școli a concepției heliocentrice.

Victoria științei a cerut luptă continuă și dîrză, chiar sacrificii, cum a fost arderea pe rug pentru propagarea concepțiilor coperniciene, a lui *Giordano Bruno* (1600).

Omului de știință *Copernic*, cu o activitate atît de variată: astronom, matematician, economist, filozof, medic etc. întreaga omenire îi poartă prinos de recunoștință și admirație. Dacă astăzi știința și tehnica permit punerea unor noi și îndrăsnețe probleme, cum este aceea a călătoriei omului în Cosmos, trebuie avut prezent în conștiința noastră contribuția acelora care și-au închinat întreaga viață pentru cunoașterea acestui Cosmos. Învățații tuturor timpurilor reprezintă pînă la urmă, „omul", iar dorința cuceririi Cosmosului arată acel aspect de măreție, de cutezanță a omului, stăpîn al Universului în toată infinitatea lui.

---

*) v. G.M.F.-B 8/1959.

**) v. G.M.F.-B 7/1961.

***) Ipoteză obișnuită era geocentrismul

O APLICAȚIE DE ANALIZĂ COMBINATORIE

Pentru executarea unei broaște de la telefonul cu monedă, se folosesc 4 verturi de diferite forme. Dacă aceste verturi sînt așezate într-o anumită ordine, broasca se deschide cu un anumit fel de cheie. Se întreabă: cîte broaște ce se pot deschide cu chei diferite se pot construi, știind că fiecare broască trebuie să conțină 4 verturi, iar o broască poate să difere de alta, fie prin forma verturilor, fie prin ordine, fie și prin ordinea și prin forma lor.

Un vert este o plăcuță metalică de o anumită grosime și formă. Mai multe verturi așezate unul peste altul și care se pot roti în jurul unui ax datorită unui resort constituie mecanismul unei broaște „Wertheim". Cheia cu care se deschide o astfel de broască are anumite forme ce depind de profilul verturilor.

Pentru a da o soluție acestei probleme va trebui să trecem în revistă, toate pozițiile posibile ale celor patru verturi.

1. *Cele patru verturi identice.* Dacă notăm *a, b, c, d* cele patru verturi vom putea avea patru broaște diferite ce au toate verturile identice:

$$(a\ a\ a\ a);\ (b\ b\ b\ b);\ (c\ c\ c\ c);\ (d\ d\ d\ d).$$

O broască diferă de alta numai prin forma verturilor, iar numărul de broaște diferite (N_1) ce se pot forma în acest caz este:

$$N_1 = C_4^1 = 4.$$

2. *Trei verturi identice al patrulea diferit.* Vom presupune că cele trei verturi identice sînt egale cu *a,* iar al patrulea este *b.* Cum vertul *b* poate ocupa 4 poziții diferite față de *a* vom avea următoarele situații:

$$(b\ a\ a\ a);\ (a\ b\ a\ a);\ (a\ a\ b\ a);\ (a\ a\ a\ b).$$

Dacă schimbăm pe *b* cu *a* vom avea în compunerea unei broaște, trei verturi *b* și un vert *a.* Deci, cu cele două verturi *a* și *b* putem construi 2. C_4^1 broaște diferite. Cum în total avem 4 verturi diferite *a, b, c, d* vom putea construi atîtea broaște cu două verturi diferite cîte combinări se pot face cu 4 obiecte luate cîte două, adică C_4^2. Deci, numărul total (N_2) de broaște ce se pot construi cu 3 verturi identice și unul diferit va fi:

$$N_2 = 2\,C_4^1 \cdot C_4^2 = 48.$$

3. *Două verturi identice și două diferite.* Dacă cele două verturi identice sînt egale cu *a,* iar cele două diferite *b* și *c* acestea vor putea ocupa față de *a* următoarele 6 poziții:

$$(b\ c\ a\ a),\ (b\ a\ c\ a);\ (b\ a\ a\ c):\ (a\ b\ c\ a);\ (a\ b\ a\ c);\ (a\ a\ b\ c)$$

în total, C_4^2 poziții diferite.

Schimbînd pe b cu c vom obține alte C_4^2 broaște diferite:

$$(c\,b\,a\,a);\ (c\,a\,b\,a);\ (c\,a\,a\,b);\ (a\,c\,b\,a);\ (a\,c\,a\,b);\ (a\,a\,c\,b).$$

Dacă menținem verturile diferite b și c putem construi atîtea broaște diferite cîte verturi identice putem avea. În cazul nostru, $4-2=2$; (pe a și d).

Dacă menținem acum, verturile identice, vom putea construi atîtea broaște diferite cîte combinări se pot face cu cele 4 verturi a, b, c, d luate cîte două, adică C_4^2.

În total, numărul broaștelor diferite ce se pot construi cu două verturi identice și două diferite va fi:

$$N_3 = 2\,(4-2)\,C_4^2 \cdot C_4^2 = 144.$$

4. *Două verturi identice, celelalte două tot identice.* Dacă vom considera două verturi egale cu a și celelalte două egale *cu* b vom putea avea următoarele 6 poziții diferite:

$$(a\,a\,b\,b):\ (a\,b\,a\,b);\ (a\,b\,b\,a);\ (b\,a\,a\,b);\ (b\,a\,b\,a);\ (b\,b\,a\,a)$$

adică C_4^2 broaște diferite.

Dacă schimbăm pe a și b, din motive de simetrie, nu vom obține nici o poziție diferită de cele 6 menționate. Dar, cu cele 4 verturi diferite (a b c d) vom putea construi C_4^2 broaște diferite (numărul combinărilor a 4 obiecte luate cîte două). Numărul total de broaște diferite în acest caz va fi:

$$N_4 = C_4^2 \cdot C_4^2 = 36.$$

5. *Toate verturile diferite.* În acest caz, o broască diferă de alta numai prin ordinea verturilor, deci:

$$N_5 = P_4 = 4! = 24.$$

În concluzie, numărul total de broaște (N) ce conțin 4 verturi, iar o broască diferă de alta fie prin forma, fie prin ordinea verturilor va fi:

$$N = \sum_1^5 N_i = 4 + 43 + 144 + 36 + 24 = 256.$$

Mihu Cerchez

NOTE MATEMATICE

GENERALIZĂRI ALE PROBLEMELOR 5832, 5877

În cele ce urmează dăm un enunț generalizat al problemei 5832.

1. *Să se arate că dacă*

$m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + \ldots + m_n^2 = A$, atunci avem:

$$-\sqrt{n \cdot A} \leqslant m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n \leqslant \sqrt{n \cdot A}$$

Considerăm trinomul de gradul II în x:

$$(m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_n^2)x^2 + 2(m_1p_1 + m_2p_2 + \ldots + m_np_n)\,x + p_1^2 + p_2^2 + \ldots + p_n^2$$

care se mai poate scrie

$$m_1^2x^2 + 2m_1p_1x + p_1^2 + m_2^2x^2 + 2m_1p_2x + p_2^2 + \ldots + m_n^2x^2 + 2m_np_nx + p_n^2$$

sau

$$(m_1x + p_1)^2 + (m_2x + p_2)^2 + \ldots + (m_nx + p_n)^2$$

Acest trinom este întotdeauna pozitiv, fiind o sumă de patrate $(m_1, \ldots, m_n)$ și prin urmare discriminantul lui este mereu negativ. Deci:

$$(m_1p_1 + m_2p_2 + \ldots + m_np_n)^2 - (m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_n^2)(p_1^2 + p_2^2 + \ldots + p_n^2) \leqslant 0$$

adică inegalitatea *Cauchy-Buniakovski.*

Dacă facem: $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = 1$, obținem:

$$(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n)^2 \leqslant n(m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + \ldots + m_n^2) \qquad (1)$$

și ținînd seama că: $m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + \ldots + m_n^2 = A$, relația (1) devine:

$$(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n)^2 \leqslant n \cdot A$$

sau extrăgînd rădăcina avem:

$$-\sqrt{n \cdot A} \leqslant m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n \leqslant \sqrt{n \cdot A} \qquad (2)$$

Dacă în inegalitatea (2) facem $A = 1$ și $n = 3$ avem:

$$-\sqrt{3} \leqslant m_1 + m_2 + m_3 \leqslant \sqrt{3}$$

adică relația din probleme 5832.

Observare. Putem folosi identitatea lui *Lagrange*

$$(m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + \ldots + m_n^2)(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + \ldots + p_n^2) =$$

$$= (m_1p_1 + m_2p_2 + m_3p_3 + \ldots + m_np_n)^2 + \sum_{k=q-1}^{n} (m_qp_k - p_qm_k)^2.$$

Suprimăm suma pozitivă:

$\sum_{k=q-1}^{n} (m_qp_k - m_kp_q)^2 \geqslant 0$, semnul egalității fiind considerat cînd se anulează concomitent sumele de forma

$$(m_qp_k - m_kp_q)^2 = 0, \quad (k \neq q = 1, 2, 3, \ldots, n).$$

Prin urmare: $(m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + \ldots + m_n^2)(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + \ldots + p_n^2) \geqslant (m_1p_1 + m_2p_2 + m_3p_3 + \ldots + m_np_n)^2$.

2. Generalizarea problemei 5877.

Să se arate că dacă

$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = A$, unde $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sînt numere pozitive, atunci

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_3} + \ldots + \sqrt{x_n} \leqslant \sqrt{n \cdot A}.$$

Facem substituția

$$x_1 = m_1^2,\ x_2 = m_2^2,\ \ldots,\ x_n = m_n^2$$

și inegalitatea devine:

$$m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n \leqslant \sqrt{n \cdot A}$$

unde $A = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + \ldots + m_n^2$, iar $m_1, m_2, m_3, \ldots, m_n$ sînt numere pozitive. Plecăm tot de la inegalitatea lui *Cauchy-Buniacovski* și urmînd același procedeu ca la problema precedentă, obținem:

$m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n \leqslant \sqrt{n \cdot A}$, unde $m_1, m_2, m_3, \ldots, m_n$ sînt pozitive.

Revenind la vechea notație avem:

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_3} + \ldots + \sqrt{x_n} \leqslant \sqrt{n \cdot A}$$

Pentru $A = 1$, $n = 3$ și $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$ obținem:

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} \leqslant \sqrt{3}$$

adică inegalitatea din problema 5877.

Gh. Mincinopski, elev Mărășești

ASUPRA UNEI INEGALITĂȚI TRIGONOMETRICE

(În legătură cu nota cu același titlu din G.M.B. pag. 16/1964)

Între elementele unui triunghi oarecare avem relațiile:

$$2\sin^2\frac{A}{2} = 1 - \cos A = 1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{a^2 - (b-c)^2}{2bc}.$$

Deoarece $(b-c)^2 \geqslant 0$, rezultă $2\sin^2\frac{A}{2} \leqslant \frac{a^2}{2bc}$, sau $0 < \sin\frac{A}{2} \leqslant \frac{a}{2\sqrt{bc}}$.

Analog, $0 < \sin\frac{B}{2} \leqslant \frac{b}{2\sqrt{ac}}$ și $0 < \sin\frac{c}{2} \leqslant \frac{c}{2\sqrt{ab}}$. Prin înmulțire se obține inegalitatea cunoscută: $\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2} \leqslant \frac{1}{8}$.

* * *

Curiozități ale numerelor șirului natural.

1. *Se intercalează numărul 48 între cifrele numărului 49, ceea ce dă* $4489=4488+1$. *Apoi a doua oară, se introduce 48 la mijlocul numărului aflat, obținîndu-se :*

444889

și tot astfel la nesfîrșit. După n—1 operații de acest fel se găsește un număr A_n *format din n cifre 4 urmat de n—1 cifre 8 și terminat cu 9. Să demonstrăm că numărul astfel obținut este un pătrat.*

Punînd $A_1=49$, $A_2=4489$ se deduce : $A_2-A_1=4440=60\cdot 74=$ $=60(60+2\cdot 7)$, astfel că $A_2=7^2+2\cdot 60\cdot 7+60^2$, adică $A_2=67^2$.

Dacă se notează $A_3=444889$ găsim, procedînd ca mai sus :

$$A_3-A_2=440400=600\cdot 734=600(600+2\cdot 67),$$

de unde rezultă $A_3=667^2$

Să arătăm că : $A_n=666\ldots.67^2$

numărul cifrelor 6 fiind n—1.

Demonstrăm prin inducție completă. Presupunem că cele de mai sus sînt adevărate pînă la A_n și să arătăm că în acest caz. regula de formare a lui A_n este adevărată și pentru A_{n+1}.
Avem :

$$A_{n+1}=444\ldots.488\ldots.89$$

$$A_n=4\ldots.448\ldots.89,$$

unde A_{n+1} are două cifre mai mult decît A_n.

Se deduce că

$$A_{n+1}-A_n=4400\ldots.040\ldots.0$$

Această diferență se compune din două cifre 4 urmate de n—2 cifre 0 după care vine cifra 4 urmată de n—1 semne 0.

Ținînd seama că avem

$$4400\ldots.04=6\cdot 733\ldots.34$$

unde cifra 3 este repetată de n—2 ori, rezultă

$$A_{n+1}-A_n=600\ldots.0\cdot(600\ldots.0+133\ldots.34)$$

unde fiecare 6 este urmat de n—1 semne 0.

Avînd în vedere că

$$133\ldots.34=2\cdot 66\ldots.67$$

unde avem n—1 cifre 6, obținem :

$$A_{n+1}-A_n=600\ldots.0^2+2\cdot 600\ldots.0\cdot 66\ldots.67$$

Deoarece $A_n = 66\ldots.67^2$, rezultă că și

$$A_{n+1} = 66\ldots..67^2,$$

unde A_{n+1} are o cifră 6 în plus față de A_n.

Observație. O proprietate analoagă o are și numărul $1156 = 1155 + 1$, cărui îi corespund $N_1 = 16 = 4^2$; $N_2 = 1156 = 34^2$; $N_3 = 111556 = 334^2$ ș.a.m.d.

2. *Puterea oricărui număr terminat prin 12890625 se termină cu aceleași cifre.*

Pentru demonstrarea acestei afirmații, observăm în prealabil că:

$$12890625 = 5^8 \cdot 33$$

și

$$12890624 = 2^8 \cdot 5034,$$

astfel că:

$$12890625 \cdot 12890624 = 10^8 \cdot n,$$

unde n este un număr natural.

Cunoscînd cele arătate mai sus, dacă notăm prin N un întreg astfel ca să avem:

$$N(N-1) = 10^8 \cdot n.$$

Atunci ultimele opt cifre ale lui N^2 sînt aceleași ca și ultimele opt cifre ale lui N.

Presupunînd $a = 12890625$, orice număr care are ultimele cifre identice cu ale lui a are forma

$$M = a + 10^8 \cdot q.$$

Dacă se multiplică acest număr printr-un altul $M' = a + 10^8 \cdot q'$ obținem

$$M \cdot M' = a^2 + 10^8 (aq + aq' + 10^8 qq')$$

sau

$$M \cdot M' = a^2 + 10^8 \cdot q''$$

Deoarece ultimile opt cifre ale lui a^2 sînt și ultimele opt cifre ale lui a, dat fiind că avem:

$$a(a-1) = 12890625 \cdot 128906624 = 10^8 \cdot n,$$

obținem un rezultat mai general din relația $MM' - a^2 = 10^8 \cdot q''$ decît cel anunțat:

Produsul a două numere avînd ultimele opt cifre identice cu ale lui a este un număr de aceeași speță.

Același lucru se va întîmpla dacă vom multiplica produsul a două astfel de numere cu un al treilea de aceeași speță, ș.a.m.d. Urmează deci că produsul a unui număr oarecare de factori ai căror ultimele opt cifre sînt identice cu cele ale lui a va avea aceleași ultime opt cifre, ceea ce demonstrează afirmația enunțată la punctul 2.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5702

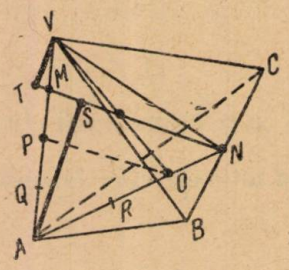
Se dă un tetraedru regulat VABC de muchie a. Fie M un punct pe muchia VA, astfel încît VA = 4 VM și N mijlocul lui BC.

a) Să se arate că dreapta MN trece prin mijlocul înălțimii VO a tetraedrului; b) să se arate că triunghiul MAN este isoscel; c) să se calculeze distanțele vîrfurilor V și A la planul MBC; d) Să se calculeze măsura unghiului pe care îl fac planele MBC și VBC.

V. Băghină, profesor Breaza

Soluție. a) Fie Q și P două puncte pe AV astfel încît $AQ = QP = PM = MV$ deoarece $MV = \frac{VA}{4}$.

Fie R și O două puncte pe AN astfel încît $AR = RO = ON$, deoarece înălțimea VO a tetraedrului intersectează planul ABC în O centrul său de greutate, triunghiul ABC fiind echilateral O și G se confundă. PO este paralelă cu MN în triunghiul AMN (determină pe laturile AM și AN segmente proporționale).



În triunghiul POV, MN este paralelă cu PO și trece prin mijlocul laturii PV. Deci, va trece și prin mijlocul lui VO.

b) Calculăm pe MB din triunghiul MAB în care unghiul MAB are $60°$:

$$MB^2 = MA^2 + AB^2 - 2MA \cdot AB \cdot \cos 60° = \frac{9a^2}{16} + a^2 - 2 \cdot \frac{3a}{4} \cdot a \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{13a^2}{16}; \quad MB = \frac{a\sqrt{13}}{4}.$$

Calculăm pe MN din triunghiul dreptunghic MBN cu unghiul drept în N:

$$MN^2 = MB^2 - BN^2 = \frac{13a^2}{16} - \frac{a^2}{4} = \frac{9a^2}{16}.$$

$$MN = \frac{3a}{4}.$$

Dar, $MA = \frac{3a}{4}$ și deci, $MN = MA$ adică triunghiul MAN este isoscel.

c) Fie AS distanța de la A la planul MBC. S se află chiar pe MN (reciproca teoremei celor 3 perpendiculare).

$$AS = AN \cdot \sin(ANS) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sin(ANS)$$

Ținînd seama că avem: $\sphericalangle ANS = \sphericalangle MAN$, $\operatorname{tg}(MAN) = \dfrac{VO}{AO}$

și $VO = \sqrt{\dfrac{3a^2}{4} - \dfrac{a^2}{12}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$; $AO = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$,

deducem $\operatorname{tg}(MAN) = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{6}}{3}}{\dfrac{a\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$.

$\sin(ANS) = \sin(MAN) = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ de unde rezultă:

$$AS = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sin(ANS) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Fie VT distanța de la V la planul MBC. Triunghiul VMT este asemenea cu unghiul MAS (sînt dreptunghice și au cîte un unghi ascuțit egal ca opuse la vîrf). Avem, scriind raportul de asemănare:

$$\frac{VT}{AS} = \frac{VM}{MA} = \frac{1}{3} \qquad \text{deci: } VT = \frac{AS}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{6}.$$

d) Unghiul plan corespunzător diedrului determinat de planele MBC și VBC este unghiul format de dreptele MN și VN. Din triunghiul dreptunghic VTN avem:

$$\sin(VNT) = \frac{VT}{VN} = \frac{\dfrac{a\sqrt{2}}{6}}{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{9}$$

și cu ajutorul tablelor de logaritmi putem afla măsura exactă în grade minute și secunde.

Problema 5704

Dacă laturile a, b, c, ale unui triunghi dreptunghic sînt exprimate prin numere întregi, atunci expresia $E = a^n + b^n + c^n$ este divizibilă prin $a+b+c$, unde n este un număr natural impar.

* * *

Soluție. Numerele a, b, c, sînt date de cunoscutele formule: $a = u^2 + v^2$, $b = u^2 - v^2$, $c = 2uv$ (u, v fiind numere naturale, $u > v$).

Trebuie arătat că $E = (u^2 + v^2)^n + (u^2 - v^2)^n + (2uv)^n$ se divide prin $u^2 + v^2 + u^2 - v^2 + 2uv = 2u(u + v)$.

În adevăr, E se poate scrie succesiv (ținînd seama că n este impar) :

$$E = 2u^2[(u^2+v^2)^{n-1} - (u^2+v^2)^{n-2}\cdot(u^2-v^2) + \ldots + (u^2-v^2)^{n-1}] + (2uv)^n$$

$$E = 2u^2\,[(u^2+v^2)^{n-1} + 2^{n-1}\cdot u^{n-2}\cdot v^n + \mathfrak{M}\,(u^2-v^2)]$$

$$E = 2u^2\,\{[(u+v)^2 - 2uv]^{n-1} + 2^{n-1}\cdot u^{n-2}\cdot v^n + \mathfrak{M}\,(u+v)\}$$

$$E = 2u^2\,[\mathfrak{M}\,(u+v) + 2^{n-1}\cdot u^{n-1}\cdot v^{n-1} + 2^{n-1}\cdot u^{n-2}\cdot v^n]$$

$$E = 2u^2\,[\mathfrak{M}(u+v) + 2^{n-1}\cdot u^{n-2}\cdot v^{n-1}\cdot(u+v)]$$

$$E = 2u^2\cdot\mathfrak{M}\,(u+v)$$

$$E = \mathfrak{M}\,2u\,(u+v),$$

ceea ce trebuia demonstrat.

Problema 5717

Se consideră triunghiul dreptunghic ABC și din piciorul D al bisectoarei unghiului drept A se duce perpendiculara DE pe ipoteza BC și paralela DF la dreapta BE; punctele E și F sînt pe AC. Se notează $BC=a$, $AC=b$ și $AB=c$.

a) *Să se demonstreze că triunghiul BDE este isoscel; b) să se demonstreze că lungimile segmentelor FA, FD și FE sînt în progresie geometrică; c) Să se arate că* $\dfrac{FC}{FA} = \dfrac{a^2}{2bc}$.

Gh. Bazacov (Cl. IX, O.M. 1963)

Soluția autorului. Din teorema bisectoarei interioare a unui triunghi rezultă că segmentele determinate de piciorul bisectoarei au valoarea $DB = \dfrac{ac}{b+c}$ și $DC = \dfrac{ab}{b+c}$. Din proporționalitatea laturilor triunghiurilor asemenea ABC și CDE avem $\dfrac{DE}{AB} = \dfrac{DC}{AC} = \dfrac{EC}{BC}$ sau $\dfrac{DE}{c} = \dfrac{DC}{b} = \dfrac{EC}{a}$, de unde $DE = \dfrac{c}{b}\cdot DC = \dfrac{c}{b}\cdot\dfrac{ab}{b+c} = \dfrac{ac}{b+c}$. Deci, DE are aceiași valoare ca și DB, adică $\dfrac{ac}{b+c}$. Triunghiul BDE este isoscel.

Consecințe: $\sphericalangle EBD = 45°$ și $\sphericalangle BED = 45°$ și atunci și $\sphericalangle EDF = 45°$

Se poate da o soluție imediată observînd că patrulaterul $ABDE$ este inscriptibil.

b) Triunghiurile ADF și EDF sînt asemenea avînd: $\sphericalangle DAF = \sphericalangle EDF = 45°$ *iar* $\sphericalangle F$ comun. Scriem proporționalitatea laturilor:

$$\frac{DF}{AF} = \frac{EF}{DF} = \frac{DE}{AD}$$

și din primele două rapoarte deducem relația $DF^2 = AF\cdot EF$; deci, segmentele FA, FD și FE sînt în progresie geometrică. Se mai poate observa că FD este tangentă la cercul $ABDE$.

c) Calculăm FC în funcție de laturile triunghiului ABC. Se observă ușor că F este piciorul bisectoarei unghiului D din triunghiul CDE și deci, $FC = \frac{EC \cdot DC}{ED + DC} = \frac{EC \cdot ab}{a(c+b)} = EC \frac{b}{c+b}$.

Trebuie calculat EC din șirul de rapoarte de la punctul a) :

$$EC = \frac{BC}{AC} DC = \frac{a}{b} \cdot \frac{ab}{c+b} = \frac{a^2}{c+b};$$

deci,

$$FC = \frac{a^2}{c+b} - \frac{b}{c+b} = \frac{a^2 b}{(c+b)^2} \quad FC = \frac{a^2 b}{(b+c)^2};$$

$$AF = b - \frac{a^2 b}{(c+b)^2} = b \frac{(c+b)^2 - a^2}{(c+b)^2} = b \cdot \frac{2bc}{(b+c)^2}$$

deci :

$$\frac{FC}{FA} = \frac{a^2 b}{(b+c)^2} : \frac{2b^2 c}{(b+c)^2} = \frac{a^2}{2bc}; \quad \frac{FC}{FA} = \frac{a^2}{2bc}.$$

Problema 5740

Să se arate că :

$(1+x)^{2m+n} - (1+x)^{m+n} - (1+x)^m + 1$ *se divide cu* x^2 ;

$x^{2m+n} - x^{m+n} - x^m + 1$ *se divide cu* $(1-x)^2$;

$(x-1)^{2m+n} - (x-1)^{m+n} - (x-1)^m + 1$ *se divide cu* $(x-2)^2$

m și n fiind numere întregi.

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de elevul *Popa Eugen* cl. VII ș.m. 3 Iași și *Spircu Tiberiu*, cl. X ș.m. Arad.

$$(1+x)^{m+n}[(1+x)^m - 1] - [(1+x)^m - 1] = [(1+x)^{m+n} - 1] \cdot [(1+x)^m - 1].$$

Deoarece fiecare factor al produsului se divide prin x rezultă că produsul se divide prin x^2.

A doua expresie se scrie :

$$x^{m+n}(x^m - 1) - (x^m - 1) = (x^{m+n} - 1)(x^m - 1) = \mathfrak{M}(x-1)^2 = \mathfrak{M}(1-x)^2$$

deci, produsul se divide prin $(1-x)^2$.

A treia expresie se scrie :

$$(x-1)^{m+n}[(x-1)^m - 1] - [(x-1)^m - 1] = [(x-1)^{m+n} - 1] \cdot [(x-1)^m - 1] =$$
$$= \mathfrak{M}(x-1-1)^2 = \mathfrak{M}(x-2)^2,$$

deci produsul se divide cu $(x-2)^2$.

Observare. Prima expresie se transformă în a doua sau în a treia dacă se înlocuiește x prin $(x-1)$ sau prin $(x-2)$.

Problema 5742

O G.A.S. trebuie să expedieze 5362 sticle cu vin ambalate în lăzi și anume de 25 de sticle și de 71 sticle respectiv. Cîte lăzi trebuie din fiecare categorie, astfel ca fiecare ladă să fie plină. Care este cel mai mic număr de lăzi ce pot fi expediate astfel?

* * *

Soluție dată de *E. Popa*, elev Iași și *Rugină Andrei* cl. VIII, Roman. Fie x și y numărul lăzilor din fiecare categorie. Avem

$$25x + 71y = 5362 \tag{1}$$

sau:

$$x = \frac{5362 - 71y}{25}. \tag{2}$$

Deoarece x este întreg trebuie că $(5362-71y)$ să se dividă prin 25. Eliminînd multiplii de 25 se ajunge la condiția $3 + y = 25m$ sau $y=25m-3$. În acest caz expresia (2) devine:

$$x = \frac{5362 - 71 \cdot 25m + 213}{25} = 223 - 71m.$$

Dar cum a și y nu pot fi numere negative se pun condițiile:

$$25x < 5362 \; x \leqslant 214; \quad 71y < 5362 \; y \leqslant 75.$$

Din aceste condiții rezultă:

$$0 \leqslant 223 - 71m \leqslant 214; \; 1 \leqslant m \leqslant 3; \; 0 \leqslant 25m - 3 \leqslant 75; \; 1 \leqslant m \leqslant 3.$$

Deci, se pot expedia: 152 lăzi cu 25 sticle și 52 lăzi cu 71 sticle; 81 lăzi cu 25 sticle și 47 lăzi cu 71 sticle; 10 lăzi cu 25 sticle și 72 lăzi cu 71 sticle. Numărul cel mai mic de lăzi ce pot fi expediate este corespunzător cazului trei: $10 + 72 = 82$ lăzi.

Problema 5746

Să se arate că expresia: $E = (x + a)^{n+2} + (x + a + 1)^{2n+1}$ *se divide prin* $x^2 + (2a + 1)x + a^2 + a + 1$. *(Generalizarea problemei 5319).*

* * *

Soluție dată de *Eugen Popa*, elev cl. VII ș.m. 3 Iași și *Drăgulescu Dumitru*, clasa X ș.m. 5 Brașov.

Expresia se mai scrie:

$$E = (x + a)^2 \; (x + a)^n + (x + a + 1) \; (x + a + 1)^{2n} =$$
$$= (x^2 + 2ax + a^2)(x + a)^n + (x + a + 1)(x^2 + a^2 + 1 + 2ax + 2a + 2x)^n =$$
$$= (x^2 + 2ax + a^2 + x + a + 1) \; (x + a)^n - (x + a + 1) \; (x + a)^n +$$
$$+ (x + a + 1) \; (x^2 + a^2 + 1 + 2ax + 2a + 2x)^n =$$
$$= m \; (x^2 + (2a + 1) \; x + a^2 + a + 1) + (x + a + 1) \; [(x^2 + a^2 + 1 + 2ax +$$
$$+ 2a + 2x)^n - (x + a)^n].$$

Trebuie să arătăm că expresia din paranteza mare se divide prin $x^2 + (2a + 1)x + a^2 + a + 1$. În paranteză avem o diferență de puteri, deci expresia se divide prin diferența celor două polinoame:

$$x^2 + a^2 + 1 + 2ax + 2a + 2x - (x + a) = x^2 + (2a + 1)x + a^2 + a + 1.$$

Fiind o sumă de doi multipli de $x^2 + (2a + 1)x + a^2 + 1$ rezultă că expresia se divide întotdeauna prin $x^2 + (2a + 1)x + a^2 + a + 1$.

Problema 5760

Să se calculeze unghiurile unui triunghi ABC în care mediana AA_1 este împărțită în trei părți egale de cercul înscris triunghiului.

* * *

Soluție dată de V. Vodă, student București. Fie $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ laturile triunghiului. $A_1B = A_1C = \frac{1}{2}BC$; $A_1Q = QR = RA = \frac{1}{3}AA_1$, iar A_2 și P punctele de tangență ale cercului înscris cu laturile BC și BA.

Aplicînd puterea punctului A față de cercul I avem:

$$AP^2 = AR \cdot BQ = AR(AR + QR) = AR^2 + AR \cdot QR = 2QR^2 \qquad (1)$$

Puterea punctului A_1 ne dă: $A_1A_2^2 = A_1Q \cdot A_1R = 2QR^2$

deci $AP = A_1A_2$.

Fie B_1 punctul de contact al cercului I cu latura AC. Avem $AP = AB_1$ și $CB_1 = CA_2$; dar cum $AP = A_1A_2$, rezultă $A_1C = CA$, adică $\frac{a}{2} = b$; $a = 2b$ (2).

Avem: $BA_2 = \frac{a}{2} + x$ unde $A_1A_2 = AP = x$; dar $BA_2 = BP$, iar $BP + PA = BA$, adică $\frac{a}{2} + x + x = c$, de unde $x = \frac{2c - a}{4} = \frac{c - b}{2}$, căci $a = 2b$.

Ținînd seama de (1) avem: $\left(\frac{c-b}{2}\right)^2 = 2QR^2 = 2\left(\frac{1}{3}AA_1\right)^2$; dar $AA_1^2 = \frac{1}{2}(b^2 + c^2) - \frac{1}{4}a^2$ deci: $\left(\frac{c-b}{2}\right)^2 = \frac{2}{9} \cdot \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$, sau: $9(c^2 - 2bc + b^2) = 4b^2 + 4c^2 - 2a^2$.

Dacă ținem seama de (2) obținem: $5c^2 + 13b^2 - 18bc = 0$.

împărțim prin $b^2 \neq 0$ și avem: $5\left(\frac{c}{b}\right)^2 - 18\left(\frac{c}{b}\right) + 13 = 0$.

Fie $\frac{c}{b} = z$, obținem: $5z^2 - 18z + 13 = 0$; de unde $z_1 = \frac{13}{5}$ și $z_2 = 1$.

Fie $z_1 = \frac{c}{b} = \frac{13}{5}$, dar $b = \frac{a}{2}$, deci $\frac{c}{a} = \frac{13}{10}$, iar $\frac{a}{b} = \frac{10}{5} = 2$. Fiind cunoscute rapoartele laturilor se pot calcula unghiurile unui astfel de triunghi.

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{c^2 - 3b^2}{2bc} = \frac{1}{2}\left(\frac{c}{b}\right) - \frac{3}{2}\left(\frac{b}{c}\right) = \text{const.}$$

Relația (2) devine: $\sin A = 2\sin B$, deci, $\sin B = \frac{1}{2}\sin A =$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{1 - \cos^2 A} = \text{constant.}$$

Așadar, oricare ar fi valorile laturilor a,b,c, unghiurile triunghiului vor fi constante, ele putîndu-se calcula cu precizie deoarece rapoartele $\frac{c}{b}$, $\frac{b}{c}$ sînt cunoscute.

Deci, în toate triunghiurile în care cercul înscris împarte o mediană în trei părți egale, unghiurile sînt totdeauna egale, adică triunghiurile sînt asemenea.

Discuție. Problema nu este posibilă pentru $z_2 = \frac{c}{b} = 1$, adică $b = c$, ABC, triunghi isoscel. In acest caz, punctele A_1 și A_2 se confundă iar cercul înscris împarte mediana AA_1 în două părți egale.

Problema 5762

Se dau două cercuri O,O' tangente exterior în T. Se construiește cercul de diametru OO' pe care se ia un punct mobil M. Dreptele MO și MO', taie cercurile O și O' respectiv în A și B.

a) *Să se arate că unghiul ATB rămîne constant.*

b) *Să se afle locul geometric al centrului cercului circumscris triunghiului ABT.*

V. Băghină, Breaza

Soluție dată de *Topală Ion*, cl. IX ș.m. 1, București. Triunghiurile AOT și $BO'T$ sînt isoscele.

$$\sphericalangle ATB = 180° - (\alpha + \beta) = 180° - \left(\frac{180° - \sphericalangle MOO'}{2} + \frac{180° - \sphericalangle MO'O}{2}\right) =$$

$$= \frac{\sphericalangle MOO' + \sphericalangle MO'O}{2} = \frac{90°}{2} = 45°$$

b) Centrul cercului circumscris triunghiului ABT se află la intersecția mediatoarelor laturilor AT și BT. Dar aceste mediatoare sînt tocmai bisectoarele unghiurilor AOT și $BO'T$. Unghiul format de ele are măsura $90° + \frac{\sphericalangle OMO'}{2} = 90° + 45° = 135° = \text{constant}$.

Deci locul geometric al centrului cercului circumscris triunghiului ABT e alcătuit din două arce de cerc, capabile de un unghi de 135°, simetrice față de OO' și sprijinindu-se pe O și O'.

Problema E : 1951

Se consideră fracțiile $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}$ *unde* a_1, b_1, a_2, b_2 *sînt numere pozitive diferite,* $a_1 < a_2$ *și* $b_1 > b_2$. *Se mai formează fracțiile*

$$\frac{a_1+a_2}{b_1+b_2}, \quad \frac{a_1+a_2}{b_1-b_2}, \quad \frac{a_1-a_2}{b_1+b_2}, \quad \frac{a_1-a_2}{b_1-b_2}.$$

Să se aşeze cele 6 fracții de mai sus în ordine crescîndă.

Zoltan Demeny, Aiud

Soluție dată de *Eugen Popa,* elev cl. VII ș.m. 3 Iași și *Pestroiu Daniel,* cl VIII ș.m. 2 Tg. Jiu.

Fie $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$ fracțiile în ordinea din enunț. Evident $F_1 < F_2$ căci $a_1b_2 < a_2b_1$, fiecare factor al produsului din membrul doi fiind mai mare decît factorul produsului din primul membru. Se observă că F_3 și F_4 au același numărător ; va fi mai mare fracția cu numitorul mai mic deci F_4. Fracțiile F_5 și F_6 au deasemenea același numărător. Urmînd același raționament rezultă $F_6 > F_5$. Fracțiile F_3 și F_5 au același numitor : va fi mai mare cea cu numărătorul mai mare, deci $F_3 > F_5$. Analog, F_4 și F_6 au același numitor și deci $F_4 > F_6$. Am stabilit pînă în prezent inegalitățiile : $F_2 > F_1$; $F_4 > F_3$; $F_6 > F_5$; $F_3 > F_5$; $F_4 > F_6$. De aici mai obținem $F_4 > F_3 > F_5$ și $F_4 > F_6 > F_5$. Trebuie să comparăm F_3 cu F_6. Ținînd seama că și numărătorul și numitorul pozitiv, deci $F_3 > F_6$. Deci rezultă $F_4 > F_3 > F_6 > F_5$. Comparînd F_2 cu cele patru fracții obținem $F_3 > F_2$ deci : $F_4 > F_3 > F_2 > F_6 > F_5$. Deoarece F_1 este mai mică decît F_2, iar F_6 și F_5 au valori negative se obține : $F_4 > F_3 > F_2 > F_1 > F_6 > F_5$. Deci, în ordine crescînd fracțiile se prezintă astfel :

$$\frac{a_1+a_2}{b_1-b_2}; \quad \frac{a_1+a_2}{b_1+b_2}; \quad \frac{a_2}{b_2}; \quad \frac{a_1}{b_1}; \quad \frac{a_1-a_2}{b_1-b_2}; \quad \frac{a_1-a_2}{b_1+b_2}.$$

Problema E : 1967

Prin două robinete curgînd împreună, un bazin este umplut în 12 ore. După 8 ore de funcționare împreună, unul din ele a fost închis și i-au mai trebuit celui rămas, să funcționeze 10 ore ca să umple singur bazinul. Să se afle timpul în care funcționînd singure, fiecare din robinete ar umple bazinul.

Tudor Căsăndroiu, București

Soluția autorului. Fie R_1 și R_2 cele două robinete. Din problemă se vede că în 4 ore de funcționare împreună a lui R_1 și R_2 curge cît în 10 ore de funcționare a lui R_1. Prin R_1 curge în 6 ore cît curge prin R_2 în 4 ore. De aici se deduce imediat că: în 12 ore de funcționare împreună curge atît cît curge în $\left(\frac{12}{4} \cdot 6 + 12\right)$ ore $= 30$ ore prin R_1 sau în:

$$\left(\frac{12}{6} \cdot 4 + 12\right) \text{ ore} = 20 \text{ ore prin } R_2.$$

Rezultă că în 30 ore de funcționare a lui R_1 curge cît în 20 ore de funcționare a lui R_2, adică atît cît este capacitatea bazinului.

Problema E : 1972

Un biciclist pornește la ora 7 de acasă, merge cu aceeași viteză și fără întrerupere și ajunge la destinație la ora 9 și 45 minute, cu $^1/_4$ oră mai devreme decît socotise. Știind că la ora 8 și 30 minute el trecuse de jumătatea drumului cu $1^1/_2$ km, să se afle: a) viteza cu care și-a propus să meargă, b) viteza cu care a mers, c) lungimea drumului parcurs.

Ion Albescu, Făgăraș

Soluția autorului. Se observă că la ora 8 și 30 minute este la jumătatea timpului propus și ar fi trebuit să se găsească la jumătatea drumului, dar:

1) $\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{8}$ oră (reprezintă timpul cu cît a fost mai devreme la jumătatea drumului față de 8 h 30 min),

2) $1\frac{1}{2} : \frac{1}{8} = \frac{3}{2} \cdot 8 = 12$ km/oră (viteza realizată),

3) $12 \cdot 2\frac{3}{4} = 12 \cdot \frac{11}{4} = 33$ km drumul parcurs,

4) $33 : 3 = 11$ km/oră (viteza propusă).

Verificare. 1) $11 \cdot 3 = 33$ (cu viteza și timpul propus)

2) $12 \cdot 2\frac{3}{4} = 33$ km (cu viteza și timpul realizate)

3) $8\frac{1}{2} - 7 = 1\frac{1}{2}$ ore

4) $12 \times 1\frac{1}{2} = 18$ km parcurși pînă la ora 8,30

5) $33 : 2 = 16\frac{1}{2}$ km (jumătatea drumului)

6) $18 - 16\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ km. cu cît trecuse de jumătatea drumului.

CHESTIUNI DE EXAMEN *)

Olimpiada de matematică, etapa locală din 26 ianuarie 1964

clasa a VIII-a școli medii și anul I școli pedagogice

6257. Se dă expresia algebrică:

$$E = \frac{x^3 + a^3}{x - a} - \frac{x^3 - a^3}{x + a} - \frac{8a^3 x^3}{x^4 - a^4}.$$

a) Să se calculeze valoarea ei numerică pentru

$$x = 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} \quad \text{și} \quad a = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}$$

b) Să se aducă expresia dată E, la forma unei fracții ireductibile $\frac{P(x)}{Q(x)}$.

c) Să se arate că:

$$P(x) + Q^2(x) - 3a^2x^2$$

este un patrat perfect unde $P(x)$ și $Q(x)$ sînt polinoamele de la punctul b.

Gh. Bazacov, Tr. Severin

6258. Se dă un unghi xoy și un punct A în interiorul lui. Pe Ox se ia un punct M și pe Oy un punct N. Se notează cu A_1 simetricul lui A față de Ox și cu A_2 simetricul lui A față de oy.

Să se arate că:

a) $A_1M + A_2N > MN$

b) $AM + AN > \frac{A_1A_2}{2}$.

c) Unde trebuie să fie situat punctul A pentru ca să avem $AA_1 = AA_2$? În acest caz să se arate că A_1 și A_2 sînt simetrice față de bisectoarea unghiului xOy.

Petrescu P. Anastasie, Craiova

clasa a IX-a școli medii

6259. Se dă sistemul de ecuații:

$$(x^2 + y^2)^6 - 26(x^2 + y^2)^3 - 12375 = 0$$

$$4x^8y^8 - 17x^6y^6 + 17x^2y^2 - 4 = 0.$$

a) Să se afle valorile reale ale lui (x^2+y^2) din prima ecuație.

* Se primesc soluții pînă la 30 iulie 1964.

b) Să se afle valorile reale ale lui xy din a doua ecuație.
c) Să se determine mulțimea soluțiilor raționale ale sistemului dat.

I. Grigore, Ploiești

6260. Pe baza BC a unui triunghi oarecare ABC se ia un punct oarecare M și notăm $\frac{BM}{MC}=\frac{m}{n}$. Bisectoarele unghiurilor AMB și AMC întîlnesc respectiv laturile AB și AC în E și F. Dreptele ME și MF întîlnesc dreptele AC și AB respectiv în F_1 și E_1. Să se arate că:

$$a)\quad \frac{EB}{EA}+\frac{FC}{FA}=\frac{BC}{AM}$$

$$b)\quad \frac{EB}{EA}=\frac{n}{m+n}\cdot\frac{BC}{AM}$$

$$c)\quad \frac{E_1B}{E_1A}:\frac{F_1C}{F_1A}=\frac{m}{n}.$$

d) Să se afle poziția punctului M astfel ca EF să fie paralelă cu BC, apoi să se arate că în acest caz și E_1F_1 este paralelă cu BC.

I. Teodorescu, Galați

clasa a X-a, școli medii

6261. a) Să se demonstreze că:

$$S_1=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\ldots\ldots+\frac{1}{4n^2-1}=\frac{n}{2n+1}.$$

b) Comparînd termenii sumei

$$S_2=\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{7^2}+\ldots\ldots+\frac{1}{(2n+1)^2}$$

cu termenii sumei S_1, să se deducă inegalitatea

$$S_2<\frac{1}{2}.$$

c) Să se arate că suma a doi termeni oarecare ai sumei S_2 este mai mică decît $\frac{7}{45}$.

Gh. Popescu, Lugoj

6262. Se dă:

$$\frac{\sin x+\cos x}{\sin x\cos x}=m.$$

Știind că x este un arc în cadrul I, să se determine $\operatorname{tg}x+\operatorname{cotg}x$ în funcție de m.

Ilie Stănescu, Sibiu

6263. În planul (R) se consideră dreptele (D_1) și (D_2) care se intersectează în punctul O, sub un unghi de $45°$.

În punctul O se ridică perpendiculara OA, pe planul (R), astfel ca $OA=a$ (const.), iar prin A se duce dreapta (D_3) paralelă la (D_1).

Dintr-un punct variabil M al dreptei (D_3), se duce perpendiculara MP pe dreapta (D_2) și se cere:

a) Să se demonstreze că triunghiul AMP este isoscel,

b) Să se găsească locul geometric al mijlocului segmentului MP.

c) Să se determine poziția particulară a lui M_1 pe dreapta (D_3), astfel încît aria triunghiului AM_1P să fie egală cu $\frac{a^2\sqrt{15}}{2}$.

E. Morțun, Pitești

Clasa a XI-a școli medii

6264. Se consideră șirul cu termenul general

$$a_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)\ldots\ldots\left(1+\frac{n}{n}\right).$$

Să se arate că:

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{4}{e}$

b) $a_n<1+\frac{n+1}{2}$. Să se deducă natura șirului.

Cezar Ivănescu, Tîrgoviște

6265. Să se afle

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\cos x+a\sin x)}{\sin x}$$

Ion Apolozan, Medgidia

6266. Se consideră un sistem de axe rectangulare xOy, un punct fix A pe axa Oy și două puncte B,C pe Ox, simetrice față de O, originea axelor de coordonate.

Fie M un punct oarecare pe segmentul BC și B', C', simetricele lui față de AC, respectiv AB.

a) Punctele B, C sînt presupuse fixe, iar M mobil pe segmentul BC. Să se găsească coordonatele mijlocului N al segmentului $B'C'$. Să se deducă de aici locul geometric descris de punctul N și coordonatele punctului R în care acest loc întîlnește axa Oy.

b) Presupunînd B, C fixe, iar M mobil pe BC, să se arate că dreapta MN trece printr-un punct fix S, situat pe axa Oy și că punctele A, R, S, O formează o diviziune armonică. (A și S sînt armonice conjugate față de R, O).

c) În cazul cînd B, C variază, iar M rămîne fix, să se arate că dreapta $B'C'$ are o direcție fixă.

Constantin Vasilescu, Ploiești

Școli tehnice de maiștri — an I

6267. Să se rezolve ecuațiile:

$$\frac{1}{a-1}+\frac{1+(b-1)(c-1)(d-1)}{x+b+c+d-3}=0,$$

$$\frac{1}{b-1}+\frac{1+(a-1)(c-1)(d-1)}{x+a+c+d-3}=0.$$

C. Ionescu-Țiu

6268. Dintr-un disc metalic circular se taie o piesă avînd forma unui trapez isoscel $ABCD$, înscris în cerc. Se cunosc:

1) raportul bazelor trapezului egal cu 3/2;

2) linia mijlocie a trapezului egală cu 150 mm; Se cere:

a) Mărimea bazelor trapezului; b) Unghiurile făcute de laturile neparalele cu bazele trapezului; c) Care poligon regulat înscris în cercul $ABCD$ are latura egală cu diagonala AC a trapezului? d) Raza cercului circumscris trapezului.

Gh. Gavrilă, București

Școli tehnice maiștri — anul II

6269. Pe un cerc de rază R, cu centrul O se iau, în același sens, punctele A, B, C, D astfel ca unghiul $AOB=x$; unghiul $BOC=2x$; unghiul $COD=x$, unde $x<45°$.

a) Să se exprime lungimile coardelor BC, AD și lungimea arcului AB în funcție de raza cercului și de unghiul x dat în radiani.

b) Să se afle:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\text{arc } AB+\text{arc } CD+AD}{BC}.$$

6270. Se execută un poanson de matriță, prin frezare, dintr-o bară cilindrică cu diametrul de 80 milimetri și lungă de 100 mm. Secțiunea poansonului are forma unui trapez isoscel înscris în secțiunea barei de oțel. Baza mare a secțiunii subîntinde un arc de 120°, iar baza mică subîntinde un arc de 60°. Se cere:

a) Greutatea materialului pierdut în cazul cînd secțiunea este cea mare; b) Greutatea materialului pierdut în cazul cînd secțiunea este cea mică. Densitatea materialului este de 7,8.

Şcoli profesionale — anul I

6271. Să se efectueze operaţiile cu fracţii din expresia următoare:

$$E = \frac{a^2 - 2}{2(1-a)} - \frac{2(a+1)}{a^2-2} + \frac{a^4}{2(a^3 - a^2 - 2a + 2)}$$

6272. Pe o placă orizontală se fixează un disc circular cu raza de 18 cm, aşezat vertical şi tangent acestei plăci în punctul A. Fie AB diametrul vertical. Se ancorează discul cu două fire, care pleacă din B, simetrice faţă de AB şi fixate pe placă în C şi C', astfel ca unghiul ABC este de 30°.

a) Să se afle lungimea firului BC. b) Fie D piciorul perpendicularei din A pe BC. Să se afle laturile triunghiului ACD.

Constanţa Savu, Bucureşti

Şcoli profesionale — anul II

6273. Pentru o instalaţie se confecţionează burlane în formă unor paralelpipede dreptunghice. Aria tablei necesare confecţionării unui burlan este 2310 dm^2. Ştiind că dimensiunile burlanului sînt proporţionale cu numerele 3, 4, 15, să se calculeze dimensiunile unui burlan.

Să se calculeze şi să se simplifice expresia:

$$x\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} - y\sqrt{\frac{x-y}{x+y}} - \frac{2y^2}{\sqrt{x^2-y^2}}, \text{ unde } x > y > 0.$$

Anul IV şcoli pedagogice

6274. Să se calculeze x din egalitatea:

$$97\frac{23}{40} + \left[69 \cdot 33,(3) + \frac{7x}{0,74 - 6,(756)}\right] : 41\frac{8}{17} = 301,575.$$

6275. Ştiind că x reprezintă suprafaţa în ha, a unei G.A.S., însămînţată cu grîu şi porumb, să se determine cîte ha sînt semănate cu grîu şi cîte cu porumb, dacă 20% din suprafaţa semănată cu grîu valorează cît 16,(6)% din cea semănată cu porumb.

Stătescu Emilian, Buftea

6276. Se dă expresia

$$E = \frac{1 + m(\sin^4 x + \cos^4 x)}{\sin^6 x + \cos^6 x}$$

şi se cere:

a) Să se calculeze E în funcţie de $\sin 2x$; b) Să se exprime E în funcţie de $\operatorname{tg} x$; c) Să se arate că există o valoare a parametrului m pentru care expresia E nu depinde x.

Cezar Ivănescu, Tîrgovişte

PROBLEME PROPUSE *

6277. Cîte trapeze se pot construi cu dimensiunile: baza mare $a=6$ cm; baza mică $b=3$ cm, o diagonală $d_1=5$ cm; astfel ca și cea de a doua diagonală d_2 să se exprime printr-un număr întreg de centimetri. Să se construiască cele două trapeze cu dimensiunile limită pe care le poate lua diagonale d_2 și dimensiunile date în problemă.

D. Lațcu, profesor Hunedoara

6278. Să se calculeze sumele:

$$S_1=\frac{1}{2}+\frac{2^2}{2^2}+\frac{3^2}{2^3}+\frac{4^2}{2^4}+\cdots+\frac{n^2}{2^n},$$

$$S_2=\frac{1}{2}+\frac{2^3}{2^2}+\frac{3^3}{2^3}+\frac{4^3}{2^4}+\cdots+\frac{n^3}{2^n}$$

(În legătură cu problema 5833. Se poate consulta și articolul Șiruri aritmetice din G.M.F.-B. nr. 7 din 1963).

N. Petrescu, profesor Tg. Cărbunești

6279. Unele fabrici construiesc și lacăte fără chei. Ele sînt practice deoarece numai ai ce pierde. Aceste lacăte se deschid cu ajutorul unui cifru secret, cunoscut numai de posesorul lacătului și de fabrică. Pentru a putea deschide un astfel de lacăt trebuie să formăm un anumit număr (dacă pe fiecare disc cilindric sînt scrise cifre) sau un anumit cuvînt, (dacă cifrele sînt înlocuite cu litere). Să se calculeze numărul de lacăte ce se pot deschide cu „cifru" diferit, ce se pot construi, dacă lacătul are în compunerea lui 9 discuri, iar pe fiecare disc sînt gravate toate numerele de la 1...9. Fiecare din cele 9 discuri cilindrice ce au gravate numerele de la 1...9 în ordinea succesivă, se pot roti în jurul unui ax comun. Numărul ce trebuie format cu cele 9 cifre pentru ca lacătul să se poată deschide este așezat deobicei între două repere (a, b). (În legătură cu nota din nr. 4/1964, pag. 152).

Mihu Cerchez

6280. Să se rezolve sistemul:

$$\frac{yz}{a}=\frac{xz}{b}=\frac{xy}{c}=\sqrt{x+y+z}$$

unde a, b, c sînt pozitive.

I. Zenembisi, profesor P. Neamț

* VIII (6277, 6291, 6292, 6304); (6280, 6290, 6293, 6298, 6302, 6303); X (6278, 6279, 6282, 6283, 6286, 6287, 6294, 6295, 6299, 6301, 6307); XI (6281, 6284, 6285, 6288, 6289, 6296, 6297, 6300, 6305, 6306). Se primesc soluții pînă la 30 iulie 1964.

6281. Fiind dată hiperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ și M un punct variabil pe ea, tangenta în M la hiperbolă intersectînd axele Ox și Oy respectiv în P și Q, se cere locul geometric al intersecției paralelelor duse prin P la Oy și prin Q la Ox.

Teodorescu Voltaire, absolvent P. Neamț

6282. Pentru care valori ale lui x cuprinse între 0° și 360° avem pe rînd :

a) $\sqrt{1+\sin 6x} + \sqrt{1-\sin 6x} \geqslant \sqrt{2(1-\cos 6x)}$

b) $|\cos(45° - 3x)| + |\sin(45° - 3x)| \geqslant 2|\sin 3x|$

Să se verifice cazurile cînd avem egalitate.

C. Ionescu-Țiu

6283. Un triunghi ABC are $A=60°$. Să se demonstreze că distanța dintre centrul izogon interior (punctul din care laturile triunghiului se văd sub același unghi) și centrul de greutate al triunghiului este $d = \frac{|b-c|}{3}$.

Ion Tomescu, student București

6284. a) Dacă rădăcinile ecuației $\sum_{i=0}^{n} a_i x^{n-1} = 0$ sînt pozitive și mai mici decît 1 este verificată inegalitatea :

$$\left|\sum_{i=1}^{n} a_i\right| \leqslant |a_0| .$$

b) Dacă rădăcinile sînt negative și mai mari ca —1 este verificată inegalitatea

$$\left|\sum_{i=0}^{n} (-1)^{n-1} a_i\right| \leqslant |a_0| .$$

(v. articolul despre probabilități din G.M.F-B 3/1962).

Gh. Dumitreasa, P. Neamț

6285. Să se arate că dacă $10° < x < 30°$, avem :

$$\sin\left(45° + \frac{x}{2}\right) > 2\sin\left(15° + \frac{x}{2}\right)\cos x$$

C. Ionescu-Țiu

6286. Să se arate că pentru n natural

$$E = x^n + (-1)^n \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin\left(\frac{n\pi}{3}\right) x + (-1)^n \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin \frac{(n-1)\pi}{3}$$

este divizibilă prin x^2+x+1.

D. Mihăilescu, profesor Pitești

6287. Bisectoarele interioare ale triunghiului ABC taie cercul circumscris triunghiului în A', B', C'.

Notînd cu d_a, d_b, d_c distanțele punctelor A', B', C' respectiv la laturile BC, AC, AB și cu r_a, r_b, r_c razele cercurilor exînscrise triunghiului ABC, să se stabilească relația:

$$\frac{d_a}{r_a} + \frac{d_b}{r_b} + \frac{d_c}{r_c} = 1$$

* * *

6288. Să se arate că pentru orice n natural avem inegalitățile:

$$\sum_{k=1}^{n} \ln^3\left(1+\frac{1}{k}\right) < \frac{7}{4}$$

$$\sum_{k=1}^{n} \ln^3\left(1+\frac{1}{k}\right) < \frac{5}{4}$$

Acu Dumitru, student Cluj

6289. Se dă segmentul fix AB. Prin punctele A și B se duc două drepte variabile perpendiculare care se taie în punctul M. Se consideră P și Q simetricele punctelor B și respectiv A față de M. Fie P' simetricul punctului P față de A.

a) Să se găsească locul geometric al punctelor P și Q; b) Să se arate că dreapta $P'Q$ trece printr-un punct fix; c) Să se găsească locul geometric al intersecției dreptelor $P'Q$ și MB; d) Să se arate că dreapta $P'M$ trece printr-un punct fix.

Leonte Alexandru, student matematici București

6290. Să se arate că dacă: $a+b+c=k$, atunci:

$$6(a^5 + b^5 + c^5 - k^5) = 5(a^2 + b^2 + c^2 + k^2)(a^3 + b^3 + c^3 - k^3)$$

Anghelache Tudorică, student București

6291. Se dă triunghiul ascuțitunghi ABC și fie B', C' punctele unde o paralelă la BC taie respectiv pe AC și AB. Să se arate că cercurile de diametre BB' și CC' se taie în două puncte situate pe înălțimea din A.

* * *

6292. Să se studieze ce numere cuprinse între 1 și 10^6 de forma $aa_1a_2 \ldots a_n \ldots a_2a_1a$ sînt patratele perfecte ale numerelor de forma $bb_1b_2 \ldots \ldots b_2b_1b$?

Popa Al., elev Pucioasa

6293. Fie ABC, $A'B'C'$ două triunghiuri simetrice față de un punct O. Dreptele $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$ intersectează o dreaptă ($\triangle$) dusă prin O respectiv în C'', A'', B''. Să se demonstreze că AA'', BB'', CC'' sînt concurente.

V. Brînzănescu și *Gh. Lusztig*, studenți București

6294. Să se arate că:

$$4r(16R-5r) \leqslant (a+b+c)^2 \leqslant 4(3r^2+4Rr+4R^2);$$

$$12r(2R-r) \leqslant a^2+b^2+c^2 \leqslant 4r^2+8R^2;$$

notațiile fiind cele obișnuite într-un triunghi.

(Elemente der mathematik, Basel, 1963)

6295. Să se arate că:

$$\frac{3\sqrt{3}}{2(r+R)} \leqslant \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2r};$$

$$6r \leqslant \sqrt{a^2+b^2+c^2} \leqslant 3R;$$

$$\sqrt{3}(a+b+c) \leqslant 2(4R+r).$$

notațiile fiind cele obișnuite într-un triunghi.

(Elemente der mathematik, Basel, 1963)

6296. Fie A și B punctele de intersecție a două cercuri de centre O_1 și O_2.

O secantă variabilă prin A taie cercurile respectiv în M și N, perpendiculara din N pe MO_1 întîlnește cercul O_2 în C.

Să se afle locul geometric al centrului de greutate al triunghiului PAB, unde P este mijlocul coardei NC.

Aplicație: $O_1O_2=6$cm, $R_1=4$cm, $R_2=3$cm.

E. Isac, Tg. Jiu

6297. Să se rezolve ecuația $7^x=294x-539$.

Alexandru Levin, Tallin, U.R.S.S.

6298. Să se rezolve ecuația:

$$\sqrt{2x^2+4x-b}+\sqrt{3x^2-4x-6}=x+3+\sqrt{2x^2-2x+9}.$$

Alexandru Levin, Tallin, U.R.S.S.

6299. Dacă într-un triunghi, latura a este egală cu înălțimea corespunzătoare h, atunci:

$$\operatorname{cotg} B + \operatorname{cotg} C = 1;\ a^2 < b^2.$$

* * *

6300. Fie OAB un triunghi dreptunghic în O, iar M, N și M', N', perechile de puncte conjugate armonic față de O și B respectiv O și A, astfel ca:

$$\frac{HB}{MO} = \frac{M'O}{M'A} = \frac{OB}{OA}$$

P și Q fiind punctele de intersecție ale cercurilor (C_1) și (C_2) de diametri MN și $M'N'$, să se arate că:

a) punctele P, Q, A și B sînt coliniare.

b) Cercurile (C_1) și (C_2) sînt ortogonale.

c) Punctul M este ortocentrul triunghiului $M'N'N$.

A. Simion, absolvent Bacău

6301. Să se rezolve ecuațiile:

$$\frac{\sin 7x + \sin 3x}{\cos 9x - \cos x} = 0;\ \frac{\cos 9x - \cos x}{\sin 7x + \sin 3x} = 0;$$

$$\sin x + \sin 5x + \sin 13x = \sin 7x,$$

și apoi să se verifice soluțiile cuprinse între 0° și 360°.

C. Ionescu-Țiu

6302. Care poate fi cea mai mare arie a unui triunghi de laturi a, b, c care verifică inegalitățile:

$$0 \leqslant a \leqslant 1 \leqslant b \leqslant 2 \leqslant c \leqslant 3.$$

(Matematikai Lapok, Budapesta, 1963)

6303. Să se construiască un patrulater cunoscînd o diagonală, două laturi opuse, lungimea segmentului care unește mijloacele acestor laturi și lungimea segmentului care unește mijloacele celorlalte două laturi.

(Matematikai Lapok, Budapesta, 1963)

6304. Se consideră în mulțimea Q, a numerelor raționale, următoarea lege de compoziție: $a \in Q,\ b \in Q,\ a * b = \dfrac{a+b}{1+ab}$.

a) Această lege este definită pentru întreaga mulțime? Este comutativă? Este asociativă? Să se arate că ea admite un element neutru.

b) Să se arate că orice număr rațional a diferit de $+1$ și -1, are un invers a'. Care este inversul lui $(a * b)$?

c) Să se rezolve și să se discute ecuația $a*x=b$, în care a și b sînt două numere raționale date.

d) Să se rezolve ecuația $2*x*x=7$.

(Journal de mathématiques élémentaires, 16032)

6305. Se dau șirurile cu termenii generali: $a_n = 3n+1$; $b_n = 2n$ și se cere: a) Să se scrie termenul general al șirului (C_n) format din termenii comuni celor două șiruri și să se afle suma primilor n termeni din acest șir; b) Rangurile termenilor comuni din fiecare șir formează două șiruri (a'_n), (b'_n); să se afle termenii generali a'_n, b'_n ai acestor șiruri.

Cornelia Avădanei, elevă P. Neamț

6306. Se dă o sferă O, un punct A pe sferă și un punct fix P în spațiu. Prin P se duce un plan (π) oarecare. Perpendiculara din A pe planul (π) întîlnește a doua oară sfera în M. Fie M' simetricul lui M față de planul (π). Se cere locul geometric al lui M', cînd planul (π), variabil ca poziție, trece necontenit prin P.

(Pentru pregătirea olimpiadelor).

Gh. D. Simionescu

6307. Să se rezolve ecuația

$$(\sin x + \cos x)^{2n+1} + (\sin x - \cos x)^{2n+1} =$$

$$= 2^n \sqrt{2} \left[\cos^{2n-1}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin^{2n-1}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right]$$

Elena Flondor, București

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII *

E: 2123. În raportul prezentat la sesiunea extraordinară a Marii Adunări Naționale s-a arătat că în anul 1962 numărul total al cadrelor agricole a fost de 35 100. Pentru a asigura îndrumarea și conducerea calificată a tuturor ramurilor agriculturii, numărul cadrelor cu pregătire medie va fi în 1970, cu 31 000 mai mare decît cele existente în anul 1962, iar al cadrelor cu studii superioare agricole va fi de 5/3 ori mai mare decît în 1962.

Știind că numărul total al cadrelor care vor lucra în agricultură în anul 1970, va fi de 82 500, să se afle:

a) Cîte cadre cu pregătire medie și cîte cadre cu studii superioare au lucrat în 1962 în agricultură?

---

* V (E: 2123, 2127, 2133); VI (E: 2124, 2130, 2135); VII (E: 2125, 2128, 2132, 2134); VIII (E: 2126, 2129, 2131). Se primesc soluții pînă la 30 iulie 1964.

b) Cîte cadre cu pregătire medie și cîte cu studii superioare vor lucra în 1970, în agricultură ?

(La admiterea în cl. VIII, Ploiești, 1962)

E : 2124. Directivele Congresului al III-lea al P.M.R. prevăd ca în perioada 1960—1965, investițiile în întreaga economie națională să crească față de perioada 1956—1960, cu 96 miliarde lei. Din totalul investițiilor în economie cea mai mare parte este destinată industriei, unde investițiile vor crește de la o perioadă la alta, cu 52 miliarde lei. Investițiile în industrie între 1956—1960 reprezintă 2/11 din totalul investițiilor în economie pe ambele perioade, iar investițiile în industrie între 1960—1965 sînt cu 16 miliarde lei mai mari decît cele pe întreaga economie între 1956—1960. Să se afle totalul investițiilor în economie, din fiecare perioadă.

(La admiterea în cl. VIII, Ploiești, 1962)

E : 2125. Planul de dezvoltare a economiei naționale pe perioada 1960—1965 prevede ca numărul apartamentelor date în folosință să crească cu 206 000 față de perioada 1956—1960. Între anii 1960—1962 s-au construit cu 18 000 mai multe apartamente decît în perioada 1956—1960, iar pentru anul 1963 urmează a fi construite 17% din numărul total al apartamentelor prevăzute pentru 1960—1965, astfel încît la sfîrșitul perioadei 1960—1963 să fie construite un număr de 163 000 apartamente. Să se afle numărul apartamentelor construite în perioada 1956—1960 și numărul apartamentelor prevăzute a fi construite în perioada 1960—1965.

(La admiterea în cl. VIII, Ploiești, 1962)

E : 2126. Utilizarea unui oțel de calitate superioară a permis să se înlocuiască în construcția unei mașini, un ax în formă de cilindru circular cu un ax tubular de același diametru D și aceeași lungime. Să se scrie relația care dă reducerea procentuală a greutății axului, cunoscînd valoarea raportului între diametrele axului tubular

$$\frac{d}{D} = \sqrt[4]{\frac{k-1}{k}}, \quad (k>1)$$

* * *

E : 2127. Grădina de legume și zarzavat a unei G.A.C. are forma unui patrulater cu laturile : $BC=72$ m ; $CD=83$ m ; $AD=86$ m și diagonalele : 108 m și 96 m. Știind că pe $\frac{3}{4}$ din întrega suprafață s-au cultivat cartofi, pe $\frac{1}{5}$ din rest roșii, iar pe restul din întreaga suprafață alte zarzavaturi să se afle suprafața ocupată de fiecare cultură.

* * *

E : 2128. La executarea unei manivele de oțel prin turnare în forme de pămînt și așchiere se produceau 50% pierderi prin deșeu, iar la executarea unei pîrghii, 40%. Înlocuindu-se turnarea în forme de pămînt prin turnare de precizie, pierderile de metal s-au redus la 20%, respectiv 15%. La construcția unei mașini se folosește 1 manivelă și 6 pîrghii de acest fel. Știind că greutatea manivelei este 1,2 kg, iar a pîrghiei 0,85 kg, să se calculeze pentru cîte mașini se vor putea turna pîrghii și manivele din materialul economisit la 1000 de mașini.

* * *

E : 2129. Să se rezolve ecuațiile :

$$\frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{ax}}+\frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{a}{x}}=a;\qquad \frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{ax}}+\frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{x}{a}}=x.$$

C. I. T.

E : 2130. La sfîrșitul anului 1962 numărul tractoarelor, semănătoarelor și combinelor din agricultura țării noastre număra 137 500 bucăți. Știind că numărul tractoarelor era cu 3 900 mai mare decît cel al semănătoarelor, iar cel al combinelor cu 24 200 mai mic decît cel al semănătoarelor, să se calculeze cîte erau din fiecare fel.

L. Munteanu, Vaslui

E : 2131. Să se calculeze expresia :

$$E=[ax+by-(a+b)z]^2\cdot[ay+bz-(a+b)x]+$$
$$+[ax+by+(a+b)z]\cdot[ay+bz-(a+b)x]\cdot[az+bx-(a+b)y]+$$
$$+[ax+by-(a+b)z]\cdot[ay+bz-(a+b)x]^2$$

* * *

E : 2132. În dreptunghiul $ABCD$ notăm cu O intersecția diagonalelor. Perpendiculara ridicată în O pe AC taie latura DC în E, iar bisectoarea unghiului DAC în punctul F. Perpendiculara ridicată în F pe AF taie pe DC în G. Se cere : a) să se arate că triunghiul FEG este isoscel ; b) valoarea unghiului DAC pentru care dreapta FG este paralelă cu DB.

Strătescu Ion, student

E : 2133. Un excavator scoate pe oră 60 m^3 pămînt, pe care îi încarcă în camioane autobasculante cu capacitatea de 3 m^3. Pămîntul scos se transportă la 10 km distanță. Viteza camioanelor atît la dus cît și la întors este de 30 km/oră. Timpul de descărcare este 2 minute. Să se afle numărul de camioane care trebuie să deservească excavatorul ca acesta să lucreze fără întrerupere.

Radu Petrovici, București

E : 2134. Să se arate că expresiile $3\cdot 9^m+1$ și 9^n-1 se divid cu 4 dacă m și n sînt întregi pozitive.

* * *

E : 2135. Un biciclist a pornit din A către B. Cu două ore mai tîrziu a pornit în urma lui un autobuz care a ajuns biciclistul după o oră și 20 minute ; în B a sosit după 3 ore de la plecare. El a staționat în B o oră și apoi s-a înapoiat întîlnind din nou biciclistul. În momentul cînd autobuzul a pornit din B către A, biciclistul mai avea de parcurs 1/4 din cît parcursese pînă atunci ; iar în momentul cînd biciclistul a ajuns în B, autobuzul se găsea la 37,5 km depărtare de B. Să se calculeze : a) La ce distanță de A biciclistul a fost ajuns de autobuz ; b) la ce distanță de B autobuzul a întîlnit biciclistul.

Florea I. Dumitrescu, Craiova

POȘTA REDACȚIEI

— *Cristache Mihai*, Cernavodă. Ne semnalați că problema 6076 și problema 5826 au același enunț, doar notația este schimbată. Observația este justă.

— *Rabincă Nicolae* Giurgiu. Problema propusă în legătură cu problema 4591 este cunoscută ; iar a doua propunere prezintă o problemă prea simplă.

— *Radu Dorel* (Ploiești), *Stan Emil* (Ploiești), *Lupșa I.*, (Cugir), *Stănescu Dan* (Ploiești), *Dumitru Vasile* (Cîmpulung Moldovenesc), *Munteanu Dumitru* (Bistrița), *Lazăr Grigore* (Tg. Lăpuș). Problemele pe care le-ați propus sînt prea simple și deci, nu se pot publica.

La problemele propuse și chestiunile de examen se primesc soluții timp de trei luni de la publicarea enunțului, de la elevi, indiferent de clasa pe care o urmează și se anunță la rubrica rezolvitorilor, numai dacă numărul problemelor bine rezolvate este de cel puțin zece.

— *Zoița Vasile*, elev, Botoșani. Cărțile anunțate la rubrica cărți noi, nu se pot procura de la Societatea de Științe Matematice, ele sînt difuzate prin librării.

— *Păncescu Adriana*, elevă, Odobești. Problemele rezolvate :6018, 20, 63, 64, 97, 110, 16, 20, 41 și 58 nu pot fi anunțate la rubrica rezolvitorilor fiind incomplet rezolvate unele numai cu indicații sau cu afirmații că se rezolvă prin metoda inducției.

— *Andreica N.*, elev s.m. serală Timișoara. Regulile de divizibilitate cu 3, 4 și 11 prezentate în articolul trimis nu sînt mai practice decît cele cunoscute, de aceea nu pot fi publicate.

— *Mai multor elevi* din *Ploiești, Galați, Tr. Severin.* Soluțiile trimise fiind identice între ele nu se pot anunța la rubrica rezolvitorilor.

— *Constantinidis Brîndușa*, (cl. VII Timișoara), *Birză Ilie* (Sibiu) ; *Dragotă Georgel* (Craiova), *Niță Traian* (Moreni), *Iurca Ioan* (Lugoj), *Steiner Elisabeta* (Timișoara), *Popescu Eleodor* (Tr. Severin), *G. G. Niculescu* (București) și *Crișan Victor* (Aiud). Remarcăm grija cu care prezentați redactarea problemelor rezolvate pe care le-ați trimis ; la publicarea unora din soluții vom indica și numele dv.

CĂRȚI NOI

I. G. M. Fihtenholț: *Curs de calcul diferențial și integral*, Vol. I (traducere din limba rusă), Editura Tehnică, 1963.

Lucrarea *Curs de calcul diferențial și integral* în trei volume a prof. G. M. Fihtenholț este o lucrare completă de analiză matematică clasică. Volumul I are următoarele capitole : numere reale, teoria limitelor, funcții de o variabilă, derivate și diferențiale, studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor, funcții de mai multe variabile, dependență funcțională și aplicații, aplicațiile calculului diferențial în geometrie. Cursul se remarcă prin rigurozitatea și claritatea expunerii ca și prin numeroasele exemplificări, aplicații și exerciții pe care le conține.

2. E. Kolman: *Istoria matematicii în antichitate* (traducere din limba rusă), Editura științifică, 1963.

În acestă lucrare se examinează apariția și dezvoltarea noțiunilor matematice la popoarele care au creat cele mai vechi civilizații (egipteni, babilonieni, fenicieni, evrei, maya, incași, azteci), precum și la popoarele din Grecia antică, statele elenistice și țările Imperiului roman. Cartea este utilă atît specialiștilor în istoria științelor, studenților de la universități și institute pedagogice, precum și tuturor acelora care se interesează de matematică.

Cuprins: Prefață. I. Apariția matematicii. II. Matematica în societatea sclavagistă premergătoare vechilor greci. III. Matematica în Grecia antică. IV. Matematica în țările elenistice. V. Matematica în țările Imperiului roman. Bibliografie. Indice de nume.

3. A. P. Iușkevici: *Istoria matematicii în evul mediu* (traducere din limba rusă), Editura științifică, 1963.

Lucrarea conține istoria matematicii din evul mediu în China și India (începînd cu antichitatea), în țările Islamului (țările arabe, Asia Mică, Iran, Azerbaidjan) și în Europa. În expunerea istoriei matematicii în Orient sînt utilizate recentele cercetări care au aruncat o nouă lumină asupra acestei epoci. În afara specialiștilor din domeniul istoriei științei, cartea se adresează atît studenților din universități și institute pedagogice, cît și iubitorilor de matematică.

Cuprins: Prefață. Introducere. I. Matematica în China. II. Matematica în India. III. Matematica în țările Islamului. IV. Matematica în Europa medievală. Bibliografie. Indice de nume.

Volumul prezent, împreună cu cartea lui E. Kolman *Istoria matematicii în antichitate*, constituie o lucrare comună — *Matematica pînă în epoca Renașterii*. Această lucrare, împreună cu cartea lui G. Wieleitner *Istoria matematicii de la Descartes pînă la mijlocul secolului al XIX-lea*, cuprinde istoria dezvoltării matematicii de la apariția ei pînă în anul 1850.

4. Stamate și I. Stoian: *Culegere de probleme de algebră* (pentru învățămîntul mediu), Editura didactică și pedagogică, 1963.

Lucrarea conține probleme de algebră axate pe programa școlii medii. Materialul este împărțit în 13 capitole, dar nu este ordonat pe clase, deoarece autorii au urmărit să nu dăuneze unității capitolelor respective. În cadrul fiecărui capitol, problemele sînt grupate după teoria care stă la baza lor și gradate după dificultățile pe care le prezintă rezolvările lor.

Prima parte a cărții cuprinde enunțuri, iar a doua soluții, indicații și răspunsuri.

Cuprinsul: I. Împărțirea polinoamelor. II. Descompunerea în factori. Simplificarea fracțiilor. III. Calcule cu expresii raționale și iraționale. IV. Ecuații de gradul întîi și doi. V. Ecuații de grad superior. VI. Ecuații iraționale. VII. Sisteme de ecuații. VIII. Inegalități. IX. Progresii aritmetice și geometrice. X. Calcul logaritmic, ecuații și sisteme exponențiale și logaritmice. XI. Probleme aplicative. XII. Numere complexe. XIII. Analiză combinatorie.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

(soluții bune primite pînă la 15.XII.1963)

TÎRGU JIU. Ș.m. 1, cl. VIII. Bratu Traian (E: 2028, 33, 35, 38, 46, 48, 56, 58), Mălăiuș Ilie (E: 2027, 28, 33, 38, 43, 55, 56, 58), Udrică I. Viorel (E: 2027—29, 33, 35, 38, 42, 43, 47, 56, 58—60). Cl. IX. Boroș N. Ion (5921, 25, 45, 76, 78, 79, 6029, 63, 76—78), Cherciu Carmen (5921, 25, 76, 78, 79, 98, 6007, 29, 78), Curcanu George (5901, 21, 25, 42, 76, 78, 79, 81, 6007, 76—78), Isac Horațiu (5903—10, 14, 35, 36, 67, 68, 78, 82, 86, 87, 6018, 29, 30, 33), Stănculescu Mihai (5921, 25, 76, 78, 79, 96, 6007, 64, 76, 77).

Ș.m. 2, cl. VIII. Coma M. Dumitru (E: 2033, 35, 43, 47—50, 56, 60; 6029, 34), Costescu Ionel (E: 2028, 31, 33, 38, 42, 43, 45, 48, 50, 56; 6007), Gîrniceanu Ion (E: 2028, 31, 33, 38, 42—44, 48—50, 55, 56, 58, 60, 61; 6007), Leva Doina (E: 2028, 29, 31, 33, 35, 38, 43, 44, 47—49, 55, 56, 60), Nistorescu Tudor

(E: 2028, 31, 33, 38, 42, 43, 50, 55, 56, 58; 6007), Rusescu Emilia (E: 2028, 33, 35, 38, 43, 47—49, 55, 56; 6029), Trocan M. Vasile (E: 2028, 33, 38, 42—44, 48, 50, 56, 58, 61; 6007), Văcaru N. Ion (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 42, 43, 46—50, 55, 56, 58—60; 6007, 29).

TIRGU LĂPUȘ. Ș.m. cl. VIII. Adler Liviu (E: 2016—18, 20, 21, 23, 33, 35; 5944), Baic Maria (E: 2013, 16—18, 20, 24, 28, 33; 5944, 45), Biza Victoria (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 42, 45), Bota Maria (E: 2013, 16—18, 20, 24, 33; 5944, 45), Bozga Liviu (E: 2013, 16—18, 20—24, 27, 28, 31, 33, 35, 42, 45, 56, 57; 5944), Farcaș Marcel (E: 2013, 16—18, 20, 21, 23, 24, 33, 38, 42, 43, 48, 50; 5944, 45), Lazăr Grigore (E: 2016, 17, 20, 23, 24, 29, 42, 49; 5944, 45), Pogor Ioan (E: 2016—18, 20, 21, 28, 33, 35, 73; 5944), Pop Gr. Ioan (E: 2021, 29, 31, 33, 42, 43, 56), Zehan Gheorghe (E: 2016—18, 20, 25, 28, 33, 35, 73; 5944).

TIRGU MUREȘ. Ș.m. 4, cl. XI. Cistelecan Mihai (5967, 68, 70, 75, 76, 78, 79, 81, 82, 84—87).

TURNU SEVERIN. Ș.m. 1 cl. VIII. Gărgălie Silvestru (E: 2031, 34, 35, 42—48, 50, 55).

TINTĂRENI (Oltenia). Șc. 8 ani, cl. VII. Mocîrcioiu Enela (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 31, 33, 38), Sprîncu Tudor (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 31, 33, 38).

TIRGOVIȘTE (Adîncata) Ș.m. serală cl. XI. Matei Gheorghe (5906, 07, 09, 13, 14, 17, 18, 20, 21, 26, 32, 34, 35, 40, 43, 44, 56, 58, 61, 71, 76, 77, 78, 81, 85).

TRUSEȘTI (Suceava). Ș.m.m. cl. X Adomnicăi Ioan (5900, 01, 10, 26, 43, 44, 46, 87, 98, 6007, 20, 27, 30, 33), Andronic Nicu (5893—9001, 10, 17, 22, 24, 25, 30, 32, 33, 43—45, 64, 65, 67, 68, 72, 74, 78, 81, 82, 98, 6006—12, 20, 21, 25, 27, 29, 30, 33, 36), Arcip Petre (5898, 5010, 24, 26, 35, 43, 46, 73, 75, 76, 78, 79, 81, 82, 87, 98, 6007, 20, 27, 30, 33, 34), Corneschi Ioan (5900, 01, 10, 25, 26, 43, 44—46, 50, 75, 76, 82, 87, 98, 6020, 33), Cozmanciuc Dumitru (5898, 900, 01, 10, 24—26, 30, 34, 43, 44, 46, 58, 75, 76, 78, 79, 81, 82, 87, 98, 6007, 20, 27, 30, 33), Crăciun Gheorghe (5898, 900, 01, 10, 24—26, 43, 45, 46), Iacob P. Gheorghe (5898, 900, 01, 10, 43, 44, 46, 75, 98, 6007, 20, 27, 30, 33, 34), Novac Constantin (5900, 01, 10, 26, 43, 45, 46, 87, 98, 6007, 20, 30, 33). Cl. X. Romaniuc Ion (5900, 01, 25, 43, 44, 46, 48, 87, 6007, 20, 27, 30, 33), Turculeț Demostene (5898, 900, 01, 10, 24, 26, 35, 43, 45, 46, 64, 68, 73, 75, 76, 78, 81, 82, 87, 98, 99, 6007, 08, 12, 20, 21, 27, 29, 30, 33, 34), Vieru Mihai (5898, 910, 24, 35, 43, 45, 46, 68, 75, 79, 82, 97, 98, 6007, 20, 27). Cl. XI. Melinte Dumitru (5900, 01, 07, 10, 18, 24—26, 30, 32, 33, 35, 42—44, 64, 65, 67, 68, 74—76, 78, 82, 84, 87—99, 6007, 08, 12, 17, 20, 29, 30, 33).

URZICENI. Ș.m.m. cl. XI. Concev Ion (5967, 76, 6007, 20, 25, 29, 30, 33, 71, 76).

VADUL CRIȘULUI. Ș.m. cl. X. Noje Vasile (5964, 67, 68, 79, 87, 6007, 20, 21, 33, 71).

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 25 ianuarie 1964 s-au mai evidențiat ca rezolvitori de probleme din G.M.F.-B, următorii:

1. **Voiculescu Dan** (cl. VIII ș.m. 21 București), 2. **Perjeru N. Emil** (cl. XI ș.m. Petroșani), 3. **Boicescu Vlad** (cl. XI ș.m. 4 Craiova), 4. **Zamfir Gh. Ion** (student Inst. Politehnic București), 5. **Bîscă Octavian** (cl. X ș.m. 1 Craiova), 6. **Smărăndoiu Gh.** (cl. XI ș.m. 1 Brașov), 7. **Matei C. Gheorghe** (cl. XI ș.m. Moreni), 8. **Trif Maria** (cl. XI șm.. 2 Sibiu), 9. **Spătaru Aurel** (cl. XI ș.m. Pucioasa), 10. **Șerb Ioan** (cl. X ș.m. 1 Lugoj), 11. **Lupșe R. I.** (cl. XI ș.m. Cugir), 12. **Popescu Ovidiu** (cl. VIII lic. militar Cîmpulung Mold.), 13. **Mignea Arminius** (cl. VIII ș.m. 2 Ploiești), 14. **Gheorghiu Doina** (cl. IX ș.m. 1 Timișoara), 15. **Bucur Delia** (cl. X ș.m. 1 Sibiu), 16. **Tebeanu Toader** (cl. X ș.m. 7 Iași), 17. **Munteanu Dumitru** (cl. X Bistrița), 18. **Arsene N. Ion** (cl. XI ș.m. 1 București). 19. **Popa Eugen** (cl. VIII ș.m. 3 Iași), 20. **Crișan Victor** (cl. XI. ș.m. 1 Aiud), 21. **Popovici Cornel** (cl. X lic. 1 Lugoj) și 22. Brinda Rodica (cl. X lic. 1 Lugoj), 23. Florescu Ion (cl. X Sm. 1 București).

*

Pînă la 25 ianuarie 1964 s-au mai primit soluții bune la probleme propuse în ultimele trei numere ale G.M.B. de la:

ADÎNCATA (Tîrgoviște). Șc. elem. 8 ani. Ene R. Bujor (E: 2026, 27, 28, 30, 31, 33, 35—37, 39, 40). Ș.m. serală cl. XI. Matei R. Gheorghe (5967, 79, 83, 86, 98, 6007, 08, 10, 33, 35, 36).

ADJUD. Ș.m. cl. X. Călin Ion (6006—08, 20, 27, 30, 33, 58, 63, 75—77), Ceaușoglu Nicolae (5987, 98, 6007, 08, 20, 27, 30, 33, 59, 75), Cernăteanu Mircea (5987, 6007, 09, 20, 33, 34, 58, 63, 75, 76), Pamfil Ilie (5957, 6007, 20, 30, 33, 58, 63, 75, 76, 77), Toniș Mariana (6006—08, 20, 30, 33, 58, 63, 75, 77). Cl. XI. Crișan Victor (6054, 55,

57—59, 61—66, 68, 69, 71, 76, 93, 95—97, 100, 01, 04, 08,, 12, 16, 18, 20, 27—32, 34—36, 39, 42, 44—48, 50, 58).

AGIRBICIU (Mediaș). Șc. elem. 8 ani cl. VI. Bortan Elena (E: 2027, 33, 42, 46, 55, 56), Mihai Ana (E: 2027, 28, 33, 38, 42, 46, 55, 56, 58), Colțan Elena (E: 2027, 28, 33, 38, 42, 46, 56).

AIUD. Ș.m. 1 Avram Iancu. Cl. XI. Crișan Victor (5952—59, 62, 88—94, 6031, 37, 39, 40, 43—45).

ANINA (Banat). Ș.m. cl. VIII. Miloiu Mariana (E: 2027, 28, 33, 38, 43, 47, 48, 55, 56, 58, 59).

ARAD. Ș.m. Ion Slavici. Cl. VI. Danda Ioan (E: 2028, 33, 38, 43, 45, 46, 48—50, 56, 58). Cl. VIII. Balta Ioan (E: 2027, 31, 33, 35, 42, 43, 47—50, 58), Lucuța Petru (E: 2020, 37, 49, 55, 59, 64, 67—69, 74, 77—79), Ardelean Denisia (E: 2027, 38, 40, 43, 45, 48, 50, 59).

Ș.m. Olga Bancic, cl. VIII. Barta Iudith (E: 2042—47, 50, 55, 56, 59), Begu Liana (E: 2042—47, 50, 55, 56, 59), Cerchizan Doina (E: 2042, 43, 47, 48, 50, 55, 56, 58, 67, 71, 74), Văleanu Virgil (E: 2027, 28, 33, 38, 43, 45, 46, 48, 50, 55, 56, 58). Cl. X. Gherman Gheorghe (5976, 79, 87, 6007, 18, 20, 33, 58, 59, 71, 76, 78), Rusu Monica (5970, 74, 98, 6007, 08, 20, 30, 33, 58, 59, 71, 76), Safta Mihaela (5976, 79, 98, 6007, 08, 20, 30, 33, 58, 59, 71, 76).

AVRIG (Sibiu). Ș.m. Gheorghe Lazăr, cl. VIII. Vintilă Maria (E: 2029, 38, 43, 45—49, 56, 58). Cl. IX. Ionescu Maria (5976—79, 81, 6017, 26, 29, 36, 68, 76, 78).

BACĂU. Șc. elem. 8 ani, cl. VII. Dumitriu Emanuela (E: 2042, 44—47, 50, 71). Ș.m. 1, cl. X. Nicău Antonel (5998, 99, 6008, 10, 11, 18, 20, 26, 27, 34, 36, 55, 65), Opriș Paul (5999, 6008, 10, 11, 18, 20, 26, 27, 29, 34, 36, 71, 76—78).

BAIA MARE. Șc. elem. 8 ani nr. 5, cl. VII. Heffler Carla (E: 2066—69, 71, 74, 77).

Ș.m. 1, cl. VIII. Pantu Victor (E: 2027, 28, 33, 34, 38, 41—43, 45, 50, 55, 56, 58, 60). Cl. X. Bots Clara (6007, 20, 27, 30, 33, 58, 59, 65, 71, 76—78).

BEIUȘ. Ș.m. 1, cl. VIII. Gavruță Pascu (E: 2027, 28, 33, 35, 38, 40, 41).

BISTRIȚA. Ș.m. cl. X. Buta Grigore (5967, 68, 77, 97, 6006, 08, 30, 34, 71, 76), **Munteanu Dumitru** (5967—69, 76—79, 81, 83—85, 87, 96—98, 6007, 08, 10—12, 20, 24, 26, 27, 29, 30, 33, 34, 55, 63, 65, 68, 71, 76, 78), Popescu Șerban (5967, 68, 76, 87, 6030, 33, 34, 59, 71, 76), Socină Gheorghe (5976, 87, 6007, 29, 30, 33, 34, 63, 71, 76).

BÎRLAD. Ș.m. 2 cl. X. Anghel Maria Elena (6007, 20, 30, 33, 71, 97, 100, 05, 10, 20), Felea Ioan (5978, 79, 83, 6029, 34, 36, 64, 68, 76—78), Ouatu Valeriu (5967, 68, 71, 73, 76, 77, 6018, 20, 33, 71, 116), Rudeanu Gabriela (5968, 76—78, 6007, 20, 29, 30, 33, 71, 75—78).

BLAJ. Ș.m. I. Mureșanu, cl. XI. Stremțan Niculaie (5961, 64, 65, 67, 71, 76—79, 83, 87, 6001, 03, 07, 08, 10, 17, 19, 20, 25—27, 30, 33—35).

BOTOȘANI. Ș.m. 1 cl. VIII. Baltă Varvara (E: 2035, 42, 43, 45, 46, 48, 50, 55, 56, 58), Bordeianu Ioan (E: 2027, 29, 30, 37, 38, 45, 48, 50), Botezatu Doina (E: 2055, 56, 58—61, 64, 66, 67, 69, 71, 74, 75), Gorgan C. Maria (E: 2067, 69, 71, 74, 77—79), Luca Angelica (E: 2058, 60, 61, 66, 67, 69, 71, 74), Oprescu Anca (E: 2055, 56, 58—61, 64, 66, 67, 69, 71, 74). Cl. XI. Pricope Dan (5964, 65, 67, 70, 76, 77, 81, 86, 98, 6007, 12, 20, 30, 33, 34).

Ș.m. 2 cl. VII. Wagner Richard (E: 2027—29, 33, 38, 41—43, 45, 46, 48, 55, 56, 58).

BRAD. Șc. elem. 8 ani, cl. VII. Cordanescu Gabriel (E: 2027, 28, 33, 36, 38, 41, 42, 45—48).

Ș.m. Avram Iancu, cl. IX. Fornade Corneliu (5976, 78, 79, 81, 83, 6017, 26, 29, 34, 36).

BRAȘOV. Șc. elem. 8 ani nr. 3, cl. VII. Corniciuc Mircea (E: 2027, 28, 31—34, 38).

Ș.m. 1 cl. VIII. Bătătorescu Anton (E: 2042—50, 56, 58, 59). Cl. XI. Coșuleț Dan (5960, 61, 64, 65, 67—71, 75—79, 81—87, 95, 6003, 20, 30, 33, 55, 58), **Smărăndoiu Gheorghe** (5960, 61, 67—70, 73, 75—81, 84—87, 95—98, 6000, 03, 07, 08, 17, 18, 20, 21, 24—30, 33, 34, 36).

Ș.m. 2 cl. VIII. Zsido Agnes (E: 2026, 28, 31, 33—41). Cl. X. Zsido Gyorgy (5968, 75, 76, 78, 79, 81, 83, 85, 87, 90).

BRĂILA. Ș.m. 1 cl. VIII. Băiașu Adriana (E: 2027, 28, 33, 38, 42, 43, 46, 48, 50, 56, 58, 59), Mecuringu Dinu (E: 2027, 28, 33, 38, 42, 43, 45, 50, 56; 5997), Frangu Silvia (E: 2027, 28, 33, 35—37, 40—43).

Ș.m. 4 cl. VIII. Balaban Octavian (E: 2027, 33, 38, 42, 44, 48, 56, 60).

BREAZA. Liceul militar D. Cantemir, cl. X. Berceanu Constantin (5968, 82, 87, 6007, 18, 20, 30, 33, 55, 58, 59, 63, 65, 71, 76), Busuioc Mihai (5976, 79, 82, 87, 96, 6007, 18, 26, 29, 33, 55, 59, 67, 71, 76, 77), Chivu Stelian (5982, 87, 6007, 18, 20, 30, 33, 55,

58, 59, 63, 65, 71, 76), Mălai Constantin (5968, 82, 87, 98, 6007, 18, 20, 30, 33—35, 38, 39, 63—65, 71, 74—77), Nae Iorgu (5982, 87, 6007, 18, 20, 30, 33, 55, 63—65, 71, 76), Sandu V. Ion (5976, 82, 87, 98, 6007, 18, 26, 30, 33, 34, 55, 59, 71, 76, 77), Tuican Virgil (5987, 6007, 18, 20, 30, 33, 55, 58, 63, 65, 71, 76), Voinea Ion (5965, 68, 69, 75, 76, 78, 81, 82, 87, 98, 99, 6007, 11, 12, 18, 20, 30, 33, 34, 55, 58, 59, 63, 65, 71, 74—78). Cl. XI. Ghiţescu Mircea (5967—69, 73, 75, 76, 78, 79, 82, 87, 6007, 08, 20, 27, 29, 30, 33, 34, 63, 65, 71, 76, 78).

BUCUREŞTI. Şc. 8 ani nr. 23, cl. VII. Georgescu M. Eugen (E: 2026, 27, 28, 31, 33—38, 41), Petrescu A. Corneliu (E: 2042—44, 47—50, 55, 56, 58—60). Şc. 8 ani nr. 26, cl. VII. Popescu T. Vladimir (E: 2042, 44—50, 55, 56). Şc. 8 ani nr. 71, cl. VII. Sergiescu Vlad (E: 2043—45, 48, 49, 55, 56, 58, 64, 65). Şc. 8 ani nr. 95, cl. VII. Tiner Ernest (E: 2027, 28, 30, 31, 33—38, 40, 41). Şc. 8 ani nr. 128, cl. VII. Oprică Rodica (E: 2026, 31, 42—44, 46, 56). Şc. 8 ani nr. 145, cl. VII. Dinu Adrian (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 42, 43, 45, 46), Fleancu Mioara (E: 2043—46, 48, 49, 50), Lixandru Aura (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 42, 43, 45, 46, 56), Miler Constantin (E: 2027, 31, 33, 38, 42, 43, 45, 46), Neagoe Florica (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 42—44, 46), Şerban Valentina (E: 2042—46, 48—51), Stăncuţ Nicolae (E: 2027, 28, 31, 42, 43, 45, 46). Şc. 8 ani nr. 146, cl. VI. Bădescu Smaranda (E: 2050, 56, 58, 64, 67, 69, 71).

Absolventă ş.m. Tănase I. Anca (5960, 64—70, 72—81, 84—88, 6007, 30, 33), Student **Zamfir Gh. Ion** (I.P.B.), (5850—69, 71, 72, 75, 77—80, 89, 92, 93, 95, 97, 906, 12, 13, 15, 18, 20, 23, 25, 29, 31, 32, 33, 37, 39).

Ş.m. 1 N. Bălcescu, cl. VIII. Antonescu Marilena (E: 2055, 64—66, 68, 72, 75—78). Cl. X. Mihăilescu Simona (5964, 76, 78, 81, 6007, 30, 33, 34, 59, 71, 76, 78), Lupu Valentin (6011, 127, 31, 32, 39, 41, 42, 44, 46, 63), Gîlă Ecaterina (5911, 17, 18, 78, 6011, 31, 32, 39, 41, 42, 44, 63). Briceag Doina (5900, 05, 07—10, 14, 19, 24, 26, 28, 6132), **Florescu Ion** (6011, 12, 18, 20, 21, 34, 55, 59, 63, 66, 71, 74, 76—78, 97, 100, 05, 18, 26, 27, 29, 31, 32, 34, 39, 41, 42, 44, 46, 47, 50, 63), Gheorghiu Adina (5926, 44, 50, 58, 59, 68, 78, 82, 87, 6022), Ionescu Liviu (6007, 12, 20, 33, 71, 118, 31, 32, 32, 39, 42), Teodorescu Adriana (5900, 01, 17, 18, 35, 44, 73, 6027, 34). Cl. XI. Arsene N. Ion (5997—99, 6001, 03, 07, 08, 10, 12, 17, 20, 21, 25, 27, 28, 30, 33, 34, 54, 55, 58, 62, 63, 66, 71, 76, 98, 99, 103, 04, 14, 18, 19).

Ş.m. 5 Mihail Sadoveanu, cl. VIII. Nicoară Bogdan (E: 2026—28, 33, 35, 36, 40, 42—44).

Ş.m. 6 Ilie Pintilie, cl. VI. Weiner Irina (E: 2027, 28, 30, 33, 38, 41, 42, 45, 46, 55, 56, 69, 71, 74, 77, 79).

Ş.m. 7 I. L. Caragiale, cl. VII. Mateescu A. Alexandru (E: 2027, 31, 41, 42, 49, 50, 56, 67—69, 71, 74, 75, 78, 79), Popa Radu Tudor (E: 2027, 31, 33, 41, 42, 48, 49, 50, 56).

Ş.m. 8 Emil Racoviţă, cl. V. Sacerdoţeanu-Gereanu Dan (E: 2027, 33, 38, 42, 43, 45, 50, 56). Cl. VI. Ursan Valeria (E: 2027, 28, 31, 33, 42, 43, 45). Cl. VII. Cinteză Mircea (E: 2042, 44—50). Cl. VIII. Bădescu Constantin (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 38, 40, 41, 43, 46, 47, 56, 59), Cartianu Dan (E: 2027, 28, 31, 33—36, 38, 40—44, 46—50, 55, 56, 58—60, 67, 69, 71), Ionescu Al. Mariana (E: 2026—28, 31, 33, 35, 38, 40; 5976, 79, 81, 98, 6007), Müller Alexandru (E: 2042, 45, 47, 58, 66, 67, 69, 71, 74—79). Cl. IX. Busuioc Ştefania (5976—78, 81, 83, 85, 98, 6006, 07, 26, 29, 68, 76, 77), Catrina Ruxandra (5969, 76—79, 81, 83, 98, 6007, 34, 64, 76—78), Mandel Eva (5977, 81, 83, 85, 95, 6006, 07, 26, 29, 34, 68, 71, 76, 78), Mărgineanu Doina (5969, 77, 78, 81, 83, 85, 98, 6007, 26, 29, 68, 76—78), Nicoloff Mariette (5977—79, 81, 83, 98, 6007, 29, 34, 63, 68, 76—78), Toma Mihai (5976, 77, 81—83, 85, 87, 98, 6006, 07, 29, 76, 78). Cl. X. Busuioc Cătălina (5969, 77, 78, 81—83, 85, 87, 98, 99, 6020, 30, 33, 68). Cl. XI. Busuioc Mihaela (5969, 76, 77, 79, 81—83, 85, 87, 98, 6006, 07, 20, 77). Ş.m. 10 cl. X Galeriu Dan (6007, 12, 20, 27, 29, 30, 71, 76, 131, 32, 34, 46).

Ş.m. 11 D. Cantemir, cl. IX. Cecăreanu Ovidiu (5972, 76, 78, 81, 6017, 26, 29, 64, 74, 76). Cl. X. Nistor Olivia (5969, 76—78, 82, 83, 85, 87, 98, 6007, 68, 76, 77, 78), Ştefan Şerban Cristian (5975, 76, 79, 82, 87, 99, 6007, 20, 27, 30, 33, 71), Ursulescu Octavian (5956, 59, 62, 64, 68, 73, 77, 79, 81—83, 90, 93, 6006—08, 10, 19, 29, 30, 33, 35, 36, 55, 71, 74, 76).

Ş.m. 13 Mihai Viteazu, cl. VIII. Zarma Irina (E: 2042, 46, 47—50, 56, 59, 60, 71). Cl. X. Ioniţă Achim (5975, 76, 78, 81, 82, 6007, 12, 20, 27, 30, 33, 71). Cl. XI. Flondor Paul (6091—94, 96—98, 100, 01, 03, 07, 08, 11, 18, 20, 22, 26).

Ş.m. 15 Elena Sîrbu, cl. IX. Mateescu Radu (5964, 67—69, 75—78, 82, 87). Cl. XI. Mereuţă Doina Anca (5960, 61, 67, 68, 70, 76—78, 82, 83, 85, 87, 93).

Ş.m. 17 Matei Basarab, cl. IX. Botez Dan (5959, 76—79, 90, 96, 98, 6006, 07, 09, 26, 30, 33, 34, 58, 67, 71, 74, 76—78, 100). Cl. X. Almer David (5964, 67, 68, 73—78, 81, 86, 87, 98, 99, 6006—12, 18, 20, 21, 27, 30, 33, 34, 55, 71).

Ş.m. 18 Mihail Eminescu, cl. X. Iordache Florin (5996, 6007, 08, 17, 26, 29, 30, 33, 59, 67, 68, 71, 74, 76, 77, 78, 101, 05, 14, 19). Cl. VIII. Ambrosie Vladimir (E: 2067, 69, 71, 80, 81, 82, 86), Donos Mihai (E: 2060, 62, 83, 84, 92, 91), Mocanu Mircea (E: 2056, 59, 68, 71, 83, 90), Drăgoi Constantin (E: 2062, 68, 69, 71, 74, 82, 83, 86).

Ş.m. 20 Gh. Şincai, cl. VIII. Ionescu Vasile (E: 2042, 43, 46—48, 50, 55, 56, 58, 60). Cl. X. Neagu Dumitru (5964, 67, 76, 77, 98, 6007, 12, 20, 29, 30, 33, 34, 71, 76, 77). Cl. XI. Albu Florian (6019, 20, 25, 27, 30, 33, 58, 59, 63, 71, 75, 76), Banu Priscila (5976, 78, 99, 6007, 08, 29, 30, 33, 71, 76), Bosa T. Teodor (5976, 68, 78, 82, 6025, 30, 33, 34, 66, 68, 71, 76, 55), Enescu Liliana (5961, 68, 76, 6020, 25, 29, 30, 33, 55, 59, 64, 71, 76), Georgescu Romulus (5965, 67, 6017, 20, 25, 30, 33, 34, 57, 64, 71, 76), Ionescu Alexandru (5968, 78, 82, 6018, 25, 30, 33, 34, 55, 67, 68, 71, 76), Marcus Mady (5976, 78, 88, 6007, 08, 25, 29, 30, 33, 55, 68, 71, 76), Marinescu Doina (5965, 70, 75, 99, 6025, 28, 55, 64, 75, 76), Panait Mircea (5968, 78, 82, 6018, 25, 30, 33, 34, 66, 68, 71, 76), Popescu Silvia (5964, 65, 68, 77, 6007, 08, 33, 55, 59, 63, 71, 77), Slăvoiu Cornel (5968, 75—77, 82, 86, 87, 5029, 30, 33, 71, 76), Şmilovici Cecilia (5965, 67, 6017, 20, 25, 30, 33, 34, 57, 64, 71, 76), Weissmann Rodica (5965, 67, 6017, 20, 25, 30, 33, 34, 57, 64, 71, 76), Zoiţa Teodora (5967, 76, 79, 82, 98, 6020, 25, 30, 33, 34, 71), Zarchievici Mihaela (6007, 18, 25, 29, 30, 33, 55, 59, 64, 68, 71, 76).

Ş.m. 21, cl. VIII. Voiculescu Dan (6058, 59, 61, 63—65, 67, 68, 71, 75, 76, 78, 92—94, 98—101, 04, 05, 10, 13, 14, 18—20, E: 2055, 56, 58—60, 65—71, 73—77, 79).

Ş.m. 22 Gh. Lazăr, cl. VIII. Buiculescu Valentin (E: 2027, 28, 33, 35, 38, 42, 45, 48, 49, 60). Cl. X. Ifrim Stan Daniel (4968, 69, 77—79, 81—87, 95).

Ş.m. 23 cl. X. Cîrstea Mihail (5967, 76—79, 81, 85, 87, 6020, 27, 29, 63, 76), Petrescu Sorin (5965, 67—69, 76—79, 81, 82, 84, 87, 96, 98, 6007, 30, 33, 55, 59, 68, 71, 76, 78), Rozarea George (5976—79, 81, 6018, 20, 22, 29, 33, 63), 71, 78), cl. XI. Peteanu Ioan (6002, 03, 05, 08, 25, 27, 29, 33—35, 44, 45, 63, 64, 71, 72, 74, 76, 78, 107, 16, 18, 31, 33, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 63).

Ş.m. 26 cl. VIII. Stoica Valentin (E: 2043, 45, 48, 50, 55, 56, 58—60). Cl. XI. Manasiu Dan (5998, 6000, 06—08, 10, 11, 18, 20, 25, 27, 29, 30, 33, 34, 36).

Ş.m. 28 cl. VIII. Viroiu Dan (E: 2027, 28, 33—36, 41, 42).

Ş.m. 32 Filimon Sîrbu, cl. VIII. Dumitrescu Anca (E: 2027, 29, 33, 38, 41, 45, 50).

Ş.m. 33 cl. VIII. Tudoran Marius (E: 2028, 35, 38, 42, 43, 47, 49, 58, 60, 67, 69, 74).

Ş.m. 36 cl. IX. Georgescu Luminiţa (5964, 76, 78, 98, 6017, 26, 29, 34, 36, 74, 76, 78). Cl. X. Jula Maria (5961, 81, 6030, 33, 58, 59, 63, 65, 68, 78, 97, 99, 100, 09, 15). Cl. XI. Carabineanu Marcel (5967, 78, 87, 6007, 12, 20, 30, 33, 34, 76).

BUHUŞI. Ş.m. cl. IX. Schmidt Gabriel (5998, 6007, 11, 20, 27, 30, 33, 34, 71, 75, 100).

BUZĂU. Ş.m. 1 B. P. Haşdeu, cl. X. Filipoiu Şt. Alexandru (5964, 67—69, 77—79, 85, 87, 98, 6007, 20, 26, 27, 33, 34, 55, 63, 67, 68, 71, 74—76, 78, 90, 93, 97, 98, 100, 05, 18, 19).

BUZIAŞ. Ş.m. 1 cl. VI. Buda Marioara (E: 2027, 29, 33, 42, 46, 48, 50), Telibaşa Cornelia (E: 2027, 33, 42, 46, 48, 50, 56). Cl. VII. Albu Elena (E: 2027, 28, 33, 42, 46, 48—50, 56), Aldan Ion (E: 2027, 33, 42, 45, 48, 49, 50, 58), Bordeianu Dorina (E: 2027, 28, 33, 42, 43, 46, 49, 50, 56), Cernei Nicolae (E: 2027, 28, 42, 45, 48—50, 56), Muţu Ion (E: 2027, 33, 42, 45, 48, 50, 56), Szosz Elena (E: 2042, 43, 45, 46, 49, 50, 56).

CARANSEBEŞ. Ş.m. 1 cl. VIII. Mura Ion (E: 2027, 35, 39, 48, 50, 56, 58, 60, 61; 6058), Ştefănescu Mircea (E: 2028, 31, 48, 55, 56, 58, 59, 69).

CĂLĂRAŞI. Ş.m. cl. VIII. Farmache Constantin (E: 2042—50, 55, 56, 58—60, 66—71, 73, 74, 76—79; 6029).

CERNAVODĂ. Ş.m. cl. X. Cristache Mihai (5977, 78, 79, 93, 6007, 09, 17, 20, 27, 29, 30, 33), Cl. XI. Ilie Vasile (5960, 67, 68, 76—79, 81, 86, 6007).

CISNĂDIE. Ş.m. cl. X. Veştemean Ion (5968, 75, 77, 79, 85, 86, 99, 6007, 27, 30, 33, 71).

CIMPIA TURZII. Ş.m. cl. IX. Codrescu Radu (5976—79, 81, 98, 6007, 29, 74, 76, 78).

CIMPINA. Ş.m. 1 cl. VIII. Gherghiceanu Mihai (E: 2042, 43, 47, 55, 56, 64, 65, 67, 74, 78).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Liceul Militar cl. VIII. Popescu Ovidiu (E: 2044—50, 55, 56, 58—60, 66—71, 73, 77, 79; 5979, 96, 6017, 26, 29, 68, 76, 78, 100, 05, 14, 26). Cl. X. Crăciun Alexandru (5998, 6007, 20, 27, 29, 30, 38, 71, 76, 78). Cl. XI. Oniceanu Octavian (5964, 70, 87, 6017, 20, 25, 27, 30, 33, 71, 76).

CLUJ. Studenţi Costea Viorel (5961, 67, 68, 70, 71, 73, 76—79, 81, 83, 85, 86, 98, 6007, 09, 10, 18, 26, 29, 33, 34), Frenţiu Militon (E: 5967—87), Moritz Maria (5982, 85—87, 68, 6005, 18, 20, 54, 55, 58, 65). Ş.m. 1 cl. VI. Feneşan Adriana (E: 2042, 45, 46, 50, 55, 59, 69, 79). Ş.m. George Coşbuc, cl. VIII. Moldovanu Aurelian (E: 2040, 47, 48, 55, 58, 67—69, 71, 73, 74, 77). Ş.m. Gh. Bariţiu, cl. VII. Ardeleanu Adriana (E: 2042—46, 50, 55, 56, 71). Cl. VIII. Csatt Marieta (E: 2042—48, 50, 55, 56, 58, 60, 71; 6034), Gherghiescu Mihai (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 36, 41—50, 56, 58, 59, 60; 6007, 77). Ş.m. 8 N. Bălcescu, cl. X. Perl Toma (5967, 68, 76, 77, 79, 81, 87, 6007, 20, 27, 30, 33), Rusu Aurel (5976, 78, 87, 6007, 20, 30, 33, 63, 76, 78). Ş.m. 10, cl. V. Duma Salvator (E: 2027, 28, 33, 38, 42, 43, 45, 55, 56). Cl. VII. Podeleanu Radu (2042, 43, 45—48, 50).

COMĂNEŞTI. Ş.m. cl. XI. Neagu Gheorghe (5960, 64, 76, 78, 82, 6020, 26, 30, 33, 71, 78).

CONSTANŢA. Ş.m. 1 cl. VIII.Chiriac Călin (E: 2027, 28, 35, 43, 45, 47, 56, 59, 60), Mehmet Sema (E: 2026, 28, 33, 35, 38, 42, 46—50, 56, 60), cl. IX. Mihăescu Rodica (5967, 6, 98, 6007, 26, 59, 63—65, 74, 76, 78), cl. X. Chirea Teodor (5976, 78, 79, 80, 6007, 18, 20, 29, 30, 33, 34, 71). Ş.m. 7 cl. VIII. Bumbac Camelia (E: 2056, 58, 60, 67, 69, 74, 79), Răcaru Alexandru (2033, 42, 47, 49, 60, 69, 71, 74, 77). Ş.m. cl. X. Anghel Mircea (5976—76, 87, 6020, 27, 33, 68, 71, 76, 78), Depărăţeanu Dan (5968, 76—79, 81, 83, 85, 97, 6020, 27, 30, 33), Ivan G. Gheorghe (5976, 78, 87, 6020, 27, 33, 68, 71, 75, 76, 78).

CORABIA. Ş.m. cl. X. Delu Maria (6007, 17, 20, 22, 33, 34, 58, 64, 71, 75, 76, 78).

CRAIOVA. Ş.m. 1 cl. VIII. Ciobănescu I. Radu (E: 2026, 35, 36, 40, 43, 46, 47, 50, 56, 59, 60, 76, 6029), Crişan Florin (2042, 46—50, 56, 58; 6034), Turcu Ilie (E: 2030, 34, 43, 46, 55, 56, 58, 59, 60; 6076, 78). Cl. X. Biscă Octavian (5960, 61, 64, 66, 67, 72, 83, 84, 96—6000, 03, 06—08, 10—12, 17, 18, 20—22, 24, 26, 27, 29, 30, 33, 34, 36, 54, 58, 59, 61—68, 71, 74, 78), Sandu Darius (5967—69, 76—78, 81, 82, 86, 87, 98, 6007, 08, 12, 20, 27, 30, 33, 59, 71, 76, 77). Ş.m. 2 cl. VIII. Lungu Marin (E: 2027, 28, 30, 32, 34, 35, 40—42, 58), Vica P. Ion (E: 2056, 58, 66, 67, 69, 74, 77—79). Cl. IX. Petrescu A. Ion (5968, 69, 76—79, 82, 87, 6034, 76). Cl. X. Cojocaru Mariana (5964, 67—69, 75—79, 81, 82, 85, 87; 6007, 69, 65), Stoiculescu Elena (5964, 67—69, 75—79, 81, 82, 85, 87, 6007, 63, 65). Ş.m. 3 cl. VIII. Trancă Ludmila (E: 2028, 31, 33, 35, 42—44, 46, 47, 56). Cl. X. Măcineanu Gabriela (5175—79, 82, 6020, 29, 30, 67, 71). Cl. XI. Rădulescu Aurora (5964, 76—78, 6007, 25, 28—30, 33, 34, 67, 71, 76, 78), Ş.m. 4 cl. XI. Bogdan Ştefania (5964, 77, 78, 82, 98, 6007, 20, 25, 30, 33, 55, 71, 76), Buzatu Aurelia (5976, 77, 98, 6007, 20, 25, 30, 39, 55, 71, 76), Cristescu Mărgărit (5964, 73, 74, 76—78, 82, 84, 85, 87, 6007, 12, 20, 30, 33, 55, 71, 76), Dragotescu E. Gh. (5998, 6007, 25, 30, 33, 55, 71, 76, 97, 118, 19), Gavrilă Gheorghe (5998, 6007, 08, 20, 25, 30, 33, 55, 71, 76, 97, 118, 19). Boicescu Vlad (5900, 05, 07—10, 14, 17, 18, 20, 21, 25, 28, 31—36, 38, 40, 42, 44, 46, 49, 50, 60, 61, 64, 67, 68, 70, 74—76, 78—81, 84—87, 97, 6007, 20, 26, 30, 33, P).

CUGIR (Orăştie) cl. XI. David Ioan (5964, 65, 68, 70, 77, 76, 6007, 18, 20, 21, 25, 27, 28, 30, 33, 55, 71), Lupse R. I. (5960, 61, 67—70, 75, 76, 78, 82, 86, 87, 96—98, 6007, 08, 10—12, 17—21, 25, 27, 29, 30, 33, 34, 58, 63, 65, 67, 71, 76—80).

CURTEA DE ARGEŞ. Ş.m. cl. XI. Stăticescu M. Anca (5964, 75, 78, 6007, 08, 12, 18, 20, 27, 30, 33, 34, 71).

DEJ. Ş.m. cl. VIII. Boroş Andrei. (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 38, 41—50), Barsas Judit (E: 2027, 28.33, 38, 41—43, 46—48, 50), Barth Ferenc (E: 2026, 31, 42—50), Daday Emil (E: 2027, 28, 31, 33, 36, 38, 41—43, 47—48, 50), Gastlofly Istvan (2028, 33, 38, 41—43, 47—50), Incre Katalus (E: 2027, 28, 31, 33, 36, 38, 41—43, 46—50), Szakacs Ibolya (E: 2027, 28, 31, 36, 38, 41—43, 46—50), Steininger Iozef (E: 2027, 28, 31, 33, 36, 38, 41—43, 47, 49, 60), Varga Arpad (E: 2027, 28, 31—33, 38, 41—43, 46, 47, 49, 50), Zeng Iren (E: 2026, 27, 29, 33, 41—43, 46, 47,50).

FĂGĂRAȘ. Ș.m. 1 cl. X. Grovu Gheorghe (5967, 68, 76, 79, 81, 82, 87, 6020, 33, 71, 78), Ș.m. 2 cl. X. Grama Gh. (5961, 64, 76, 78, 83, 97, 98, 6007, 11, 12, 33, 76).

FOCȘANI. Ș.m. Unirea, cl. VI. Baner Alexandru (E: 2027, 33, 38, 42, 43, 46, 56), cl. XI. Ionescu Dumitru (5964, 68, 78, 79, 98, 6007, 35, 55, 59, 63, 76),

GALAȚI. Șc. de 8 ani nr. 21, cl. VI. Neagu Dana (E: 2027—29, 33, 45, 46, 48), Ș.m. 1 cl. VIII Herșcovici Isaia (E: 2047, 48, 50, 55, 56, 58—60, 67, 69, 74, 77, 79), Rozenzweig Niky (E: 2043, 45—50, 55, 56, 58—60), Ș.m. 3 cl. VIII. Corciovei Cecișia (E: 2042, 43, 47, 49, 50, 56, 58, 60, 66—69, 71, 73, 74, 77—79; 6034), Ștefănescu Viorica (E: 2027, 34, 42—48, 6034). Ș.m. 4 cl. VIII Buruiană Rodica (E: 2016, 28, 33, 35, 38, 42, 43, 48, 50). Ș.m 5 cl. VIII. Bejan Ortansa (E: 2042, 43, 45, 47, 50, 56, 58, 67, 69, 71, 74), Breazu G. Silvia (2026—28, 40, 49, 56, 58, 60), Drăgan Ilie (E: 2027, 31, 33, 38, 47, 48, 50).

GIURGIU. Ș.m. 1 cl. VIII. Moise Rodica (E: 2027, 28, 33, 35, 38, 40, 56, 58, 69, 71, 74), Trîmbez Dumitra (E: 2042, 43, 45, 48, 50, 69, 74, 77—79), cl. X. Măcăneață Miron (5964, 68, 76—79, 87, 6007, 20, 30, 33, 34, 71), Oprea Ștefan (5964, 76, 78, 79, 83, 87, 6007, 20, 29, 30, 33, 34, 60, 71), Rada C. Mircea (5962, 64, 67, 78, 6008, 20, 29, 30, 33, 59, 68, 71, 76, 78), cl. XI. Stoian D. Paul (5964, 76—78, 6007, 09, 30, 33, 71, 76), Vlad Aurel (5967, 76—78, 98, 6007, 08, 20, 25, 30, 33, 71, 76). Cl. VII. Știrbu Rodica (E: 2055, 58, 66, 69, 82—84).

HAȚEG (Hunedoara) Ș.m. cl. VIII. Berghian Ion (E: 2027, 28, 33, 35, 36, 38, 42—47, 50), Maftei Nicolae (E: 2027, 28, 33, 38, 46—48, 56, 58), Cl. XI. Petrin Emil (5996—98, 6000—03, 06—08, 11, 12, 30, 33).

HOREZU. Ș.m. cl. VIII. Costescu Ștefan (E: 2029, 33, 35, 36, 38, 47, 48, 50, 56, 58). Cl. XI. Costescu Ion (5964, 65 67, 70, 73, 75—78, 81, 83, 98, 6007, 08, 18—20, 20, 33, 34).

HUNEDOARA. Ș.m. 1 cl. XI. Liștiș Vasile (5964, 78, 6007, 08, 20, 30, 33, 35, 71, 74, 78).

HUȘI. Ș.m. M. Kogălniceanu, cl. IX. Darie I. Viorel (5976—79, 6029, 68, 74, 76—78).

IANCA. Ș.m. cl. XI. Belciug Adrian (5998, 6007, 20, 27, 30, 33, 55, 71, 72, 118).

IAȘI. Ș.m. 1 cl. VI. Fuiorea Doru (E: 2027, 31, 33, 38, 45, 47, 48). Ș.m. 3 cl. VII. Linde Radu (E: 2047—50, 55, 56, 58). Cl. X. Rădulescu Sorin (5976—78, 6020, 26, 22, 29, 33, 59, 71, 76, 78). Ș.m. 4 cl. VI. Bermeagă Anina (E: 2027, 31, 33, 42, 45, 46, 50). Cl. VII. Angelescu Romulus (E: 2056, 58, 67, 69, 71, 74, 77—79). Cl. VIII. Cusin Liliana (E: 2042—45, 47—50, 67, 71, 74, 77, 79), Sălceanu Angelică (E: 2030, 42, 43, 46—48, 66, 69, 74, 75, 77; 6056), Șerban Elena (E: 2064, 66—71, 73, 74, 76—79; 6098). Cl. X. Berechelea Dionisie D-tru (5967, 76—79, 81, 96, 98, 6007, 17, 20). Ș.m. 5 cl. VIII. Dimitriu Virginica (E: 2042, 44—46, 50, 56, 60; 6034, 05). Ș.m. 6 cl. VII. Andrioaie Mircea (E: 2027, 33, 42, 45, 50, 56, 72). Ș.m. 8 cl. VIII. Grădinaru Marta (E: 2028, 33, 35, 43, 45—47, 55, 56, 58—60), Ștefan Luiza (E: 2028, 33, 35, 43, 45—47, 55, 56, 58—60). Ș.m. 3 cl. VIII. Popa Eugen (5997, 98, 6007, 06, 07, 20, 30, 33, 35, 55, 58, 63, 71, 95, 97, 118, 32, 39, 44, 46, 47, 58, 62, 63, E: 2044, 45, 47, 50, 66—69, 71, 73, 74, 77, 79, 80).

INEU. Ș.m. cl. X. Pătruț Popa Ioan (5964, 75—78, 87, 6007, 20, 27, 29, 30, 33).

INSURĂȚEI (Brăila). Ș.m. Insurăței, cl. VIII. Atila V. Sas (E: 2031, 35, 43, 47, 55, 58, 60).

LUGOJ. Ș.m. nr. 1 cl. VIII. Achim Florin (E: 2056, 58, 60, 67, 69, 71, 74, 77—79), Friedländer Alexandru (E: 2043—50, 56, 58—60, 71, 78), Ghinea Marioara (E: 2045, 56, 58, 60, 67, 69, 71, 74, 77—79), Lobodă Ana (E: 2031, 33, 35, 36, 47, 50, 56, 58, 60, 61), Orbulov Petre (E: 2064, 66—69, 71, 73, 6105, 26). Cl. X. Friedländer Gheorghe (5996, 97, 99, 6000, 08, 10, 17, 20, 26, 30, 36, 58, 59, 71, 76), Iovănescu Ioan (5784, 964, 67, 78, 87, 98, 6007, 09, 18, 20, 27, 30, 33), Șerb Ioan (5961, 64, 65, 67—69, 73—79, 81, 89, 85—87, 96—98, 6006—08, 10, 18, 20, 27, 29, 30, 33, 34, 36, 55, 58, 63, 70, 71, 74, 76, 77). Brinda Rodica (6046, 49, 52, 54, 55, 70, 71, 73, 74, 76, 80, 81, 93, 97, 99, 107, 11, 15, 18, 22, 24—26, 28, 29, 30—36, 39, 42, 46, 47, 54, 58); Popovici Cornel (6964, 72, 79, 96, 99, 6000, 21, 29, 54, 58, 66, 67, 75, 77, 78, 90, 94, 97, 100, 01, 04, 05, 10, 14, 16, 18, 20, 30—36, 39, 41, 42, 44—48, 50, 51, 54, 55, 58, 62, 63).

LITENI (Fălticeni). Ș.m. cl. VIII. Purnichi Viorica (2035, 38, 41, 46, 50, 56, 58, 60).

MĂRĂȘEȘTI. Ș.m. cl. VIII. Apostol Ovidiu (E: 2047, 48, 56, 60, 67, 69, 71, 74, 77, 79). Cl. XI. Ciontu Emil (5962, 64—68, 73, 75—77, 79, 82, 86, 98, 6007, 19—21, 27, 29, 30, 33—35), Răduță

Ion (5960, 61, 64, 67, 68, 73, 74, 76, 79, 81, 96, 6003, 07, 08, 12, 21, 29, 30, 33, 34, 36).

MOLDOVA NOUĂ. Ş.m. M. Eminescu, cl. IX. Iancovici Elena (5979, 96, 97, 6017, 24, 29, 36, 64, 76, 78).

MORENI. Ş.m. cl. X. Stiopu Cătălin (5964, 76, 78, 79, 81, 87, 6012, 20, 30, 76), Tocan Mihail (5960, 64, 76—79, 84, 85, 6027, 59, 64, 68, 71, 76), cl. XI. Matei C. Gheorghe (5996—99, 6003, 07, 08, 10, 18—21, 24, 25, 27, 28, 30, 33, 34, 55, 59, 62—71, 76, 78, 95—97, 100, 01, 05, 08, 14, 18, 19, 26).

MURGENI (Bîrlad) Ş.m. cl. X. Guzgan Alexandru (5968, 77, 83, 87, 98, 6018, 20, 26, 29, 30, 32, 34), Ilie Emil (5968, 78, 87, 98, 6018, 20, 24, 29, 30, 33, 34), Răşcanu Gelinda (5968, 76, 77, 83, 87, 98, 6018, 20, 27, 29, 33, 34).

NĂSĂUD (Cluj) Ş.m. G. Coşbuc, cl. VIII. Cenca George (E: 2042, 45, 47—49, 55, 58, 60; 6029), Cenca Ion (E: 2028, 33—36, 41—50, 56, 58, 60; 6007). Cl. XI. Pleş Gheorghe (5964, 68, 77, 78, 6006—08, 20, 21, 30, 33, 66, 71).

NEGREŞTI (OAŞ). Ş.m. cl. VIII. Lohan Octavian (E: 2027, 28, 33, 38, 42, 43, 46, 47, 56, 59, 60).

NOVACI. Ş.m. cl. XI. Anghel A. Petre (5961, 64, 73, 74, 76, 77, 84, 93, 96, 98, 6003, 07, 08, 21, 30, 33, 34, 59, 66, 71, 76).

OGREZENI (Videle). Ş.m. Bolintinul Vale, cl. VIII. Panait Vasile (E: 2023, 24, 38—40, 43, 45, 46, 48).

ONEŞTI. Ş.m. 1 cl. VII. Galaczi Petre (E: 2027, 33, 41—43, 47, 49), cl. X. Şerban Nicolae (5959, 68, 76, 78, 98, 6007, 20, 27, 30, 33, 71), Tudor Darie (5968, 77, 96, 98, 6007, 18, 20, 33, 34, 71, 74, 76).

ORĂŞTIE. Ş.m. cl. X. Hin Dorean (5962, 64, 6007, 09, 12, 20, 27, 33, 71, 77).

ORADEA. Ş.m. 1 cl. X. Memetea Ovidiu (5960, 64, 67, 68, 76, 78, 79, 81, 85, 87). Ş.m. 2 cl. VIII. Toth Girella (E: 2027—29, 31, 33, 35, 36, 41). Cl. X. Fleischer Gh. (5996, 98, 99, 6006—08, 20, 24, 27, 30, 33, 33, 59, 63, 67, 71, 74, 76, 78, 100, 18). Cl. XI. Filip Gheorghe (5974, 76, 78, 81, 82, 98, 6020, 55, 62, 71, 74).

OŢELUL ROŞU (Caransebeş). Şc. de 8 ani, cl. VII. Taroată Anghel (E: 2042, 45, 56, 64, 69, 71, 74), Ş.m. Oţelul Roşu cl. VIII. Angelescu Ana (E: 2027—29, 33, 38, 43, 46, 48, 50, 60), Demetrescu Victor (E: 2027, 33, 40—42, 48, 50, 55, 60; 5990), Iasivoni Dorina (E: 2027—29, 33, 38, 43, 44, 46, 48, 50, 60).

PANCIU. Ş.m. cl. X. Tudorache Ion (5964, 76—78, 87, 98, 6007, 27, 32, 33).

PĂUNEŞTI (Adjud). Şc. 8 ani cl. VII. Bacalu Lucica (E: 2027, 28, 30, 33, 38, 40, 48), Gidea Otilia (E: 2035, 36, 43, 44, 49, 56, 62), Sandu Victoria (E: 2030, 35, 42, 43, 49, 56, 61).

PERIAM. Ş.m. cl. X. Peiov Petru (5998, 6007, 15, 29, 30, 33, 68, 71, 76, 78, 98, 100, 14, 26).

PETROŞENI (Hunedoara). Ş.m. 1 cl. VIII. Stan Mihai (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 38, 39, 40; 5976). Cl. XI. Perjeru N. Emil (5996—6012, 18—21, 24—30, 33—36, 54, 55, 57—60, 62—66, 69, 71, 74—78, 91—93, 95—100, 02, 04, 05, 07, 08, 10—14, 16—20, 27—40, 42—50).

PIATRA NEAMŢ. Ş.m. Petru Rareş, cl. X. Mesaroş Vasile (5978, 79, 86, 96, 98, 99, 6007, 20, 24, 27, 30, 33, 35, 71, 74, 76, 78).

PITEŞTI. Şc. 8 ani nr. 8 cl. V. Mîndruţean Dan (E: 2042, 45, 50, 56, 69, 71, 74). Cl. VII. Mîndruţean George (E: 2042, 44, 45, 50, 56, 67, 71, 74).

Ş.m. 1 cl. VIII. Lazăr Mircea (E: 2043, 45—47, 56, 58, 60, 66, 67, 69, 74, 77, 79). Cl. X. Stan Pavel (6017, 19, 29, 30, 33, 59, 63, 65, 66, 71, 76, 78, 99, 105, 14, 18).

Ş.m. 2 cl. V. Zaharescu Agata (E: 2027, 33, 38, 42, 45, 46, 56).

Ş.m. N. Bălcescu cl. VIII. Corbescu Mihai (E: 2055, 66, 68, 69, 74, 76—79).

PINCOTA (Banat). Ş.m. cl. VIII. Chebeleu Petru (E: 2042, 43, 46—50, 55, 56, 58, 59). Cl. X. Giurgiu Florin (5968, 76—78, 83, 87; E: 2020, 68, 76, 78).

PLOIEŞTI. Şc. 8 ani cl. VI. Simion Eftimie Arsenel (E: 2029, 42, 50, 67, 69, 71, 74, 77). Cl. VII. Stoica T. Georgeta (E: 2042, 43, 45, 46, 48, 50, 55, 56, 58).

Ş.m. 1 cl. VII. Brenner Mircea (E: 2027, 33, 38, 42, 43, 48). Cl. VIII. Roman Dan (E: 2042, 43, 47, 49, 56, 60, 61, 67—69, 71, 74, 77, 79), State Adrian (E: 2042, 47—50, 55, 56, 58—61, 67—69, 71, 74, 77—79). Cl. IX. Stănescu I. Dan (5997, 6006, 17, 26, 36, 63, 97, 100, 03, 05, 14, 26). Cl. X. Ilisei Florin (5964, 67, 68, 76—78, 82, 87, 6007, 18, 20, 27, 30, 33, 34), Bucşa Viorel (5992, 6007, 27, 30, 33, 58, 59, 63, 71, 73), Silaev Silvia (5996—98, 6006, 07, 21, 27, 30, 33, 34). Cl. XI. Dinescu Constantin (5960, 67, 68, 76—79, 81, 82, 87, 6007, 32, 33), Drăgoi Victor (5967, 68, 76—79, 81, 82, 87, 6007, 30, 33, 71). Cl. XI. Staicu I. Gheorghe (5960, 61, 67, 68, 74, 76—79, 81, 82, 87, 6007, 20, 33). Cl. XI. Nicolae Silvia (5894, 99, 900, 05, 07—10, 14, 17, 18, 20, 21, 25, 26, 28, 32, 33, 35, 50).

Ş.m. 2 A. Toma cl. VI. Nicolaescu Traian (E: 2043, 46, 48, 50, 55, 56, 59). Cl. VII. Antonescu Adrian (E: 2043, 45, 50, 55, 56, 67, 69, 74), Capîn Liliana (E: 2042, 43, 45, 47, 48, 50, 55, 56, 58, 59), Cerchez Mihaela (E: 2027, 28, 35, 40, 42, 43, 45, 50, 56, 60, 66), Cernat Laurenţiu (E: 2042, 43, 46—48, 50, 56, 58—60, 67, 69, 71, 6034), Dobrescu Laurenţiu (E: 2056, 67, 68, 69, 71, 74, 78), Dragoş Eufrosina (E: 2033, 42, 44, 47, 49, 55, 56, 58, 60), Iacovache Ştefana (E: 2026—28, 33, 35, 38, 47, 49, 55, 56, 58, 60), Ionescu Doina (E: 2027, 33, 38, 42, 46, 50, 55, 56, 58), Ionescu Ioana Constanţa (E: 2055, 56, 64, 67, 69, 71, 74, 78, 79), Iordache I. Sorin (E: 2027, 28, 30, 33, 34, 39, 41—43, 45, 46, 48, 50, 55, 56, 58, 59, 62), Marinescu Mugur (E: 2042, 44—46, 56, 58, 71), Negulescu Cornelia (E: 2025—28, 33, 35, 38, 47, 49, 55, 56, 58, 60), Păpuşoi Cezarina (E: 2046, 47, 56, 58, 67, 69, 71, 74, 77). Vasile Rodica (E: 2026, 28, 33, 55, 55, 58, 60). Cl. VII. Belăescu Adrian (E: 2027—29, 31, 33, 35, 38, 40, 42, 47), Brătoiu Cristian (E: 2043, 44, 47, 48, 55, 56, 58, 60, 67, 69, 71, 6034), Breţeanu Sabina (E: 2031, 33, 38, 40, 42, 47, 48, 55, 56, 58, 59), Capaiu Florin (E: 2038, 42, 47, 49, 50, 55, 56, 58, 60, 6034), Căsăndroiu Dănuţ (E: 2042, 43, 45—50, 60, 6007), Georgescu Alina (E: 2042, 44, 45, 46, 48, 50, 55, 56, 58—60, 74, 77, 79; 6034), Chihaia Luminiţa (E: 2047—49, 55, 56, 58, 60, 61, 68, 69, 74, 77, 79; 6034), Ciutescu Lorena (E: 2026, 28, 33, 35, 47, 49, 55, 56, 58, 60; 6034), Cojocaru Eugen (E: 2043, 45, 46, 50, 60, 67, 68, 71), Cojocaru Luminiţa (E: 2027, 28, 29, 31, 33, 35, 36, 45, 48, 55, 56, 58—60, 67, 69, 74, 77, 79; 6007), Comşa Cornelia (E: 2033, 42, 44, 47—49, 55, 56, 58, 60; 6034), Crăciunescu Stelian (E: 2042, 49, 56, 58, 60, 67, 69, 71, 74), Dănică Rozalia (E: 2042, 44—46, 48, 50, 55, 58, 59, 66, 67, 71, 74; 6034), Dobrescu Mihai (E: 2042, 49, 56, 58, 65—68, 71, 74, 78), Dumitrescu A. Mihai (E: 2042, 43, 45, 48, 50, 56, 58, 60, 67, 68, 74, 78), Enache Ion (E: 2027, 29, 33, 38, 41, 42, 45—49, 55, 56, 58, 60), Enescu C. Gheorghe (E: 2042, 45—47, 49, 50, 55, 56, 58—60, 71, 74), Georgescu Cecilia (E: 2042, 45, 46, 50, 55, 56, 58, 60, 66, 71, 74, 77), Georgescu Cristian (E: 2042, 45, 47, 48, 55, 56, 59, 60, 66, 74, 76, 77; 6029, 34), Grigorescu Nicoleta (E: 2042, 43, 48, 50, 56, 58, 67, 69, 71, 74, 76, 78), Ivan Ştefania (E: 2055, 56, 58, 59, 60, 64, 67—69, 71, 74, 77—79), Lupaşcu Letiţia (E: 2026, 28, 33, 35, 47, 49, 55, 56, 58, 60; 6034), Lupaşcu Lavinia (E: 2036, 45, 48, 55, 56, 58—60, 67, 69, 71, 74, 77, 78; 6007), Maniţiu Silvia (E: 2028, 46—50, 58, 60; 6029, 34), Manole Aurora (E: 2050, 55, 56, 60, 61, 67; 6034), Marcu Adrian (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 36, 40, 43, 46, 47, 56; 6029), Mignea Arminius (E: 2026—29, 31—33, 35, 36, 38, 40—50, 55, 56, 58—60; 5969, 72, 76, 78, 79, 90, 6007, 33, 34, 49, 63, 68, 76, 78), Neagoe Paulina (E: 2042, 44—46, 48, 50, 55, 56, 58—60; 6034), Nemeş Tuiorina (E: 2042, 43, 47, 56, 58, 67, 69, 71, 74, 75), Niţoi Valentin (E: 2027, 28, 35, 38, 47, 48, 55, 58, 60; 6034), Orăşanu Laurenţiu (E: 2042, 45—47, 49, 50, 55, 56, 58—60, 67, 74; 6034), Pascu Marcela (E: 2042, 43, 46—48, 58, 67, 69, 71, 74), Patrulete Ion (E: 2046, 56, 58, 67, 69, 71, 74, 77), Pavel O. Nicolae (E: 2027—29, 31, 33, 35, 36, 41—48, 50, 56, 58—60, 64, 65, 67—69, 71, 74, 77—79; 6007, 32), Petrescu Dorina (E: 2028, 33, 35, 38, 40, 46—49, 60), Popescu Adriana (E: 2042, 43, 45, 47—49, 55, 56, 58, 60), Popescu Cornelia (E: 2042, 43, 47, 48, 58, 67, 69, 71, 74), 78), Popescu Dan Mihai (E: 2042, 48, 55, 56, 59, 60, 66, 67, 69, 71, 74; 6034), Popescu Traian (E: 2026—28, 31, 33, 35, 38, 43, 46, 47, 50, 60), Papic Mişa (E: 2025, 31, 36, 43, 47, 55, 56, 58, 59, 60, 61; 5976), Pasta Teodora (E: 2042, 43, 47, 48, 58, 67, 69, 71, 74, Rădulescu Mihai (E: 2042—45, 47, 49, 56, 58, 67, 69, 71), Reig Suzi (E: 2043, 45, 47, 48, 50, 55, 56, 66—69, 71, 74, 77—79), Rosenberg Tibor (E: 2047, 50, 56, 58, 66—69, 71, 73, 74, 78, 79; 6007), Semencu Mariana (E: 2045—48, 50, 55, 56, 58—60, 67, 69, 71, 74, 77, 79), Spiridon Maria (E: 2042, 46—48, 50, 56, 58—60, 66, 68, 71, 78; 6029, 34), Stanciu Ioana (E: 2047, 48, 50, 56, 58, 60, 65, 67, 69, 71, 74, 78), Stoica B. Ion (E: 2027—29, 31, 35, 38, 42, 43, 45—48, 50, 55, 56, 58, 60), Seremet Rodica (E: 2034, 42, 44—46, 48, 50, 55, 56, 58—60), Tudor V. Stoica (E: 2026—28, 31, 33—35, 38, 42, 43), Vasile Gh. Costel Antipa (E: 2027—29, 33, 36, 38, 42, 43, 46, 48, 56, 60), Vedarici Rodica (E: 2025, 28, 33, 35, 47, 49, 55, 56, 58, 60; 6034), Zamfir Cristian (E: 2047—49, 60, 61, 66, 67, 69, 73, 74, 78, 79).

Soluţiile identice nu au fost trecute

Cl. IX. Bădescu Alexandru (5972, 76, 78, 81, 83, 95—98, 6007, 26, 33, 34), Petrescu Dan (5976, 78, 79, 81, 97, 98, 6007, 11, 12, 26, 29, 33), Stan Emil (5996, 6006, 08, 09, 2017, 22, 29, 30, 56, 63, 64, 68, 71, 78), Vişan B. Stelian

(5960, 61, 64, 76, 78, 81, 82, 87, 6007, 33). Cl. X. Ionescu Nelly (5976, 81, 98, 6007, 17, 20, 33, 34, 58, 71, 76, 78), Ştefănescu Eliade (5972, 76—79, 81, 85, 87, 95; 6017, 18, 27, 34, 58, 59). Cl. XI. Constantinescu Luminiţa (5960, 66, 76, 77, 82, 86, 87, 6020, 21, 27, 29, 30, 33, 34), Costescu Ion (5960, 64, 65, 70, 73, 76, 77, 81, 86, 87, 97, 6007, 21, 25, 27, 30, 33, 34), Purcăroiu Axineta (5960, 67, 77, 86, 87, 6007, 21, 29, 30, 33, 34), Tudorică Viorica (5960, 66, 76, 77, 82, 86, 87, 6007, 20, 21, 27, 29, 30, 33, 34).

Ş.m. 3 cl. VI. Ciobanu Rodica (E: 2059, 67, 69, 71, 74, 77, 79), Dumitrescu Adrian (E: 2042, 48, 56, 67, 69, 71, 79), Fireichiu Răzvan (E: 2042, 49, 55, 56, 67, 71, 79), Năstase Marian (E: 2045, 46, 55, 64, 69, 71, 74), Neagu Victoria (E: 2046, 67, 69, 71, 74, 77, 79). Cl. VII. Dorneanu Dan (E: 2046, 66, 67, 71, 74, 77, 79), Popescu Cornelia (E: 2067, 68, 69, 71, 74, 77, 79).

Ş.m. 4 cl. VIII. Glogoviceanu G. Ana (E: 2042, 47, 55, 56, 58, 60, 66—69, 71, 73, 74, 77, 79), Ionescu Elena (E: 2048, 49, 55, 56, 60, 64, 66—70, 73, 74), Oroviceanu Maria (E: 2042, 55, 56, 58, 60, 66—69, 71, 73, 74, 77—79), Pandele Mihaela (E: 2043, 56, 58, 60, 66, 67, 71, 73, 74, 76, 78; 6076), Ştefan I. R. (E: 2042, 43, 46—48, 50, 60, 69, 71, 73), Teodor Elena (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 38, 40, 43, 45—47, 49, 60), Tumăr Paul (E: 2042, 43, 45—48, 50, 55, 56, 58, 59; 6032). Cl. XI. Corcalciuc Valentin (5960, 61, 64, 65, 67—69, 73, 74, 76—78, 81, 82, 84—86, 90, 96—99, 6002, 06—08, 11, 12, 18, 21, 25, 27—30, 33, 34).

Ş.m. 5 cl. VI. Ghiţă Mircea (E: 2027, 33, 38, 41, 45, 50, 54). Cl. VIII. Andrei I. Elena (E: 2026, 31, 35—37, 39, 41, 46, 47, 56, 58—60), Georgescu Mirela (E: 2044, 47—49, 56, 60, 67—69, 71, 76), Manolescu Lucia (E: 2035, 40, 44, 46, 47, 50, 56, 58—60; 6074), Niţescu Mihaela (E: 2043, 44, 46—49, 60, 71), Toma Mircea (E: 2026, 27, 31, 33, 34, 38, 40, 43, 49, 50). Cl. X. Georgescu Mihaela (6027, 33, 34, 36, 58, 59, 63, 68, 71, 75—78).

Ş.m. 6 cl. VIII. Steinacher Gabriel (E: 2027, 31, 33, 35, 38, 46, 47, 49, 56, 59, 60).

PREDEAL. Ş.m. 1 cl. X. Ioniţă Maria (5997—6000, 07, 08, 20, 27, 29, 30, 34, 36).

PLOPENI (Ploieşti). Şc. tehn. an III. Voinea I. Gheorghe (E: 2058, 66, 67, 69, 71, 73, 74, 77, 79).

PRISĂCANI (Iaşi). Şc. 8 ani, cl. VII. Pîntea Maria (E: 2042—44, 46, 55, 56, 58, 59).

PUCIOASA. Ş.m. cl. VIII. Diaconu Gheorghe (E: 2027, 28, 33, 35, 36, 55, 58—60), Popa Ion (E: 2043, 45, 47, 56, 58, 67, 71, 77—79). Cl. XI. Spătaru Aurel (5960, 61, 64, 67, 68, 70, 73—79, 81, 83, 86, 87, 96, 97, 98, 6000, 02, 03, 06—12, 18, 20, 21, 24—30, 33, 34).

RĂCARI (Bucureşti). Ş.m.m. cl. X. Miulescu Elena (6029, 30, 33, 34, 68, 71, 76, 78, 100, 05).

REBRICEA (Iaşi). Cl. VII. Bălan Maria (E: 2042, 45—47, 50, 56, 58, 60).

RUNCU (Ploieşti). Şc. 8 ani cl. VII. Costescu Ilie (E: 2027, 28, 29, 33, 38, 47, 56).

REŞIŢA. Ş.m. 1 cl. VIII. Sienkovski Hilde (E: 2047, 56, 58, 64, 66, 67, 69, 71, 74, 77—79).

RIMNICU SĂRAT. Cl. XI. Fănică M. (5964, 67, 76, 98, 6007, 09, 12, 25, 30, 33, 34, 71).

RIMNICU VILCEA. Ş.m. N. Bălcescu, cl. IX. Dănescu Emilia (5976, 78, 79, 81, 98, 6007, 26, 29, 34, 68, 76). Cl. X. Dumitraşcu Liviu (5959, 76—78, 87, 98, 6007, 20, 29, 30, 33, 35, 71, 76). Cl. XI. Beldiman Aurel (5960, 64, 67—69, 75, 78, 86, 87, 96—98).

ROMAN. Ş.m. cl. IX. Rugină Andrei (5944, 76, 97, 98, 6007, 29, 34, 76, 97, 114). Cl. X. Gavriliu Mihai Mircea (6007, 20, 27, 30, 33, 59, 63, 71, 76—78, 105). Cl. XI. Gavriliu Lonica (5998, 6007, 06, 12, 21, 25, 30, 33, 55, 57, 59, 71, 97, 100, 01, 18, 19).

RUPEA. Ş.m. cl. XI. Munteanu Carin (5965, 72, 73, 76, 79, 83, 96, 98, 6007, 17, 20, 25, 29, 30, 33, 55, 60, 61, 63, 64, 67, 71, 75, 76, 78).

SALCIA (Bucureşti). Ş.m. cl. VIII. Clepcea Toma (E: 2043, 46—48, 55, 56, 60), Vasile M. Nelu (E: 2042, 43, 45, 47, 48, 50, 56, 58, 60, 67—69, 71, 74, 77—79; 6029).

SATU MARE. Ş.m. cl. VIII. Görbe Iosif (E: 2042, 44—48, 50, 67, 69). Cl. IX. Oşan Mihai (5976, 78, 81, 6007, 12, 34, 65, 68, 76, 78). Cl. X. Ghimpan Lucia (5968, 69, 78, 81, 82, 85, 87, 6007, 20, 27, 30, 33, 71, 78), Hosu Alexandru (5968, 69, 76, 78, 81, 82, 85, 87, 6007, 20, 30, 33, 71), Sutrulyovics Zoltan (5964, 87, 98, 99, 6003, 07, 20, 27, 30, 33, 71).

SALIŞTE (Sibiu). Şc. 8 ani cl. VII. Stroia Paraschiva (E: 2043, 48, 55, 56, 69, 71, 74, 77, 79).

Ş.m.m. cl. XI. Marcu N. Iulian (5998, 6007, 12, 15, 30, 32, 33, 97, 100, 05, 18, 26).

SARMAŞ. Ş.m. cl. XI. Rusu V. Vasile (5965, 98, 6007, 12, 18, 20, 25, 30, 33, 34, 55, 65, 66, 71, 77).

SĂVENI. Ş.m. cl. IX. Clodici Valentin (5976—79, 90, 98, 6011, 29, 68, 74, 76—78).

SEBEŞ (Hunedoara). Ş.m. cl. X. Sava Maria (5964, 77, 83, 87, 6007, 25, 27, 33, 34, 71, 76).

SF. GHEORGHE. Ş.m. 1 cl. VIII. Szasz György (E: 2027, 28, 31, 33—35, 38, 41).

SIBIU. Şc. gen. 8 ani nr. 4, cl. VI. Laschescu Dorin (E: 2042, 43, 45—48, 50). Cl. VII. Popescu Radu (E: 2038, 42—44, 48, 50, 55, 56, 67—69, 71, 74, 77, 79).

Şc. 8 ani nr. 15, cl. V. Keller Marlene (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 42, 56), Schindler Elke (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 42, 56). Cl. VI. Benkö Brigitte (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 42, 56), Lupean Alexandru (E: 2027, 28, 33, 38, 42, 43, 55, 56, 58, 59), Nussbacher Werner (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 42, 56), Sasu Rodica (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 54, 56). Cl. VII. Anton Elena (E: 2027—29, 31, 33, 38, 46, 56), Bucur Tudor Dănuţ (E: 2055, 56, 58, 67—69, 71), Ciucur Viorica (E: 2028, 31, 33, 38, 42, 46, 50), Hocedt Brigitte (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 42, 56), Kuckel Anne-Marie (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 43, 56), Schuller Monika (E: 2127, 28, 31, 33, 38, 42, 56), Sevestrean Ioan (E: 2027—29, 31, 33, 38, 42, 46, 56), Vîrbănescu Monica (E: 2027, 28, 31, 33, 38, 42, 56).

Ş.m. 1 cl. VIII. Babeş Carmen (E: 2031, 33, 35, 40, 44—48, 55, 56, 58—60), Muzoianu Mureş (E: 2046, 48, 56, 58, 66—69, 73, 74, 77—79), Grossu Adrian (E: 2042, 43, 45—50, 55, 58—60), Heutsch Mihai (E: 2027, 28, 33, 38, 40, 43, 45, 48, 55, 56, 58), Micu Nicolae (E: 2027, 28, 33, 38, 40, 43, 45, 48, 55, 56, 58, 60), Mitran Nicolae (E: 2042, 43, 46, 56, 66, 67, 69, 71, 74, 77—79), Niţescu Felicia (E: 2047, 50, 56, 58, 60, 67—69, 70, 74, 77, 79), Pompilian Al. (E: 2042, 43, 45, 55, 56, 67, 69, 71, 74, 77, 79; 6120), Roşu Dumitru (E: 2042, 46, 50, 56, 66—69, 71, 74, 78), Rusnac Adriana (E: 2042, 46, 49, 50, 56, 67—69, 71, 74, 76, 77, 79), Traşcă Laura Letiţia (E: 2042, 43, 47, 48, 51, 52, 54—56, 64, 67—69, 71, 74, 77—79), Voicescu Mihai (E: 2026—28, 31, 33, 35, 40, 45, 47). Cl. X. Balomiri Adrian (5967, 68, 82, 85, 98, 6007, 18, 20, 33, 59, 63, 68, 71), Băncescu Mihail (5998, 6006, 07, 26, 29, 63, 65, 68, 74, 76—78), Barbos Nicolae (5967, 68, 76, 82, 85, 98, 6007, 18, 20, 33, 59, 68, 71, 76), Bucur Delia (5997—6000, 06—12, 18, 20, 26, 27, 29, 30, 33, 34, 36, 55, 59, 63, 66, 68, 71, 74, 76—78, 97—101, 03, 05, 14, 16, 18, 26), Carabulea Ilie (5998, 6007, 08, 12, 26, 33, 34, 59, 71, 76, 77), Căpruţă Manole (5998, 6006, 07, 11, 26, 34, 68, 74, 77, 78, 126), Ciuceanu XAdrian (5967, 68, 76, 85, 98, 6007, 18, 20, 33, 59, 68, 71), Coroiu Nicolae (5959, 67, 76, 87, 6007, 18, 20, 33, 39, 68, 71, 76), Gorogan Dumitru (5967, 68, 76, 78, 85, 98, 6007, 18, 59, 68), Dragotă Paula (5967, 68, 76, 82, 85, 6017, 20, 29, 33, 59, 68), Gurcanu Dorin (5967, 82, 85, 96, 98, 6007, 18, 20, 33, 59, 68, 71), Lupu Mihai (5967, 75, 6008, 10—12, 18, 20, 29, 30, 71, 76), Marica Eugen (5967, 68, 78, 82, 85, 98, 6007, 18, 20, 33, 59, 68, 71, 76), Nuţescu Radu (5998, 6007, 08, 18, 20, 29, 33, 34, 59, 68, 71, 76), Rădoi Oliviu (5967, 68, 82, 87, 6007, 18, 20, 30, 33, 59, 68, 71), Vladovici Mihai (5998, 6007, 10, 18, 20, 29, 33, 44, 59, 68, 71, 76). Cl. XI. Buguş Mihai Florin (6007, 18, 20, 25, 30, 33, 34, 54, 55, 59, 71, 96, 116, 18, 19), Fischer Marian (5967, 68, 82, 87, 98, 6006, 07, 20, 25, 30, 33, 65, 68, 71, 78), Mobaşes Liviu (5967, 76, 78, 82, 87, 6007, 26, 29, 30, 33, 71, 76), Pinciu Stelian (5967, 68, 73, 76, 78, 82, 97, 98, 6007, 20, 26, 30, 33).

Ş.m. 2 cl. VIII. Brînduşu Dan (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 36, 38, 43, 49, 56, 58, 59; 6029), Codrea Maria (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 36, 38, 49, 56, 58, 59), Giurca Ovidiu (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 36, 49, 56, 58, 59), Hodor Liviu (E: 2049, 56, 58, 60, 67—69, 71, 74, 77—79; 6126), Nicu Maria (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 36, 38, 42, 46, 49, 56, 58, 59). Cl. IX. Ban Maria (5976, 77, 79, 87, 98, 6007, 29, 36, 63, 76, 77), Luca Ilie (5976, 77, 79, 82, 87, 98, 6007, 63, 76—78), Oprean Const. (5997, 98, 6006, 07, 11, 29, 34, 63, 68, 76—78), Trif Nicolae (5961, 64, 65, 68, 75—79, 81, 82, 85, 87, 97—99, 6002, 06—09, 12, 17, 20, 26, 29, 33, 34, 36, 55, 58, 63—65, 68, 76—78), Zamfirescu Doru (5976—79, 87, 98, 6007, 29, 76—78). Cl. X. Bujor Irina (5968, 81, 82, 85, 87, 99, 6007, 20, 27, 30, 33, 71), Fulea Ilie (5964, 68, 76, 81, 82, 85—87, 99, 6007, 20, 27), Gal Alexandru (5968, 82, 86, 87, 99, 6007, 20, 27, 30, 33, 71, 76), Maţiu Nicolae (5964, 68, 76, 81, 82, 85—87, 89, 99, 6007, 20, 30, 33), Munţiu Ioan (5976, 82, 87, 99, 6007, 08, 20, 27, 30, 33, 71, 76,

79), Sabău Mircea (5964, 68, 76, 86, 87, Virgil (5968, 76, 79, 81, 85, 99, 6007, 6007, 20, 27, 30, 33, 71, 76), Stoica 20, 27, 30, 33, 68, 71, 76). Cl. XI. Ghițescu Constantin (5964—68, 70, 73, 74, 76, 86, 98, 6033), Hanea Dumitru (5964, 68, 75, 79, 85 86, 99, 6007, 25, 27, 30, 33), Tănăsescu Ion (5964, 70, 73, 86, 99, 6007, 25, 27, 30, 33, 71), Trif Maria (5942, 60, 61, 64, 65, 68—70, 73, 75—79, 81, 82, 84—87, 97—99, 6002, 07—09, 20, 25—27, 29, 30, 33, 34, 36, 55, 56, 58, 63, 71, 78).

Ș.m. 3 cl. VIII. Lungu Gherghina (E: 2027, 28, 31, 32, 35, 42, 47, 56, 59, 60), Roman Nicolae (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 38, 40, 42, 43, 45, 47—50), Scorvelciuc Ana (E: 2027, 28, 31, 33, 43, 45, 47, 50), Sfercoci Traian Alexandru (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 40, 42, 45, 47—50, 60). Cl. X. Geleriu Dan (5964, 65, 67—69, 73, 76, 79, 81, 83, 86, 87, 98, 99, 6007—09, 12, 17, 20, 27, 33, 54, 55, 58, 64, 65, 67, 68, 71, 75—78), Helju Doina (5999, 6006, 07, 18, 20, 33, 59, 74, 76—78), Ostap P. Ioan (5993, 99, 6006, 07, 18, 20, 26, 33, 56, 65, 71, 74, 77, 78, 100), Pascu Ioan (5968, 69, 98, 99, 6007, 20, 30, 33, 65, 67, 71, 78), Poenaru Daniela (5999, 6006, 10, 12, 30, 65, 67, 71, 76, 78, 93, 124), Stroe Florea (5998, 6007, 18, 23, 26, 30, 33, 65, 67, 71, 77). Cl. XI. Dăncănеț T. D. Ion (5998, 6007, 12, 33, 52, 53, 55, 65, 71, 80, 122, 124).

SIGHIȘOARA. Șc. 8 ani nr. 2, cl. VI. Moraru Cristian (E: 2042—44, 46, 50, 55, 56).

Ș.m. 2 cl. X. Schuller Paul (6007, 18, 20, 27, 33, 34, 59, 71, 76, 93, 116, 18).

TIMIȘOARA. Student Chlim C. Sever (5906, 13, 24, 32, 46, 64—66, 71, 6007, 28, 33, 35, 55, 71).

Șc. 8 ani nr. 8, cl. VII. Halahai Lucreția (E: 2027, 33, 38, 42, 46, 50, 55, 56).

Ș.m. 1 cl. VIII. Anton Anton (E: 2042, 43, 45—48, 50, 55, 56, 58—60, 66, 71), Savii Geo (E: 2042—50, 55, 56, 58—60, 64, 66—71, 73, 74, 76—79; 6007, 12, 37, 52, 124—126), **Gheorghiu Doina** (5968, 76—79, 81, 82, 85, 87, 95, 96, 98, 6000, 07, 10—12, 17, 18, 20, 22, 26, 27, 29, 30, 33, 34, 36, 71, 76—78), Mustăciosu Rodica (5960, 77, 79, 82, 87, 6007, 18, 30, 33, 58, 71, 76, 78). Cl. XI. Maticsek Helga (5964, 65, 77, 79, 82, 85—87, 6007, 18, 30, 33, 34, 58, 71).

Ș.m. 2 cl. X. Ciuhandru Gheorghe (5964, 75, 77, 82, 87, 6007, 30, 33, 34, 55, 71, 76, 78), Debeleanu Dan (5975, 78, 82, 87, 6007, 20, 27, 30, 33, 34, 55, 71, 76, 78), Petri Norbert (5975, 76, 82, 87, 6020, 27, 29, 30, 63, 71, 76, 78), Rusu Radu (5967—69, 75, 78, 79, 81, 82, 6007, 27, 55, 71, 76, 78), Sehr Richard (5965, 69, 75—78, 82, 87, 98, 6007, 20, 27, 30, 33, 34, 55, 71, 76, 78), Sendeff Eduard (5969, 76, 82, 83, 96, 6012, 33, 34, 55, 71, 78), Friedlender Adrienne (5964, 76, 77, 87, 6007, 20, 30, 33—35, 55, 71, 76, 78), Wagner Wilhelm (5932, 87, 6007, 20, 27, 30, 33—35, 71, 76, 78). Cl. XI. Baciu Maria (5977, 79, 82, 87, 6003, 18, 30, 33, 34, 58, 66, 71, 76, 78), Lupu Mariana (5968, 82, 83, 87, 6007, 20, 25, 30, 33, 58, 71, 76), Nediu Alina (5964, 65, 68, 69, 77, 79, 82, 85, 87, 98, 6007, 30, 33, 55, 71), Oberle Sigriel (5968, 76, 87, 98, 6007, 27, 29, 30, 33, 55, 71, 74, 76), Pavlovici Adrian (5965, 69, 70, 75, 77, 87, 93, 6007, 20, 27, 30, 33, 34, 55, 71), Popescu Viorela (5960, 70, 77, 79, 82, 85, 87, 6007, 20, 33, 34, 58, 71, 76), Talaș Cornelia (5961, 62, 76, 87, 98, 6007, 25, 27, 29, 30, 33, 55, 71, 74, 75), Tauber Ferdinand (5969, 70, 76—78, 98, 6020, 30, 33, 34, 55, 71, 76, 78).

Ș.m. 3 cl. VIII. Jecu Avram (E: 2030, 40, 42, 44, 47, 49, 50, 55, 56, 58, 60).

Ș.m. 7 cl. VIII. Sfetcu Adrian (E: 2042, 43, 45, 47, 49, 60, 61; 6030, 33, 71).

TIRGOVIȘTE. Ș.m. 1 cl. VIII. Martac Georgeta (E: 1979, 80, 87, 88, 90, 91, 92, 95, 96, 97, 99, 2000, 08—11, 17, 18, 21, 23, 25, 26), Martac Maria (E: 1979, 80, 87, 88, 90, 92, 95, 96, 97, 98, 99).

Ș.m. 2 cl. IX. Enache Gheorghe (5976, 78, 96—98, 6006—08, 10, 12, 17, 20, 33, 36, 63, 64, 68, 74, 76—78, 114).

Ș.m. 3 cl. VIII. Bănoiu Dumitru (E: 2028, 35, 38, 40, 42, 43, 45—48, 50, 55, 56, 60, 61; 6007). Cl. X. Niculescu Constantin (5959, 76, 82, 87, 93, 6007, 20, 21, 27, 30, 33, 54, 55, 63, 64, 71).

TIRGU JIU. Ș.m. 1 cl. VIII. Bardan Viorel (E: 2042, 43, 45, 60, 63, 66, 67, 69, 71, 74, 78), Isac Constantin (E: 2027, 28, 33, 38, 42, 45, 46, 50, 56, 58), Mălăiaș Ilie (E: 2054, 67—69, 74, 77—79).

Ș.m. 2 cl. VIII. Trocan D. Matei (E: 2043, 44, 48, 50, 56, 58, 67, 71, 74; 6007).

TIRGU LAPUȘ. Ș.m. cl. VIII. Adler Liviu (E: 2031, 40, 42, 43, 45—48, 56; 6007), Blaga Maria (E: 2028, 31, 33, 35, 42, 45, 56), Farcaș Marcel (E: 2031, 35, 47, 55, 56, 58, 60), Filip Aurel (E: 2028, 31, 33, 35, 40, 45, 47, 56), Lazăr Grigore (E: 2027, 31, 35, 48, 50, 56, 58), Mișcolți Maria (E: 2031, 33,

35, 40, 43, 47, 55, 56, 60), Man Zamfira (E: 2028, 31, 33, 40, 42, 43, 47, 56), Oprea Elena (E: 2027, 28, 31, 33, 35, 43, 47, 55, 56, 60), Petrenciuc Atena (E: 2028, 31, 33, 35, 40, 45, 47, 56), Pop Viorica (E: 2031, 33, 35, 40, 47, 55, 60), Santo Augustin (E: 2031, 33, 40, 43, 46, 47, 56), Simon Carolina (E: 2028, 31, 33, 40, 42, 43, 47, 56), Titoc Reghina (E: 2031, 33, 35, 40, 43, 47, 56, 60), Vamoș Vasile (E: 2067, 68, 69, 71, 74, 77—79; 6126), Veer Vasile (E: 2028, 31, 33, 40, 42, 43, 48, 56), Zehan Gheorghe (E: 2031, 40, 42, 43, 47, 48, 56, 60). Cl. IX. Ionaș Vasile (5998, 6029, 34, 56, 63, 64, 68, 71, 76, 78).

TIRGU MUREȘ. Ș.m. 4 cl. X. Csupor Ludovic (5968, 75, 82, 84, 86, 87, 98, 6007, 20, 26, 27, 30, 33), Ferenczy Colomas (5964, 67—71, 72, 75—79, 81, 82, 84—87), Gersch Egon (5964, 67—69, 75—79, 81, 82, 84—87), Pop Mircea (5967—69, 72, 75—79, 81, 82, 84—87), Stratan Valentin (5964, 67—69, 72, 75—79, 81, 82, 84—87, 98, 6007, 20, 26, 27, 30, 33, 34). Cl. XI. Cristelecan Mihai (5998, 99, 6007, 08, 18—20, 28, 30, 33, 34, 38).

TULCEA. Ș.m. 1 cl. X. Batcu C. Nicolae (5976, 78, 90, 6007, 29, 30, 33, 55, 61, 71, 76), Bodin Silviu (5976, 78, 79, 6017, 21, 29, 30, 33, 55, 71, 76), Diomea Anghelina (5976, 78, 90, 6007, 17, 21, 30, 33, 55, 71, 74, 76), Roșca Nicolae (5976—79, 90, 6007, 29, 30, 33, 55, 71, 76), Tănase Radu (5979, 90, 6007, 17, 21, 29, 30, 33, 55, 71, 76).

TURDA. Ș.m. 1 cl. X. Pop Gheorghe (5975—78, 82, 83, 6007, 27, 33, 34, 58, 71, 76).

TURNU SEVERIN. Șc. 8 ani nr. 9, cl. VI. Albulescu Georgeta (E: 2027, 33, 36, 42, 46, 48, 50), Calafeteanu Mariana (E: 2042, 45, 46, 50, 56, 64, 67, 69), Zarafescu Ileana (E: 2027, 33, 42, 45, 46, 55, 56). Cl. VIII. Popescu Constantin (E: 2028, 30, 31, 33—38, 40, 42—48). Cl. IX. Pană Nicolae (5976, 78, 79, 81, 96, 98, 6007, 29, 33, 71, 76, 78), Vișan Ion (5976, 78, 90, 93, 6012, 33, 74, 76—78), Tudor Nicolae (5998, 6006, 07, 18, 20, 21, 25, 30, 33, 34, 55, 56, 58—60, 63, 65, 66, 71, 74, 75—77, 110, 18, 26).

URZICENI. Ș.m. cl. VIII. Georgescu Mihaela (E: 2043, 55, 56, 58, 59, 66, 67, 69, 71, 74, 77—79). Cl. IX. Zaharescu Mariana (5962, 76—78, 81, 90, 96, 6017, 26, 29, 34, 36).

VINJU MARE (Oltenia). Ș.m. cl. VIII. Dinescu Valeria (E: 2027, 29, 31, 33, 35, 36, 42, 45, 47, 49, 56, 60, 61; 6034).

VASLUI. Ș.m. M. Kogălniceanu, cl. VI. Mihăescu Mariana (E: 2042, 64, 67, 69, 71, 74, 75, 77), Popa Doina (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 75, 77).

ZALĂU. Ș.m. Ady Endre, cl. VIII. Neufeld Petru (E: 2042, 43, 55, 56, 58, 60, 66, 67, 69, 71, 74, 77), Oroș Doina (E: 2042, 43, 55, 58, 67, 69, 71, 74, 77, 79).

În vederea stimulării elevilor clasei XI premiați la olimpiadele internaționale de matematici și olimpiadele interne, care devin studenți ai facultăților de matematică-mecanică sau fizică de la Universități, conducerea Ministerului Învățămîntului a hotărît să li se acorde următoarele forme de sprijin material:

a) bursă în primul an de studii, indiferent de situația lor materială. În următorii ani de studii bursa să fie menținută în aceleași condiții dacă obțin media generală cel puțin 9,00;

b) la începutul primului an de studii să li se acorde cărți și manuale de specialitate în valoare de 500 lei;

c) în vacanțele anului I de studii să fie trimiși cu prioritate la odihnă în taberele studențești (iarna sau vara la alegerea studentului) dacă rezultatele școlare sînt foarte bune.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 30—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.-B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate, corect rezolvate și citeț semnate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 10 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E : VII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscut această publicație și altor colegi, pentru a se abona din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștrii să se aboneze de îndată pentru anul 1964 (12 numere). Costul este de 18 lei anual și 9 lei semestrial.

— Abonamentele se pot face prin oficiile poștale locale.

„Grafica Nouă" II — c. 7714 | Index 41601 | Lei 1,50

E1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) mai 1964

5

GAZETA MATEMATICĂ
(SERIA B)
Anul XV (I), nr. 5 — mai 1964

SUMARUL

pag.

1. Observatorul astronomic din București de C. Drîmbă 193

2. O problemă de repartiție a transporturilor de Mihu Cerchez 200

3. Notă matematică de Petre Liviu, Pucioasa 204

4. Probleme rezolvate (5628, 5705, 5707, 5711, 5712, 5719, 5736, 5747, 5757; E: 1956, 1959) 209

5. Chestiuni de examen (6308—6324) 218

6. Probleme propuse (6325—6355) 221

7. Exerciții și probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 2136—2152) 227

8. Rubrica rezolvitorilor de probleme 230

ANUL XV (I) 5 MAI

COMITETUL DE REDACȚIE

Cristea I., asistent; *Dincă N.*, profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Țiu C.*, profesor, redactor șef adjunct; *Kiss E.*, conf. univ. (Cluj); *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Mușat I.* prof.; *Ottescu C.*, profesor; *Plăvițu M.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor șef; *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Țene L.*, profesoară.

REDACȚIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — București I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondența privitoare la activitatea matematică a școlilor, precum și orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

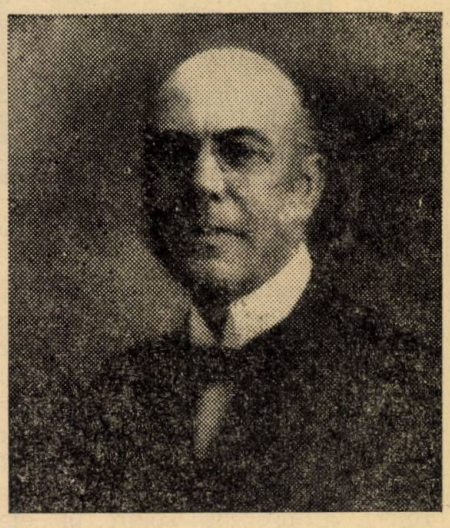
ANUL XV (I), nr. 5 mai 1964

OBSERVATORUL ASTRONOMIC DIN BUCUREȘTI AL ACADEMIEI R. P. R.

de *CONSTANTIN DRIMBA*

membru corespondent al Academiei R.P.R., directorul Observatorului Astronomic din Bucureşti

Observatorul Astronomic din București a fost întemeiat la 1908, din inițiativa și prin stăruința profesorului *Nicolaie Coculescu* care a fost și primul director (1908—1937).



NICOLAE COCULESCU
(1866 — 1952)

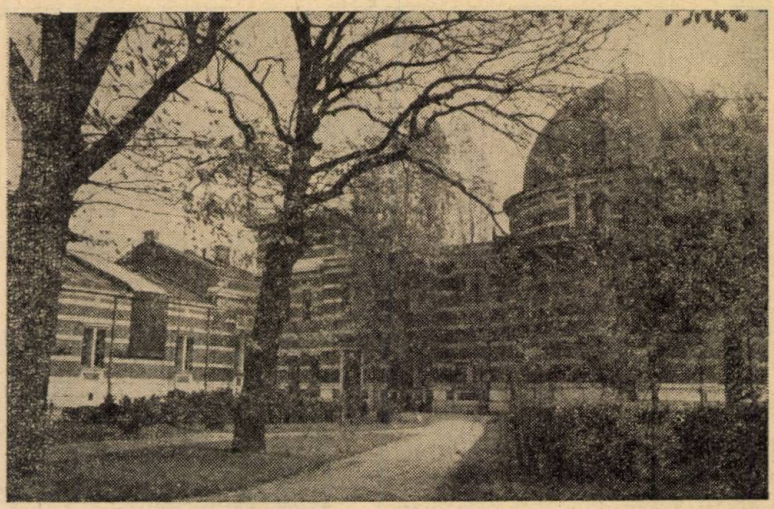
Profesorul Nicolaie Coculescu s-a preocupat în mod deosebit de dezvoltarea învățământului astronomic în țara noastră și a urmărit în același timp ca prin dotarea substanțială a Observatorului Astronomic cu instrumente de mare precizie, să determine cercetări de seamă în domeniul astronomiei, la nivelul științei mondiale.

Nicolaie Coculescu a obținut gradul de doctor în științele matematice prin lucrarea sa celebră „*Sur les expressions approchées des termes d'ordre élevé dans le développement de la fonction perturbatrice*", pe care a prezentat-o ca teză la Facultatea de Științe din Paris în noiembrie 1895, în fața comisiei având ca președinte pe *Felix Tisserand*, directorul Observatorului din Paris și ca membri examinatori pe *Paul Appell* și *Henri Poincaré*. Cînd au apărut în 1907 cele trei volume „*Leçons de mécanique céleste*" ale lui Henri Poincaré, marele geometru citează rezultatele obținute de Nicolaie Coculescu, rezultate ce reprezintă o realizare de seamă, în problema perturbațiilor.

La 1 noiembrie 1895, Nicolaie Coculescu a fost numit profesor de astronomie și mecanică cerească la Facultatea de Științe a Universității din București. Timp de 42 ani, profesorul Nicolaie Coculescu s-a distins prin lecțiile interesante pe care le-a predat, prin tratatele importante

publicate și a cîștigat simpatia elevilor prin entuziasmul pe care a reușit să-l imprime pentru știința astrelor, căreia marele profesor s-a dedicat încă din anii tinereții.

La 1 noiembrie 1937, profesorul Nicolaie Coculescu s-a retras de la catedră și de la Observator, fiind mai departe înconjurat cu devotament și recunoștință de elevii săi apropiați, pe care i-a format spre a-i continua activitatea. Profesorul Nicolaie Coculescu a decedat la 5 noiembrie 1952.



Observatorul Astronomic din București

Observatorul astronomic din București a fost construit în anii 1908—1912 în partea sudică a orașului, în condiții prielnice la acel moment. Sub îndrumarea *Acad. Gh. Demetrescu*, activitatea Observatorului Astronomic din București s-a dezvoltat sistematic. Imediat după numirea sa ca asistent în 1908, Gh. Demetrescu a luat parte activă la întemeierea Observatorului, la instalarea primelor instrumente, la formarea primilor astronomi din intervalul 1910—1928: Maria Theohari, Avram Teodosiu, Alexandru Georgiadi, Traian Popp. Lucrările din această perioadă se referă la observații solare, la determinări de poziții fotografice ale coordonatelor ecuatoriale pentru mici planete și comete, la determinări orare, precum și la lucrările practice ale studenților de la secția matematică a Facultății de Științe din București și cursul de mecanică cerească în anul III.

Între anii 1922—1928 profesorul Gh. Demetrescu a funcționat la Universitatea din Cluj iar la 1 martie 1928, este transferat ca vice director și prim astronom la Observatorul din București, unde au fost numiți succesiv, Constantin Drîmbă la 1 martie 1928, Gheorghe Petrescu la 1 noiembrie 1928, Călin Popovici la 1 septembrie 1930, Nicolae Dinulescu la 15 septembrie 1930.

În intervalul iulie 1929 — decembrie 1932 a fost efectuat studiul erorilor de așezare ale diviziunilor la cele două cercuri de declinații ale marii lunete meridiane Steinheil-Prin.

Observatorul din București a participat la operația mondială de longitudini, octombrie — noiembrie 1933, obținînd rezultate foarte bune, datorită preciziei realizată atît în ceea ce privește observațiile, cît și prelucrarea lor.

Se cuvine a menționa activitatea sistematică și intensă, inițiată și condusă de profesorul Gh. Demetrescu, cu privire la determinările fotografice de poziții precise ale micilor planete și comete.

Prin retragerea profesorului Nicolaie Coculescu este numit director al Observatorului profesorul *Constantin Popovici* (1937—1943) de la Universitatea din Iași, apoi profesorul *Gh. Demetrescu* (1943—1963) ales membru activ al Academiei R.P.R. la Adunarea Generală a Academiei R.P.R. din iunie 1955, iar la 1 iulie 1963 este numit director al Observatorului profesorul *Constantin Drîmbă.*

Lucrările teoretice efectuate pînă în 1951, la Observatorul din București se referă la mișcările primilor patru sateliți ai planetei Jupiter, la ciocnirile duble imaginare în problema celor trei corpuri, la mișcarea Soarelui, către apex etc.

La 1 iunie 1951, Observatorul Astronomic din București este transferat ca Institut al Academiei R.P.R. Din acest moment, planul de activitate al Observatorului a fost considerabil dezvoltat, iar dotația a fost completată cu instrumente noi și cu accesorii în scopul de a mări precizia determinărilor și prelucrărilor. Numărul cercetătorilor și tehnicienilor a crescut, atelierul mecanic a fost lărgit și a luat ființă un laborator electronic.

Astăzi, Observatorul Astronomic din București este alcătuit din 2 secții, avînd fiecare cîte 3 sectoare, după cum urmează:

I. Secția de ASTRONOMIE

1. Sectorul ORA ȘI LONGITUDINI
2. Sectorul ASTRONOMIE MERIDIANĂ
3. Sectorul ASTROMETRIE FOTOGRAFICĂ

II. Secția de ASTROFIZICĂ

4. Sectorul SOLAR
5. Sectorul FOTOMETRIE
6. Sectorul SATELIȚI

Vom expune pe scurt activitatea fiecărui sector.

1. La sectorul ORA ȘI LONGITUDINI se fac determinări ale timpului astronomic dedus din rotația Pămîntului și se înregistrează zilnic semnalele orare, prin impulsuri ale secundei, emise de posturile importante din alte țări, ca U.R.S.S., R.S.C., Franța, Anglia etc.

Timpul astronomic se uniformizează prin prelucrări bazate pe cunoașterea coordonatelor polului instantaneu de rotație, mobil și pe cunoașterea fluctuațiilor previzibile ale iuțelii unghiulare de rotație a Pămîntului.

La acest sector se editează lunar, prin multiplicare, Buletinul Orar TU2, care se trimite ca schimb de publicații la 33 servicii orare din alte țări.

Prin rezultatele bune obținute la sectorul ORA ȘI LONGITUDINI, Observatorul din București a fost inclus în OBSERVATORUL MIJLOCIU mondial, din care fac parte 25 servicii din cîteva țări.

La sectorul ORA ȘI LONGITUDINI se cercetează o temă cu caracter teoretic privind deplasarea polilor, fluctuațiile iuțelii unghiulare de rotație și variațiile în dimensiuni și așezare ale elipsoidului principal de inerție al Pămîntului, considerat deformabil și elastic. În acest domeniu au fost obținute și publicate cîteva rezultate privind perioada lui Chandler și o generalizare a relațiilor lui Helmert, referitoare la legătura dintre coordonatele polului instantaneu de rotație și coordonatele polului de inerție.

2. La sectorul ASTROMETRIE MERIDIANĂ se efectuează lucrări de colaborare internațională în domeniul cataloagelor stelare. În 1953 au început lucrările privind Catalogul de stele slabe, prevăzute în protocolul cu Observatorul Central din Pulkovó al Academiei de Științe din U.R.S.S. Prima etapă a acestor lucrări, Catalogul de stele fundamentale a fost terminată în 1956 și rezultatele au fost publicate. Cu privire la a doua etapă, Catalogul de stele slabe propriu-zise, zona atribuită Observatorului din București, observațiile au fost terminate în 1962 și în prezent continuă prelucrările.

La acest sector au început lucrări asupra Catalogului stelelor sudice de referință și asupra Catalogului de stele strălucitoare, în colaborare cu Observatorul Naval din Washington, la solicitarea Uniunii Astronomice internaționale.

La acest sector se studiază partea teoretică privind alcătuirea cataloagelor stelare în vederea stabilirii unui nou sistem de reper legat de nebuloasele extragalactice îndepărtate.

3. La sectorul ASTROMETRIE FOTOGRAFICĂ se efectuează lucrările legate de Catalogul de stele slabe și anume: determinarea fotografică a pozițiilor stelelor intermediare, determinarea pozițiilor precise a zece planete mici, alese în mod convenabil cu scopul orientării planelor fundamentale și studiul fotografic al ariilor cu nebuloase extragalactice.

În mod permanent se fac determinări de poziții precise pe cale fotografică, privind coordonatele ecuatoriale ale micilor planete și cometelor.

La acest sector se efectuează lucrări de cercetare în domeniul astronomiei stelare: obiectele stelelor duble și fotometrice, statistici asupra distribuției în galaxie a stelelor duble vizuale și duble fotometrice etc.

4. La sectorul SOLAR se efectuează studiul fotosferei și cromosferei, în colaborare internațională prevăzută în protocoale cu Academia de Științe din U.R.S.S. și cu Academia din R.S.C.

Din 1956 se publică Buletinul solar care este difuzat la 42 Observatoare din alte țări.

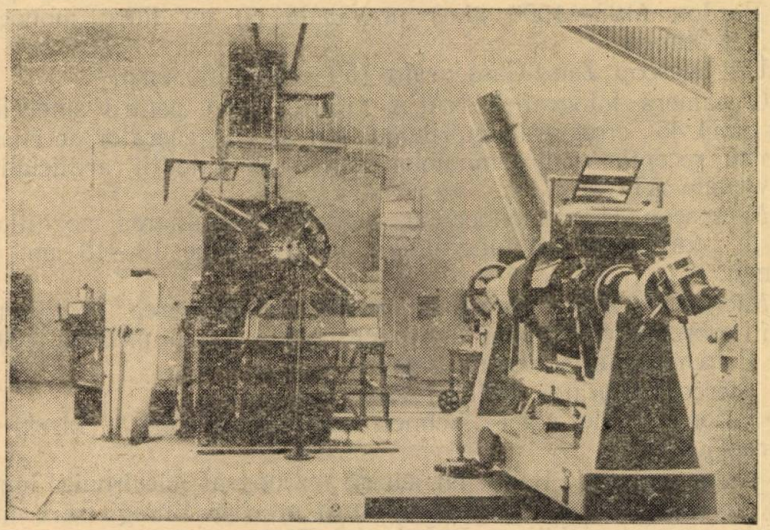
Rezultatele fotosferice și cromosferice obținute la București sînt incluse în CATALOGUL FENOMENELOR SOLARE și în DATELE SOLARE, publicate de Observatorul din Pulkovo în Quarterly Bulletin on solar activity U.A.I., care se publică la Zürich și în Daily maps of the sun, de la Freiburg (R.F.G.).

La acest sector s-a efectuat studiul fotometric al coroanei solare (eclipsa de soare din 15 februarie 1961), studiul activității solare din intervalul 1956—1961, studiul rotației Soarelui cu evaluarea unei limite superioare a temperaturii centrale.

5. La sectorul FOTOMETRIE se dezvoltă teoretic și practic cercetări în domeniul stelelor duble cu eclipsă și în domeniul fotometriei fenomenelor cromosferice.

Secția de ASTROFIZICĂ a terminat instalarea telescopului Zeiss-Cassegrain, 50—250—750 cm., la care se va adapta fotometrul cu fotomultiplicatori, în curs de construire.

În domeniul lucrărilor teoretice s-a stabilit relația masă-rază pentru stele duble cu eclipsă și s-a stabilit o metodă pentru determinarea exponen-



Aparate astronomice instalate în Observatorul Astronomic din București

ților din expresiile legilor pentru producerea energiei și a opacității materiei stelare folosind relația masă-luminozitate.

6. La sectorul SATELIȚI s-au realizat aproximativ 5000 observații vizuale și fotografice, de la înființarea stației București (nr. 1131), adică din octombrie 1957.

În problema observării optice a sateliților artificiali ai Pământului există următoarele colaborări internaționale: protocol cu Academia de Științe din U.R.S.S., cu Academia Sinnica, cu Comisia de colaborare multilaterală între Academiile țărilor socialiste. De asemenea se colaborează cu centrele Cambridge (Mass.) și Washington din S.U.A.

În domeniul sateliților artificiali s-au realizat lucrări privind calculele orbitelor și efemeridelor, calculul pozițiilor geometrice ale stațiilor și sateliților, dezvoltîndu-se o metodă inițială la acest sector și care a fost adoptată de Comisia multilaterală.

Stația București a participat la operația de triangulație cosmică în mai-iunie, 1963, folosind observațiile fotografice asupra satelitului Echo I.

Instrumentele principale de care dispune Observatorul din București:

1. Marele ecuatorial dublu: refractor Merz-Prin, fotografic (380—5700 mm), și vizual (380—6000 mm), pe care se mai află instalată o cameră fotografică cu triplet Zeiss (160—800 mm).

2. Marea lunetă meridiană Steinheil-Prin (190—2350 mm) cu micrometru impersonal automat și două cercuri de declinații (1 m diametru) prevăzute fiecare cu șase microscoape.

3. O lunetă meridiană Zeiss (100—1000 mm), reversibilă, cu micrometru impersonal, posedînd un micrometru suplimentar Horreböw-Talcott și aparat pentru determinarea ecuației personale. Acest instrument a fost instalat în 1956 pentru programul A.G.I. (Anul Geofizic internațional).

4. Un ecuatorial Zeiss (130—1950 mm), refractor, prevăzut cu o cameră solară fotografică. Acest instrument instalat în 1956 poartă o lunetă Bardou (108—1500 mm) prevăzută cu un filtru monocromatic (H_α) Lyot-Öhman.

5. Un telescop Zeiss-Cassegrain (50—250—750 cm).

6. O cameră fotografică NAFA (15—25 cm) pentru sateliții artificiali cu cîmp 45°, cronograf imprimant 0,01 s., cu generator de cuarț, aparat pentru recepția radiosemnalelor emise de sateliții artificiali și 15 lunete vizuale AT1.

7. Microscop Prin monoocular pentru determinarea pozițiilor fotografice în coordonate dreptunghiulare, pentru clișee 13—18 cm, precizia 0,0001 mm.

8. Microscop Zeiss binocular pentru determinarea pozițiilor fotografice în coordonate dreptunghiulare, clișee 30—30 cm, precizia 0,0001 mm.

9. Fotometru termoelectric Zeiss.

10. Stereocomparator (Blink) Zeiss.

11. Fotometru de plăci „Schnell Photometer Zeiss", Lirefo II (cu înregistrare).

12. Două orologii Belin cu cuarț, cronograf electronic imprimînd 0,001 s., cronograf cu cilindru și accesorii necesare înregistrării impulsurilor orare, pentru stabilirea Buletinului TU2.

13. Un frecvențmetru-cronometru-periodmetru, Rochar, tip A 479, cu accesorii.

14. Un oscilograf catodic 2KO-1 pentru comparații de frecvențe.

În afara lucrărilor prevăzute în planul de activitate și care se efectuează în cadrul celor șase sectoare ale Observatorului, după cum au menționat mai sus, Observatorul Astronomic din București a participat la lucrările A.G.I. (Anul geofizic Internațional) în intervalul 1 iulie 1957—31 decembrie 1958, la Lucrările C.G.I. (Cooperarea Geofizică-Internațională) în intervalul 1 ianuarie — 31 decembrie 1959 și în prezent participă la lucrările A.I.S.C. (Anul Internațional al Soarelui Calm).

Publicațiile Observatorului Astronomic din București:

1. Studii și Cercetări de Astronomie (apare de două ori pe an)
2. Anuarul Observatorului Astronomic din București
3. Buletinul TU2 (apare lunar)
4. Buletinul solar cromosferic (bilunar)
5. Buletinul solar fotosferic (trimestrial)

se difuzează la Observatoarele Astronomice și Institute din alte țări, obținîndu-se în schimb publicații similare.

Din Consiliul științific al Observatorului din București fac parte:

1. Prof. *Ion Curea*, rector al Universității din Timișoara, din a cărui inițiativă a fost înființat Observatorul Astronomic din Timișoara (1962) utilat pentru efectuarea observațiilor de către studenți, pentru observarea

sateliților artificiali ai Pămîntului și a cărei dezvoltare formează obiectul unor preocupări imediate.

2. Profesor *Gheorghe Chiș*, decanul Facultății de matematică-mecanică din Cluj și director al Observatorului Astronomic din Cluj, la care se efectuează cercetări importante în domeniul stelelor variabile cu eclipsă (variația perioadei binarelor fotometrice și studiul stelelor R R Lyrae în colaborare cu prof. *P. V. Țesevici* din Odesa), în domeniul mecanicii cerești privind mișcările planetelor și mișcările sateliților artificiali ai Pămîntului (calcule cu efemeride și observații simultane în programul INTEROBS).

3. Conf. *Victor Nadolschi*, directorul Observatorului Astronomic al Universității din Iași, unde se efectuează printre altele observații solare sistematice și lucrări practice cu studenții. La Observatorul din Iași se prevede instalarea unui radiotelescop.

Menționăm că la București studenții de la secția de Astronomie a Facultății de Matematică-Mecanică efectuează practica de vară la Observatorul Astronomic al Academiei R.P.R.

La Universitatea din București, învățămîntul astronomiei a căpătat o mare dezvoltare prin secția de astronomie a Facultății de Matematică-Mecanică. Se predau următoarele cursuri:

Mecanica cerească, în anul IV și V

Astronomie (capitole speciale), în anul IV

Astrofizica teoretică, în anul IV

Fizica Soarelui, în anul V

Astronomia stelară (cinematica și dinamica sistemelor stelare) în anul IV și V.

Calculul orbitelor, în anul V

Instrumente și prelucrarea observațiilor, în anul V.

În aceste cursuri se expun cele mai importante probleme ale astronomiei moderne cu scopul de a forma viitoarele cadre de astronomi atît pentru învățămînt, cît și pentru cercetare. Tinerii astronomi de la Observatorul din București au fost studenți la secția de astronomie a Facultății de Matematică-Mecanică. Dintre aceștia, o parte au obținut titlul de candidat în științe.

Dezvoltarea activității la Observatorul din București a fost posibilă datorită sprijinului puternic acordat de Academia R.P.R., care a dotat Institutul nostru cu mijloace de cercetare la nivelul tehnicii contemporane. Datorită acestui fapt planul de activitate al Observatorului este exclusiv bazat pe teme de colaborare internațională, solicitate din afara granițelor.

Observatorul Astronomic din București al Acodemiei R.P.R. a fost vizitat de eminenți astronomi și oameni de știință din U.R.S.S., R.P. Chineză, R. S. Cehoslovacă, R. P. Polonă, R. P. Bulgară, R. D. Germană, R. P. Ungară, S.U.A., Canada, Olanda etc.

Tov. Gheorghe Gheorghiu Dej, președintele Consiliului de Stat al Republicii Populare Romîne, împreună cu tovarășii din conducerea P.M.R. și a Guvernului R.P.R. au venit la Observatorul din București și au hotărît din timp înzestrarea acestui Institut cu aparate noi de cercetare prin care se asigură astăzi activitatea primului Observator din R.P.R.

O PROBLEMĂ DE REPARTIȚIE A TRANSPORTURILOR

Conf. *MIHU CERCHEZ*

Orașul M este aprovizionat cu un bun de larg consum din 3 centre A_1, A_2, A_3. Cantitatea totală de care are nevoie acel oraș este de 120 vagoane. Cele 3 centre dispun de 72, 36, respectiv 96 vagoane din bunul considerat.

Gradul de mecanizare a lucrărilor de încărcare a vagoanelor este diferit și în consecință, timpul necesar pentru încărcarea vagoanelor de la un centru la altul este de 7 ore, 4 ore, respectiv 8 ore/vagoane. Timpul total necesar lucrărilor de încărcare a tuturor vagoanelor este limitat la 912 ore.

Costul transportului unui vagon din cele trei centre în orașul M este de 3; 5; respectiv 1; unități bănești (se va considera o unitate bănească egală cu 100 lei).

Se cere să se determine numărul de vagoane ce trebuie trimise din cele 3 centre A_1, A_2, A_3, astfel încît orașul M să primească necesarul de 120 vagoane prevăzute în plan, iar costul total al acestor transporturi să fie minim.

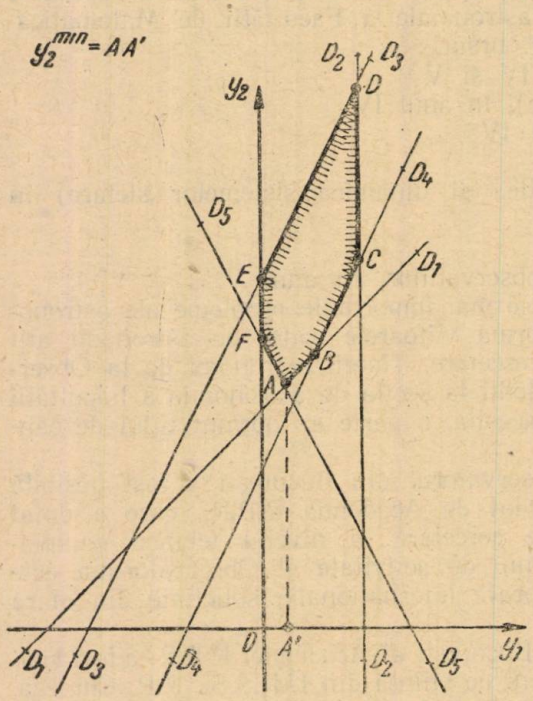


Fig. 1

Soluție. Dacă notăm cu x_1, x_2, x_3 numărul de vagoane ce trebuie trimise din cele trei centre, condițiile problemei ne conduc la relațiile:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 120 \quad (1)$$

$$7x_1 + 4x_2 + 8x_3 \leqslant 912 \quad (2)$$

$$0 \leqslant x_1 \leqslant 72 \quad (3)$$

$$0 \leqslant x_2 \leqslant 36 \quad (4)$$

$$0 \leqslant x_3 \leqslant 96 \quad (5)$$

a căror semnificație este evidentă.

Dacă notăm cu F cheltuielile necesare pentru efectuarea tuturor transporturilor rezultă:

$$F = 3x_1 + 5x_2 + x_3 \quad (6)$$

Problema se pune de a găsi o soluție a sistemului (1) ... (5) care să conducă la un minim al funcției F.

În problemele de programare liniară, condițiile: $x_1 \geqslant 0$; $x_2 \geqslant 0$; $x_3 \geqslant 0$; poartă numele de condiții de *nenegativitate*.

Funcția liniară F a cărui minim se caută, se numește *funcție obiectiv* (de eficiență, scop, criteriu sau funcție de optimizat).

Pentru rezolvarea problemei vom face substituția:

$$x_1 = y_1 \; ; \quad F = y_2$$

și vom obține sistemul:

$$y_1 + x_2 + x_3 = 120$$
$$3y_1 + 5x_2 + x_3 = y_2$$

care rezolvat în raport cu y_1 și y_2 ne dă:

$$x_2 = -\frac{1}{2}y_1 + \frac{1}{4}y_2 - 30$$

$$x_3 = -\frac{1}{2}y_1 - \frac{1}{4}y_2 + 150$$

Dacă ținem seama de valorile lui x_1, x_2, x_3 obținute în urma substituției făcute, sistemul (2) ... (5) devine:

$y_1 - y_2 + 168 \leqslant 0$	(1′)	$y_1 - y_2 + 168 = 0$	(D_1)
$0 \leqslant y_1 \leqslant 72$	(2′)	$y_1 = 72$	(D_2)
$2y_1 - y_2 + 264 \geqslant 0$	(3′)	$2y_1 - y_2 + 264 = 0$	(D_3)
$2y_1 - y_2 + 120 \leqslant 0$	(4′)	$2y_1 - y_2 + 120 = 0$	(D_4)
$2y_1 + y_2 - 216 \geqslant 0$	(5′)	$2y_1 + y_2 - 216 = 0$	(D_5)
$2y_1 + y_2 - 600 \leqslant 0$	(6′)	$2y_1 + y_2 - 600 = 0$	(D_6)

Pentru a găsi toate soluțiile sistemului (1′) ... (6′), vom construi într-un sistem de coordonate carteziene dreptele D_1, D_2, ..., D_5 (fig. 1).

Aceste drepte determină în planul y_1Oy_2 hexagonul $ABCDEF$.

Se constată ușor că, coordonatele tuturor punctelor situate în interiorul acestui hexagon și pe laturile lui sînt soluții ale sistemului (1′) ... (6′).

În cazul general, cînd sistemul conține m inecuații cu 2 necunoscute, el este verificat de coordonatele tuturor punctelor situate în interiorul și pe laturile unui poligon convex (cu $n \leqslant m$ laturi).

Dreapta (D_6) din exemplul dat nu a mai fost construită, deoarece regiunea din plan care verifică incuația (6′) conține în întregime hexagonul $ABCDEF$ și deci, această inecuație nu imprimă nici o restricție suplimentară sistemului de inecuații (1′) ... (6′).

Pentru a rezolva problema, va trebui să alegem din toate soluțiile sistemului (1′) ... (6′) pe aceia (sau pe acelea în cazul cînd există mai multe) care să conducă la un minim al funcției liniare (6).

Dacă ținem seama de substituția $F = y_2$, problema capătă următorul aspect geometric: să se determine punctul (sau punctele, în cazul cînd există mai multe) ce aparțin poligonului soluțiilor și a cărui ordonată să fie minimă. Soluția este dată evident, de punctul A, care este cel mai apropiat de axa Oy_1.

Dacă poligonul $A_1 \ldots A_n$ al soluțiilor ar fi avut una din laturi $A_i A_{i+1}$ paralelă cu axa Oy, problema ar fi admis o infinitate de soluții și anume, coordonatele tuturor punctelor situate pe latura $A_i A_{i+1}$ (sau un număr finit, dacă problema nu ar fi admis decît soluții în numere întregi).

Coordonatele punctului A se obțin rezolvînd sistemul format din ecuațiile dreptelor D_1 și D_5 și se va găsi: $y_1 = 16$ și $y_2 = 184$.

Dacă ținem seama de substituțiile făcute obținem:

$$x_1 = 16\,;\ x_2 = 8\,;\ x_3 = 96\,;\ F_{min} = 18400 \text{ lei}$$

Concluzie: centrele A_1, A_2, A_3 vor trimite orașului M: 16; 8; respectiv 96 vagoane din bunul considerat. În acest mod, orașul M va primi întreaga cantitate de marfă de care are nevoie (120 vagoane), iar costul transporturilor va fi minim și egal cu 18 400 lei.

Un alt plan de transporturi care să se realizeze cu cheltuieli mai mici nu poate exista în condițiile problemei.

Observări. Dacă orașul M trebuie să se aprovizioneze cu acel produs din 4 centre A_i ($i = 1, \ldots, 4$) o substituție similară ne-ar fi condus la un sistem de 6 inecuații cu 3 necunoscute.

În astfel de cazuri, problema se poate rezolva folosind separarea spațiului în regiuni cu ajutorul unui plan. Regiunea din spațiu care verifică sistemul de inecuații obținut va fi în general, un poliedru convex numit *poliedrul soluțiilor.*

Soluția optimă din punct de vedere economic (adică, valoarea minimă a funcției obiectiv F) va fi dată de coordonatele acelui vîrf al poliedrului care este cel mai apropiat de planul $y_1 O y_2$ (în substituția făcută s-a luat $F = y_3$). Dacă A_i ar fi acest punct, coordonatele lui se vor obține rezolvînd sistemul format din ecuațiile celor 3 plane ce trec prin A_i.

Dacă numărul necunoscutelor este mai mare decît 4, problema se poate rezolva cu ajutorul metodelor gemetriei analitice, numai în anumite condiții.

În general, problemele de repartiție de acest gen pot fi rezolvate prin substituții similare, cu ajutorul separării planului în regiuni printr-o dreaptă, dacă restricțiile problemei conduc la un sistem de m inecuații și k ecuațiii cu n necunoscute, astfel încît $n = k + 2$.

Această afirmație se justifică astfel: în urma substituției $x_1 = y_1$; $F = y_2$ se obține un sistem de $(k+1)$ ecuații (k din ele fiind date de restricțiile problemei, iar una este $F = y_2$) cu $(k+1)$ necunoscute $x_2, x_3, \ldots, x_n$ (din $n = k + 2$ se deduce $n - 1 = k + 1$). Rezolvînd acest sistem vom putea exprima (dacă sistemul este compatibil) pe $x_2, x_3, \ldots, x_n$ în funcție de y_1 și y_2.

Dacă vom introduce acum, aceste valori în cele m inecuații vom obține m inecuații cu 2 necunoscute (y_1 și y_2).

Construind cele m drepte ce se obțin egalînd cu zero membrul întîi al celor m inecuații vom determina în plan un poligon convex al cărui număr (p) de laturi este în general, mai mic sau cel mult egal cu numărul inecuațiilor ($p \leqslant m$), deoarece, așa cum s-a constatat și din exemplul dat, una (sau mai multe restricții) poate să nu mai restrîngă poligonul soluțiilor construit din inecuațiile rămase.

Se pot prezenta următoarele situații:

a) Dacă cele m drepte nu determină o regiune comună, sistemul este incompatibil ; problema de programare lineară nu are soluții (fig. 2).

b) Dacă cele m drepte sînt concurente, poligonul soluțiilor se reduce la un singur punct (punctul A de concurență a celor m drepte), sistemul

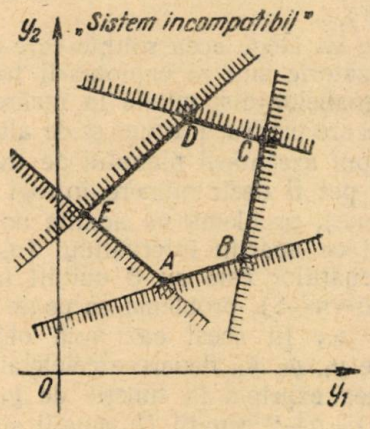


Fig. 2

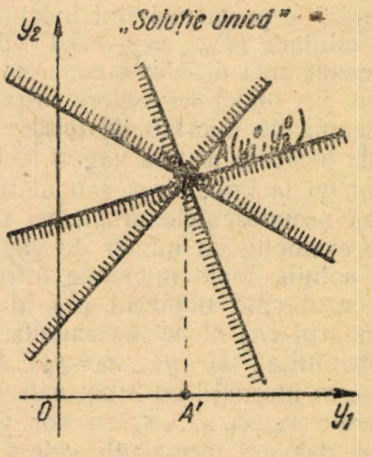


Fig. 3

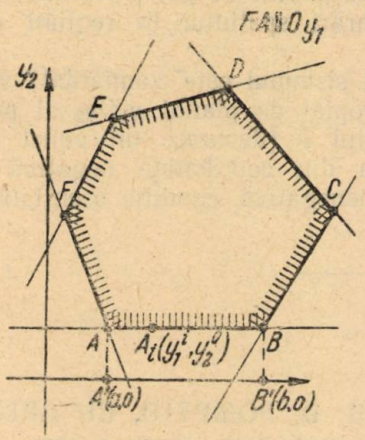


Fig. 4

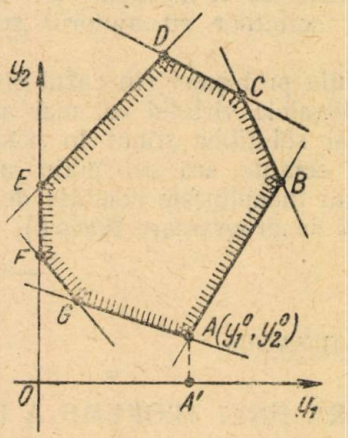


Fig. 5

de inecuații admite o soluție unică, deci și problema va admite o singură soluție (fig. 3).

c) Dacă cele m drepte determină un poligon convex situat în cadranul I, sistemul este compatibil dar nedeterminat ; el admite o infinitate de soluții și anume : coordonatele tuturor punctelor situate în interiorul și pe laturile poligonului convex obținut.

În astfel de cazuri, problema de programare lineară poate admite :

— O infinitate de soluții, dacă una din laturile poligonului este paralelă cu axa Oy_1 (fig. 4),

— O soluție unică, dacă poligonul are un singur vîrf mai apropiat de axa Oy_1 (fig. 5).

În cazul c), problema admite ca soluții, coordonatele tuturor punctelor situate pe latura $AB \parallel Oy_1$. În practică, astfel de soluții prezintă un interes deosebit, deoarece pentru fiecare soluție $A_i(y_i, y_2)$, unde $y_i \in [ab]$, toate condițiile problemei sînt îndeplinite, iar funcția obiectiv F are aceiași valoare minimă ($F_{min} = y_2 = AA' = BB'$).

În cazul unei probleme concrete se va alege acea soluție care convine mai bine din punct de vedere organizatoric sau al exploatării traficului, ținînd seama de numărul și felul vagoanelor disponibile la încărcare, de timpul de încăcare a unui vagon în fiecare centru, precum și de alte cauze ce se pot ivi la întocmirea sau în timpul executării planului de transport.

Dacă necunoscutele problemei nu pot fi decît numere întregi (reprezintă de exemplu, un număr de vagoane), problema va admite un număr finit de soluții, toate numerele întregi ce aparțin intervalului [a, b].

În cazul cînd numărul (k) al ecuațiilor este cu 3 unități mai mic decît numărul (n) al necunoscutelor ($k=n-3$), problema se poate rezolva prin substituția: $x_1 = y_1$; $x_2 = y_2$; $F = y_3$; În acest caz vom obține un sistem de m inecuații cu 3 necunoscute y_1, y_2, y_3, deoarece celelelalte $n-2$ necunoscute $x_3, x_4, \ldots, x_n$ se vor putea exprima în funcție de y_1, y_2, y_3 rezolvînd sistemul format din cele $k+1=n-2$ ecuații (k ecuații sînt date, iar una este $F=y_3$) cu ($n-2$) necunoscute.

Sistemul de m inecuații cu 3 necunoscute se poate rezolva construind poliedrul soluțiilor cu ajutorul separări spațiului în regiuni prin cele m plane.

Soluția problemei (în cazul cînd sistemul este compatibil) va fi dată de coordonatele vîrfului cel mai apropiat de planul y_1Oy_2 al poliedrului convex al soluțiilor situat în octantul I (deoarece un punct situat în celelalte octante are cel puțin una din coordonate negativă și deci, soluția nu îndeplinește condiția de nenegative, condiție esențială în orice problemă de programare lineară).

NOTĂ MATEMATICĂ

ASUPRA UNEI TEOREME A LUI D. POMPEIU, CU APLICAȚII LA PROBLEMELE 5447, 4518, 4970, 5503 și 4359

În această notă sînt expuse o generalizare și o extindere a unei teoreme a lui *D. Pompeiu* (v. G.M.F.-B 11/1963 p. 661) și aplicații la rezolvarea unor probleme.

I. a) *Teorema generalizată* are următorul enunț:

Dacă ABC, $A_1B_1C_1$ și $A_2B_2C_2$ sînt triunghiuri direct asemenea în plan, iar A' al patrulea vîrf al patrulaterului AA_1A_2A' ale cărui diagonale se împart în rapoarte date (aceleași și pentru celelalte patrulatere), atunci triunghiul $A'B'C'$, unde B' și C' au semnificații analoage cu A' este asemenea cu triunghiurile date.

Pentru a demonstra această teoremă ne folosim de următoarea teoremă cunoscută:

Fie ABC și $A'B'C'$ două triunghiuri direct asemenea așezate în același plan. Dacă punctele M', N', P' împart respectiv segmentele AA', BB', CC' în același raport k, atunci triunghiul $M'N'P'$ este asemenea cu triunghiurile date (v. Teoreme și probleme alese de matematici de *C. Coșniță*, § 109, I, p. 207).

Prezentăm mai întîi o soluție elementară a acestei teoreme:

Rotim triunghiul $A'B'C'$ în jurul lui A', cu unghi α, astfel ca laturile sale să devină paralele respectiv cu laturile triunghiului ABC. Fie $A'B''C''$ noua sa poziție și fie N'' și P'' punctele care împart respectiv segmentele BB'' și CC'' în raportul k (fig. 1).

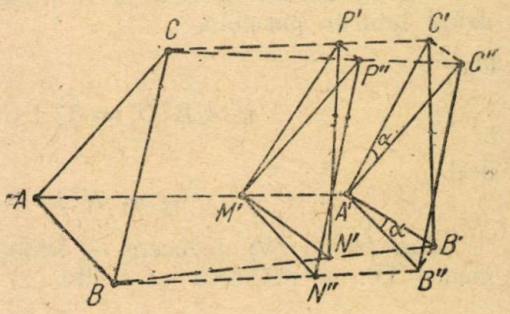


Fig. 1

În triunghiul $BB'B''$ avem $\frac{BN'}{BB'} = \frac{BN''}{BB''} = \frac{k}{1+k}$, deci și $\frac{N'N''}{B'B''} = \frac{k}{1+k}$ sau $N'N'' = \frac{k\,B'B''}{1+k}$. Analog se obține relația

$$P'P'' = \frac{k\,C'C''}{1+k}.$$ Împărțind, obținem:

$$\frac{N'N''}{P'P''} = \frac{B'B''}{C'C''}.$$

Dar, din triunghiurile asemenea $A'B'B''$ și $A'C'C''$ deducem:

$$\frac{B'B''}{C'C''} = \frac{A'B'}{A'C'}, \text{ deci } \frac{N'N''}{P'P''} = \frac{A'B'}{A'C'}. \tag{1}$$

În trapezele $ABB''A'$, $ACC''A'$ se cunosc și se demonstrează ușor relațiile:

$$M'N'' = \frac{AB + kA'B''}{1+k} = \frac{AB + kA'B'}{1+k}; \quad M'P'' = \frac{AC + kA'C'}{1+k}.$$

Împărțind aceste egalități membru cu membru obținem:

$$\frac{M'N''}{M'P''} = \frac{AB + kA'B'}{AC + kA'C'} \tag{2}$$

Din proprietatea fundamentală a șirului de rapoarte egale obținem:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{kA'B'}{kA'C'} = \frac{AB + kA'B'}{AC + kA'C'}, \text{ deci } \frac{AB + kA'B'}{AC + kA'C'} = \frac{A'B'}{A'C'}$$

Comparînd cu (2) obținem

$$\frac{M'N''}{P'P''} = \frac{M'N''}{M'P''} \tag{4}$$

Mai observăm că $\sphericalangle M'N''N' = \sphericalangle A'B''B'$ și $\sphericalangle M'P''B' = \sphericalangle A'C''C'$, avînd laturile paralele.

Dar

$$\sphericalangle A'B''B' = \sphericalangle A'C''C' = \frac{180° - \alpha}{2}$$

deci,

$$\sphericalangle M'N''N' = \sphericalangle M'P''P' \tag{5}$$

Din (4) și (5) deducem că triunghiurile $M'N''N'$ și $M'P''P'$ sînt asemenea. Din asemănarea lor și din (1) deducem:

$$\frac{M'N'}{M'P'} = \frac{N'N''}{P'P''} = \frac{A'B'}{A'C'} \text{ deci, } \frac{M'N'}{M'P'} = \frac{A'B'}{A'C'} \tag{6}$$

Unghiurile $N''M'N'$ și $P''M'P'$ sînt egale aparținînd la triunghiuri asemenea. Se vede atunci ușor că $\sphericalangle N'M'P' = \sphericalangle N''M'P'' = \sphericalangle B''A'C'' = \sphericalangle B'A'C'$ daci, $\sphericalangle N'M'P' = \sphericalangle B'A'C'$ (7). Relațiile (6) și (7) ne arată că triunghiurile $M'N'P'$ și $A'B'C'$ sînt asemenea.

Teorema se demonstrează asemănător în cazul cînd punctele M', N', P' se află pe prelungirile segmentelor AA', BB', CC'.

Pentru a demonstra teorema lui *D. Pompeiu* generalizată notăm cu M, N, P punctele de pe segmentele AA_2, BB_2, CC_2 care le împart în rapoarte egale (fig. 2).

Conform teoremei de mai sus, triunghiul MNP este asemenea cu triunghiul ABC. Dacă punctele A', B', C' sînt exterioare segmentelor A_1M, B_1N, C_1P și le împart în rapoarte egale, atunci de asemenea triunghiul $A'B'C'$ este asemenea cu ABC.

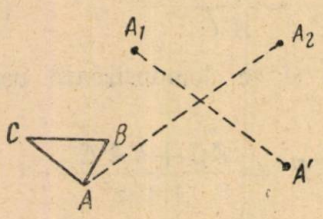


Fig. 2

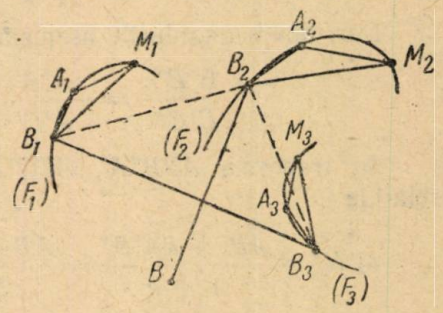


Fig. 3

Observăm că punctele A', B', C' sînt respectiv al patrulea vîrf al unor patrulatere ale căror diagonale se împart în aceleași rapoarte.

Observare. Dacă diagonalele patrulaterelor din enunț se împart în rapoarte egale cu 1, atunci patrulaterele sînt paralelograme. Dacă în plus, triunghiul ABC se înlocuiește cu un punct se obține teorema lui *D. Pompeiu*.

I. b) Propozițiile de mai sus pot fi extinse cu ușurință de la triunghiuri la figuri oarecare.

Teoremă. Dacă F_1, F_2, F_3 sînt figuri direct asemenea, iar M_1 un punct variabil pe F_1 și M_2, M_3 omoloagele sale de pe F_2 și F_3, atunci al patrulea vîrf al patrulaterului $M_1M_2M_3M$ ale cărui diagonale se împart în rapoarte constante descrie o figură F asemenea cu celelalte.

Pentru demonstrarea acestei teoreme amintim mai întîi, definiția: Două figuri sînt asemenea dacă pot fi așezate astfel încît să fie omotetice.

Fie acum, A_1, B_1 două puncte fixe pe figura F_1; A_2, B_2 și A_3, B_3 respectiv omoloagele lor de pe F_2 și F_3 iar A și B respectiv, al patrulea vîrf (pe F) al patrulaterelor $A_1A_2A_3A$ și $B_1B_2B_3B$ ale căror diagonale se împart în rapoartele date (fig. 3).

Figurile F_1, F_2, F_3 fiind asemenea, pot fi așezate cîte două astfel încît să fie omotetice, de unde rezultă că triunghiurile omoloage $M_1A_1B_1$, $M_2A_2B_2$ și $M_3A_3B_3$ sînt asemenea. Conform teoremei lui *D. Pompeiu* generalizată, triunghiul MAB este asemenea cu celelalte trei.

Dacă așezăm figurile F_1 și F astfel ca triunghiurile $M_1A_1B_1$ și MAB să fie omotetice, atunci figura F_1 se transformă în F prin omotetia de raport constant $\frac{AB}{A_1B_1}$ și de centru fix (intersecția dreptelor AA_1 și BB_1), deoarece M_1 și M sînt variabile.

Rezultă că figurile F și F_1 sînt asemenea.

La fel se extinde de la triunghiuri la figuri oarecare teorema folosită pentru generalizarea teoremei lui *D. Pompeiu* (problema 162, p. 114 din cartea Lecții de geometrie elementară și geometrie plană de *J. Hadamard*) ca și teorema lui *D. Pompeiu*.

2. Propozițiile demonstrate mai sus ne dau prilejul să expunem în continuare o metodă pentru găsirea unor locuri geometrice care sînt linii drepte sau cercuri.

Să observăm mai întîi, că două drepte d_1 și d_2 sînt întotdeauna direct asemenea, raportul de asemănare putînd să fie orice număr real pozitiv. Două puncte M_1 pe d_1 și M_2 pe d_2 pot fi considerate omoloage, deci determină o asemănare între d_1 și d_2, dacă se deplasează uniform pe aceste drepte.

Într-adevăr, în două intervale de timp consecutive ele parcurg segmente proporționale cu vitezele:

$$\frac{M_1M_1'}{M_2M_2'} = \frac{M_1'M_1''}{M_2'M_2''} = \frac{v_1(t'-t)}{v_2(t'-t)} = \frac{v_1(t''-t')}{v_2(t''-t')} = \frac{v_1}{v_2}$$

Așezînd dreptele d_1 și d_2 astfel ca segmentele MM' și MM să fie paralele și de același sens, deci omotetice, se constată ușor că în această omotetie punctele M_1 și M_2 sînt omoloage în orice moment.

Se constată de asemeni ușor, că dacă punctele A_1 pe d_1 și A_2 pe d_2 definesc o asemănare între d_1 și d_2 atunci ele împart respectiv segmentele fixe oarecare B_1C_1 de pe d_1 și B_2C_2 de pe d_2 în rapoarte egale. Mai observăm că A_1, B_1, C_1 fiind trei puncte pe d_1, iar A_2, B_2, C_2 omoloagele lor de pe d_2, avem $\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{B_2C_2}{B_1C_1} = k$, deci, dacă un punct M_1 se mișcă uniform

pe d_1 atunci omologul său M_2 se mişcă uniform pe d_2 cu o viteză de k ori mai mare decît a lui M_1.

Observaţia este valabilă şi pentru figuri oarecare.

Aceste observaţii ne permit să rezolvăm şi să generalizăm unele probleme publicate în G.M.F.-B.

In problema 5447 punctele M şi N definesc o asemănare directă între dreptele AC şi BA. Conform teoremei de la punctul I extinse la figură oarecare, rezultă că locul geometric al mijlocului segmentului MN este tot o dreaptă. De asemeni, locul geometric al unui punct care împarte pe MN într-un raport constant oarecare este tot o dreaptă.

Problema 4518 rezolvată analitic în G.M.F.-B 2/1962 poate fi rezolvată elementar în felul următor: Presupunînd că M se mişcă uniform cu viteza v pe dreapta BC, de la B spre C se constată uşor că mijlocul N_2 al segmentului BM se deplasează uniform cu viteza $\frac{v}{2}$.

La intervale de timp egale, mediatoarele N_2O_2 vor fi deci, nişte paralele echidistante care vor determina pe mediatoarea fixă P_2O_2 segmente egale. Rezultă că punctul O_2 se deplasează uniform pe mediatoarea laturii AB. La fel se arată că punctul O_1 se deplasează uniform pe mediatoarea P_1O_1 a laturii AC. Rezultă atunci că locul punctului care împarte pe O_1O_2 într-un raport constant (în particular, mijlocul lui O_1O_2) este tot o dreaptă.

In problema 4970 b, punctul P fiind pe bisectoarea unghiului BAC rezultă că segmentele PM şi PN sînt coarde egale în cerc. Ele fiind oblice egale duse din P respectiv pe AB şi AC, picioarele lor M şi N sînt egal depărtate de picioarele perpendicularelor, deci dacă M se mişcă uniform pe AB atunci N se mişcă cu aceeaşi viteză pe CA. Rezultă că mijlocul lui MN descrie tot o dreaptă.

Pentru determinarea unor locuri geometrice care sînt cercuri să observăm că două puncte care se deplasează cu aceeaşi viteză unghiulară şi în acelaşi sens pe două cercuri date, sînt puncte omoloage într-o asemănare directă a celor două cercuri.

Într-adevăr, fie M şi M' poziţia celor două puncte la momentul iniţial, iar M' şi M poziţia lor la un moment oarecare. Aşezînd cele două cercuri O şi O' astfel ca razele OM_0' şi $O'M_0'$ să fie paralele şi de acelaşi sens, se arată uşor că omotetia directă care transformă un cerc în altul transformă pe M în M', deci M şi M' sînt două puncte onaloage în asemănarea cercurilor O şi O'.

In problema 5503 la două poziţii CC' şi C_1C_1' ale secantei variabile observăm că $\sphericalangle C'O'B' = 2\sphericalangle C'AC' \pm 2\sphericalangle CAC_1 = \sphericalangle COC_0$ deci, punctele C şi C' se mişcă cu aceeaşi viteză unghiulară şi în acelaşi sens pe cercurile O şi O'. Rezultă, conform teoremei de la punctul I extins la figuri oarecare, că locul geometric al unui punct care împarte segmentul CC' într-un raport constant este o figură asemenea cu cercurile O şi O', deci tot un cerc. Asemănător se rezolvă problema 4359.

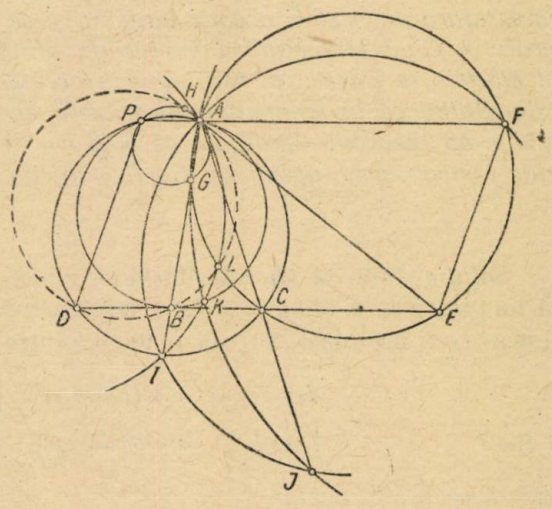
Petre Liviu, profesor, Pucioasa

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5628

Considerăm trapezul isoscel ACEF cu vîrfurile A și C respectiv pe laturile FP și DE ale paralelogramului PDEF. Fie B mijlocul lui CD; G și I respectiv intersecțiile diferite de A ale dreptei AB cu cercurile CEF și CDP; H cealaltă intersecție a dreptei AE cu cercul APG; J cealaltă intersecție a dreptei AC cu cercul AFI; K cealaltă intersecție a cercurilor AGJ și ABP; L cealaltă intersecție a cercurilor AKI și EFG. Să se demonstreze că pentagonul ALBDH este inscriptibil.

T. Zamfirescu, **București**



Soluția autorului. Supunem întreaga figură unei transformări prin inversiune de pol A și putere arbitrară. Fie B', C', D' etc. respectiv, punctele obținute prin transformarea lui B, C, D etc.

Punctele D', B', C', E' se vor afla pe un cerc tangent în A la FP. Punctele F' și P' rămîn pe FP. Dreapta $P'B'$ va fi tangentă în B' la cercul de mai sus, căci cercul APB era tangent la DE. Punctele P', D', C' sînt colineare, căci A,P,D,C erau conciclice; F' este intersecția $(AP', C'E')$; G' și I' sînt respectiv intersecțiile $(AB', C'E')$ și $(AB', C'D')$; H' este intersecția $(AE', P'G')$; J' este intersecția $(AC', F'I')$; K' este intersecția $(G'J', B'P')$; L' este intersecția $(K'I', C'E')$. Trebuie să arătăm că L', B', D', H' sînt colineare.

Observăm că AB' este polara punctului P' față de cerc. Deci, C', I', D', P' sînt conjugate armonic, de unde fasciculul $A(C', I', D', P')$ este armonic. Unghiurile dintre razele sale sînt egale cu cele dintre razele fasciculului $E'(C', B', D', A')$ și deci noul fascicul este deasemenea armonic. Evident și fasciculul $G'(C', I', D' P)$ este armonic. Dar fasciculele $E'(C', B', D', I')$ și $G'(C' I', D', P)$, au razele $E'C'$ și $G'C'$ confundate Prin urmare, intersecțiile respective ale celorlalte raze sînt colineare, deci B', D' și H' sînt colineare. Să presupunem acum, că dreapta $B'D'H'$ nu ar tăia pe $E'C'$ în L' ci în L''. Evident, L'', B', D', H sînt conjugate armonic. Diagonala AC' a patrulaterului $F'C'I'A$ este împărțită de vîrful C', diagonala $F'I'$, vîrful A și diagonala $G'P'$ într-o diviziune armonică. Deci și fasciculul $G'(C', J', A, H')$ este armonic. Razele $G'H'$ și $P'H'$ ale fasci-

culelor armonice $G'(C',J',A',H')$ și $P'(L'',B',D',H')$ sînt confundate. Deci, intersecțiile respective L'', K' și I' sînt colineare. Dar $K'I'$ taie pe $E'C'$ în L'. Deci L' și L'' se confundă. Prin urmare L',B',D',H' sînt colineare. Problema este astfel, complet rezolvată.

Problema 5705

Un termostat cu lamă bimetalică de oțel și zinc reglează automat temperatura într-un cuptor electric. Cele două lame de oțel și zinc au la temperatura de +20°C aceiași lungime și se curbează proporțional cu temperatura. Cînd temperatura cuptorului atinge o anumită valoare, contactul electric se întrerupe, scăzînd sub această valoare contactul se restabilește. Știind că în momentul întreruperii curentului electric lamele de oțel și zinc au respectiv lungimile de 50,6 cm și 51,45 cm se cere să se determine temperatura cuptorului. Coeficienții de dilatare se vor lua din tabele.

Ionel Atanasiu, Focșani

Soluție dată de *Olariu Mariana*, clasa IX, Baia Mare. Formula care dă lungimea l_t a unui corp la o temperatură oarecare t în funcție de lungimea l_{t_1} a aceluiași corp la o temperatură de t_1 grade este:

$$l_t = l_{t_1}[1 + \alpha (t - t_1)] \quad \text{pentru oțel}$$

și fie

$$l'_t = l'_{t_1}[1 + \alpha' (t - t_1)] \quad \text{pentru zinc}$$

însă $l_{t_1} = l'_{t_1}$, t_1, deci:

$$\frac{l_t}{1 + \alpha (t - t_1)} = \frac{l'_t}{1 + \alpha' (t - t_1)}$$

Efectuînd calculele scoatem valoarea necunoscutei t:

$$l_t + \alpha' l_t (t - t_1) = l'_t + \alpha l'_t (t - t_1)$$

$$(t - t_1)(\alpha' l_t - \alpha l'_t) = l'_t - l_t$$

de unde: $t - t_1 = \dfrac{l'_t - l_t}{\alpha' l_t - \alpha l'_t}$; știind că $t_1 = +20°C$; $l_t = 50{,}6$ cm și $l'_t = 51{,}45$ cm avem:

$$t = 20° + \frac{51{,}45 - 50{,}6}{0{,}000029.50{,}6 - 0{,}000012.51{,}45} = 20° + \frac{0{,}85}{0{,}00085} = 20° + 1000°$$

deci, temperatura cuptorului este t = 1020°C.

Problema 5707

Să se rezolve ecuația: $\cos 3x \cdot \cos^3 x - \sin 3x . \sin^3 x = m$, unde m este un parametru real.

Vodă Gh. Viorel, student București

Soluția autorului. Din formulele cunoscute : $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$ și $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$, scoatem pe rînd : $\cos^3 x = \frac{1}{4}(\cos 3x + 3\cos x)$ și $\sin^3 x = -\frac{1}{4}(3\sin x - \sin 3x)$.

Înlocuind în ecuația dată :

$$(\cos 3x + 3\cos x)\cos 3x - (3\sin x - \sin 3x)\sin 3x = 4m$$

sau :

$$\sin^2 3x + \cos^2 3x + 3(\cos 3x \cdot \cos x - \sin 3x \cdot \sin x) = 4m$$

deci :

$$\cos 3x \cdot \cos x - \sin 3x \cdot \sin x = \frac{4m-1}{3}$$

adică :

$$\cos 4x = \frac{4m-1}{3}$$

Pentru soluții reale e necesar să avem : $-1 \leqslant \frac{4m-1}{3} \leqslant 1$ sau

$$-3 \leqslant 4m - 1 \leqslant 3\ ;\ -2 \leqslant 4m \leqslant 4\ ;\ \text{în fine, } -\frac{1}{2} \leqslant m \leqslant 1,$$

deci :

$$4x = 2k\pi \pm \arccos \frac{4m-1}{3},$$

adică ;

$$x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{1}{4}\arccos \frac{4m-1}{3}.$$

Problema 5711

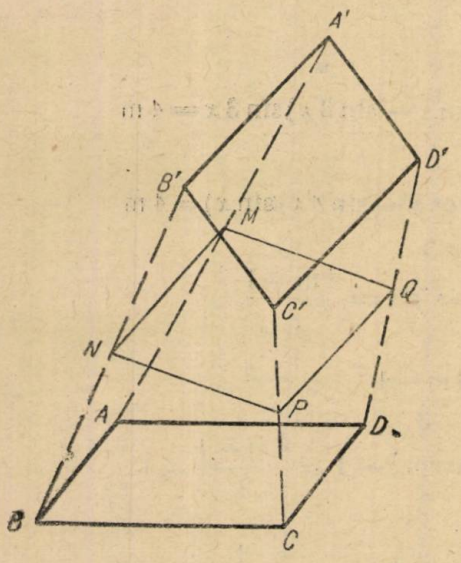
Se consideră în spațiu, două paralelograme ABCD și A'B'C'D' așezate oricum. Să se demonstreze pe cale vectorială că : a) mijloacele segmentelor AA', BB', CC', DD' formează un paralelogram MNPQ ; b) condiția ca MNPQ să fie dreptunghi este ca paralelogramele construite cu perechile de vectori A'B', AB și A'D', AD (cu vîrful comun A') să aibă diagonalele ce pleacă din A' perpendiculare.

Gh. D. Simionescu

Soluție dată de *Grigorescu Șerban*, absolvent București. a) Fie M, N, P, Q mijloacele segmentelor *AA', BB', CC', DD'*. Deoarece *A'B'C'D'* este paralelogram avem evident, egalitatea vectorială $\overline{A'B'} = \overline{D'C'}$. Însă, $\overline{A'B'} = \overline{A'A} + \overline{AB} + \overline{BB'}$ și $\overline{D'C'} = \overline{D'D} + \overline{DC} + \overline{CC'}$.

Egalînd cele două expresii și ținînd seama că $\overline{AB}=\overline{DC}$ obținem:

$$\overline{A'A}+\overline{BB'}=\overline{D'D}+\overline{CC'} \text{ și deci: } \frac{1}{2}\overline{A'A}+\frac{1}{2}\overline{BB'}=\frac{1}{2}\overline{D'D}+\frac{1}{2}\overline{CC'} \quad (1)$$



Dar:

$$\frac{1}{2}\overline{A'A}=\overline{MA}\ ;\ \frac{1}{2}\overline{BB'}=\overline{BN} \text{ etc.}$$

astfel că relația se scrie:

$$\overline{MA}+\overline{BN}=\overline{QD}+\overline{CP}$$

Adunînd cu relația $\overline{AB}=\overline{DC}$ obținem:

$$\overline{MA}+\overline{AB}+\overline{BN}=\overline{QD}+\overline{DC}+\overline{CP}$$

sau $$\overline{MN}=\overline{QP}$$

care arată că laturile MN și QP sînt egale și paralele, deci figura $MNPQ$ este paralelogram.

Proprietatea fiind valabilă pentru orice așezare a paralelogramelor date în spațiu, se păstrează și în cazul cînd cele două paralelograme sînt în același plan.

b) Condiția ca $MNPQ$ să fie dreptunghi este $\overline{MN}\cdot\overline{MQ}=0$. Însă:

$$\overline{MN}=\overline{MA}+\overline{AB}+\overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{A'A}+\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BB'}=\frac{1}{2}(\overline{A'B'}+\overline{AB})$$

$$\overline{MQ}=\overline{MA}+\overline{AD}+\overline{DQ}=\frac{1}{2}\overline{A'A}+\overline{AD}+\frac{1}{2}\overline{DD'}=\frac{1}{2}(\overline{A'D'}+\overline{AD})$$

lăsînd factorul 1/4 la o parte, condiția de perpendicularitate devine:

$$(\overline{A'B'}+\overline{AB})\ (\overline{A'D'}+\overline{AD})=0$$

Fiecare paranteză reprezintă vectorul dirijat după diagonala ce pleacă din A' a paralelogramului respectiv și deoarece produsul scalar e nul cei doi vectori sînt perpendiculari, deci diagonalele paralelogramelor sînt perpendiculare.

Problema 5712

Se dă un triunghi ABC și un punct 0 în planul său, ale cărui proiecții pe laturile BC, CA, AB sînt respectiv A', B', C'.

a) *Să se demonstreze că există relația vectorială:*

$$\overline{AA'}\cdot\overline{BC}+\overline{BB'}\cdot\overline{CA}+\overline{CC'}\cdot\overline{AB}=0$$

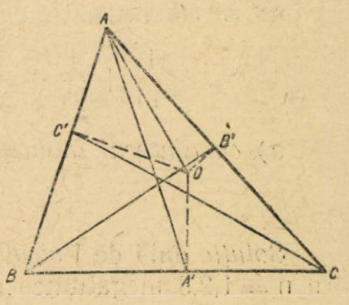
b) *reciproc, dacă A' B', C' să află pe laturile BC, CA, AB și dacă relația de mai sus există, atunci perpendicularele ridicate în A', B', C' respectiv pe BC, CA AB sînt concurente;*

c) *să se enunțe proprietățile corespunzătoare punctelor (a) și (b) pentru geometria în spațiu și să se justifice.*

Gh. D. Simionescu

Soluția autorului. a) În articolul „Metoda vectorială folosită în geometrie", s-a arătat că fiind dat un triunghi ABC și un punct oarecare O al spațiului, există relația vectorială :

$$\overline{OA} \cdot \overline{BC} + \overline{OB} \cdot \overline{CA} + \overline{OC} \cdot \overline{AB} = 0 \qquad (1)$$



Pe de altă parte, potrivit enunțului putem scrie :

$$\overline{OA'} \cdot \overline{BC} = 0 \; ; \quad \overline{OB'} \cdot \overline{CA} = 0 :$$

$$\overline{OC'} \cdot \overline{AB} = 0. \qquad (2)$$

Însă : $\overline{OA'} = \overline{OA} + \overline{AA'}$; $\overline{OB'} = \overline{OB} + \overline{BB'}$ etc. Înlocuind în (2) și adunînd cele trei relații obținem :

$$(\overline{OA} \cdot \overline{BC} + \overline{OB} \cdot \overline{CA} + \overline{OC} \cdot \overline{AB}) + (\overline{AA'} \cdot \overline{BC} + \overline{BB'} \cdot \overline{CA} + \overline{CC'} \cdot \overline{AB}) = 0$$

Prima paranteză este nulă în baza relației (1), deci rămîne

$$\overline{AA'} \cdot \overline{BC} + \overline{BB'} \cdot \overline{CA} + \overline{CC'} \cdot \overline{AB} = 0 \qquad (3)$$

b) Reciproc, să presupunem că relația (3) există și să ducem perpendiculara în A' pe BC și în B' pe CA ; ele se taie într-un punct O. Avem evident :

$$\overline{AA'} = \overline{OA'} - \overline{OA} \; ; \quad \overline{BB'} - \overline{OB'} = \overline{OB} \; ; \quad \overline{CC'} = \overline{OC'} - \overline{OC}$$

Înlocuind în (3) se obține

$$\overline{OA'} \cdot \overline{BC} + \overline{OB'} \cdot \overline{CA} + \overline{OC'} \cdot \overline{AB} - (\overline{OA} \cdot \overline{BC} + \overline{OB} \cdot \overline{CA} + \overline{OC} \cdot \overline{AB}) = 0 \qquad (4)$$

Însă paranteza este nulă, conform relației (1), iar $\overline{OA'} \cdot \overline{BC} = 0$; $\overline{OB'} \cdot \overline{CA} = 0$ deoarece $OA' \perp BC$; $OB' \perp CA$.

Din relația (4) rezultă atunci $\overline{OC'} \cdot \overline{AB} = 0$, care arată că $OC' \perp AB$, sau, perpendiculara în C' pe AB trece prin 0.

c) Relațiile vectoriale stabilite mai înainte sînt adevărate indiferent dacă ne găsim în plan sau în spațiu.

Presupunînd punctul O în afara planului ABC avem tetraedrul $OABC$ în care OA', OB', OC' sînt înălțimile fețelor care au punctul comun O. Putem deci enunța :

Fiind dat tetraedrul $OABC$, dacă A', B', C' sînt picioarele înălțimilor fețelor OBC OCA, OAB atunci avem relația vectorială :

$$\overline{AA'} \cdot \overline{BC} + \overline{BB'} \cdot \overline{CA} + \overline{CC'} \cdot \overline{AB} = 0$$

Reciproc, dacă această relație există, atunci planele duse prin A', B', C', respectiv perpendiculare pe BC, CA, AB trec prin aceeași dreaptă. În adevăr, conform celor stabilite mai înainte, perpendicularele în A', B', C' pe laturile BC, CA, AB sînt concurente într-un punct O', iar planele de care s-a vorbit trec prin perpendiculara dusă în O' pe planul ABC.

Vîrful O al tetraedrului $OABC$ poate fi luat oriunde pe această dreaptă.

Problema 5719

Să se stabilească inegalitatea:

$$\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\ldots+\frac{1}{n!}<\frac{2n-1}{n}\ ;\quad (n>3)$$

a) cu ajutorul inducției matematice; b) în mod direct.

(cl. X. O. M. 1963) *C. Vasilescu*, Ploiești

Soluție dată de *Voiculescu Dan*, clasa VIII ș.m. 21, București. a) Pentru $n = 1,2,3$ inegalitatea nu se verifică. Pentru $n = 4$ avem:

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{24}<\frac{7}{4}$$

Inegalitatea se verifică.

Să presupunem că inegalitatea este adevărată pentru $n \geqslant 4$. Vom demonstra că inegalitatea

$$\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\ldots+\frac{1}{n!}+\frac{1}{(n+1)!}<\frac{2n+1}{n+1}$$

este adevărată.

Notînd cu $S(n)$ membru întîi al relației deducem:

$$S(n)+\frac{1}{(n+1)!}<\frac{2n-1}{n}+\frac{1}{(n+1)!}=2-\frac{1}{n}+\frac{1}{(n+1)!}$$

Rămîne de arătat că pentru $n \geqslant 4$ avem:

$$2-\frac{1}{n}+\frac{1}{(n+1)!}<2-\frac{1}{n+1}=\frac{2n+1}{n+1}$$

Deducem imediat:

$$\frac{1}{n}-\frac{1}{(n+1)!}>\frac{1}{n+1} \quad \text{sau:} \quad \frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)!}>0$$

sau:

$$\frac{(n-1)!-1}{(n+1)!}>0$$

care are loc pentru $n \geqslant 3$. Rezultă că inegalitatea este adevărată pentru orice $n \geqslant 4$.

b) Avem ; $S(n) < 1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots + \frac{1}{(n-1)n} =$

$$= 1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right),$$

sau

$$S(n) < 2 - \frac{1}{n} = \frac{2n-1}{n} .$$

Problema 5736

Să se determine fractia care are următoarea proprietate :

Se ia $\frac{1}{2}$ *din fracția dată și adaugă 1 ; se ia* $\frac{1}{3}$ *din suma obținută și se adaugă 1 ; se ia* $\frac{1}{4}$ *din suma astfel obținută, se adaugă 1 și se obține fracția de la care am plecat. Generalizare.*

An III șc. pedagogice, O.M. 1963

Soluție dată de *Sterian Paul*, elev Cîmpulung, Muscel. Pornim de la $\frac{a}{b}$ și avem :

$$\frac{a}{2b} + 1 = \frac{a+2b}{2b} ; \frac{1}{3} \cdot \frac{a+2b}{2b} + 1 = \frac{a+8b}{3!b} ;$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{a+8b}{3!b} + 1 = \frac{a+32b}{24b} = \frac{a}{b} = \frac{32b}{23b} = \frac{32}{23} ,$$

Generalizare. Avem analog :

$$\frac{a+2!b+3!b+\ldots+n!b}{n!b} = \frac{a}{b} = \frac{(2!+3!+\ldots+n!)b}{(n!-1)b} =$$

$$\frac{2!+3!+\ldots+n!}{n!-1} .$$

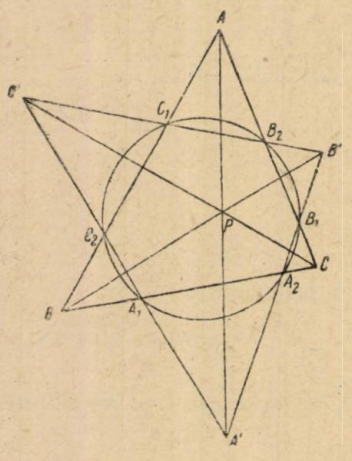
Pentru $n = 4$ obținem : $\frac{2+6+24}{23} = \frac{32}{23}$.

Problema 5747

Un cerc oarecare taie laturile BC, CA, AB ale unui triunghi ABC, respectiv în A_1, A_2; B_1, B_2 ; C_1, C_2. *Fie* $A' \equiv (C_2 A_1 ; B_1 A_2)$, $B' \equiv (A_2 B_1 ; C_1 B_2)$ *și* $C' \equiv (B_2 C_1 ; A_1 C_2)$. *Să se arate că AA', BB', CC' sînt concurente.*

Octavian Bănică, elev, Cîmpulung-Muscel

Soluția autorului. Hexagonul $A_1A_2B_1B_2C_1C_2$ fiind inscriptibil, rezultă ținînd seama de teorema lui *Pascal*, că intersecțiile laturilor opuse sînt colineare. Deci punctele care se găsesc la intersecția dreptelor $(A_1A_2;\ B_2C_1)$, $(B_1B_2;\ A_1C_2)$ și $(C_1C_2;\ A_2B_1)$ sînt colineare.



Aceasta echivalează cu colinearitatea punctelor de intersecție:

$$(BC, B'C'),\ (CA, C'A')\ \text{si}\ (AB, A'B').$$

De aici rezultă că triunghiurile ABC și $A'B'C'$ sînt omologice. În virtutea teoremei lui Désargues rezultă că dreptele AA', BB', CC' sînt concurente. Proprietatea este astfel demonstrată.

Cazuri particulare. 1. Cînd cercul respectiv este înscris în triunghi, punctele A', B', C' coincid cu punctele de tangență ale cercului cu laturile BC, CA, AB. În acest caz obținem intersecția celor 3 drepte care este punctul lui *Gergone*.

2. Dacă cercul respectiv trece prin vîrfurile A, B, C, ale triunghiului, deci este circumscris triunghiului ABC punctele A', B', C' se vor afla la intersecția tangentelor la cercul circumscris respectiv în: (B,C); (C,A); (A,B). În acest caz dreptele AA', BB', CC' sînt chiar simedianele triunghiului ABC (cele interioare) care sînt concurente în punctul lui *Lemoine*.

Problema 5757

Să se demonstreze că $10^{243} + 1$ *se divide prin* 487^2.

G. Buicliu

Soluție dată de *Spircu Tiberiu*, clasa X, Arad. Observăm că $243 = 3 \times 81$ ceea ce face să se poată scrie

$$10^{243} + 1 = (10^{81})^3 + 1 = (10^{81} + 1)\,(10^{162} - 10^{81} + 1) \qquad (1)$$

și problema revine la a găsi restul diviziunei lui 10^{81} prin 487^2. Se găsește ușor că

$$10^9 = 487^2 \cdot 4216 + 95496 = m \cdot 487^2 \cdot 196 + 44$$

Deci

$$10^{81} = m \cdot 487^2 + 9 \cdot 44^8 \cdot 487 \cdot 196 + 44^9$$

Problema revine la a găsi restul diviziunei prin 487^2 al expresiei

$$E = 44^8(9 \cdot 487 \cdot 196 + 44) = 44^8(3 \cdot 487 \cdot 588 + 44) = 44^8$$

$$(3 \cdot 487^2 + 303 \cdot 487 + 44) = m \cdot 487^2 + 44^8(303 \cdot 487 + 44).$$

Se vede că $44^2 = 1936 = 4 \cdot 487 - 12$

așa că restul împărțirei lui $44^8 = (44^2)^4$ este

$$20\,736 - 487 \cdot 42 + 282.$$

Cu această observație, restul diviziunei lui 10^{81} prin 487^2 este același cu restul diviziunei prin 487^2 al expresiei

$$F = (487 \cdot 42 + 282)\,(303 \cdot 487 + 44)$$

Punînd în evidență pe 487^2 se găsește că restul este 78152. Dar

$$78153 = 487 \cdot 160 + 233$$

Cu acesta restul diviziunei lui 10^{81} prin 487^2 este 78153, așa că

$$10^{81} = m \cdot 487^2 + 78153 = m \cdot 487^2 + 487 \cdot 160 + 233 \qquad (2)$$

de unde se deduce

$$(10^{81})^2 = 10^{162} = m \cdot 487^2 + 2 \cdot 160 \cdot 233 \cdot 487 + 233^2 = m \cdot 487^2 + 78152$$

ceea ce revine la:

$$10^{162} = m \cdot 487^2 + 10^{81} - m \cdot 487^2 - 1 = M \cdot 487^2 + 10^{81} - 1$$

de unde se deduce

$$10^{162} - 10^{81} + 1 = M \cdot 487^2$$

care dus în (1) demonstrează proprietatea.

Observare. Plecînd de la teorema lui *Fermat* $A^{p-1} - 1$ divizibil prin p (în anume condiții) se pot forma multe expresii ca cea din enunț.

Problema E : 1956

Pentru extinderea unei plantații de pomi fructiferi s-au cumpărat puieți de meri și pruni plătindu-se pentru un puiet de măr 5 lei, iar pentru unul de prun 3 lei. Știind că puieții au costat 126 lei și că au fost cumpărați mai mulți meri decît pruni, să se calculeze numărul maxim de puieți care se vor planta.

Alexandru Dorin, elev București

Soluție dată de *Botez Dan*, elev, București. Din enunț reiese următoarea ecuație: $5x+3y=126$, unde s-a notat cu x numărul puieților de meri și cu y cel al puieților de pruni. Ecuația se mai poate scrie

$$3y = 126 - 5x \text{ sau } y = 42 - \frac{5x}{3} = 42 - x - \frac{2x}{3}.$$

Deoarece y, 42, x sînt numere întregi egalitatea de mai sus poate avea loc numai dacă $\frac{2x}{3}$ este de asemenea un număr întreg. Fie $\frac{2x}{3} = t$; deci, $2x=3t$, de unde $x = \frac{3t}{2} = t + \frac{t}{2}$.

Rezultă că și $\frac{t}{2}$ trebuie să fie un număr întreg. Să notăm $\frac{t}{2}$ cu t_1, deci $t = 2t_1$; iar $x = 3t_1$, deci, $y = 42 - 5t_1$.

Știm că x și y sînt numere întregi și pozitive, adică mai mari ca zero. Prin urmare: $3t_1 > 0 \to t_1 > 0$; $42 - 5t_1 > 0 \to t_1 < \frac{42}{5}$; $0 < t_1 < 8\frac{2}{5}$.

Inegalitatea de mai sus limitează valorile lui t. Ele sînt:

$$t_1 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.$$

Valorile corespunzătoare pentru x și y vor fi:

$$x = 3t_1 = 3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18,\ 21,\ 24$$

$$y = 42 - 5t_1 = 37,\ 32,\ 27,\ 22,\ 17,\ 12,\ 7,\ 2$$

Întrucît s-au cumpărat mai mulți puieți de meri decît de pruni, vom opri ultimele 3 soluții. Prin adunare obținem: 30, 28, 26. Deci numărul maxim de puieți ce se vor planta este 30 (18 meri și 12 pruni).

Problema E: 1959

Un vas cu capacitatea de 250 cm³ plin cu untură topită cîntărește 610 g. Prin răcire untura contractîndu-se mai încap în vas 10 cm³ de untură. Știind că vasul gol cîntărește 395 g, să se afle densitatea unturii topite și a unturii răcite.

Filip Ioan, profesor Săcădat

Soluție. Greutatea unturii topite este de 610 — 395 = 215 g. Volumul unturii topite este 250 cm³. Densitatea unturii topite este de 215 g : :250 cm³ = 0,86 g/cm³. Greutatea unturii răcite este aceeași, iar volumul este de 250 — 10 = 240 cm³. Densitatea unturii răcite este de 215 : 240 = = 0,895 g/cm³.

CHESTIUNI DE EXAMEN*

6308. Se dă un triunghi echilateral cu latura de 2 cm și se duce o perpendiculară d pe prelungirea uneia din laturi la distanța de 2 cm de vîrful cel mai apropiat. Se prelungesc celelalte laturi pînă taie această perpendiculară.

a) Cu cît au fost prelungite celelalte două laturi?

b) Să se calculeze aria și volumul corpului obținut prin rotirea triunghiului dat în jurul dreptei d.

(La Facultatea matematică—mecanică, Timișoara 1963)

6309. În raport cu un sistem de axe dreptunghiulare se consideră punctele $A(-2,1), B(2,-1)$ și $C(-1,8)$. Se cere:

---

* Se primesc soluții pînă la 15 septembrie 1964.

a) perimetrul triunghiului ABC; b) coordonatele punctului D al patrulea vîrf al paralelogramului $ABCD$ pentru care BC este o diagonală; c) ecuaţia cercului circumscris triunghiului ABC.

(La Facultatea matematică—mecanică, Timişoara 1963)

6310. Se dă polinomul $P(x)=x^4+ax^3+bx^2+3x$ 4. Se cere: a) să se determine a şi b astfel ca polinomul dat să fie divizibil cu $(x-1)^2$; b) să se rezolve ecuaţia $P(x)=0$, unde $P(x)$ este polinomul determinat la punctul a).

(La Facultatea matematică—mecanică, Timişoara 1963)

6311. a) Să se verifice identitatea:

$$\sin(a+b)\cdot\sin(a-b)=\sin^2 a-\sin^2 b$$

b) Să se calculeze derivata funcţiei

$$f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2}.$$

(La Facultatea matematică—mecanică, Timişoara 1963)

6312. Să se determine parametrul α astfel ca ecuaţia

$$x^4-5x^3+5x^2+\alpha x-6=0$$

să aibă două rădăcini egale şi de semne contrare şi apoi să se rezolve ecuaţia.

(La Facultatea matematică—mecanică, Timişoara 1963)

6313. Să se construiască graficul funcţiei

$$f(x)=x\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

(La Facultatea matematică—mecanică, Timişoara 1963)

6314. Fie AB un diametru fix al unui cerc de centru O şi M un punct arbitrar pe acest cerc. Tangenta în M la cerc taie tangentele în A şi B, respectiv în P şi Q.

a) Să se arate că $\sphericalangle POQ=90^\circ$ şi $R^2=AP\cdot BQ$, R fiind raza cercului. b) În ipoteza $\sphericalangle BOM=60^\circ$ să se determine aria trapezului $ABQP$ în funcţie de raza cercului.

(La Facultatea matematică—mecanică, Timişoara 1963)

6315. În raport cu un sistem rectangular de axe se consideră cercul $x^2+y^2-6x=0$ şi punctul $P(6,\ 3\sqrt{2})$. Se cere:

a) Ecuaţiile tangentelor duse din P la cerc; b) coordonatele punctu-

lui A simetricul centrului cercului dat față de dreapta ce unește punctele de contact ale celor două tangente; c) locul geometric al centrelor cercurilor tangente axei oy și tangente exterior cercului dat.

(La Facultatea matematică—mecanică, Timișoara 1963)

6316. Fiind dată ecuația

$$mx^2 - m(3x + 10) - (x^2 + 3x + 10) = 0$$

se cere:

a) Să se determine m astfel ca una din rădăcini să fie $+2$ și să se găsească cealaltă.

b) Pentru ce valoare a lui m rădăcinile sînt invers una alteia.

c) Pentru ce valoare a lui m rădăcinile sînt egale și de semn contrar.

d) Care sînt valorile lui m pentru care ecuația are rădăcini complexe.

(La Facultatea matematică—mecanică, Timișoara 1963)

6317. Să se rezolve ecuația

$$2^{\sin x + \sin 2x} = 32^{\frac{\sin 3x}{5}}$$

(La Facultatea de fizică, Timișoara 1963)

6318. Să se calculeze derivata funcției

$$y = \frac{1}{6} \ln \frac{(x+1)^2}{x^2 - x + 1} + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x - 1}{\sqrt{3}}.$$

(La Facultatea de fizică, Timișoara 1963)

6319. Să se afle regiunea din planul xoy în care se află punctele $A(x, y)$ pentru care:

$$|x - y| \leqslant 1; \quad |x + y| \leqslant 1; \quad |x| + |y| \leqslant 1.$$

(Olimpiada de matematică, Praga, 1963)

6320. Să se rezolve ecuația

$$(1 + \cos x)(1 + \cos 2x)(1 + \cos 3x) = \frac{1}{2}.$$

(Matematica v școle, Moscova, 1963)

6321. Să se arate că dacă $x + y = a$, atunci

$$2^{n-1}(x^n + y^n) \geqslant a^n$$

unde n este un număr natural

(Matematica v școle, Moscova, 1963)

6322. Să se arate că dacă a, b, c sînt laturile unui triunghi, avem

$$(b + c - a)(c + a - b)(a + b - c) \leqslant 2abc;$$

iar dacă x, y, t sînt numere pozitive, avem

$$(y + z - x)(z + x - y)(x + y - z) \leqslant xyz$$

(The Mathematical Gazette, Londra, 1963)

6323. Să se arate că

$$2bc(b + c) > a(b + c - a)(b + c) > 2abc\cos A$$

notațiile fiind cele obișnuite într-un triunghi.

(The Mathematical Gazette, Londra, 1963)

6324. a) Se dă funcția

$$y = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + cx + d}.$$

Să se determine a, b, c, d pentru ca intersecția curbei reprezentative (C) cu axa oy, să fie în punctul de ordonată -3, să admită o singură asimptotă paralelă la oy, de ecuație $x=1$ și să nu taie dreapta $y=1$.

b) Să se studieze variațiile funcției y astfel determinată și să se construiască curba reprezentativă (C) a acestei funcții. Se va construi cu precizie punctele unde curba (C) taie axele de coordonate. Să se arate că (C) admite o axă de simetrie.

c) Se consideră dreapta (D) de ecuația $y=m(x-3)$, unde m este un parametru diferit de zero.

Să se arate că (D) trece printr-un punct fix A. Dreapta (D) taie curba (C) în două puncte M și P, diferite de A. Fie B punctul conjugat armonic cu A în raport de M și P. Să se calculeze în funcție de m, coordonatele lui B și să se afle ecuația locului (L) al lui B cînd M variază. Să se studieze funcția astfel obținută și să se traseze (L) pe graficul precedent.

d) Care este derivata funcției $\dfrac{1}{x-1}$?

Să se afle expresia primitivelor funcției y determinată la punctul a).

Să se afle aria cuprinsă între curba (C) și dreapta de ecuație $y=3(x-3)$.

(Bacalaureat Franța, februarie 1963)

PROBLEME PROPUSE *

6325. Se dă triunghiul ABC cu $\sphericalangle A=60°$, $\sphericalangle B=45°$ și fie P un punct variabil pe AB. Pe AP ca latură se construește triunghiul echilateral APM unde M este situat pe AC, iar perpendiculara în P pe AB taie pe BC în N.

* VIII (6325, 6328, 6344); IX (6329, 6330, 6338, 6345); X (6326, 6327, 6331, 6333, 6334, 6337, 6340, 6341, 6347, 6349, 6350, 6351, 6355); XI (6332, 6335, 6336, 6339, 6342, 6343, 6346, 6348, 6352, 6353, 6354). Se primesc soluții pînă la 15 sept. 1964.

Să se arate că : maximul ariei triunghiului PMN, are loc odată cu minimul segmentului MN şi invers ; b) să se determine minimul ariei în funcţie de AB.

St. Musta, Oradea

6326. Să se demonstreze inegalitatea

$$\sqrt{(n+1)C_{2n}^{n}} \geqslant (n+1)\sqrt[n+1]{C_n^1 \cdot C_n^2 \ldots C_n^n}$$

unde n este un număr natural.

Cristelecan Mihai, elev Tg. Mureş

6327. Dacă polinomul $P(x) = a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_n$ unde $0 < a_1 \leqslant a_2 \leqslant \ldots \leqslant a_n$ admite o rădăcină imaginară de modul unu, atunci $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$. (În legătură cu problema 5948).

Gh. Lusztig, student Bucureşti

6328. Să se arate că :

$$\sqrt[3]{18+\sqrt{325}} + \sqrt[3]{18-\sqrt{325}} =$$

$$= \sqrt[3]{63+\sqrt{5037}} + \sqrt[3]{63-\sqrt{5037}} = 3$$

Eugen I. Popa, elev Iaşi

6329. Să se construiască un triunghi cunoscîndu-i centrul cercului circumscris, direcţiile celor trei mediatoare şi un punct pe una din laturi.

Flondor Paul, Bucureşti

6330. Să se rezolve sistemul de ecuaţii :

$$x(x+2m)(x^2 - 3mx - my - m^2) = 9m^4$$

$$2x^2 - mx - my = 7m^2$$

unde m este un parametru.

Maftei Eugen, elev Vaslui

6331. Să se afle valorile întregi ale lui n pentru care : a) $(2n)!(n+1)$ se divide prin $[(n+2)!]^2$ şi b) să se arate că $(6n-2)!$ se divide prin $(3n-1)!\ (3n+1)!$

* * *

6332. Se consideră un vector $\overline{OA_\alpha}$ de mărime $a(1+\operatorname{tg}\alpha)$, variabil ca mărime şi direcţie, care se roteşte în jurul punctului fix O, a fiind o cantitate constantă.

a) Să se construiască curba pe care o descrie extremitatea A_α a vectorului, cînd α variază de la 0 la 2π.

b) Să se exprime ecuaţia curbei de mai sus în coordonate carteziene, luînd punctul O ca origine, direcţia axei Ox fiind aceea a vectorului pentru $\alpha = 0$.

O. Orănescu, inginer Galaţi

6333. Să se demonstreze că : $(3x+1)^{4n+3}+3(3x^2+3x+1)$ este divizibil cu $27x^3+36x^2+18x+4$.

Silviu Witting, student I.P.B.

6334. Să se arate că

$$\frac{(\sin^2 x+\cos^2 y)^4+(\sin^2 x-\cos^2 y)^4+(2\sin x\cos y)^4}{(\sin^2 x+\cos^2 y)^8+(\sin^2 x-\cos^2 y)^8+(2\sin x\cos y)^8}=2$$

Eug. Şt. Iacob, Braşov

6335. Să se afle derivata funcţiilor :

$$f(x)=\sqrt{-x^2+2x+8}+(1+\sqrt{\cdot})^{\log x}+(3-x)^{\operatorname{tg}\frac{x\pi}{4}}$$

$$g(x)=\sqrt{|-x^2+2x+8|}+(1+\sqrt{|x|})^{\log|x|}+(3-x)^{\operatorname{tg}\frac{x\pi}{4}}.$$

Să se afle coeficientul unghiular al tangentei la curbele reprezentative în punctele de abscisă $x=0$; 2; 3; 4. Se va cerceta domeniul maxim de definiţie.

C. Ionescu-Ţiu

6336. Să se calculeze :

$$\lim_{x\to 0}\frac{\prod_{k=1}^{n}\operatorname{tg}(a+kx)-\operatorname{tg}^n a}{x}$$

şi să se determine $a \in (0, \pi)$ în cazul $k=3$ şi limita are valoarea 72.

I. Hadîrcă, profesor Breaza

6337. Bisectoarea din A a triunghiului oarecare ABC taie cercul circumscris triunghiului în punctul M. Proiecţiile centrului cercului pe laturile AC, AB taie bisectoarea respectiv în R şi S. Să se demonstreze relaţia

$$\frac{AR}{MR}\cdot\frac{MS}{AS}=\frac{AC^2}{AB^2}.$$

* * *

6338. Să se rezolve sistemul:

$$x^2+y^2+z=8$$
$$x+y+z^2=12$$
$$xy+xz+yz=11$$

Adrian Popescu, Sibiu

6339. Fie ABC un triunghi oarecare, M un punct pe latura AB; iar MD și ME bisectoarele unghiurilor CMB și AMC. Fie $F \equiv (ME, AB)$ și $L \equiv (MD, AC)$. Să se arate că: a) patrulaterul DELF este inscriptibil; b) dreptele DE, LF și BC sînt concurente într-un punct P; c) să se limiteze locul lui P cînd M se mișcă pe BC; d) să se afle maximum și minimum produsului $DL \cdot EF$ cînd triunghiul ABC este dat, iar M variază pe latura BC.

C. Ionescu-Țiu

6340. Notațiile fiind cele obișnuite să se arate că în orice triunghi există relația:

$$\frac{h_a r_a + h_b r_b}{r_a + r_b} + \frac{h_b r_b + h_c r_c}{r_b + r_c} + \frac{h_c r_c + h_a r_a}{r_c + r_a} = \frac{2r}{R}(r + 4R)$$

G. G. Niculescu, elev, Roman

6341. Să se demonstreze că produsul a două numere de forma $a^3+b^3+c^3-3abc$ unde a, b, c sînt numere întregi, este un număr de aceiași formă și să se arate că: $(a^3+b^3+c^3-3abc)^n = A^3+B^3+C^3-3ABC$, cu A, B, C întregi satisfăcînd relația $A+B+C=(a+b+c)^n$, unde n este numărul natural.

Tomescu Ion, student București

6342. Să se arate că

$$\frac{1}{\cos 0^\circ \cdot \cos 1^\circ} + \frac{1}{\cos 1^\circ \cdot \cos 2^\circ} + \frac{1}{\cos 2^\circ \cdot \cos 3^\circ} + \ldots + \frac{1}{\cos n^\circ \cdot \cos(n+1)} = \frac{\operatorname{tg}(n+1)^\circ}{\sin 1^\circ}.$$

* * *

6343. Să se arate că:

$$\sum_{k=1}^{n-1} (n-k)\cos k\alpha = \frac{\sin^2 \frac{n\alpha}{2}}{2\sin^2 \frac{\alpha}{2}} - \frac{n}{2}$$

Liviu C. Pirșan, student București

6344. Știind că a, b, c satisfac relațiile $a+b+c=m$; $abc=1$; $a^3+b^3+c^3=m^3-3m^2+3$, unde $(m\neq 0)$ să se stabilească următoarele egalități:

$$ab+bc+ca=a+b+c$$

$$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=a^2+b^2+c^2$$

$$a^3b^3+b^3c^3+c^3a^3=a^3+b^3+c^3$$

Se folosește identitatea cunoscută:

$$x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)\,(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$$

T. Cohal, Iași

6345. Se dă ecuația $mx^2-2(m+1)x+8=0$. Se cere să se determine între ce valori trebuie să fie cuprins m astfel încît să avem inegalitatea:

$$\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}>x_1+x_2$$

unde x_1, x_2 sînt rădăcinile ecuației date.

V. Ghițescu, Brașov

6346. În cercul O se duce un diametru fix AB care se prelungește cu segmentul BC egal cu raza cercului. Se consideră punctul M mobil pe cerc și se prelungește coarda AM cu segmentul $MD=k\cdot AM$. Fie P intersecția dreptelor BM și OD.

a) Să se arate că $PM=\frac{k}{2k+1}BM$ (unde k este o constantă), b) să se afle locul geometric al punctului P, c) să se determine valoarea lui k pentru care BD, AP și perpendiculara din C pe AM sînt concurente și să se afle locul geometric al punctului lor de concurență.

I. Șiclovan, profesor Petroșeni

6347. Să se arate că:

$$\frac{x^p}{p!}+C_n^1\frac{x^{p+1}}{(p+1)!}+\cdots+C^{n-1}\frac{x^{n+p-1}\cdot(n-1)!}{(n-p+1)!}+C_n^n\frac{x^{n+p}\cdot n!}{(n+p)!}=$$

$$=\frac{(x+1)^{n+p}-1}{(n+1)\,n+2)\cdots(n+p)}\cdot$$

* * *

6348. Se dă un patrulater oarecare $ABCD$ și un punct M variabil pe dreapta AC. Fie N, P, Q, R proiecțiile punctului M respectiv pe dreptele AB, BC, CD, DA. Se cere locul geometric al intersecției dreptelor NR și PQ.

Petre Liviu, profesor Pucioasa

6349. Fie l_n, a_n latura și apotema poligonului regulat cu n laturi înscris în cercul O, de rază R.

a. Dacă $n=12$, să se stabilească relația:

$$\frac{(R+l_{12})(R-l_{12})}{\sqrt{2}\cdot l_{12}} = \frac{l_{12}}{\sqrt{2}} - \sqrt{2},\ a_{12} = R$$

b) Pentru $n=7$, să se demonstreze că există relația

$$2(2a_7^2 - l_7^2) = l_7\sqrt{8a_7^2 - 1}$$

G. Georgescu, elev Craiova

6350. Poligonul regulat $A_1A_2 \ldots A_9$ are latura egală cu a și raza cercului circumscris egală cu R. Notăm diagonalele A_1A_3, A_1A_4, A_1A_5 respectiv cu d_1, d_2, d_3. Să se stabilească relațiile:

a) $a = d_3 - d_1 = \dfrac{d_1 d_2}{d_1 + d_3} = \dfrac{d_1 d_3}{d_2 + d_3}$;

b) $\dfrac{d_1}{d_2} - \dfrac{d_2}{d_3} + \dfrac{d_3}{d_2} = 1$;

c) $R = \dfrac{d_3^2}{\sqrt{3d_3^2 + 2d_1 d_3 - d_1^2}}$

Corneliu Georgescu, Craiova

6351. Se consideră paralelogramul ABCD și un punct O în spațiu. Să se stabilească că între ariile din spațiu există relația:

$$S^2_{ABCD} + 4(S^2_{AOC} + S^2_{DOB}) = 4(S^2_{AOD} + S^2_{AOB} + S^2_{BOC} + S^2_{COD})$$

(Matematica v școle, Moscova, 1964)

6352. a) Să se găsească minimum funcției

$$y = \sqrt{x^2 - 2mx + n^2} + \sqrt{x^2 - 2px + q^2}$$

unde $|m| < |n|$ și $|p| < |q|$.

b) Să se găsească maximum funcției

$$y = \sqrt{x^2 + 2mx - n^2} - \sqrt{x^2 - 2px + q^2}$$

unde $n > m > 0$ și $q > p > 0$.

(Matematica v școle, Moscova, 1964)

6353. Să se demonstreze că dacă A,B,C, sînt unghiurile unui triunghi ascuțitunghi, avem:

$$\sin A + \sin B + \sin C + \operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C > 2\pi.$$

(Matematica v şcole, Moscova, 1964)

6354. Să se rezolve ecuația:

$$\left(\frac{1+a^2}{2a}\right)^x - \left(\frac{1-a^2}{2a}\right)^x = 1, \text{ dacă } 0 < a < 1.$$

(Matematica v şcole, Moscova, 1964)

6355. Considerăm pe un cerc punctul mobil A și punctele fixe B și C, astfel încît unul dintre arcele subîntinse de BC, măsurat în radiani să fie inferior lui $\frac{2\pi}{3}$. Notăm cu h_a înălțimea din A a triunghiului ABC și cu m_b și m_c segmentele de pe mediatoarele lui CA și AB cuprinse în interiorul triunghiului ABC. Să se arate că expresia $\frac{m_b \cdot m_c}{h_a}$ este constantă și maximă pentru $B \in [A, \pi - 2A]$.

Tudor Zamfirescu, student București

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE

PENTRU CLASELE V—VIII *

E : 2136. Un palton, un costum de haine și o pereche de pantofi costă împreună 2312 lei. Paltonul costă cu 226 lei mai mult decît costumul, iar costumul cît întreitul pantofilor. Să se afle cît costă paltonul, costumul și pantofii.

Nelu I. Dobre, Merei, Buzău

E : 2137. Să se arate că:

$$\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{49\cdot 50} = \frac{49}{50}$$

* * *

E : 2138. La sfîrșitul anului 1962 agricultura țării noastre era înzestrată cu 137 500 de tractoare, semănători și combine. Numărul semănătoarelor era cu 3 900 mai mic decît al tractoarelor, iar dacă numărul tractoarelor ar fi crescut cu 300 atunci ar fi fost dublul celui al combinelor. Cîte agregate erau din fiecare fel?

I. Munteanu

---

* V. (E : 2136, 2138, 2149); VI (E : 2139, 2142, 2146, 2152); VII (E : 2140, 2141, 2145, 2151); VIII (E : 2137, 2143, 2144, 2149, 2150). Se primesc soluții pînă la 15 septembrie 1964.

E : 2139. Știind că $\frac{a}{b}=\frac{e}{d}$ și $\frac{a'}{b'}=\frac{c'}{d'}$ se cere să se găsească condițiile ca $a+a'$, $b+b'$ și $c+c'$, $d+d'$ să formeze de asemeni o proporție.

Gh. Buicliu

E : 2140. Fie P, Q, R, S mijloacele laturilor AB, BC, CD, DA ale patrulaterului $ABCD$ și P', O', R', S' centrele patratelor construite pe aceleași laturi. Să se arate că dacă M și N sînt mijloacele diagonalelor AC, DB atunci $MP'=MQ'$, $MR'=MS'$, $NP'=NS'$, $NR'=NQ'$. Se cere aria $PQRS$ cunoscînd aria $ABCD$.

Gh. Buicliu

E : 2141. În triunghiul oarecare ABC, fie A_1, B_1, C_1 ; A_2, B_2, C_2 picioarele înălțimilor, respectiv mijloacele laturilor BC, CA și AB. Să se arate că :

$$\sphericalangle A_1C_2B_1+\sphericalangle B_1A_2C_1+\sphericalangle C_1B_2A_1=180°.$$

T. Căsăndroiu, elev Ploiești

E : 2142. În dreptunghiul $ABCD$ se notează cu E mijlocul laturii BC, iar cu F și G două puncte pe AB astfel ca $AF=FG$. Dreapta EF întîlnește pe AC în M iar dreapta CG întîlnește pe AD în N. Să se arate că $AM=MN$.

Strătescu Ion, student

E : 2143. Să se arate că

$$\frac{a-b}{a+b-c}+\frac{b-c}{b+c-a}+\frac{c-a}{c+a-b}+$$
$$+\frac{4(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}=0.$$

* * *

E : 2144. Două conuri circulare drepte au același volum, însă generatoarele lor fac cu planul bazei unghiuri respectiv de 45° și de 30°.

Să se arate că raportul înălțimilor lor este $\sqrt[3]{3}$, iar raportul razelor este $1:\sqrt[6]{3}$.

Să se afle raportul generatoarelor lor.

C. Ionescu-Țiu

E : 2145. Să se calculeze :

$$E=\left(\frac{15\frac{3}{5}:10{,}4-73\frac{1}{11}:9\frac{3}{22}\times 0{,}0625}{1\frac{1}{11}:3\frac{7}{12}\times 5\frac{1}{60}}+\right.$$

$$+3\frac{13}{21}\cdot 8{,}4-\sqrt{183{,}36}:14\frac{1}{3}\Bigg):28\frac{4}{7}.$$

(La admiterea în cl. VIII, Galați, 1963)

E : 2146. Membrii unei gospodării agricole colective au recoltat de pe două loturi semănate cu porumb, o cantitate de 1750 tone. În anul următor aplicînd metode agrotehnice mai înaintate, au sporit recolta de pe primul lot cu 10%, iar de pe al doilea lot cu $\frac{3}{20}$ din recolta anului precedent, recoltînd astfel, 1960 tone. Ce cantitate de porumb s-a recoltat de pe fiecare lot ?

(La admiterea în cl. VIII, Galați, 1963)

E : 2147. Din Galați pleacă spre Constanța la ora 6 dimineața cu acceleratul, un grup de colectiviști într-un schimb de experiență. La ora 8,30 pornește cu un personal din Constanța spre Galați, alt grup de colectiviști, viteza personalului fiind cu 10 km/h mai mică decît a acceleratului. Cele două trenuri se întîlnesc după o oră de la plecarea celui de-al doilea ; acceleratul parcursese 160 km mai mult decît personalul. Să se determine vitezele celor două trenuri și distanța Galați-Constanța.

(La admiterea în cl. VIII, Galați, 1963)

E : 2148. Să se aducă la forma cea mai simplă expresia :

$$E=\frac{\sqrt{(63{,}25)^2-(37{,}95)^2}-\frac{3}{5}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+49\frac{1}{6}}+\left(0{,}001:\frac{1}{20}+\sqrt{0{,}0064}\right)\cdot$$

$$\cdot\left(\frac{11}{17}-\frac{1}{1\frac{77}{93}}\right)$$

(La admiterea în cl. VIII, Galați, 1963)

E : 2149. Dacă $xy+yz+zx\geqslant 0$ să se arate că :

$$(x+y+z)(x^3+y^3+z^3+xyz)\geqslant x^4+y^4+z^4$$

Tomescu Ion, student București

E : 2150. Să se afle valorile întregi și pozitive ale lui x și y pentru care avem relația :

$$\frac{x-1}{1+(x-1)y}+\frac{y-1}{2y-1}=\frac{x}{x+1}.$$

C. Ionescu-Țiu

E : 2151. O gospodărie agricolă colectivă a cultivat orz, secară și grîu. Orzul recoltat reprezintă în greutate 60% din secara recoltată, iar secara este cu 52 tone mai multă decît orzul. Secara și grîul recoltat au greutățile invers proporționale cu numerele 5 și 2. Să se afle cîte tone de orz, cîte tone de secară și cîte tone de grîu au fost recoltate.

D. Mîrzan, profesor Bujoreni Vîlcea

E : 2152. Un grup de excursioniști a călătorit 14 ore cu un tren personal și 6 ore cu acceleratul, parcurgînd în total 1044 km. Știind că în 18 ore de călătorie cu acceleratul ar fi făcut cu 24 km mai mult decît în 32 de ore cu personalul, să se afle viteza medie a personalului și a acceleratului.

* * *

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME *)

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 1 martie 1964 s-au mai evidențiat ca rezolvitori de probleme din G.M.-B. după cum urmează:

1. **Voiculescu Dan** (cl. VIII Ș.m. 21 București(, 2. **Popa I. Eugen** (cl. VIII Ș.m. 3 Iași, **Tănase I. Anca** (absolvent, București, 4. **Dăncilă Ion** (cl. X Ș.m. 3 Sibiu), 5. **Herling Mihail** cl. IX Ș.m. 20 București), 6. **Biscă C. Octavian** (cl. X Ș.m. 1 Craiova), 7. **Petrariu Vasile** (cl. XI Ș.m. 23 București), 8. **Popa Lucia** (cl. VIII Ș.m. 1 Petroșeni), **Ienea Aurel** (cl. X Ș.m. 1 Caransebeș), 11. **Bena Dorin** (cl. X Ș.m. 1 Caransebeș), 12. **Maftei Eugen** (cl. X Vaslui), 13. **Ioniță Georgeta** (cl. VIII Ș.m. 39 București), 14. **Penciu Adrian** (cl. X Vaslui), 15. **Radu Mircea** (cl. X Ș.m. Giurgiu), 16. **Spătaru Aurel** (cl. X Ș.m. Pucioasa), 17. **Ghețu Luminița** (cl. X Ș.m. Focșani), 18. **Andrei Titus** (cl. X Ș.m. Pătîrlagele), 19. **Călugăreanu Grigore** (cl. XI Ș.m. Cluj), 20. **Costreie Eleodor** (cl. XI Ș.m. Novaci, Oltenia), 21. **Munteanu Mihai** (cl. XI Ș.m. 5 Brașov), 22. **Dumitrescu Elena** (cl. VII Ș.m. 2 Botoșani), 23. **Coșuleț Dan** (cl. XI Ș.m. 1 Brașov), 24. **Nițescu Dan** (cl. X Ș.m. Pucioasa), 25. **Boac Antoaneta** (cl. (cl. X Ș.m. 3 Sibiu), 26. **Arhip Petre** (cl. X Ș.m. Trușești), 27. **Drăgulinescu Dumitru** (cl. XI Tr. Măgurele), 28. **Turculeț Demostene** (cl. X Trușești), 29. **Lupu Valentin** (cl. X Ș.m. 1 București), 30. **Cosmanciuc Dumitru** (cl. X Trușești), 31. **Mîrza Mihai** (cl. X Trușești). 32. **Florescu Ion** (cl. X Ș.m. 1 București). 33. **Dragu Alin** (cl. XI Ș.m. 21 București. 34. **Ursulescu Octavian** (cl. X Ș.m. 11 București), 35. **Crișan Victor** (cl. XI Ș.m. Aiud).

Pînă la 1 martie 1964 s-au mai primit soluții bune la problemele propuse în G.M.-B de la:

ADJUD. Ș.m. cl. VIII. Georgescu St. Fl. (E: 2043, 43, 48, 52, 55, 56, 58, 67, 69, 74—79).

Șc. 8 ani cl. VII. Apostol C. (E: 2055—58, 63, 80—86).

AGÎRBICI (Mediaș). Șc. 8 ani cl. VI. Stoenescu Elvira (E: 2064, 67, 70, 74, 79, 80, 81, 90).

AIUD. Șc. 8 ani nr. 1 cl. VII. Lețiu Tiberiu (E: 2055, 56, 58, 59, 62, 64, 67, 68—71, 74, 75, 80, 81, 90). Cl. XI. Crișan Victor (6143, 52, 56, 57, 60—69, 71, 74, 75, 77—79, 80, 82, 86, 88, 92, 95, 99—201, 04, 05, 07, 08, 10—17, 19—23, 25—27, 29, 32, 35, 40, 42, 43, 45, 54—56, P).

ALBA IULIA. Ș.m. Horia Cloșca și Crișan cl. VIII. Oarga Gheorghe (E: 2055, 56, 58, 59, 60, 66, 69, 71, 73, 81, 83, 88, 90, 91), Racovițan Dan (6034; E: 2042, 43, 44, 45, 47, 48, 55, 56, 58, 59, 60, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 71—75, 77—79). Cl. X. Racovițan Vasile (6008, 12, 20, 30, 32, 33, 34, 37, 38 39).

* Fiecare problemă rezolvată se va scrie cu cerneală numai pe o parte a foii și va fi precedată de numărul și enunțul problemei. Nu se vor trimite mai multe probleme pe aceeași foaie.

ALBOTEȘTI (Pitești). Badea Manuela (E: 2080—86, 88—91).

ALEȘD (Crișana). Ș.m. cl. IX. Bacs Andrei (6064, 68, 76—78,100, 14, 31, 39, 58).

ANINA. Ș.m. cl. VI. Nicola Alex. (E: 2056, 64, 71, 74, 77, 80, 81, 90), cl. X. Kaden Josif (6056, 68, 71, 76, 78, 126, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 63).

ARAD. Ș.m. Ion Slavici cl. VIII. Adah Mircea (E: 2060, 67, 69, 71, 74, 80, 81—84, 86, 90), Aldea Marilena (E: 2042, 43, 56, 58, 71, 74, 78, 82—84, 88, 90); Bălă Ioan (E: 2044, 45, 48, 55, 56, 58—62, 66—71, 73—79, 83, 84, 86, 91), Betea Ioan (E: 2067, 69, 71, 74, 78, 80—84), Kuligovsky Iosif (E: 2056, 59, 62, 67, 69—71, 74, 77), Lucuța Petru (E: 2070, 73, 75, 76, 80—91), Zamboreanu Dan (E: 2067, 69, 71, 74, 77—81, 83, 86, 90). Cl. XI. Blaga Alexandru (5998, 6007, 08, 20, 21, 25, 30, 33, 34, 71, 101, 18), Lipovan Octavian (5998, 6007, 10, 20, 25, 30, 33, 34, 71, 76, 10), 18).

Ș.m. Olga Bancic cl. VIII. Brata Iudith și Edidia Gabrian (E: 2067, 69, 71, 74, 83, 84, 86). Ș.m. 2 cl. VIII. Bocșaru Voicu (E: 2064, 68, 71, 75—79). Ș.m. 3 cl. XI. Vasilescu Alexandru (6127—29, 31, 32, 34, 35, 39, 41, 42). Ș.m. 4 cl. XI. Neamțiu Leonida (6055, 57—59, 71, 75, 76, 96, 98, 100, 34). Șc. 8 ani nr. 14 cl. VII. Budai Klara (E: 2055, 56, 68, 71, 74, 80, 81, 83, 90), Novanc Mărioara (E: 2055, 56, 58, 68, 71, 74, 75, 77, 90).

BACĂU. Ș.m. 1 cl. X. Nicău Antonel (6058, 59, 64, 68, 71, 74, 75—78, 101, 05, 18), Opriș Paul (6065, 70, 74, 75, 97, 101, 05, 14, 18, 20). Ș.m. 4 cl. X. Simian Arthur (6131, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 55, 58, 63).

BĂICOI (Ploiești). Șc. 8 ani cl. VI. Baciu Viorel (E: 2044, 50, 58, 59, 64, 67, 71), Iancu Elena (6126, E: 2044, 50, 58, 59, 64, 67, 71), Ungureanu Mihai (E: 2044, 50, 58, 59, 64, 67, 71). Cl. VII. Coman Ion (E: 2048, 49, 68, 75, 76, 78; 6126), Ștefănescu Horia (E: 2044, 50, 58, 59, 64, 70, 71). Ș.m. cl. X. Bercaru Gh. (6059, 63, 68, 71, 76, 77, 98, 100, 14, 26, 31, 32, 39, 42, 44).

BAIA DE ARAMĂ (Oltenia). Ș.m. 1 cl. XI. Crăciunescu Laurian (6046, 49, 50, 52, 55, 18, 28, 29, 42, 44, 46). Giurgiuc Constantin (6046, 49, 50, 52, 55, 71, 78, 1118, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 46).

BAIA MARE. Șc. 8 ani nr. 1 cl. VI. Marinescu Dorin (E: 2067, 69, 71, 74, D77, 79, 90). Ș.m. 1 cl. VIII. Bălban Aurel (E: 2056, 58—60, 66, 67, 69, 71, 74, 79, 82, 83, 86, 90, 91), Sabău Ioan (E: 2055, 56, 58, 60, 67, 69, 71, 74, 77, 79). Cl. X. Batos Clara (6100, 01, 05, 18, 26, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58), Mehler Erna (6101, 05, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58), Nica Diana (6007, 12, 27, 30, 33, 58, 59, 65, 71, 76, 77, 78, 100, 05), Olteanu Ana (6007, 12, 20, 30, 33, 59, 71, 76, 77, 78, 103, 18).

Ș.m. 3 cl. VIII. Apsan Dan (E: 2066, 68, 73, 76, 78, 84, 88; 6139), Grosfeld Mihai (E: 2066, 68, 73, 75, 78, 84, 89, 91, 131, 39, 58).

BALȘ (Oltenia). Ș.m. cl. X. Ștefănescu Victoria (6116, 30, 32, 34).

BEIUȘ. Ș.m. 1 cl. VIII. Toma Ioan (E: 2042, 45, 54, 56, 58, 60, 67, 68—71, 73, 74, 77—86, 90, 31, 126). Cl. X. Buta Grigore (6103, 18, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 58, 62), Potca Teodor (6100, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 58, 71, 76). Șc. 8 ani nr. 2 cl. VI. Fucă Mihai (E: 2045, 47, 67, 69, 71, 75, 77).

BÎRLAD. Șc. 8 ani nr. 1 cl. VI. Grigore Gabriela (E: 2027, 29, 42, 43, 45, 48, 55, 56, 64, 65, 67, 69, 70, 71, 74, 75, 76, 77, 79).

Ș.m. 2 cl. VII. Duda Doina (E: 2067, 68, 69, 71, 74, 78—81, 90), cl. VIII. Grădinaru Ion (E: 2042, 43, 46, 47, 49, 50, 69, 70), Ionescu Valeriu (E: 2042, 43, 46—50, 55, 58, 67, 69, 71, 74), Vasiliu V. (E: 2055, 56, 59, 61, 62, 64, 66, 67, 58, 69). Cl. IX. Postăvaru Elena (6026, 29, 34, 63, 64, 68, 76, 78, 100, 39, 47, 58). Cl. X. Crețu Olga (6007, 20, 30, 33, 71, 75—78, 98, 100, 05, 10, 20, 42, 44), Marian Constantin (6020, 33, 71, 73, 76, 97, 100, 05, 20, 34, 44).

Complexul școlar, cl. IX. Badea Sari (6007, 34, 63, 64, 68, 76—78, 97, 100, 31, 39, 49, 5558, 62), Dolosiu Aurel (E: 2066, 78, 6068, 76, 78, 100, 05, 43, 47, 49).

BLAJ. Ș.m. cl. XI. Stremțan Nicolae (6021, 39, 49, 55, 63, 71, 76, 95, 96, 103, 07, 11, 14, 17, 18, 19, 20, 22, 24, 26, 30), Simplăceanu Virgil (5997, 98, 6003, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 19, 20, 21, 25—36, 54, 55, 62, 63, 65—67, 71, 74, 76).

BOIBULEȚ (Ploiești). Ș.m. cl. IX. Niculăescu Ilie (6058, 62, 63, 71, 74, 99, 100, 01, 05, 18, 24, 25).

BOLINTINUL DIN VALE (București). Ș.m. cl. IX. Tudor Mariana (E: 2066; 6086, 87, 98, 100, 01, 05, 18, 31, 32, 39, 50). Cl. X. Bănică Marieta (6086, 87, 94, 101, 04, 10, 13, 18, 31, 32; 43, 50).

BOTOȘANI. Șc. 8 ani nr. 8 cl. VII. Aronovici Elias (E: 2048, 55, 56, 62,

64, 67, 69, 71, 74, 75), Asaftei Gh. (E: 2048, 62, 64, 67, 69, 71, 74, 75, 77), Barid Abraham (E: 2042, 45, 48, 55, 56, 62, 64, 67, 69, 71, 74, 75), Brate Ovidiu (E: 2042, 50, 54, 55, 62, 64, 67, 69, 71, 75), Bucur Velica (E: 2058, 59, 62, 67, 69, 71, 74, 77), Herghelegiu Oţtansa (E: 2055, 58, 59, 62, 67, 71, 75, 77, 82), Ivan Viorica (E: 2045, 48, 49, 56, 62, 64, 67—69, 71), Segall Heda (E: 2058, 59, 64, 67, 68, 71, 74, 77), Ungureanu Corina (E: 2056, 58, 59, 62, 64, 67—69, 71, 74, 75, 77).

Şc. de muzică şi arte plastice. Cl. VII. Bantuş Doru (E: 2042, 43, 48, 50, 52, 55—59, 61, 64, 69, 71, 77—79). Jidovu Ionel (E: 2042, 46, 48—50, 52, 67, 69, 71, 74). Cl. VIII. Manoliu Liliana (E: 2042, 43, 46, 50, 57, 58, 62, 69, 71, 74, 75, 79).

Ş.m. 1. Cl. VIII. Bălăucă Aurica (E: 2010, 27—29, 33, 38, 42, 46, 48, 49, 62, 71), Chelaru Ilie (E: 2056, 60, 66—69, 71, 74, 80, 81, 90, 91), Costandache Adela (E: 2043, 47, 48, 51, 54, 56, 58, 61, 62, 66—69, 74), Ciubotaru Moise (6074; E: 2056, 58, 60, 61, 64, 66—71, 74), Stoian Gheorghe (E: 2056, 60, 66, 69, 71, 74, 77, 79—81, 90, 91). Cl. IX. Lazarovici Hary (5996, 98, 6006, 07, 09, 18, 29, 34, 36, 63, 76—78). Cl. X. Alămureanu Gheorghe (6058, 63, 71, 76, 77, 100, 18, 31, 42, 44, 46, 47). Cl. XI. Segal Gambiel (5998, 6006, 12, 19, 20, 21, 25, 27, 29, 33, 34, 36, 55, 59, 66, 71, 74—78).

Ş.m. 2 cl. VII. Acatrinei V. (E: 2042, 44—46, 48—50, 54, 56, 58, 69, 71, 74, 75, 79), Berman Libertuţa (E: 2042, 44, 48—50, 54—56, 62, 64, 68, 69, 71, 75, 79), Buchi Grigore (E: 2042, 45, 46, 48—52, 54—56, 62, 64—69, 71, 74, 77—79), Ceanciuc St. (E: 2042, 46, 50, 54, 63, 67, 69, 74), Chiribuţă Elena (E: 2041, 44, 45, 48, 55, 62, 67, 71, 74), Coculeanu Cohn (E: 2009, 48, 50, 54—58, 68, 71, 75, 79, 126), Corduneanu Gicu (E: 2042—44, 46, 48, 50, 55, 58, 62, 64—71, 74, 75, 77, 79), Crap Dumitru (E: 2042, 45, 46, 48, 50, 52, 54, 70, 71, 75, 79), Fîntînă Anişoara (E: 2043, 45, 46, 50, 54, 56, 69, 71, 74), Goţac Rodica (E: 2042, 45, 48, 50, 55, 56, 62, 64, 67, 69, 71, 74, 75, 79), Grebeniţă Iulia (E: 2042, 48, 50, 58, 69, 71, 74), Grosu Lăcrimioara (E: 2042, 43, 50, 55, 56, 62, 67, 69, 71, 74), Hotineanu Livioara (E: 2041, 42, 44—46, 48, 50, 54, 55, 69, 71, 74, 75, 79), Jalea Silvia (E: 2042—48, 52, 54—58, 67, 74, 75, 78, 79), Krumholz Anita (E: 2042—46, 48—50, 54—58, 67, 74, 75, 78, 79), Mălaimare Mihai (E: 2042—46, 50, 55, 56, 58,, 64, 67—71, 74, 75, 78, 79), Mîndrescu Elena (E: 2023, 43, 46, 50, 54, 57, 58, 64, 69, 71, 74, 75), Muraru Angela (E: 2043, 45, 50, 55, 56, 67, 68, 69, 71, 74, 75, 79), Olariu Marlena (E: 2021, 41, 42, 44, 45, 48, 50, 52, 54, 55, 67, 69, 71, 74, 75, 79), Postolache Mircea (E: 2042—45, 48, 50, 55, 62, 64, 65, 67—71, 74, 76, 77, 79), Rotaru Adrian (E: 2042, 45, 48, 50, 52, 54—56, 62, 64, 65, 67—69, 71, 74, 75, 77), Scînteie Radu (E: (E: 2042, 43, 46, 48—50, 52, 62, 69, 74), Segal Manoli (E: 2042—46, 48, 50, 52, 54—58, 62, 67—69, 71, 74, 78), Ştefan Lina (E: 2042—48, 50, 52, 54—58, 62, 67, 71, 75, 78, 79), Tincu Laurenţiu (E: 2042, 43—46, 48, 50, 54—58, 62, 64—71, 74, 75, 77, 79), Ungureanu Tatiana (E: 2023, 42—50, 54—58, 67—71, 74, 75, 78, 79), Vizitiu Viorica (E: 2042—48, 50, 54—58, 62, 67, 68, 71, 75, 102). Cl. VIII. Bejenaru Liliana (6126, 39, 47; E: 2055—58, 61—64, 66, 67, 69, 71, 73, 74, 76—91), Bieener Harry (6126, 31, 39, 63; E: 2056, 58, 60, 61, 64, 67—69, 71, 73—91), Coteaţă Felicia (E: 2055, 58, 60, 61, 64, 66—75, 77—83), Dumitrescu Elena (E: 2055—58, 60—64, 66—69, 71, 73—75, 77—91, 126, 31, 39, 63), Luchian Victoria (E: 2055—58, 60—69, 71, 74, 75, 77—86, 88—91), Munteanu Romeo (6126; E: 2042—48, 50, 56, 58, 62, 64, 67—69, 71, 75, 77, 79), Ranţer Rodica (E: 2056, 60, 67, 71, 74, 78, 81—84, 86), Rozen Bruha (E: 2056, 63, 67, 69, 74, 82, 83, 86), Sloter Elena (E: 2043—46, 48, 50, 52, 54—58, 64, 68, 75, 78, 79), Tudor Gabriel (E: 2055, 56, 58, 60—69, 71, 73—75, 77—91). Cl. XI. Albu Vasile (6007, 30, 33, 71, 105, 27, 30, 31—35, 39, 42, 44, 46).

BRAD. Şc. 8 ani cl. VII. Cordonescu Gabriel (E: 2064, 67—71, 74, 76), Cîrneanu Marin — forjor — (E: 2067, 71, 80, 81, 82, 83, 84, 90). Ş.m. Avram Iancu cl. VIII. Brumă Vasile (6007, 33, 34; E: 2047—50). Cl. IX. Fornade Corneliu (6065, 63, 64, 68, 74, 76, 78, 98, 100, 03, 05, 14).

BRAŞOV. Ş.m. 1 XI. Coşuleţ Dan (5960, 61, 64, 65, 67—71, 75—87, 95, 96, 6003, 06, 08, 10—12, 17, 18, 20, 26, 27, 29, 30, 33—36, 55, 58), Oprişan Adrian (5998, 99, 6007, 12, 18, 30, 33, 63, 66, 71, 76), Săulescu Dan (5998, 6007, 08, 18, 30, 33, 55, 63, 68, 71, 76), Smărăndoiu Gh. (5999, 6005, 06, 10, 11, 54, 55, 57—59, 64, 65—68, 71, 76, 78). Cl. X. Bătătorescu Cristina (6058, 59, 63, 65, 66, 71, 76, 78, 100, 14, 42, 44), Mirea Lucia (5996—98, 6020,

55, 63, 71, 75, 104, 18, 31, 32, 34, 43, 44).

Ş.m. 3 cl. IX. Andreescu Rodica (6007, 12, 18, 67, 76, 97, 100, 14). Cl. X. Gabor M. Liviu (5998, 99, 6007, 12, 20, 34, 63, 68, 71, 76). Cl. XI. Vlădescu Mihai (6059, 63, 65, 71, 76, 105, 14, 18, 19, 29, 31, 34).

Ş.m. 5 Unirea cl. VIII. Szido Agnes (6032, 34, E: 2042, 44—63, 67, 69, 71, 79, 81, 82). Cl. X. Zsido Gyorgy (5998, 6007, 18, 20, 24, 26, 27, 29, 33, 35, 36). Cl. XI. Munteanu Mihai (5998, 99, 6007, 08, 10, 18, 20, 21, 25, 30, 33, 35, 54, 55, 59, 63, 65, 66, 68, 69, 76, 77, 96, 97, 98, 100, 01, 09—11, 14, 16, 18).

BRĂILA. Ş.m. N. Bălcescu. Cl. VIII. Vlad Nicolae (E: 2056, 58, 60, 62, 67, 69, 80, 81, 84, 90). Cl. X. Barach Marian (5998, 6006, 17, 33, 34, 55, 58, 71, 74, 100), Grossu George (5998, 6006, 07, 20, 27, 30, 33, 58, 71, 74, 76, 100), Lăzărescu Vasile (6020, 30, 76, 78, 98, 118, 31, 39, 42, 44, 46, 50).

Ş.m. 1 cl. VIII. Băiaşu Adriana (E: 2055, 60, 67, 69, 71, 74, 77, 79—84).

Ş.m. 3 cl. VIII. Bucur Cornelia (E: 2055, 56, 58, 65, 67—69, 71, 74, 77—79), Heinrich Paul (E: 2043, 47, 50, 55, 56, 58, 67, 71, 74, 77—79), Vasisile Victoria (E: 2042, 43, 46, 48, 50, 56, 59, 67, 71, 74, 78).

Şc. 8 ani nr. 4 cl. VII. Cărbunaru Mihai (E: 2043, 47, 50, 55—57, 62).

BREAZA. Lic. militar Cantemir cl. X. Babonea Gh. (6055, 63, 65, 68, 71, 100, 05, 14, 18, 19, 42, 46), Berceanu C. (6055, 58, 74, 75, 99, 100, 01, 05, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 46, 63), Busuioc Mihai (6055, 59, 66, 67, 71, 76, 99, 100, 01, 31, 34, 42, 46), Butoianu Pavel (6031, 58, 59, 63, 71, 74, 75, 100, 05, 39, 42, 44, 46), Costea Mihai (6058, 63, 65, 66, 68, 71, 76, 78, 119, 31, 32, 39), Filimon Nicolae (6055, 58, 63, 71, 76, 77, 99, 114, 18, 31, 32, 34), Puiu Petre (6055, 63, 65, 68, 71, 76—78, 94, 96, 100, 05, 14, 18, 19), Roşca Vasile (6055, 59, 71, 74—76, 99, 100, 01, 31, 39, 42, 46, 63), Sandu Ion (6058, 63, 74, 99, 101, 05, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 46), Sendrea George (6055, 58, 59, 71, 74—76, 88, 100, 01, 30, 31, 63).

BRESTEA (Banat). Banciov Petronela (absolventă a 7 clase) (E: 2067, 68, 71, 74, 75, 81—83).

BUCUREŞTI. Şc. 8 ani nr. 10 cl. VI. Weintraub Andrei (E: 2064, 65, 67, 69, 71, 74, 75, 78).

Şc. 8 ani nr. 23 cl. VII. Georgescu M. (E: 2042—50, 52—59, 62—64, 67, 69—71, 74—77, 79).

Şc. 8 ani nr. 26 cl. VII. Popescu Eugeniu (E: 2058, 64, 65, 67—72, 74, 76, 77, 79).

Şc. 8 ani nr. 71 cl. VII. Sergiescu Vlad (E: 2067—69, 71, 74, 76—79; 6100, 26). Şc. 8 ani nr. 76 cl. VII. Tiron Liviu (E: 2042—46, 48—50, 52—56, 58, 59, 61, 62). Şc. 8 ani nr. 81 cl. VII. Năescu Const. (E: 2055, 56, 62, 71, 74, 79, 80, 81. 90).

Şc. 8 ani nr. 95 cl. VII. Tiner Ernest (E: 2042—56, 58—62, 64—79). Şc. 8 ani nr. 118 cl. VII. Năstase Adrian (E: 2042—50). Şc. 8 ani nr. 128 cl. VI. Gruia Vladimir (E: 2050, 56, 59, 67, 69, 71, 77). Cl. VII. Nedelcu Irina (E: 2055, 56, 59, 69, 71, 74, 77), Oprică Rodica (E: 2055, 58, 67—69, 71, 74), Urzică Ana (E: 2042—46, 50, 54, 58).

Şc. 8 ani nr. 145 cl. VII. Bărbosu Constanţa (6126; E: 2064, 67—69, 71, 74, 75, 77, 79), Fleancu Maria (E: 2064, 67—69, 71, 74, 75, 77, 79), Ionescu Alex. (E: 2058, 67—69, 71, 74, 75, 77, 79, 80), Maria Liana (E: 2029, 31, 42, 49, 50, 51, 56, 71, 74, 79), Stoian Mircea (E: 2027, 33, 42, 45, 46, 52, 54, 59), Şerban Georgeta (E: 2055—58, 62, 67—69, 71, 74, 75, 77—79), Şerban Valentina (E: 2055—57, 64, 67, 68, 71, 74, 75, 126), Vlădăreanu Cornelia (E: 2042, 43, 46, 49, 52, 55—59, 62).

Şc. 8 ani nr. 146 cl. VII. Atanasiu Traian (E: 2080—83, 86, 88, 90), Bădescu Smaranda (E: 2049, 65, 68, 72, 74, 75, 77—88, 90). Şc. 8 ani nr. 171. cl. VII. Bănulescu Marta (E: 2031, 62, 68, 75, 84, 89, 91). C.S.C. anul II. Naum Ion (E: 2016—18, 21, 23, 24, 25, 28, 33, 42, 47, 49).

Ş.m. 1 N. Bălcescu cl. VIII. Croitoru Stibina (6029, 34, 105, 26; E: 2047, 48, 50—63, 66, 68, 73, 75, 76, 78), Munteanu Corneliu (E: 2042, 43, 45, 47, 50, 56, 58, 66, 69, 71, 74), Popa C. (E: 2060, 62, 66, 68, 72, 75, 78, 76, 84, 91). Cercel Liviu (6128, 31, 49, 54, 64, 68, 79, 80, 93), Cioroianu Mihai (E: 2092—100, 02—07), Cîrlan Eugen (E: 2066, 68, 72, 73, 75, 76, 78, 105), cl. IX. Şchiopu Paul (6098, 100, 05, 14, 16, 27, 28, 31, 35, 39, 49, 55, 58, 64), Tuliu Doina (6147, 2030, 81, 83—85, 87, 88, 92, 96—98, 100—02, 04). Cl. X. Antoniu Doina (5965, 66, 71, 76, 134, 39, 42, 44, 79, 92), Briceag Doina (6129, 31, 42, 44, 50, 68, 77, 83, 97, 99), Gheorghiu Adina (6131, 34, 42, 44, 50, 67, 68, 83, 97, 99, 201), Teodorescu Adriana (6131, 34, 42, 44, 50, 68, 77, 83, 97, 99, 301), Luca Nicolae (5965, 66, 6071, 76, 134, 39, 42, 44, 79), Lupu Valentin (5998, 6010, 92, 97, 100,

10, 16, 20, 29, 30, 34, 47, 50, 65, V66, 71, 77, 79, 83, 86, 92, 208, 09, 12, 13, 15, 20, 29, 37, 42, 43, 44), **Florescu Ion** (6011, 12, 18, 20, 21, 34, 55, 59, 63, 66, 71, 74, 76—78, 97, 100, 05, 18, 26, 27, 29, 31, 32, 34, 39, 41, 42, 44, 46, 47, 50, 63), Ionescu Liviu (6007, 12, 30, 33, 71, 118, 31, 32, 39, 42), Clasa XI. Jugureanu E. Radu (6128—36, 39, 42, 44—46, 54, 58, 62).

Ş.m. 3 Ion Neculce cl. X. Russe Gheorghe (6007, 20, 33, 34, 71, 76, 78, 100, 34, 42, 44).

Ş.m. 4 Aurel Vlaicu cl. XI. Boroneanţ C. (5999, 6007, 20, 25, 26, 30, 33, 34, 55, 58, 71, 118), Draica Dumitru (6054, 55, 59, 68, 71, 76—78, 95, 97—101, 05, 08, 10, 12, 15, 18, 20), Martin Eugeniu (6007, 20, 25, 26, 30, 33, 34, 36, 55, 58, 71, 118), Petrişor Theodor (6055, 68, 71, 76, 78, 100, 27, 31, 32, 34, 39, 42, 46), Săcăliş C. (5999, 6007, 20, 25, 26, 30, 33, 34, 55, 58, 71, 118).

Ş.m. 5 M. Sadoveanu cl. VI. Stănculescu Alex. (E: 2055, 58, 67, 71, 75, 80, 81). Cl. VIII. Manolache Nicolae (E: 2042—48, 50, 55, 58—62).

Ş.m. 6 Ilie Pintilie cl. VIII. Niculce Cristian (E: 2055, 56, 60, 66, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 79). Cl. IX. Frăţilă Ilie (5998, 6007, 17, 29, 63, 78, 98, 100, 26, 31, 39, 46, 62, 63). Cl. X. Frăţilă Laurian (5997, 6020, 30, 31, 33, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 59, 71, 76), Şerban Theodor (E: 2018, 21, 30—34, 39, 42, 46, 47, 58, 63).

Ş.m. 7 I. L. Caragiale. Cl. VII. Mateescu A. Alex. (E: 2080—84, 86, 90, 91), Miclescu Dan (E: 2042, 50, 62, 64, 67, 69, 71, 75), Nichita A. (E: 2042, 45, 55, 56, 64, 67, 69, 71, 74), Popa Radu (E: 2064, 67—69, 71, 75, 76, 79). Cl. VIII. Casian Virgil (E: 2080, 82, 83, 85—91)). Cl. XI. Opriş Valentin (6007, 12, 14, 18, 19, 24, 27, 28, 30, 31, 33, 35, 37, 40, 41, 43—45).

Ş.m. 8 Emil Racoviţă cl. VII. Cinteză Mircea (E: 2055, 56, 62, 65, 67—69, 71, 74, 75, 77, 79), Pop Ionel (E: 2055—57, 59, 62, 67—69, 71, 74—76, 78, 79).

Ş.m. 10 cl. V. Corîci Cezar (6126; E: 2042, 45, 46, 48, 50, 52—56, 58, 62, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 79—83, 90). Cl. VII. Albu Gabriel (E: 2042, 43, 45, 46, 48, 50, 52—54, 62).

Ş.m. 11 D. Cantemir cl. VIII. Bădescu C. (6007; E: 2042, 48, 50, 60, 61, 66, 67, 69, 71, 73—75, 77—79, 84, 91), Constantinescu Adrian (E: 2060, 62, 66, 75, 82, 84, 90), Hîncu Mariana (E: 2042—47, 49, 55, 60, 66, 67—71), Mihăilescu M. (E: 2060, 66, 68, 73, 78, 84, 91), Oance E. (E: 2066, 73, 75, 78, 84, 91, 105, 39, 49). Cl. IX. Frucht I. (6007, 60, 76—78, 98, 100, 29, 31, 35, 39, 46), Scarpet Mihai (6131, 39, 41, 43, 49, 50, 58, 62, 64, 76), Ştefănescu Maria (6022, 26, 29, 31, 34, 36, 63, 74, 76—78, 97, 100, 26). Cl. X. Blidaru Dana (6101, 27, 34, 36, 43—45, 47, 50, 56), Bunea C. (6065, 71, 76, 78, 100, 01, 14, 31, 34, 42, 44), Mihalca Dan (5801, 917, 18, 35, 67, 6055, 58, 66, 71, 98, 101, 05, 13, 14, 18, 27, 32, 34, 36, 39, 42—44, 50, 54), Mihăieşteanu Eduard (6007, 29, 33, 71, 76, 78, 100, 14, 18, 30, 42, 44, 49), Papadopol Şerban (5998, 6008, 58, 97, 14, 118, 27, 31, 32, 42, 44, 46), Ursulescu Octavian (6018, 25, 58, 78, 92, 93, 95, 96, 98, 100, 01, 05, 08, 11, 14, 18, 16—19, 64—66, 68—71, 74, 77, 79, 80, 82, 83, 86, 88, 91, 92, 97, 99, P).

Ş.m. 12 cl. VIII. Cartianu Dan (E: 2032, 51—54, 57, 62, 63; 5990, 6126). Cl. XI. Bădescu Felicia (6018, 21, 25, 59, 63, 66, 71, 76, 101, 18, 19, 39, 42), Nicolaide Alexandra (6007, 25, 30, 32, 59, 71, 76, 100, 31, 39, 50, 62).

Ş.m. 15 Elena Sîrbu cl. X. Mateescu Radu (6020, 24, 26, 27, 29, 30, 33, 36).

Ş.m. 16 G. Coşbuc cl. VIII. Spilcă Niculina (6126; E: 2064—79).

Ş.m. 17 Matei Basarab. Cl. IX. Aftodie Cristian (5997, 6006, 07, 29, 34, 63, 76—78, 105), Suciu Paul (6065, 74, 77, 78, 100, 05, 14, 26, 31, 39, 49). Cl. X. Weinberg Liliana (5999, 6007, 20, 30—33, 39, 42, 44, 55, 58, 63, 71).

Ş.m. 18 M. Eminescu cl. VIII. Stoenescu Grigore (E: 2064—71, 74, 75, 77, 79).

Ş.m. 20 G. Şincai cl. VIII. Dumitrescu Bogdan (E: 2080—84, 86, 90), Popa Cornelia (5944, 45, 97; E: 2013, 15, 17, 19, 24, 26, 31, 43, 44—49). Cl. IX. Herling Mihail (6059, 65, 68, 71, 90, 93, 95, 97—101, 08, 11, 18, 19, 27—32, 34—36, 39, 44, 46, 49, 50, 54, 58, 64, 65, 69, 71, 74, 77, 79, 93, 95, 201).

Ş.m. 21 cl. VIII. Singer Claude (E: 2056, 58, 60, 64, 66—69, 71, 73—75, 78, 82—84, 86, 91). **Voiculescu Dan** (6131, 34, 36, 39, 42, 43, 45—50, 54, 56, 58, 60—64, 66, 69, 71, 78, 79, 82, 83, 85, 90—92, 95, 97—201, 04, 07, E: 2088, 89, 91, 94, 96, 105). Cl. XI Dragu Alin (5942, 61, 62, 64—69, 73, 76—78, 81, 97, 98, 6002, 06, 07, 08, 10—12, 18—21, 25, 27, 30, 33, 34, 55, 71).

Ş.m. 22 Gh. Lazăr cl. IX. Becea Aurel (6063, 76, 98, 100, 05, 27, 31, 39, 41, 43, 46, 47, 62, 63). Cl. X. Ifrim Daniel (5996, 6007, 20, 21, 27, 29, 30, 33, 36, 67, 71, 76), Ifrim Stan (5998, 6006, 08, 12, 17, 26, 34, 53, 63, 65, 77, 78).

Ş.m. 23 D. Bolintineanu cl. VIII. Petrescu Anca (E: 2047, 49, 50, 56, 59, 60, 67—69, 71, 74, 77, 82, 91, 92, 95). Cl. IX. Băluţă Tudor (5996, 6006, 18, 63, 64, 68, 76—78, 94, 98, 105), Vişan C. (5996, 98, 6007, 76—78, 98, 105, 31, 39, 46), Weiss Iosif (5998, 6029, 68, 76—78, 97). Cl. X. Rădulescu Valentin (6059, 63, 71, 76—78, 98, 100, 05, 39, 41, 42, 44, 46, 47, 49, 63). Cl. XI. Petrariu Vasile (5809, 24, 26, 29, 30, 32, 40, 51, 52, 55, 60, 61, 67, 68, 70, 75, 77, 92, 900, 07, 08, 09, 12, 20, 26, 48, 59, 86, 98, 102, 07, 27, 30, 33, 34, 55, 63, 74, 76, 78, 96, 31, 32, 34, 36, 42, 44, 46, 52, 54, 58, 63).

Ş.m. 25 cl. XI. Manasiu Dan (5999, 6054, 55, 57—59, 62—66, 71, 74, 76—78).

Ş.m. 27 cl. VI. Măduţă Silvia (E: 2042, 44, 50, 52, 55, 56, 58, 67, 69, 71, 74, 75, 77). Cl. VII. Racosi Iulian (E: 2042, 43, 45—47, 50, 55, 56, 60, 63, 67, 69, 71, 73—75, 77—79). Cl. X. Antor Maria (6059, 66 ,71, 118, 30, 31, 32, 42, 44, 46, 63), Brînzan Elisabeta 6059, 66, 71, 103, 31, 42, 44, 46, 63), Minea Daniela (6059, 66, 71, 72, 118, 30—32, 42, 44—46, 63).

Ş.m. 28 Dr. P. Groza cl. VII. Mureşan Mihaela (E: 2043, 45, 48, 51, 54—56, 67, 69, 71). Cl. VIII. Vineşiu Dan (E: 2043, 46—48, 50, 55, 56, 60, 67, 69, 70, 71, 74, 78), Zaharia Bogdan (E: 2064, 65, 67—71, 74, 79). Cl. XI. Măicănescu Alex. (5998, 99, 6007, 10, 12, 29, 34, 55, 57, 71, 74, 76, 78).

Ş.m. 32 cl. V. Dumitrescu Anca (E: 2046, 48, 55, 56, 58, 59, 64, 67), Popovici Liviu (E: 2042, 43, 45, 46, 48, 50, 55, 56, 58, 59, 67, 69, 71, 74, 75).

Ş.m. 33 cl. VII. Costinescu Nicolae (E: 2045, 49, 50, 67, 69, 71, 74, 76, 77).

Ş.m. 34 cl. X. Lupu Constantin (6007, 29, 30, 32, 33, 127, 34, 42, 46, 49, 50). Cl. XI. Leibovici Valeriu (5997, 82, 85—88, 6002, 03, 18, 20, 27, 55, 58, 60, 65, 75, 76, 92, 101, 04, 18).

Ş.m. 36 cl. XI. Carabineanu Marcel (6007, 08, 21, 25, 27, 30, 33, 55, 67, 71, 118).

Ş.m. 39 cl. VI. Bălună Anişoara (E: 2069, 71, 74, 80, 81, 83, 90), Guidea Cristian (E: 2064, 67, 69, 71, 75, 80, 81, 90). Petrescu Dragoş (E: 2064, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 90), Raţă Anişoara (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 80, 81), State Florica (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 83, 90). Cl. VIII. Ioniţă Georgeta (6074, 76, 77, 78, 98, 100, 05, 24, 26; E: 2042—45, 47—52, 54—56, 58—60, 62, 64—78). Cl. IX. Matei Valentin (6063, 68, 74, 76—78, 97, 100, 39, 49, 58, 62).

Ş.m. 40 cl. VII. Constantin Cornel (E: 2042—45, 49—52, 54).

Ş.m. Mihai Viteazu cl. VIII. Oprescu Şt. Mihai (E: 2055, 56, 58—60. 66—69, 71, 74, 77—79). Cl. XI. Cristea Valentin (6057, 59, 61, 64, 65, 71, 74, 76—78, 114, 19, 37, 31, 32, 39, 42, 44, 46, 63).

Absolventa Tănase I. Anca (5996, 97, 99, 6000—06, 08:—12, 17—20, 22, 24, 26—29, 34—36, 54—60, 62—65, 67—69, 71, 75, 76—78, 92, 93, 110, 39, 50, 53). Florescu Dumitru (6007, 08, 11, 29, 30; E: 2042—54).

Student Baras Robert (6127, 30—35, 39, 42, 44—50, 52, 50—63).

BUZĂU. Ş.m. 1 cl. X. Andreescu Liviu (5860, 61, 66, 964, 67, 73, 76, 77, 98, 6007, 27, 30, 33, 63, 71, 76, 97, 118, 26), Cojan Marius (5968, 6006—08, 18, 20, 27, 29, 30, 33, 34, 59, 62, 65, 71, 76, 77). Cl. VIII. Stănescu Aurel (E: 2056, 58, 60, 64, 67—69, 74, 77—80, 81), Enache Ionel (E: 2058, 60, 67, 68, 69, 71, 74, 80—86, 90, 91, 131, 49), Duţu Constantin (E: 2069, 80—86, 90, 91, 131, 49).

Ş.m. 2 cl. X. Ciocoiu Virgil (5997, 98, 6007, 20, 30, 33, 34, 71, 93, 97).

BUZIAŞ. Şc. 8 ani cl. VI. Telibasa Cornelia (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 81, 90). Ş.m. cl. VII. Aldan Ion (E: 2067—69, 71, 74, 75, 81), Bordeianu Dorina (E: 2067—69, 71, 74—76), Stoici Maria (E: 2022, 42, 45, 46, 48, 50, 53, 64, 69, 71, 75, 76), Tucleanu Dorina (E: 2027, 29, 33, 42, 43, 45, 46, 50), Ungureanu Angelica (E: 2046, 48, 50, 53, 64, 67—69, 71, 74—76).

CARACAL. Ş.m. 1 cl. VIII. Marin St. Mihai (E: 2056, 58, 60, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 78, 81—84, 86).

CARANSEBEŞ. Ş.m. 1 cl. VIII. Mura Ion (6126, 39, 55; E: 2056, 68, 73, 75, 78, 84, 88, 91), Puraci Nicolae (E: 2043, 48, 56—56, 58, 67, 69, 71, 74, 77—79), Ştefănescu Mircea (6126; E: 2042, 43, 45, 47, 49, 65, 67—69, 71, 74, 75, 78, 79). Cl. X. Bena Dorin (6055, 56, 58, 59, 63, 64, 66, 68, 71, 74—78, 90, 91, 94, 97, 98, 100, 01, 04, 05, 10, 11, 14, 18, 27, 30—34, 36, 39, 41—47, 50, 58, 62, 63), Ienea Aurel (6055, 58, 59, 63—66, 68, 71, 74, 78, 94, 97, 98, 100, 01, 04, 05, 10, 11, 14, 18, 26, 27, 29—32, 33, 71, 131, 39, 42, 44, 46, 58).

Ş.m. 2 cl. VII. Bugarin Ion (E: 2042, 45, 46, 69, 71, 74, 77, 79—81, 90). Cl. VIII. Hahui Const. (6139; E: 2060, 66, 75, 78, 84, 89, 91). Cl. X. Dugan Doru (6007, 20, 30, 33, 34, 65, 71, 76, 98, 100, 05) Fiat Grigore (6007, 20, 30, 33, 58, 63, 71, 76, 139, 42), Stepănescu Ion (6007, 20, 30, 33, 71, 76, 131, 39, 44, 62).

CĂLĂRAŞI. Ş.m. cl. VIII. Mîţă Gheorghe (E: 2042—44, 46—50, 55, 56, 58, 60, 62, 67—71, 73, 74, 76—79), Vasile Eugen (E: 2042—50, 55, 56, 58—60, 62, 66—69, 71, 76). Cl. IX. Lozneanu Gabriel (6068, 76, 78, 97, 129, 131, 39, 43, 55, 58).

CENAD (Mediaş). Şc. 8 ani cl. VII. Olar Mihai (E: 2080—84, 86, 90).

CERNAVODĂ. Ş.m. cl. VII. Nuciuc Horia (E: 2055, 56, 58, 59, 62, 67—69, 71, 76).

CETATE (Oltenia). Ş.m. cl. XI. Cercel Dumitru (6020, 25, 30, 59, 68, 76, 78, 95—97, 100, 01, 05, 08, 18), Dobromir Petre (6020, 25, 30, 59, 76, 78, 96, 97, 100, 01, 08, 18), Lupu Gheorghe (6020, 25, 33, 59, 68, 78, 97, 100, 01, 05, 08, 18), Răduţ Gheorghiţă (6020, 25, 33, 59, 68, 78, 97, 100, 01, 05, 08, 18), Sălcianu Stelian (6020, 25, 30, 33, 59, 68, 76, 78, 100, 01, 08, 05, 18).

CÎMPINA. Ş.m. 1 cl. VIII. Codreanu Ludmila (E: 2054, 58, 67, 69, 71, 74, 77, 78, 81, 83, 84, 90), Dinu Georgeta (E: 2055, 56, 58—60, 62, 67, 69, 71, 74, 77, 79—81), Giurgiu Aurel (6124, 26; E: 2056, 58, 65, 67—69, 71, 74, 77, 79), Ivaşcu Florin (E: 2043, 49, 53, 58, 60, 62, 65, 67, 68), Spiridon Gheorghe (E: 2066, 67, 69, 71, 74, 77, 78, 80—84, 86, 92), Stoian Luminiţa (E: 2066, 67—69, 71, 74, 75, 77, 78, 81—84, 86, 91), Văcăroiu Ioana (E: 2060, 66, 68, 78, 82—84), Vişa V. Ion (E: 2056, 66—69, 71, 74, 75, 78, 80, 82—84, 88, 90). Cl. IX Alexe Rodica (5998, 6006, 07, 68, 78; E: 2066, 78), Dogaru Mihai (5996, 98, 6006, 64, 98, 100, 03, 05, 14, 26; E; 2066, 73), Lascăr Maria (5998, 6006, 68, 78; E: 2066, 78), Ştefaniu Mihai (5998, 6006, 64, 98, 100, 03, 05, 14, 26; E: 2066, 73). Cl. XI. Moraru Gheorghe (6018, 21, 25, 28—30, 33, 34, 57, 66, 71, 76).

Şc. elem. 8 ani nr. 1 cl. VI. Ivaşcu Ciprian (E: 2045, 46, 55, 56, 69, 71, 74, 75, 77, 79).

CÎMPIA TURZII. Ş.m. cl. VII. Cîmpean Gh. (E: 2055, 56, 59, 62, 64, 65, 67, 69, 71, 74, 75, 77—79).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. Ş. m. Dragoş Vodă cl. VIII. Popescu Ovidiu (6123, 31, 35, 39, 47, 49, 63; E: 2080—86, 88—91, 93). Cl. X. Erhan Viorica (6007, 11, 30, 33, 71, 76, 118, 31, 32, 36, 39, 41, 42, 46, 63), Mareş George (5998, 99, 6007, 33, 76, 131, 32, 34, 36, 39, 41, 42, 46), Pitîrac Mihai (5997—99, 6007, 10, 26, 30, 33, 58, 59, 68, 71, 76, 78).

Liceul militar Ştefan cel Mare cl. X. Azoiţei Mihai (5998, 6007, 20, 30, 55, 71, 130, 31, 33, 34, 39, 42, 44), Barna Ioan (6007, 20, 27, 30, 33, 71, 10, 05, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46), Cosma Ion (5998, 6007, 20, 29, 30, 33, 71, 76, 78, 134, 39, 42, 44), Fetica Emil (6007, 20, 27, 33, 71, 101, 05, 14, 18, 31, 32, 35, 39, 42, 44, 46), Grigore Vasile (5998, 6007, 20, 30, 33, 71, 76, 99, 134, 39, 42, 44), Marno Marius (5998, 6007, 20, 27, 30, 33, 55, 71, 76, 78, 97, 100, 01, 05, 14, 18, 31, 32, 39, 42, 44, 46), Oprişan Teodor (5987, 90, 98, 6007, 20, 71, 76, 131, 34, 39—47, 49, 59), Rudenco Cornelia (5998, 6007, 20, 27, 30, 33, 35, 71, 76, 78, 97, 101, 05, 10, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46). Cl. XI. Ceososcki Mihai (6007, 25, 30, 33, 54, 71, 96, 105, 28—35, 39, 42, 44, 49, 59, 63), Darie Const. (6020, 71, 96, 118, 29, 31, 39, 42, 44, 46), Dumitru Vasile (6071, 75, 131, 34, 39, 44, 46, 50, 58).

CÎMPULUNG MUSCEL. Ş.m. Dinicu Golescu cl. VIII. Ştefănescu Petre (E: 2013, 55—58, 62—64, 66—71, 73—75, 77—79). Cl. XI. Niţică Gh. (5997, 98, 6006, 07, 08, 12, 03, 33, 49, 52, 55, 65, 66, 70, 71, 74, 76, 77, 81), Ţăposu Iosif (6031, 32, 48—50, 52, 58, 59, 65, 70, 71, 75—77, 80, 81, 122, 24, 26). Golescu Alexandru (6127, 29, 30—32, 34, 35, 39, 42, 43, 46, 50, 56, 62, 65, 66, 68, 70, 71, 74).

CHIŞINĂU CRIŞ. Ş.m. 1 cl. XI. Ciul Mihail (5998, 6007, 20, 25, 30, 33, 55, 66, 71, 96, 97, 118).

CLUJ. Şc. 8 ani nr. 14 cl. V. Tanasia Adriana (E: 2056, 71, 74, 80, 81, 86, 87). Ş.m. 2 G. Coşbuc cl. VIII. Cîmpeanu Radu (6124, 26; E: 2048, 55, 56, 58, 67, 69, 71, 77—79).

Ş.m. Emil Racoviţă cl. VII. Bocianu Ana (E: 2056, 58, 64, 67, 68, 71, 74—76). Cl. VIII. Corănescu Adrian (6076; E: 2056, 58—60, 64—67, 69, 71, 75), Lascu Ivan (E: 2042, 43, 47, 48, 50, 52—58, 60, 62—64, 67—79), Mureşan Mihai (E: 2042, 48, 50, 54, 56, 58, 62, 67, 69, 71, 77—79), Peteanu Lazăr (E: 2028, 40, 42, 48, 54, 56, 58, 64, 67, 69, 74, 78, 80—86, 88, 90), Tuduca Dorin (E: 2040, 45—48, 54, 56, 64, 67, 69, 71, 78).

Ş.m. 4 cl. VII. Lascu Gheorghe (E: 2056, 62, 64, 67—69, 71, 74, 78, 80, 81, 83, 87, 90; 6126). Cl. VIII. Suciu Viorel (E: 2055, 56, 58, 60, 62—64, 66—79, 103, 05).

Ş.m. 5 Gh. Bariţiu cl. VI. Grigore Adrian (E: 2067, 71, 75, 79—81, 83, 90), Negoiţă Bogdan (6136; E: 2056, 69, 71, 75, 81, 90), Rădulescu Şerban (6126; E: 2055, 56, 69, 71, 75, 77). Cl. VII. Bărbuceanu Lucia (E: 2042, 46, 62, 64, 65, 71, 74), Bîcsikovsky Elisabeta (E: 2042, 46, 52, 62, 64, 65, 71), Roman Ana (E: 2042, 50, 54, 55, 56, 62, 63, 71, 75, 79). Cl. VIII. Csatt Marieta (6126, 39; E: 2064, 66—69, 73—75, 78, 84), Grigore Cornel (E: 2064—71, 74, 75, 77—79). Cl. XI. Man Eugen (6006, 07, 20, 21, 25, 30, 33, 55, 58, 66, 71, 76, 101, 05, 18, 26), Marian Iuliu (5952, 56—59, 62, 76, 78, 90, 91, 93), **Călugăreanu Grigore** (6057—59, 63, 64, 66, 74, 76—78, 90, 92—94, 96, 97, 99, 101, 05, 10, 14, 15, 18—20, 30—35, 39, 42, 44—47, 50, 58, 63).

Ş.m. 8 N. Bălcescu cl. VI. Roventa Iancu (E: 2067, 69, 71, 79—83, 90). Cl. VII. Cheţianu Radu (E: 2055, 64, 67, 69, 71, 74, 79), Latiş Marius (6126; E: 2067—69, 71, 74, 75, 77, 79), Moşneagu Lucian (E: 2062, 77, 79—81, 84, 90), Pop Livia (E: 2067—69, 71, 74, 75, 79), Rosenkraus Silvia (E: 2064—69, 71, 74, 75, 79), Teuşan Ovidiu (E: 2067—71, 74, 80—84, 90). Cl. VIII. Alexandrescu Camil (E: 2067—69, 71, 76, 79, 80, 82, 90), Farkas Ana (E: 2044, 47, 50, 60, 66—69, 71, 73, 74), Florescu Adrian (E: 2056, 58—60, 62, 64, 67, 69, 71, 74, 77, 79), Lazăr Aurel (E: 2047, 48, 50, 55, 56, 58—60, 62, 67, 74), Stănescu Lidia (E: 2058, 60, 62, 64, 67—71, 74, 77—79), Stoian Daniela (E: 2042, 47, 50, 54—56, 58, 60, 66—69, 77).

Ş.m. de muzică cl. IX. Farkas Petru (6007, 10, 26, 29, 34, 36, 49, 58, 63, 76, 77, 78, 126).

Ş.m. BECKEAN (Cluj). Ş.m. cl. XI. Chira Ion (6006—09, 21, 25, 30, 32—34, 71, 111).

COLCEAG (Mizil). Şc. 8 ani cl. VI. Mihai Dumitru (E: 2066, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 79).

COMĂNEŞTI. Şc. m. cl. XI. Pătraşcu Nicolae (6030, 33, 71, 130, 31, 34, 39, 42, 62).

CONSTANŢA. Şc. 8 ani nr. 1 cl. VI. Georgescu Anastasia (E: 2046, 48, 50, 52, 56, 69, 71, 74, 79).

Şc. 8 ani nr. 5 cl. VII. Perşoi Radu (E: 2056, 59, 62, 80, 83, 85, 90, 91).

Şc. 8 ani nr. 11 cl. VII. Ionescu Ovidiu (E: 2049, 56, 67, 68, 71, 74, 77, 79).

Ş.m. 2 cl. VIII. Lămureanu Costel (6139; E: 2060, 64, 67, 71, 74, 82—84).

Ş.m. 3 cl. VIII. Blană Ionel (6025, 34, 105; E: 2044, 46—48, 60, 67, 71, 74, 78). Cl. X. Răduinea Nic. (5855, 60, 61, 66, 67, 84, 85, 99, 900, 05, 14, 17, 35, 42, 44, 46, 64, 67, 68, 75—77, 98, 6020, 22, 26, 30, 33, 34, 55, 63, 71, 74, 77, 78, 94, 97, 105, 26, 31, 39, 42, 44).

Ş.m. 4 cl. XI. Luca Ion (5996, 98, 6000, 01, 02, 06—08, 11, 12, 18—21, 24, 26—30, 34, 36, 55, 57—60, 62—64, 66, 68, 71, 76—78).

Ş.m. 5 cl. VIII. Hristu Voica (6126; E: 2035, 42, 46—49, 50, 67, 69, 73, 74, 76, 77).

Ş.m. 7 cl. VIII. Asif Milhan (E: 2080, 81, 83, 85, 86, 88, 90, 91), Belciug Costinel (E: 2080—91), Buzoi Marinela (E: 2080, 81, 83, 85, 86, 90, 91), Bordea Mircea (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 81, 82, 84, 90), Codin Dumitra (E: 2080—86, 90, 91), Ciurea Genoveva (E: 2080, 81, 83, 85, 86, 88, 90, 91), Memdula Nazmic (E: 2080—90), Palaz Nicoleta (E: 2080, 82, 85—88, 90, 91), Petrovski Elena (E: 2080—84, 86, 90), Mihalache Veronica (E: 2080—86), Rencescu Gabriela (E: 2080—86, 90, 91), Rusu Emil (E: 2080—86, 90, 91), Stanciu Aurel (E: 2080—87, 90, 91), Ştefan Aurelia (E: 2080—86, 90, 91, 94), Ştefănică C. (E: 2081—85, 90, 91), Ţăranu Florian (E: 2080—91).

CORABIA Ş.m. cl. VIII. Florescu Veronica (E: 2043, 47, 48, 50, 67, 69, 71, 74, 77—79, 84, 88), Marinaş Sergiu (E: 2067, 69, 74, 77, 79, 80, 82—84, 86). Cl. IX Gheorghiu Liana (5998, 6007, 29, 63, 78, 97, 105, 39, 46; E: 2056, 60, 71, 74, 90), Lia Silvia (5998, 6007, 29, 63, 76, 78, 97, 105, 39, 46), Pale Constanţa (5958, 93, 98, 6007, 29, 32, 48, 49, 63, 78), Stoica Elena (6007, 29, 48, 58, 59, 63, 78, 93, 98, 100). Cl. X. Drăguţ I. Florea (6063, 71, 76, 78, 100, 39, 42, 44, 46, 58).

COSTEŞTI (Argeş). Ş.m. cl. VIII. Dragomir Aurel (E: 2056, 68, 71, 74, 76, 80—83), Rădulescu A. Marin (E: 2066, 67, 69, 71, 74, 80, 81—84, 86, 90). Cl. X. Depărăţeanu Dan (5996, 98, 99, 6006, 07, 08, 10, 12, 20, 33, 34, 36, 58, 59, 63, 65, 68, 71, 76, 78).

Şc. 8 ani cl. VII. Istăcescu Constantin (E: 2056, 58, 60, 62, 67, 71, 74, 79, 80), Sanda Elena (E: 2055, 56, 58, 60, 62, 71, 79).

COTNARI. Şc. 8 ani Cîrjoala cl. V. Baciu Ana (E: 2055, 56, 65, 69, 74, 77, 79).

CRAIOVA. Ş.m. 1 cl. VI. Ionescu Marian (E: 2055, 56, 69, 71, 74, 75, 79—81, 83, 90). Cl. VIII. Buleandră Leonid (E: 2055, 56, 58, 66, 67, 69, 71, 74, 77—86, 90), Ciurezu Mioara (E: 2043, 45, 46, 51, 67—69, 71, 74, 77—79), Gavrilescu Elvira (E: 2056, 60, 66, 69, 74, 80, 82—84, 86), Zamfor Nicolae (E: 2043, 46, 47, 56, 59, 67, 69, 70, 71, 74, 77—79). Cl. XI. Smarandache Şt. (6018, 21, 25, 29, 34, 63, 68, 71, 118, 19, 20, 26). Cl. X. **Biscă C. Octavian** (6092, 97—101, 04, 05, 10, 14, 16, 18, 20, 27—32, 34—36, 39, 40, 42—51, 54—56, 58, 61—63).

Ş.m. 2 cl. VIII. Bărbuţ Doina (E: 2042, 43, 45—50, 55—60), Gheară Ilarian (6105, 39; E: 2066, 68, 74, 77, 79, 83, 84, 91), Oacă Floarea (E: 2042, 43, 45—47, 50, 56, 58—60, 67, 71, 75), Popescu Caius (E: 2043, 43, 55, 56, 58, 60, 68, 69, 71, 74, 80, 84, 90), Preda Marcel (E: 2043, 46, 50, 55—61, 66—69, 71, 74, 76—79, 84, 88, 91), Stănciulescu Ion (6105, 39, E: 2066—69, 74, 76, 77, 79, 80, 82—84, 88, 91), Victor Aurel (6007, E: 2047, 49, 60, 66, 73, 84, 91), Zevedeanu Ion (6105, 26, 39; E: 2058, 76, 78, 83, 84, 91). Cl. X. Gîdea Liviu (6127, 31, 32, 34, 39, 42—44, 46, 49, 61), Licoiu Dorel (6000, 06—08, 10—12, 20—24, 27, 33, 34, 63, 65, 66, 68, 71, 74, 76, 77, 106), Stănescu C. (6007, 20, 30, 33, 65, 68, 71, 76—78, 97, 98). Cl. XI. Dragotă Georgel (5997, 6007, 08, 11, 12, 21, 27, 30, 33, 34, 55, 71).

Ş.m. 3 cl. VIII. Calciu Georgeta (6124, 39, 49, E: 2060, 66—69, 71, 75—78, 84, 86, 90), Cîlea Dana (E: 2048, 53, 60, 66—69, 71, 75, 76, 78, 84, 86, 90), Coletă Gabriela (6139, E: 2066, 67, 71, 75, 83, 90), Ghizdăvescu Mariana (E: 2066—69, 71, 75, 76, 78), Jianu Rodica (E: 2048, 53, 67—69, 71, 74, 75, 78), Mărăşescu Sebastian (E: 2042, 47, 48, 53, 67—69, 71, 74, 75, 77, 79, 82, 86), Olaru Victoria (6139, 49, E: 2048, 60, 67, 75, 84), Tănase Cezar (6029, E: 2047, 49, 66, 68, 69, 71, 73, 74, 77, 79), Telega Floarea (6139, 49; E: 2048, 60, 67, 75, 84), Trancă Ludmila (E: 2060, 66—69, 71, 75, 76, 78, 84, 86, 90), Stroe Floarea (6139, 49, E: 2048, 60, 67, 75, 84), Şerbu Radu (6139, 49, E: 2065—69, 71, 73—76, 78, 79, 82, 83, 88, 89, 91). Cl. IX. Borcea Cristina (6036, 63, 64, 76—78, 100, 39, 47, 49). Cl. X. Căluşeru Elena (5998, 6007, 20, 27, 30, 33, 71, 76, 77, 97, 100, 07, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58, 63), Ghiţuleasa Vasile (6127, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 47, 55, 58, 63), Panea Olimpia (6071, 97, 118, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 58), Procop Elena (6055, 65, 71, 97, 118, 32, 34, 39, 42, 44, 58). Cl. XI. Popa Diana (6055, 59, 66, 71, 76, 100, 05, 31, 32, 34, 42).

Ş.m. 3 seral cl. XI. Ghiţă Octavian (5996, 6059, 68, 71, 76—78, 97, 100, 14, 19).

Ş.m. 4 cl. VIII. Căpăţînă Ion (6139, E: 2080—85), Purgariu Mihai (E: 2034, 42, 43, 45, 46, 48, 50, 67—69, 71, 74, 77—79). Cl. X. Iordăchescu Anca (5998, 6006, 08, 34, 76, 77, 98, 100, 18, 20, 29, 34, 42, 44, 46, 50, 63).

CRICOV (Cîmpina). Şc. 8 ani cl. VI. Aldea Const. (E: 2042, 44, 55, 67, 69, 71, 69, 71, 74). Cl. VII. Tudor Const. (E: 2056, 67—69, 71, 74, 77).

CURTEA DE ARGEŞ. Ş.m. cl. XI. Popa Gh. (6055, 63, 71, 73, 75, 129, 31, 34, 39, 42, 44, 47, 58).

DEJ. Ş.m. cl. VIII. Bacinski Alina (E: 2058, 60, 62, 66—69, 71, 74, 80, 82, 84), Rădulescu Ioan (E: 2042, 43, 47, 49, 50, 54, 56, 58, 60, 67, 74, 78). **Soluţii identice au mai dat încă 18 elevi din aceiaşi şcoală.** Cl. X. Măties Vistrian (6071, 76, 78, 98, 100, 05, 39, 42, 44, 46), Petrean Pamfil (6071, 76, 78, 98, 100, 05, 39, 42, 44, 46), Vasile Alexandru (6020, 21, 24, 27, 29, 30, 33, 36, 63, 66, 71, 76, 78). Cl. XI. Zăgreanu Justin (6007, 08, 20, 21, 30, 33, 34, 52, 71, 78, 120), Fărcaş Aurel (5998, 6007, 08, 20, 25, 30, 33, 34, 71, 118, 22, 23, 24, 26).

Ş.m. seral cl. XI. Graur Augustin (6096, 98, 101, 05, 16, 18, 20, 28, 29—32).

DEVA. Ş.m. cl. VII. Franz Dieter şi Franz Helga (6126; E: 2064, 67, 69, 71, 74—76), Ştirbu Lucia (E: 2045, 46, 67—69, 71, 74, 80, 84).

DOMNEŞTI (Argeş). Ş.m. 2 cl. X. Moisescu Vasile (6059, 63, 71, 74—78, 97, 100, 01, 05, 14, 18, 29, 31, 32, 36, 39, 41, 42, 44, 46, 50).

DRĂGĂNEŞTI-OLT. Ş.m. cl. VIII. Durigu Mircea (E: 2055, 56, 60, 66—69, 71, 73, 74, 80, 81, 83, 91), Enache Victor (E: 2060, 62, 68, 73, 78, 84, 91, 100, 05, 39, 58), Pădureanu Paul (6126, E: 2066, 68, 75, 76, 78, 84, 96—98, 100), Rotaru Dan (E: 2043, 47, 56, 58, 60, 66—69, 71, 73, 74, 77—79). Cl. X. Cică Constantin (6068, 71, 74, 76, 77, 78, 105, 31, 39, 42, 63).

DRĂGĂŞANI. Ş.m. cl. VII. Scripcă Valentin (E: 2055, 64, 67—69, 71, 74, 75, 77, 79).

FĂGEŢ. Ş.m. Traian Vuia cl. VIII. Sava Petru (6139, 49, E: 2060, 66, 68, 73, 75, 76, 78, 84, 88, 89, 91), Subă Ilie (6139, E: 2066, 68, 75, 76, 78,

84, 88, 89, 91). Cl. X. Barboni Coriolan (6065, 76, 101, 31, 36, 39, 42, 44, 46, 59), Miculescu Coriolan (6059, 63, 65, 101, 30, 31, 39, 42, 44, 46, 47).

Şc. 8 ani cl. VII. Marinescu Oltea (E: (E: 2042, 43, 45, 46, 55, 56, 64, 67—69, 71, 74, 75, 79—83, 90).

FETEŞTI-GARĂ. Ş.m. cl. X. Dache P. (5998, 6007, 08, 11, 12, 20, 27, 29, 30, 32—34, 71, 76, 100, 18, 26).

FIENI. Ş.m. cl. VIII. Frangopol Cristina (E: 2056, 58, 59, 61, 66—69), Neagu Aurel (E: 2060, 61, 66—69, 71, 74), Solomon Petre (E: 2056, 58, 59, 60, 66—69, 74, 77, 78, 80—82), Şerban Adriana (E: 2056, 58, 59, 60, 61, 66, 67, 69).

FOCŞANI. Ş.m. cl. VIII. Negulescu Narcisa (E: 2066, 69, 74, 75, 77—81, 83, 84, 86). Cl. X. Rizel Matei (6007, 20, 29, 30, 33, 34, 71, 76, 98, 100, 05). Cl. XI. **Gheţu Luminiţa** (5868, 924, 32, 64, 78, 98, 99, 6007, 08, 11, 12, 30, 31, 35, 37, 38, 40, 44, 45, 46, 55, 57, 66, 71, 74, 76, 77, 95, 99, 101, 03, 18, 20, 26, 32, 39, 42).

GALAŢI. Şc. 8 ani nr. 10 cl. VI. Ion Domnica (E: 2052, 56, 69, 71, 74, 75, 77), Pecingina Ştefan (E: 2050, 56, 69, 71, 74, 75, 77), Scîneru Lenuţa (E: 2052, 55, 56, 58, 62, 69, 71, 74, 75, 77). Cl. VII. Butunoi Florica (E: 2052, 55, 56, 58, 62, 69, 71, 74, 75, 77), Giuşcă Const. (E: 2052, 56, 58, 62, 63, 69, 75, 74, 77).

Şc. 8 ani nr. 16. cl. VI. Crăciun Minela (E: 2064, 67, 69, 71, 80, 81, 90), Rosenberg Relu (E: 2050, 58, 64, 67, 71, 83, 90).

Şc. 8 ani nr. 30, cl. V. Muşunoiu C. (E: 2043, 46, 48, 56, 67, 71, 74), Susai Paul (E: 2046, 48, 58, 67, 81, 84, 77). Cl. VII. Frangulea Săndiţa (E: 2044, 69, 71, 74, 75, 67, 83), Hariton Ionela (E: 2046, 56, 58, 64, 67, 68, 71, 74, 75, 77, 79—81, 90), Pocora Eugenia (E: 2042, 48, 55, 56, 67, 71, 74), Sandu Vasilica (E: 2044, 46, 67, 69, 71, 74, 77).

Şc. 8 ani nr. 21 cl. VI. Mocanu Florică (E: 2042, 43, 55, 56, 71, 67, 74), Neagu Dana (E: 2056, 67, 69, 71, 74, 80, 81, 82, 90), Vasiliu Sorin (E: 2042, 43, 45, 50, 55, 56, 67, 71, 74). Cl. VII. Carabăţ Cornelia (E: 2055, 67, 68, 69, 71, 74—77, 79—81, 84, 90, 91), Caraghiosu Angela (E: 2055, 56, 67, 69, 71, 75, 77, 84, 88), Paicu Elena (E: 2048, 56, 62, 65, 68, 69, 71), Pătru Mioara M(E: 2048, 56, 62, 68, 69, 71, 74), Voicu Elena (E: 2071, 76, 77, 79—81, 91).

Şc. 8 ani nr. 23 cl. VI. Bolocan-Petru (E: 2069, 71, 73, 74, 80, 81, 83), Chitic Ştefan (E: 2056, 67, 69, 71, 81, 83, 87, 90, 91), Dinu Dumitru (E: 2067, 71, 74, 80, 81, 83, 90), Ionete Sandy (E: 2067, 71, 80, 81, 83, 88, 91), Onu Costică (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 79, 80), Porumb Nelu (E: 2066, 67, 71, 74, 80, 81, 84), Thiel Valeriu (E: 2054, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 80, 81, 83, 90). Cl. VII. Bediu Georgeta (E: 2042, 43, 46—48, 50, 63, 71), Danilov Dumitru (E: 2042, 50, 68, 80, 81, 90, 91), Carşote Stela (E: 2042, 46—48, 50, 52, 71, 75, 79—81, 83), Crăciunescu Mihai (E: 2080, 81, 83, 86, 88, 90, 91), Drăgan Georgeta (E: 2046, 48, 50, 60, 62, 71, 72, 74, 75, 80, 81, 83, 86), Gaiţă Paul (E: 2042—46, 40, 48, 50, 54—56, 58, 59, 64, 67, 71), Gutue Marin (E: 2055, 80—83, 87, 90, 91), Rusu Ecaterina (E: 2042, 43, 46—48, 62, 71), Lovin George (E: 2042, 50, 80, 81, 84, 90, 91), Thiel Adrian (E: 2067, 68, 71, 74, 80, 88, 90), Thiel Victor (E: 2043, 45, 56, 62, 67, 69, 71, 74, 80, 81, 83, 84, 90).

Şc. 8 ani nr. 24 cl. VII. Alexe Elena (E: 2045, 46, 55, 56, 58, 59, 62), Enache Dumitru (E: 2042, 44—46, 51, 55, 56, 58, 62).

Şc. 8 ani nr. 25 cl. VI. Roşca Daniela (E: 2042, 46, 55, 56, 69, 74, 77, 79).

Ş.m. 1 cl. VIII. Baltă Silvia E: 2066, 67, 69, 71, 74, 75, 80—82, 84), Calapod Florin (E: 2042—44, 46—48, 50, 56—58, 62, 64, 66, 67), Găneţ Katiuşa (E: 2060, 62, 67, 68, 71, 74, 75, 80, 84, 90), Ghelae Dumitru (E: 2060, 62, 67, 71, 80, 82, 84, 90), Herşcovici Isaia (E: 2065, 66, 68, 73, 78, 84, 89, 91), Mihăilă C. (E: 2060, 67—69, 78, 80—85, 89—91). Cl. IX. Dragomir Mihai (5996—98, 6007, 20, 26, 33, 34, 64, 65, 68, 76), Gheorghiu Neculai (5998, 6076, 78, 105, 29, 31, 39, 46, 49, 55). Cl. X. Andrei Viorel (6018, 26, 29, 59, 63, 65, 66, 68, 91, 97—101, 05, 13, 14, 18, 20, 26—29, 31, 32, 34—36, 39, 41, 42, 44—47, 49, 51, 58, 63, 64, 69, 71, 77, 79, 88, 92, 95, 99), M. Ştefan (6007, 30, 33, 71, 76, 78, 118, 39, 42, 44, 46, 63), Neacşu Dumitru (5998, 6007, 08, 20, 27, 30, 33, 71, 31, 32, 34, 36, 46), Rosen Sergiu (6071, 76, 100, 05, 14, 18, 31, 32, 42, 46), Tulai Ion (6007, 30, 33, 34, 55, 59, 71, 76, 131, 32, 42, 44).

Ş.m. 3 cl. VIII. Constantinescu Dan (6139, E: 2042, 43, 45—47, 55, 56, 58, 64—71, 74, 77—79, 81—86, 90, 91). Cl. X. Selinger Silviu (5998, 6007, 20, 30, 33, 55, 63, 71, 76, 1118, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 63).

Ş.m. 4 cl. VIII. Sosai Petru (E: 2042, 43, 45—50, 56, 58, 60), Sternatis Camil

(E: 2042, 45—48, 50, 55, 56, 64, 67, 69, 71). Cl. X. Iacobovici Paul (6055, 71, 76, 100, 18, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 50), Petrescu Victor (E: 5150, 6055, 71, 76, 100, 18, 26, 31, 39, 42, 44, 46).

Ş.m. 5 cl. VIII. Lupoaie Marian (E: (E: 2058—61, 67, 69, 71, 74, 77, 79—83), Neniţă Maricel (E: 2080—84, 86, 90, 91), Varadi Marioara (E: 2042, 43, 45, 46, 48, 50, 52, 53, 58). Cl. IX. Iliescu Anghel (E: 6056, 58, 63, 68, 74, 76—78, 100, 30, 31, 39), Săvinuţă Stelian (6031, 56, 58, 63, 66, 74, 76—78, 100, 30, 39). Cl. X. Blaga Jenica (6105, 18, 31, 32, 39, 44, 46, 50, 42, 71), Ciubotaru Maria (6056, 63, 66, 74—79, 126, 30, 39, 44, 45), Coblaş Angelina (6071, 99, 114, 30, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 43, 50, 63), Jipirescu Otilia (6071, 118, 31, 34, 39, 43, 46, 47, 50, 51), Marinescu Steliana (5056, 63, 66, 74, 76—78, 96, 127, 28, 30, 39, 42, 51), Radief Maria (6071, 131, 34, 39, 42, 46, 47, 49, 55). Cl. XI. Scriban Ionel (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 59, 60).

Ş.m. 6 cl. VIII. Căpraru Mihalache (E: 2042, 43, 48, 60, 61, 84, 86, 90, 91), Vasiliu Ilie (E: 2042, 43, 46—48, 55, 58, 60, 61, 67—69).

Absolvent Tuchel Gabriel (6005, 07, 20, 30, 33, 65, 71, 76, 118, 28, 31, 34, 35, 39, 42, 44, 46).

Student Lucaci Nicolae (6007, 20, 30, 33, 40, 65, 71, 76, 105, 18, 31, 34, 39, 42, 44, 46).

GAIEŞTI. Ş.m. cl. VIII. Oprescu Dănuţ (E: 2042, 46, 47, 56, 60, 64, 67—69, 71, 75, 79).

GĂTAIA (Banat). Ş.m. cl. VI. Chişazan Aurel (E: 2055—58, 69, 71, 74, 77, 79, 81—83, 90), Kovaci Iosif (E: 2055, 56, 58, 69, 71, 74, 77, 80—83, 90). Cl. VII. Treta Mariana (E: 2056, 58, 62, 68, 71, 74, 76, 77, 79, 80, 81, 84), Trifu Remus (E: 2056, 58, 62, 68, 69, 74, 76, 77, 80, 81, 83, 84).

GHERDANA (Bacău). Şc. 8 ani cl. VI. Bungiu Vasile (E: 2080, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 88, 90). Alţi 12 elevi au trimis soluţii identice.

GHERLA. Ş.m. cl. XI. Teacan Valentin (5976, 6007, 30, 33, 71, 78, 100, 34, 35, 42).

GIURGIU. Şc. de 8 ani cl. VI. Cioacă Dorina (E: 2027, 29, 33, 34, 38, 42, 56), Coculeasa Maricica (E: 2027, 33, 34, 38, 56, 71, 74), Munteanu Ion (E: 2042, 58, 64, 67, 69—71, 75, 77, 80, 81, 86, 90), Stancu Florina (E: 2034, 38, 46, 64, 67, 69, 71), Suciu Maria (E: 2070, 71, 80—82, 86, 90), Tănase Maria (E: 2027, 29, 42, 45, 55, 66, 71), Ţăranu Ştefan (E: 2029, 45, 46, 59, 80, 81, 90), Velicu Vasilica (E: 2027, 29, 33, 34, 38, 42, 45, 46, 56, 71), Vrabie Tamara (E: 2067—69, 71, 74, 75, 80), Zavarache C. (E: 2064, 67—71, 74, 75). Cl. VII. Trif Marinela (E: 2042, 45, 55, 67, 68, 69, 71). Zafarache Const. (E: 2058, 77, 80, 81, 83, 86, 90).

Ş.m. cl. VIII. Burcea Claudia (E: 2042, 43, 46, 48, 56, 58, 60, 69, 71, 74, 80, 83, 85), Mărăcineanu Eugen (6126; E: 2042, 43, 44, 45—48, 50, 52—60, 62—64, 67—69, 71, 73—79). Cl. X. Ceapă Petre (6055, 59, 63, 71, 76, 78, 131, 32, 34, 39), Măcăneaţă Miron (5998, 6003, 08, 12, 24, 27, 29, 55, 59, 66, 68, 76, 78, 97, 118, 27, 31, 32, 34, 39, 40, 42, 43, 44, 47), Rada Mircea (5964, 67, 78, 96, 97, 99, 6008, 20, 24, 27, 29, 30, 33, 36, 37, 55, 58, 59, 63, 66, 68, 71, 76, 78, 80, 88—100, 18, 31, 34, 39, 42, 46). Cl. XI. Stoian Paul (6057, 64, 71, 77, 105, 08, 19, 20, 28, 29, 31, 34, 35, 39, 42).

GIBOU (Dej). Ş.m. cl. VII. Cheţa Vasile (E: 2064, 67, 69, 71, 75, 80, 90), Chira Vasile (E: 2064, 67, 69, 71, 75, 79, 80, 81, 90).

HALEŞ. Şc. 8 ani cl. VI. Petre Ion (E: 2066, 67, 69, 71, 74, 77, 79), Dogaru Vasilica (E: 2055, 58, 65, 67, 69, 71, 74, 77, 79). Cl. VII. Cudalbu V. (E: 2067, 69, 79, 72, 75, 77, 79), Grigorescu Carmen (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 77, 79).

HAŢEG. Ş.m. cl. VI. Brăilă Ana şi Cerghedean Georgeta (E: 2042, 43, 45, 46, 56, 69, 71), Duţescu Adrian (E: 2042, 45, 46, 55, 56, 58, 71), Petriu Mihai (E: 2042, 45, 46, 67, 69, 71, 74). Cl. X. Nopcea Liviu (6020, 29, 32, 34, 58, 63, 74, 75, 76, 97, 98, 100, 26). cl. XI. Petriu Emil (6055, 63, 64, 71, 74, 76, 96, 100, 14, 18, 19, 26).

HIRLĂU. Ş.m. cl. VIII. Pantofaru Mircea (E: 2042, 43, 50, 55, 56, 67, 69, 71, 74, 77, 78, 79), Solomon Ady (E: 2042, 43, 45, 46—48, 50, 55, 56, 58, 68, 69, 71, 74, 78).

HOREZU. Ş.m. cl. VIII. Costescu Ştefan (E: 2055, 59, 67—71, 73, 74, 77—84, 86, 90, 91), Munteanu I. Maria (6126, E: 2013, 14, 16, 18, 21—23, 25, 27, 28, 33, 35, 38, 44, 55, 56, 58, 59, 62, 67—69, 71, 74, 77—79), Munteanu Ion (E: 2014, 16, 17, 18, 21—23, 25, 27—29, 35, 38, 42, 43, 46, 48, 49, 53, 55, 56, 58, 59, 62, 67—69, 71, 74, 77—80).

HUNEDOARA. Ş.m. 1 cl. VIII. Postelnicu Ileana (E: 2056, 58, 59, 64, 67, 68, 69, 71, 74—76, 80, 81, 90), Drăghici George (E: 2055, 56, 58, 67, 69, 71,

74, 77—79, 81, 90)). Cl. IX. Listeș Vasile 5998—6000, 06, 10, 17, 63, 131, 39, 42—44).

GOHOR (Tecuci). Șc. 8 ani cl. VII. Chrivăsuță Geta (E: 2069, 71, 74, 79—82, 84, 88).

GRIBOIENI (Argeș). Absolvent a 7 clase Ionescu Elena (E: 2058, 59, 67, 69, 71, 74, 77—84, 86, 90).

GURABARZA (Brad). Șc. prof. an II. Tripa Gh. (E: 2069, 80—84, 86, 90). Ș.m. serală cl. VIII. Lupei Vaisle (E: 2080—85, 90).

IANCA (Galați). Ș.m. cl. IX. Stratan Mihai (6100, 05, 22, 24—26, 29, 31, 39, 41, 47, 49, 54, 58, 63).

INEU. Ș.m. cl. X. Brîncovean Valeriu (6007, 20, 30, 33, 58, 71, 75, 118, 31, 32, 34, 42, 44, 46), Dumitraș Dan (6007, 20, 29, 30, 33, 58, 71, 76, 100, 05, 31, 34, 42, 44, 47, 49), Pătruț Ioan (6058, 68, 71, 75—77, 93, 98, 100, 18, 31, 34, 42, 44, 46, 47, 49).

IȚCANI (Suceava). Șc. de 8 ani nr. 1 cl. VII. Siroaici Doina (E: 2055, 56, 67, 68, 69, 71, 74, 76, 77, 81—83, 86, 90).

IZBICENI (Oltenia)). Șc. 8 ani cl. V. Fota I. (E: 2056, 69, 71, 74, 75, 81, 90).

JIMBOLIA. Ș.m. cl. X. Mănescu Ion (6029, 30, 33, 55, 59, 66, 71, 77, 78, 97, 98—100).

IAȘI. Șc. de 8 ani nr. 12, cl. VII. Șuiu Radu (E: 2055, 67, 71, 75, 79, 80, 83, 91), Șc. de 8 ani nr. 14 cl. VI. Stancu Viorel (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 77—87), cl. VII. Topor Vasile (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 75, 79—81, 83, 84, 90).

Ș.m. 1 cl. VI. Amălinei Neculai (E: 2042—47, 50, 56, 67, 69, 71, 74, 77, 79—82), Blidaru Viorel (E: 2064, 67, 69, 71, 75, 80, 81, 83, 84, 90), Coman Eugen (E: 2056, 69, 75, 77, 79, 80—83, 90), Enescu Marcela (E: 2052, 67, 69, 71, 75, 80—81, 83, 90). Zaharia Constantin (E: 2055, 56, 62, 71, 75, 80—84, 90), cl. VIII Mihai Marilena (E: 2064, 66—69, 71, 72, 74, 77—79), Riciu Anton (E: 2066—69, 72, 74, 77—86), Rubnicu Dumitru (E: 2066—69, 71, 73, 74, 77, 79—86, 90), Turcu Marcel (E: 2066—69, 71, 74, 79—86).

Ș.m. 2 cl. VII. Berbieru Virgil (E: 2055, 56, 58, 59, 80, 81, 83, 84, 86, 90), cl. VIII Ciobotaru Ghiocel (E: 2042, 43, 45, 46, 48, 49, 55, 56, 58, 69, 71, 74, 77, 78), Iancu Judith (E: 2055, 58, 67, 69, 74, 77—79, 82, 91), Mihailovici Manuela (6139; E: 2055, 56, 58, 60, 62, 67, 69, 71, 74, 77, 82)), cl. X Alexandru Nicolae (6059, 63, 65, 71, 75—78, 98, 100, 01, 18, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 49, 50, 55, 58), Angelescu Ioana (5998, 6007, 20, 29, 27, 33, 34, 59, 65, 71, 75—77, 98, 100, 01, 18, 31, 32, 42, 44, 63), Vînătoru Magda (6020, 63, 65, 71, 75—78, 100, 01, 18, 42).

ERATĂ. La articolul din G.M. nr. 2/1964 pagina 61 rîndul 10 de jos trebuie scris perioada „*siderală*" în loc de cea „*sinodică*", adică T=27 zile 8 ore. Ca urmare h (distanța de centru) se va scrie h=88434 km. iar v=0,235 km/s, în loc de v=0,231 km/s. (semnalat de *A. Pal*).

În vederea stimulării elevilor clasei XI premiați la olimpiadele internaționale de matematici și olimpiadele interne, care devin studenți ai facultății de matematică-mecanică sau fizică de la Universități, conducerea Ministerului Învățămîntului a hotărît să li se acorde următoarele forme de sprijin material:

a) bursă în primul an de studii, indiferent de situația lor materială. În următorii ani de studii bursa să fie menținută în aceleași condiții dacă obțin media generală cel puțin 9,00;

b) la începutul primului an de studii să li se acorde cărți și manuale de specialitate în valoare de 500 lei;

c) în vacanțele anului I de studii să fie trimiși cu prioritate la odihnă în taberele studențești (iarna sau vara la alegerea studentului) dacă rezultatele școlare sînt foarte bune.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 30—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.-B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate, corect rezolvate și citeț semnate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 10 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E : VII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscut această publicație și altor colegi, pentru a se abona din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscut această publicație și altor colegi, pentru a se abona din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștrii să se aboneze de îndată pentru anul 1964 (12 numere). Costul este de 18 lei anual și 9 lei semestrial.

— Abonamentele se pot face prin oficiile poștale locale.

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 8340

Index 41001

Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) iunie 1964

6

GAZETA MATEMATICA

(SERIA B)

Anul XV (I), nr. 6 — iunie 1964

SUMARUL

pag.

1. Perspectivele tinerilor care studiază matematica de acad. *N. Teodorescu* 241
2. Asupra unor progresii aritmetice de *D. V. Ionescu*, Cluj 245
3. Note Matematice de *Aurel Bejancu*, Novaci şi *Gh. Ţopan*, Tg. Mureş 251
4. Probleme rezolvate (5716; 5751; 5756; 5758; 5774; E: 1961; 1962; 1968; 1972; 1975) 253
5. Chestiuni de examen (6356—6374) 260
6. Probleme propuse (6375—6401) 265
7. Exerciţii şi probleme pentru clasele V—VIII (E: 2153—2168) 270
8. Cărţi noi 272
9. Rubrica rezolvitorilor de probleme 273

ANUL XV (I) **6** IUNIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Cristea I., asistent; *Dincă N.*, profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kiss E.*, conf. univ. (Cluj); *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Muşat I.* prof.; *Ottescu C.*, profesor; *Păvăluţu M.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Ţene L.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) nr. 6 iunie 1964

PERSPECTIVELE TINERILOR CARE STUDIAZĂ MATEMATICA

de Acad. *N. TEODORESCU*, decanul Facultății de matematică-mecanică a „Universității București"

Adolescența însămînțează, încolțește, crește și înalță pînă la hotarul visurilor aspirațiile cele mai fierbinți ale tineretului. Tulburătoarea întrebare asupra drumului de urmat, asupra locului năzuit în viața personală și în cea socială, capătă uneori aspecte de obsesie pe care numai viziunea ispitoare a perspectivelor unei hotărîri rîvnite le poate risipi și îndepărta. De aceea fiecărei generații îi revine nobila obligație de a lumina aceste perspective în folosul celei care îi va urma, predîndu-i schimbul de mîine ușurat de bîjbîielile nedumeririlor și căutărilor întîmplătoare.

Matematica, cu toate dificultățile de înțelegere a noțiunilor, metodelor și rezultatelor sale abstracte, a exercitat totdeauna o atracție ciudată asupra multora dintre cei care au avut prilejul s-o studieze, bucurîndu-se de un prestigiu deosebit în societatea omenească. Acest prestigiu se datorează în primul rînd necesității folosirii acestei științe în viața practică, iar atracția pe care o exercită, în special asupra tineretului, chiar cînd nu este înțeleasă, ci numai intuită, provine din forța sa neobișnuită de pătrundere multilaterală, ca instrument de cercetare și cunoaștere a fenomenelor naturii. În ultimele decenii, această forță și-a întins acțiunea și asupra unor importante fenomene sociale ale economiei și culturii. O dată cu această prodigioasă expansiune, matematica a cîștigat și o popularitate, surprinzătoare pentru generațiile mai vîrstnice, dar naturală pentru cele tinere. Din ce în ce mai mulți adolescenți și adolescente își îndreaptă aspirațiile spre matematică, încercînd să-i pătrundă cît mai adînc înțelesul și să-i descopere cît mai repede frumusețile.

Pespectivele ce se deschid în fața tinerilor matematicieni sînt variate și îmbietoare ; ei pot deveni specialiști, nu numai în domeniul propriu-zis al acestei științe, dar și în cel al aplicațiilor sale în diverse sectoare ale științei, tehnicii, economiei și culturii. Rînd pe rînd, diversele științe fac apel la aparatul matematic în dezvoltarea lor. Din folosirea acestui aparat rezultă în schimb uneori un impuls considerabil spre dezvoltarea sau chiar crearea unor teorii matematice. Este astăzi clar pentru oricine aportul matematicii în dezvoltarea mecanicii, a astronomiei sau fizicii.

Problemele importante ale tehnicii contemporane în domeniul mecanicii, de pildă, nu pot fi soluționate corect decît prin colaborarea dintre

ingineri și mecanicieni cu pregătire teoretică. Pentru a nu da decît un exemplu ne vom referi la problemele de fundații care revin la studiul contactului dintre sol și o construcție deformabilă. Teoria corectă a fenomenelor ce rezultă din acest contact, conduce la rezolvarea unor ecuații integrale complicate, deci face apel la instrumente matematice delicate și moderne.

În domeniul fizicii, vom cita exemplul explicației fenomenelor cuantice și ondulatorii în condiții largi, care permit nu numai abordarea unei clase de fenomene dar și punerea în lumină a altora noi, explicație care are loc în mecanica ondulatorie. Punctul de plecare al acestei discipline a fost o teorie matematică a cărei semnificație fizică a fost cercetată, completată și corijată ulterior, deschizînd un cîmp imens de cercetare în fizica modernă.

Se vede deci că matematica se dovedește eficientă în dezvoltarea amplă a două științe fundamentale ca mecanica și fizica, cărora li se adaugă indiscutabil și astronomia. Dar eficiența matematicii și deci perspectivele unei activități fructuoase pentru specialiștii matematicieni nu se opresc aici. Ele cresc odată cu pătrunderea matematicii în diversele discipline științifice și în aplicațiile lor practice. Chimia fizică de exemplu, în toate sectoarele sale și în particular în studiul macromoleculelor, folosește în prezent metode și instrumente matematice subtile.

Trecînd mai departe, vom observa că biologia și medicina fac azi eforturi considerabile de matematizare, punînd în lumină și dezvoltînd rapid pe baze matematice discipline de graniță ca biofizica și biochimia. În stadiul actual al unor probleme specific biologice, ca cele de morfologie, se impune aportul fizicii, chimiei și matematicii. În procesele transferului de energie în reacțiile biochimice intervin noțiuni de mecanică cuantică, disciplină fizică puternic matematizată.

În medicină, interesul cercetărilor se îndreaptă în zilele noastre din ce în ce mai ferm spre studiul omului bolnav considerat în interacțiunea dintre organism și mediu, ceea ce pune problema sănătății colective. Se vede imediat necesitatea cercetărilor statistice și în consecință a folosirii metodelor statisticii matematice. Acestea și-au dat contribuția fructuoasă în studiul eficacității medicamentelor, al evidenței stării de sănătate a populației, în analiza proceselor de ereditate etc. În stabilirea diagnosticelor intervine teoria informațiilor, capitol deschis în ultimii ani în matematica modernă, iar pronosticul evoluției bolilor face apel la teoria probabilităților.

Apariția și dezvoltarea unui număr din ce în ce mai mare de discipline de graniță, care asimilează datele unor ramuri științifice diferite sintetizîndu-le apoi într-o nouă formă creatoare și fecundă, este un proces caracteristic stadiului actual al științei, consecință a întrepătrunderii diverselor sectoare ale științei în mersul ei biruitor spre cunoașterea și stăpînirea fenomenelor complexe ale naturii și societății. Astfel de discipline se nasc înzestrate cu metode sau cel puțin cu rudimente de metode de investigație matematice, care existau uneori într-una sau în ambele discipline ce intră în sinteza celei de graniță. Exemplele biochimiei, electrochimiei, astrofizicii, în care alături de metode experimentale se aplică și metode și instrumente matematice, constituind suportul teoretic al cer-

cetării organic legate de dezvoltarea disciplinei respective, sînt grăitoare și deschid unui număr mare de tineri matematicieni perspective greu de stăvilit.

Trecînd în domeniul tehnicii, exemplele de pătrundere revelatoare și fecundă a metodelor și instrumentelor de cercetare matematică devin atît de răspîndite încît este suficient să punem în evidență numai cîteva dintre cele mai răsunătoare. Astfel, electronica și electrotehnica puternic susținute în dezvoltarea lor impetuoasă de cuceririle fizicii moderne, nu se pot lipsi de folosirea curentă a numeroase teorii matematice, cum sînt cele ale ecuațiilor diferențiale și cu derivate parțiale, a funcțiilor complexe, a funcțiilor speciale, a calculului operațional etc.

Mecanica fluidelor aplicată în tehnică, de exemplu prin aerodinamică, la mișcările în aer, cu viteze subsonice, transonice sau supersonice, în hidrotehnică la mișcările peste baraje și deversoare, în teoria valurilor, a jeturilor, în dinamica rîurilor, în mișcarea fluidelor prin medii poroase, cum ar fi infiltrațiile pe sub construcțiile hidrotehnice sau pe sub barajele de pămînt, deplasarea apelor, țițeiului, gazelor etc. prin sol, nu poate fi concepută fără sprijinul esențial, larg și riguros al matematicii. Teoria ecuațiilor cu derivate parțiale, cea a funcțiilor complexe, analiza funcțională etc., își aduc aportul creator, în rezolvarea problemelor tehnice legate de mecanica fluidelor.

Tehnologia producției, care este aplicarea tehnicii în producție, este în epoca noastră revoluționată de automatizare, tehnică ce mărește în proporții uimitoare productivitatea muncii sociale. Ori, pentru introducerea automatizării complexe este indispensabilă colaborarea oamenilor de știință din mai multe ramuri, colaborare în care rolul major îl au matematicienii, fizicienii și mecanicienii. Automatizarea, sub toate aspectele sub care este pusă în practică, folosește pe o scară foarte largă matematica și — ceea ce este surprinzător la prima vedere — matematica cea mai abstractă. Teorii cu un înalt grad de abstracție ca logica matematică, algebră abstractă, teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale, sînt prezentate și își aduc aportul substanțial în reglarea și telecomanda sistemelor automate complexe.

Ajungem astfel la cibernetică, disciplină care joacă un rol primordial în automatizare. Ea studiază procesele de comandă în sistemele dinamice complexe, fiind fundată teoretic pe matematică și logică. Aplicațiile variate și adeseori uluitoare ale acestei discipline, i-au adus un prestigiu de magiciană, atrăgînd în special tineretul a cărui fantezie științifică își găsește în ea, cele mai nălucitoare orizonturi. Cibernetica aplică mijloacele automaticii și în primul rînd ale mașinilor electronice de calcul la mașinile logico-informaționale, iar acestea, culegînd un număr mare de informații privind procesul ce se desfășoară, stabilesc și transmit rapid comanda în sistemul dinamic complex la organele de execuție, care o execută. Iată încă un domeniu în care tineretul matematic își poate avînta talentul, rîvna și imaginația.

Problemele economiei socialiste care trebuie să fie rezolvate nu numai la nivelul întreprinderilor mari sau mici, al trusturilor, ci și la nivelul diverselor ramuri economice, sau chiar la nivelul întregii economii naționale, impun găsirea procedeelor științifice, care să țină seamă de

numărul mare de date și de condițiile obiective. Astfel, cercetarea economică este condusă la folosirea pe scară largă a metodelor matematice în special ale statisticii matematice și ale teoriei probabilităților. Acestea își găsesc aplicații de seamă, de exemplu, în conducerea planificată a economiei naționale și în urmărirea ritmului de dezvoltare a diferitelor ramuri ale acestei economii.

Progresul impetuos al științei și transmiterea realizărilor ei direct sau mediat în toate ramurile activității omenești, au supus conceptul de cultură în epoca actuală la o transformare calitativă de mare amploare. Azi este greu de conceput un intelectual, oricare ar fi specialitatea sa: inginer, arhitect, medic, economist, filozof, literat, care să nu fie obligat în activitatea sa profesională să recurgă la ajutorul unor discipline matematice sau fizice, al electronicii, ciberneticii etc. Succesul metodelor matematice în lingvistică este în prezent cunoscut în cele mai largi cercuri intelectuale; lingvistica matematică se dezvoltă cu repeziciune și pune la contribuție talentul și puterea de muncă a unui număr din ce în ce mai mare de tineri filologi și matematicieni, avînd aplicații importante, cum ar fi traducerea automată.

Matematica avînd ca obiect — conform cu definiția lui Engels — formele spațiale și raporturile cantitative ale lumii reale, își arată, în aplicațiile sale atît de variate, o eficiență cu atît mai substanțială, cu cît poate realiza mai rapid și mai exact aceste raporturi prin calculul numeric. Dezvoltarea vertiginoasă și senzațională a mașinilor electronice de calcul a condus la înflorirea uimitoare a metodelor numerice și la crearea și dezvoltarea rapidă a numeroase discipline matematice cu caracter algoritmic ca: analiza numerică, teoria algoritmelor, teoria jocurilor etc, Centrele de calcul, în care sînt grupate mașini digitale sau analogice, sînt adevărate laboratoare de analiză a numeroase probleme numerice puse de diferite ramuri ale științei, de tehnică, de economie. În aceste centre lucrează numeroși matematicieni, în special tineri care vin în contact cu cele mai diverse probleme. Uneori rezolvarea acestora este o chestiune de codificare corectă și economică, dar alteori această rezolvare impune o cercetare complexă, abilă și aprofundată. Se poate spune că tehnica de calcul a revoluționat matematica zilelor noastre în sectoare esențiale și că această revoluție se întinde mereu. Iată de ce tinerilor matematicieni li se deschid perspective spectaculoase și atît de vaste încît nu pot fi cuprinse nici în cele mai entuziaste aprecieri.

Revenind la cuvintele introductive, credem că rapida privire aruncată asupra imensului și variatului teritoriu fructificat în prezent de matematică în cunoașterea și stăpînirea naturii, poate aduce un răspuns bun tulburătoarelor întrebări pe care și le pun tinerii și tinerele care simt îndemnul de a studia matematica, asupra drumului de urmat. Rîndurile de mai sus sînt ieșite din necesitatea de a lumina acestora perspectivele care le sînt ascunse, sau pe care de abia le întrezăresc, ori le cred ireale. Calea carierei de matematician este tot atît de sigură ca raționamentele matematice și tot atît de plină de făgăduințe ca cercetarea înaripată a ținuturilor neexplorate ale matematicii.

ASUPRA UNOR PROGRESII ARITMETICE

Prof. univ. *D. V. IONESCU, Cluj*

Se știe că dacă aranjăm termenii progresiei

1, 5, 9, 13, 17, 21, ...

într-un tablou

1
5 9 13
17 21 25 29 33

astfel ca linia întîia să conțină primul termen al progresiei, linia a doua să conțină următorii 3 termeni, linia a treia următorii 5 termeni...., atunci suma termenilor de pe fiecare linie este cubul unui număr impar. Avem

$$1 = 1^3$$
$$5 + 9 + 13 = 3^3$$
$$17 + 21 + 25 + 29 + 33 = 5^3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Fiind dată o progresie

$$(P) \qquad a_1, a_2, \ldots, a_p, a_{p+1}, \ldots$$

cu primul termen egal cu a_1 și rația egală cu r putem aranja termenii într-un tablou

$$a_1, a_2, \ldots, a_p$$
$$a_{p+1}, a_{p+2}, \ldots a_{p+p}, a_{p+p+1}, \ldots, a_{p+p+q}$$
$$(T_{p,q}) \qquad a_{2p+q+1}, a_{2p+q+2}, \ldots, a_{2p+q+p}, a_{2p+q+p+1}, \ldots, a_{3p+3q}$$
$$\ldots, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

astfel ca linia întîia să conțină primii p termeni ai progresiei (P), a doua linie să conțină următorii $p+q$ termeni, iar a treia linie să conțină următorii $p+2q$ termeni... și așa mai departe.

În cele ce urmează vom determina progresiile (P) astfel ca p și q fiind numere naturale date, suma termenilor de pe fiecare linie din tabloul T_{pq}, să fie cubul unui număr.

Pentru aceasta este foarte util să cunoaștem rangul ultimului termen de pe linia a n^a a tabloului $(T_{p,q})$. Acesta va fi egal cu

$$np + (n-1)q + (n-2)q + \ldots + q = np + \frac{n(n-1)}{2}q.$$

De aici rezultă că ultimul termen al linie a n^a este

$$a + \left[np + \frac{n(n-1)}{2}q - 1\right]r$$

iar primul termen al liniei a n^a este

$$a + \frac{1}{2}\left[(n-1)p + \frac{(n-1)(n-2)}{2} q\right] r$$

Suma S_n a termenilor de pe linia a n^a este

$$S_n = \left\{a + \left[np + \frac{n(n-1)}{2} q - 1\right] r + a + \left[(n-1)p + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{(n-1)(n-2)}{2} q\right] r\right\} x \left[p + (n-1)q\right]$$

deoarece numărul termenilor liniei a n^a este $p+(n-1)\ q$. Mai putem scrie

$$S_n = \left[a + \left(np - \frac{p+1}{2}\right) r + \frac{(n-1)^2}{2} q r\right][p + (n-1)\ q]$$

sau încă

$$S_n = \left[a + \frac{p-1}{2} r + pr(n-1) + \frac{q r}{2}(n-1)^2\right] [p + (n-1)\ q]$$

Prima paranteză se mai scrie

$$\frac{r}{2q}[p + (n-1)\ q]^2 + a + \frac{p-1}{2} r - \frac{r}{2q} p^2$$

astfel încît

$$S_n = \frac{r}{2q}[p + (n-1)\ q]^3 + \left(a + \frac{p-1}{2} r - \frac{r}{2q} p^2\right)[p + (n-1)q]. \quad (1)$$

Astfel suma termenilor de pe linia a n^a a tabloului $(T_{p,\ q})$ s-a putut scrie sub forma unui *polinom* S_n *de gradul al treilea în* $p+(n-1)q$ *din care lipsește termenul liber și cel de gradul al doilea.* De aici rezultă că putem totdeauna determina progresia (P), *astfel ca* S_n *să fie un polinom dat de* $p+(n-1)q$.

Vom trata trei cazuri:

I. *Dacă vrem ca* S_n *să fie un cub, vom lua*

$$\frac{r}{2q} = \lambda^3,\ a + \frac{p-1}{2} r - \frac{r}{2q} p^2 = 0$$

și de aici rezultă că

$$r = 2q\ \lambda^3 \qquad a = [p^2 - (p-1)q]\ \lambda^3 \quad (2)$$

și aceste numere determină progresia (P_λ), care depinde de numărul λ. Pentru $\lambda=1$, obținem progresia (P) determinată de

$$r = 2q, \qquad a = p^2 - (p-1)\ q.$$

Deoarece termenii progresiei (P_λ) se obțin înmulțind termenii progresiei P cu λ^3, ne putem mărgini numai la progresia (P).

Exemple: 1° avem tabloul

$(T_{1,1})$

1
3 5
7 9 11

în care

$$S_1 = 1^3,\ S_2 = 2^3,\ S_3 = 3^3, \ldots, S_n = n^3, \ldots$$

2° Avem tabloul

$(T_{1,2})$

1
5 9 13
17 21 25 29 33
. . . . . .

în care

$$S_1 = 1^3,\ S_2 = 3^3,\ S_3 = 5^3, \ldots, S_n = (2n-1)^3, \ldots$$

3°. Avem tabloul

$(T_{1,3})$

1
7 13 19 25
31 37 43 49 55 61 67
. . . . . .

în care

$$S_1 = 1^3,\ S_2 = 4^3,\ S_3 = 7^3, \ldots, S_n = (3n-2)^3, \ldots$$

4° Avem tabloul

$(T_{2,2})$

2 6
10 14 18 22
26 30 34 38 42 46
. . . . . .

în care

$$S_1 = 2^3,\ S_2 = 4^3,\ S_3 = 6^3, \ldots, S_n = (2n)^3, \ldots$$

5° Avem tabloul

$(T_{2,3})$

1 7
13 19 25 31 37
43 49 55 61 67 73 79 85
. . . . . .

în care

$$S_1 = 2^3,\ S_2 = 5^3,\ S_3 = 8^3, \ldots, S_n = (3n-1)^3, \ldots$$

6° Avem tabloul

$$(T_{3,3}) \qquad \begin{array}{ccccccccccc} & & 3 & & 9 & & 15 & & & & \\ 21 & & 27 & & 33 & & 39 & & 45 & & 51 \\ 57 & & 63 & & 69 & & 75 & & 81 & & 87 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 93 & 99 & 105 \end{array}$$

. . . . . .

în care

$$S_1 = 3^3,\ S_2 = 6^3,\ S_3 = 9^3, \ldots,\ S_n = (3n)^3$$

. . . . . .

II. *Să se determine progresia (P) astfel ca să avem*

$S_n = [p+(n-1)q]^3 + [p+(n-1)q]$. Vom nota cu $(T'_{p,q})$ tabloul $(T_{p,q})$ corespunzător acestui caz. Va trebui să avem în formula (1)

$$\frac{r}{2q} = 1, \quad a + \frac{p-1}{2} r - \frac{r}{2q} p^2 = 1$$

adică

$$r = 2q, \quad a = p^2 - (p-1)\,q + 1. \tag{3}$$

Exemple: 1° Avem tabloul

$$(T'_{1,1}) \qquad \begin{array}{ccccc} & & 2 & & \\ 4 & & 6 & & \\ 8 & & 10 & & 12 \end{array}$$

. . . . . .

în care

$$S_1 = 1^3 + 1,\ S_2 = 2^3 + 2,\ S_3 = 3^3 + 3, \ldots,\ S_n = n^3 + n.$$

2° Avem tabloul

$$(T'_{1,2}) \qquad \begin{array}{ccccccccc} & & 2 & & & & & & \\ 6 & & 10 & & 14 & & & & \\ 18 & & 22 & & 26 & & 30 & & 34 \end{array}$$

. . . . . .

în care

$$S_1 = 1^3 + 1,\ S_2 = 3^3 + 3,\ S_3 = 5^3 + 5, \ldots,\ S_n = (2n-1)^3 + (2n-1)$$

3° Avem tabloul

$$(T'_{1,3}) \qquad \begin{array}{ccccccccccccc} & & & & 2 & & & & & & & & \\ 8 & & & & 14 & & & & 20 & & & & 26 \\ 32 & & & & 38 & & & & 44 & & & & 50 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 56 & 62 & 68 \end{array}$$

. . . . . .

în care

$$S_1 = 1^3 + 1,\ S_2 = 4^3 + 4,\ S_3 = 7^3 + 7, \ldots,\ S_n = (3n-2)^3 + (3n-2)$$

4° Avem tabloul

$(T'_{2,2})$

3	7					
11	15	19	23			
27	31	35	39	43	47	
.	.	.	.	.	.	.

în care

$$S_1 = 2^3 + 2,\ S_2 = 4^3 + 4,\ S_3 = 6^3 + 6, \ldots,\ S_n = (2n)^3 + 2n$$

5° Avem tabloul

$(T'_{2,3})$

2	8						
14	20	26	32	38			
44	50	56	62	68	74	80	86
.	.	.	.	.	.	.	.

în care

$$S_1 = 2^3 + 2,\ S_2 = 5^3 + 5,\ S_3 = 8^3 + 8, \ldots,\ S_n = (3n-1)^3 + (3n-1)$$

6° Avem tabloul

$(T'_{3,3})$

4	10	16						
22	28	34	40	46	52			
58	64	70	76	82	88	94	100	106

în care

$$S_1 = 3^3 + 3,\ S_2 = 6^3 + 6,\ S_3 = 9^3 + 9, \ldots,\ S_n = (3n)^3 + 3n$$

III. *Să determinăm progresia* (P) *astfel ca să avem* $S_n = [p+(n-1)q]^3 - [p+(n-1)q]$. Va trebui ca în formula (1) să avem

$$\frac{r}{2q} = 1,\quad a + \frac{p-1}{2} r - \frac{r}{2q} p^2 = -1$$

adică

$$r = 2q,\quad a = p^2 - (p-1)q - 1 \qquad (4)$$

Vom nota cu $(T''_{p,q})$ tabloul $(T_{p,q})$ corespunzător acestui caz.

Exemple. 1° Avem tabloul

$(T''_{1,1})$

0			
2	4		
6	8	10	
.	.	.	.

în care

$$S_1 = 1^3 - 1,\ S_2 = 2^3 - 2,\ S_3 = 3^3 - 3, \ldots,\ S_n = n^3 - n, \ldots$$

2° Avem tabloul

$$(T''_{1,2})\qquad \begin{array}{cccccccc} & & 0 & & & & & \\ 4 & & 8 & & 12 & & & \\ 16 & & 20 & & 24 & 28 & 32 & \\ \multicolumn{8}{c}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots} \end{array}$$

în care

$$S_1=1^3-1,\ S_2=3^3-3,\ S_3=5^3-5,\dots,\ S_n=(2n-1)^3-(2n-1),\dots$$

3° Avem tabloul

$$(T''_{1,3})\qquad \begin{array}{ccccccc} & & 0 & & & & \\ 6 & & 12 & & 18 & & 24 \\ 30 & & 36 & & 42 & 48 & 54 \\ \multicolumn{7}{c}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots} \end{array}$$

în care

$$S_1=1^3-1,\ S_2=4^3-4,\ S_3=7^3-7,\dots,\ S_n=(3n-2)^3-(3n-2)$$

4° Avem tabloul

$$(T''_{2,2})\qquad \begin{array}{cccccccc} & 1 & & 5 & & & & \\ 9 & & 13 & & 17 & & 21 & \\ 25 & & 29 & & 33 & 37 & 41 & 45 \\ \multicolumn{8}{c}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots} \end{array}$$

în care

$$S_1=2^3-2,\ S_2=4^3-4,\ S_3=6^3-6,\dots,\ S_n=(2n)^3-2n$$

5° Avem tabloul

$$(T''_{2,3})\qquad \begin{array}{ccccccccc} & 0 & & 6 & & & & & \\ 12 & & 18 & & 24 & & 30 & & 36 \\ 42 & & 48 & & 54 & 60 & 66 & 72 & 78 & 84 \\ \multicolumn{9}{c}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots} \end{array}$$

în care

$$S_1=2^3-2,\ S_2=5^3-5,\ S_3=8^3-8,\dots,\ S_n=(3n-1)^3-(3n-1)$$

6° Avem tabloul

$$(T''_{3,3})\qquad \begin{array}{ccccccccccc} & 2 & & 8 & & 14 & & & & & \\ 20 & & 26 & & 32 & & 38 & & 44 & & 50 \\ 56 & & 62 & & 68 & & 74 & & 80 & 86 & 92 & 98 & 104 \\ \multicolumn{11}{c}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots} \end{array}$$

în care

$$S_1=3^3-3,\ S_2=6^3-6,\ S_3=9^3-9,\dots,\ S_n=(3n)^3-3n$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

ASUPRA UNEI INEGALITĂȚI

În articolul *Cîteva corelații în matematicile elementare* din G.M.F.-B nr. 11/1957 se stabilește că pentru orice numere pozitive x, y, z are loc inegalitatea algebrică:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\geqslant\frac{9}{x+y+z} \tag{1}$$

Cu ajutorul acestei relații algebrice se pot stabili relații geometrice, relații între mărimi întîlnite în fizică etc. Astfel:

1. Dacă în inegalitatea (1) notăm $x=r_a$; $y=r_b$; și $z=r_c$,, unde r_a, r_b, r_c sînt razele cercurilor exînscrise triunghiului avem:

$$\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}\geqslant\frac{9}{r_a+r_b+r_c} \tag{2}$$

Se știe însă că:

$$\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{1}{r} \text{ și } r_a+r_b+r_c=4R+r,$$

unde R și r sînt respectiv, raza cercului circumscris și înscris într-un triunghi oarecare. Așadar, inegalitatea (2) devine:

$$\frac{1}{r}\geqslant\frac{9}{4R+r}$$

de unde $R\geqslant 2r$, inegalitate cunoscută stabilită și în acest mod.

2. Dacă în inegalitatea (1) notăm $x=R_1$, $y=R_2$, $z=R_3$, unde R_1, R_2, R_3 sînt rezistențe avem:

$$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\geqslant\frac{9}{R_1+R_2+R_3} \tag{3}$$

Dar, $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}=\frac{1}{R_p}$ și $R_1+R_2+R_3=R_s$, unde R_p și R_s sînt respectiv, rezistența echivalentă a celor trei rezistențe legate în paralel și în serie. Așadar, inegalitatea (3) devine:

$$\frac{1}{R_p}\geqslant\frac{9}{R_s} \text{ sau } R_s\geqslant 9R_p$$

Rezultă că *rezistența echivalentă a trei rezistențe legate în serie este cel puțin de nouă ori mai mare decît rezistența echivalentă a altor trei rezistențe legate în paralel.*

Aurel Bejancu, absolvent Novaci

RMINAREA CENTRULUI DE GREUTATE AL UNUI POLIGON CONVEX

Considerăm poligonul convex $M_1 M_2 M_3 \ldots M_n$ cu n laturi raportat la un sistem de axe de coordonate ortogonale xOy, care nu-l traversează. Dacă $Mi\,(x_i, y_i)$, $i=1, 2, \ldots, n$ sînt coordonatele vîrfurilor, aria S a poligonului este dată de expresia cunoscută *.

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{vmatrix}, \text{ unde } x_{n+1} = x_1, \; y_{n+1} = y_1. \tag{1}$$

Dintr-un vîrf oarecare, de exemplu din M_1, ducem diagonalele poligonului și descompunem aria S în $n-2$ triunghiuri. Notînd aria triunghiului i cu S_i avem:

$$S_i = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \\ x_{i+2} & y_{i+2} & 1 \end{vmatrix}, \; (i = 1, 2, \ldots, n-2). \tag{2}$$

Dacă G_i este centrul de greutate al triunghiului i și ξ_i, η_i coordonatele lui atunci:

$$\xi_i = \frac{1}{3}(x_1 + x_{i+1} + x_{i+2}), \; \eta_i = \frac{1}{3}(y_1 + y_{i+1} + y_{i+2}), \tag{3}$$

$i=1, 2, \ldots, n-2$. Să mai notăm cu G centrul de greutate al poligonului și cu ξ și η coordonatele lui.

Presupunem că placa poligonului este omogenă. În acest caz în centrele de greutate G_i vor acționa forțele f_i, paralele cu $x'x$ și proporționale cu ariile S_i Rezultanta F va fi o forță paralelă cu $x'x$, proporțională cu aria S și va avea punctul de aplicație în G, centrul de greutate al poligonului. Notînd cu k constanta de proporționalitate avem:

$$f_i = kS_i, \; F = kS;$$

momentele acestor forțe în raport cu punctul O sînt:

$$\mathfrak{M}_i = \eta_i f_i = k \eta_i S_i, \; \mathfrak{M} = \eta F = k \eta S.$$

Forțele fiind situate în același plan, după teorema lui Varignon, momentul rezultantei forțelor în raport cu punctul O este egal cu suma algebrică a momentelor forțelor componente în raport cu același punct. astfel că:

$$\mathfrak{M} = \sum_{i=1}^{n-2} \mathfrak{M}_i, \text{ și } \eta S = \sum_{i=1}^{n-2} \eta_i S_i, \text{ sau}$$

* Nota din G.M.F.-B 3/1963. Aplicații ale determinanților la aria unui poligon convex de I. Teodorescu, profesor Galați.

$$\eta = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n-2} \eta_i S_i \text{ și } \xi = \frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n-2} \xi_i S_i,$$

unde S, S_i, η_i și ξ_i sînt date de relațiile (1), (2) și (3).

Gh. Țopan, Tg. Mureș

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5716

Se dă sistemul:

$$x + y - z = 1,$$
$$3x^2 + y^2 - z^2 = 3,$$
$$x(x - y + 1) + z = m + 1.$$

a) *Să se rezolve; b) să se determine valoarea lui m pentru care soluția sistemului dat este formată din trei numere (x,y,z) în progresie aritmetică; c) să se afle valorile lui m pentru care soluția sistemului dat este formată din trei numere (x, y, z) în progresie geometrică.*

(Cl. IX O. M. 1963) *Augustin I. Matei*

Soluție dată de *Tonceanu Dan*, elev ș.m. 11 București. a) Ridicînd ecuația $x+y=z+1$ la pătrat, înmulțind ecuația a doua cu -1, iar ecuația a treia cu 2 și adunîndu-le obținem $2x=2m$; de unde $x=m$. Înlocuind valoarea lui x în ecuațiile (1) și (3) din sistemul dat, obținem $y-z=1-m$ și $-my+z=1-m^2$, de unde $y = \dfrac{2-m-m^2}{1-m} = m+2$ și $z=2m+1$; $x=m$, dacă $m \neq 1$. Pentru $m=1$ sistemul e nedeterminat cu soluția $x=1$, $y=z$.

b) Condiția ca numerele m, $m+2$, $2m+1$, să fie în progresie aritmetică este $m+2m+1=2m+4$, de unde $m=3$.

c) Condiția ca numerele m, $m+2$, $2m+1$, să fie în progresie geometrică este: $m(2m+1)=(m+2)^2$ și avem: $m^2-3m-4=0$; Deci $m=-1$ și $m=4$.

Problema 5751

Să se arate că

$$\sum_{k=1}^{n} \cos^3 kx = \frac{3}{4}\sum_{p=1}^{n} \cos px + \frac{1}{4}\sum_{q=1}^{n} \cos 3qx$$

unde k, p, q sînt numere naturale.

I. Diaconescu, student București

Soluție dată de *Simion Alexandru*, elev Bacău. Plecăm de la primul membru al identității și considerăm egalitățile:

$$\cos^3 x = \cos \cdot \cos^2 x = \cos x \cdot \frac{1+\cos 2x}{2} = \frac{1}{2}(\cos x + \cos x \cos 2x),$$

$$\cos^2 2x = \cos 2x \cdot \cos^2 2x = \cos 2x \cdot \frac{1+\cos 4x}{2} = \frac{1}{2}(\cos 2x + \cos 2x \cos 4x),$$

$$\cos^3 3x = \cos 3x \cdot \cos^2 3x = \cos^3 x \cdot \frac{1+\cos 6x}{2} = \frac{1}{2}(\cos^3 x + \cos 3x \cos 6x),$$

$$\vdots$$

$$\cos^3 nx = \cos nx \cdot \cos^2 nx = \cos nx \cdot \frac{1+\cos 2nx}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}(\cos nx + \cos nx \cos 2nx).$$

Adunînd membru cu membru egalitățile, obținem:

$$\cos^3 x + \cos^3 2x + \ldots + \cos^3 nx = \frac{1}{2}(\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \ldots +$$

$$+ \cos nx) + \frac{1}{2}\cos x \cos 2x + \cos 2x \cos 4x + \ldots + \cos nx \cos 2nx), \quad (1)$$

$$\text{dar } \cos^3 x + \cos^3 2x + \ldots + \cos^3 nx = \sum_{k=1}^{n} \cos^3 kx, \text{ și}$$

$$\cos x + \cos 2x + \ldots + \cos nx = \sum_{p=1}^{n} \cos px$$

Termenii din paranteza a doua îi mai putem scrie astfel:

$$\cos x \cos 2x = \frac{1}{2}(\cos x + \cos 3x),$$

$$\cos 2x \cos 4x = \frac{1}{2}(\cos 2x + \cos 6x),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\cos nx \cos 2nx = \frac{1}{2}\cos nx + \cos 3nx).$$

Adunînd membru cu membru aceste egalități obținem suma din a doua paranteză a dezvoltării (1):

$$\cos x \cos 2x + \cos 2 \cos 4x + \ldots + \cos nx \cos 2nx = \frac{1}{2}(\cos x + \cos 2x +$$

$$+\ldots+\cos nx+\frac{1}{2}(\sos 3x+\cos 6x+\ldots+\cos 3nx) \text{ sau}$$

$$\frac{1}{2}(\cos x\cos 2x+\cos 2x\cos 4x+\ldots+\cos nx\cos 2nx)=$$

$$=\frac{1}{4}\sum_{p=1}^{n}\cos px+\frac{1}{4}\sum_{q=1}^{n}\cos 3qx.$$

Prin urmare, dezvoltarea (1) se mai poate scrie:

$$\sum_{k=1}^{n}\cos^3 kx=\frac{1}{2}\sum_{p=1}^{n}\cos px+\frac{1}{4}\sum_{p=1}^{n}\cos px+\frac{1}{4}\sum_{q=1}^{n}\cos 3qx$$

sau

$$\sum_{k=1}^{n}\cos^3 kx=\frac{3}{4}\sum_{p=1}^{n}\cos px+\frac{1}{4}\sum_{q=1}^{n}\cos 3qx,$$

adică tocmai ceea ce avem de demonstrat.

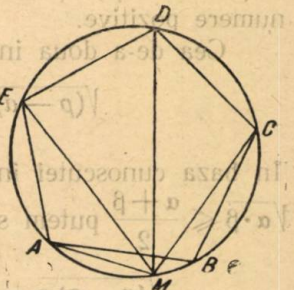
Problema 5756

Dacă M este un punct pe arcul AB al cercului circumscris pentagonului regulat $ABCDE$, atunci are loc relația $\frac{1}{DM}=\frac{1}{AM+BM}-\frac{1}{CM+EM}$.

Ion I. Cristea

Soluție dată de *Nica Vasile*, elev Ploiești, *Tonceanu Dan*, elev Șm. 11 București și *V. Crișan*, elev Aiud. Teorema lui *Ptolemeu* aplicată patrulaterului inscriptibil $CDEM$ va da $CM\cdot DE+EM\cdot CD=DM\cdot CE$, sau

$$CM+EM=DM\frac{CE}{CD}. \qquad (1)$$



Analog, din patrulaterele inscriptibile $AMDE$ și $MBCD$ rezultă:

$$AM\cdot DE+DM\cdot AE=EM\cdot AD,$$

$$BM\cdot CD+DM\cdot BC=CM\cdot BD$$

relații care adunate conduc la:

$$(AM+BM)CD+2DM\cdot BC=$$

$$=(CM+EM)AD$$

Ținînd seamă de (1) și notînd laturile pentagonului $ABGDE$ cu a, iar diagonalele cu d, rezultă

$$AM+BM=DM\frac{d^2-2a^2}{a^2};\quad CM+EM=\frac{d}{a}DM$$

încît:

$$\frac{1}{AM+BM}-\frac{1}{CM+EM}=\frac{1}{DM}\left(\frac{a^2}{d^2-2a^2}-\frac{a}{d}\right) \qquad (2)$$

Ori, din patrulaterul inscriptibil $ABCE$ avînd: $AB \cdot CE + BC \cdot AE = AC \cdot BE$, adică $ad + a^2 = d^2$, urmează că:

$$\frac{a^2}{d^2-2a^2}-\frac{a}{d}=\frac{a}{d}\cdot\frac{ad-d^2+2a^2}{d^2-2a^2}=\frac{a}{d}\,\frac{a^2}{ad-a^2}=\frac{a^2}{d^2-ad}=1.$$

Relația (2) devine

$$\frac{1}{AM+BM}-\frac{1}{CM+EM}=\frac{1}{DM}$$

și relația din enunț este astfel demonstrată.

Problema 5758

Să se arate că între elementele unui triunghi există inegalitatea:

$$r_a\sqrt{r_a}+r_b\sqrt{r_b}+r_c\sqrt{r_c}\geqslant 3p\sqrt{r}$$

$$\sqrt{\frac{a}{r_a}}+\sqrt{\frac{b}{r_b}}+\sqrt{\frac{c}{r_c}}\leqslant\frac{3}{2}\sqrt{\frac{p}{r}}$$

I. I. Cristea

Soluție dată de *Acu Dumitru*, elev Năsăud și *Nica C. Vasile*, cl. X ș. m. 1, Ploiești. Prima inegalitate se mai poate scrie:

$$(\sqrt{r_a})^3+(\sqrt{r_b})^3+(\sqrt{r_c})^3\geqslant 3\sqrt{p^2r}=3\sqrt{r_a}\cdot\sqrt{r_b}\cdot\sqrt{r_c},$$

care este evidentă, deoarece $m^3+n^3+p^3-3mnp=$ $=(m+n+p)\ (m^2+n^2+p^2-mn-mp-np)$, unde m, n, p sînt numere pozitive.

Cea de-a doua inegalitate de demonstrat devine

$$\sqrt{(p-a)a}+\sqrt{(p-b)b}+\sqrt{(p-c)c}\leqslant\frac{3}{2}\,p.$$

În baza cunoscutei inegalități dintre media geometrică și cea aritmetică $\sqrt{\alpha\cdot\beta}\leqslant\frac{\alpha+\beta}{2}$ putem scrie:

$$\sqrt{(p-a)a}+\sqrt{(p-b)b}+\sqrt{(p-c)c}\leqslant\frac{a+p-a}{2}+$$

$$+\frac{b+p-b}{2}+\frac{c+p-c}{2}=\frac{3p}{2}$$

ceea ce trebuia demonstrat.

Problema 5774

Pe linia unui tramvai apare, în față, la 10 m un autocamion. Tramvaiul frînat se oprește brusc după 2 secunde.

Unul dintre călători aflat în picioare, este obligat să facă un pas de 1 m, pentru a se menține în echilibru.

Să se calculeze viteza tramvaiului, și dacă accidentul a putut fi evitat?

Călătorul are o greutate de 58,800 kg., iar centrul său de greutate se află la înălțimea de 1,225 m. (Se va lua $g = 9{,}8$ m/sec.^{2}).

* * *

Soluție dată de *Apostolescu Radu*, cl. IX, Baia Mare. Pentru a se menține în echilibru trebuie ca momentul forței care-l împinge pe călător în raport cu piciorul său din față să fie egal cu momentul de stabilitate, adică

$$F \cdot 1{,}225 = G \cdot 0{,}5 = 58{,}8 \cdot 0{,}5,$$

de unde $F = 24$ kgf.

Avem $F = ma$, unde a este accelerația mișcării tramvaiului.

$$G = mg, \quad m = \frac{G}{g}, \quad F = \frac{G}{g} \times a, \quad a = \frac{F \times g}{G}, \quad a = \frac{24 \times 9{,}8}{58{,}8} = \text{m/s}^2$$

$t = 2$ sec. (dat în enunț).

$v = v_0 - at$

$v = 0$

$v_0 = at = 4 \cdot 2 = 8$ m/sec; $3600 \times 8 = 28{,}8$ km/oră — viteza tramvaiului; $s = v_0 . t - \frac{a.t^2}{2} = 8 \times 2 - \frac{4 \times 2^2}{2} = 8$ m, spațiul în care se oprește tramvaiul, deci se oprește cu 2 *m* înaintea autocamionului și accidentul se evită.

Problema E : 1961

Dacă la $\frac{5}{9}$ dintr-un număr adăugăm $\frac{3}{7}$ din alt număr obținem 1605. Să se afle cele două numere, știind că $\frac{5}{9}$ din primul număr întrec cu 855 unități cele 3/7 din al doilea număr.

* * *

Soluție dată de Pestroiu Daniel, cl. VIII, Tg. Jiu. Problema cere să aflăm două numere cînd cunoaștem suma și diferența lor. Deci:

$$\frac{1605 + 855}{2} = 1230 \text{ reprezintă } \frac{5}{9} \text{ din primul număr,}$$

$1230 : \frac{5}{9} = 2214$ este primul număr.

$\frac{1605 - 855}{2} = 375$ reprezintă $\frac{3}{7}$ din numărul al doilea,

$375 : \frac{3}{7} = 875$ este numărul al doilea.

Problema E : 1962

Fabrica de confecții „Moldova" din Iași a dat într-o zi, peste plan, 120 m stofă de 60 lei metrul și țesătură de 30 lei metrul la un loc, obținînd o economie de 1760 lei. Știind că pentru un metru de stofă peste plan revine o economie de 2/5 din cost, iar pentru 1 metru de țesătură peste plan revine 1/3 din cost economie, să se afle cîți metri de stofă și cîți de țesătură s-au dat peste plan în acea zi.

I. Gurămultă, student

Soluție dată de *Andreescu Dan, cl.* VIII ș.m. 1 Ploiești. Vom rezolva problema prin metoda ipotezelor. La 1 m de stofă revine o economie de $60 \cdot (2/5) = 24$ lei, iar la 1 m de țesătură peste plan revine o economie de $30 \cdot (1/3) = 10$ lei. Să presupunem că s-ar fi realizat o economie de 10 lei, atît la metrul de stofă, cît și la metrul de țesătură. Atunci s-ar realiza în total o economie de $120 \cdot 10 = 1200$ lei, adică cu $1760 - 1200 = 560$ lei mai puțin. Această diferență provine din faptul că 1 metru de stofă peste plan realizează cu $24 - 10 = 14$ lei mai mult decît 1 metru de țesătură peste plan. Deci, sînt $560 : 14 = 40$ m stofă și $120 - 40 = 80$ metri de țesătură dați peste plan.

Problema E : 1968

Programul P.C.U.S. prevede pentru R.S.F.S.R. ca suprafața însămînțată cu porumb pentru boabe să crească de la 2.400.000 ha la 7.000.000 ha, culturile legumelor de la 2.600.000 ha la 19.000.000 ha. Să se exprime în procente aceste creșteri.

*D. M. Bălțineț*u, student București

Soluție dată de *Rotaru Radu*, clasa VI, Oradea. Suprafața însămînțată cu porumb pentru boabe va crește cu:

$$x = \frac{(7.000.000 - 2.400.000) \times 100}{2.400.000}\,\% = \frac{(70 - 24) \times 100}{24}\,\% =$$

$$= \frac{46 \times 100}{24}\,\% = \frac{4600}{24}\,\% = \frac{575}{3}\,\% = 191\,\frac{2}{3}\,\% \approx 192\,\%,$$

iar suprafața însămînțată cu legume va crește cu :

$$y = \frac{(19.000.000 - 2.600.000) \times 100}{2.600.000}\,\% = \frac{(190 - 26) \times 100}{26}\,\% =$$

$$= \frac{16.400}{26}\,\% = \frac{8200}{13}\,\% = 630\ \frac{10}{13}\,\% \approx 631\,\%.$$

Problema E : 1972

Să se arate că : $\frac{x-y}{x+y+a} + \frac{y-z}{y+z+a} + \frac{z-x}{z+x+a} = \frac{y-x}{x+y+a} \cdot \frac{z-y}{y+z+a} \cdot \frac{x-z}{z+x+a}$

Ion. I. Cristea

Soluția autorului. Punînd $u = x + \frac{a}{2}$, $v = y + \frac{a}{2}$, $w = z + \frac{a}{2}$ egalitatea devine :

$$\frac{u-v}{u+v} + \frac{v-w}{v+w} + \frac{w-u}{w+u} = \frac{v-u}{v+u} \cdot \frac{w-v}{w+v} \cdot \frac{u-w}{v+w}$$

Eliminînd numitorii avem :

$$(u-v)(v+w)(w+u) + (u+v)(v-w)(w+u) + (u+v)(v+w$$
$$(w-u) = (v-u)(w-v)(u-w)$$

Desfăcînd parantezele și reducînd termenii asemenea această egalitate se verifică imediat.

Problema E : 1975

Să se arate că dacă $\frac{a}{m} + \frac{bc+np}{bp+cn} = 0$. atunci avem :

$$\frac{b}{n} + \frac{ac+mp}{ap+cm} = 0$$

și

$$\frac{c}{p} + \frac{ab+mn}{an+bm} = 0.$$

I. M. Stancu, student București

Soluția dată de *Tiberiu Puiu*, cl. VIII, Călărași. Aducem la același numitor și eliminăm numitorii $a(bp + cn) + m(bc + np) = 0$ sau $adp + acn + bcm + mnp = 0$.

Grupăm termenii astfel:

$$(abp + bcm) = -(acn + mnp)$$

sau:

$$b(ap + cm) = -n(ac + mp)\ ;\ \frac{b}{n} = -\frac{ac + mp}{ap + cm}$$

adică

$$\frac{b}{n} + \frac{ac + mp}{ap + cm} = 0.$$

Se mai putea face și gruparea:

$$(acn + bcm) = -(mnp + abp)\ ;\ c(an + bm) = -p(ab + mn)\ ;$$

$$\frac{c}{p} = -\frac{ab + mn}{an + bm}$$

sau

$$\frac{c}{p} + \frac{ab + mn}{an + bm} = 0,$$

CHESTIUNI DE EXAMEN*)

Olimpiada de matematică, etapa regională din 24 martie 1964

clasa a VIII-a și anul I școli pedagogice

6356. Să se aducă la forma cea mai simplă expresia:

$$E = \frac{a + b\sqrt{a} + a\sqrt{b} + b + 2\sqrt{ab}}{a - b + a\sqrt{b} - b\sqrt{a}} + \frac{a^2\sqrt{a} + ab\sqrt{a} - ab\sqrt{b} - b^2\sqrt{b}}{a^2\sqrt{a} - ab\sqrt{a} + b^2\sqrt{b} - ab\sqrt{b}}$$

Florica Ionescu, București

6357. Într-un triunghi oarecare ABC se duce bisectoarea AA_1 (A_1 pe BC). Fie P și Q simetricele punctului A_1 față de laturile AB și respectiv, AC. Paralelele duse din Q la AB și P la AC se întîlnesc în N. Să se arate că:

a) AA_1 este mediatoarea segmentului PQ_1;

b) Punctul N se află pe dreapta AA_1;

---

* Se primesc soluții pînă la 30 septembrie 1964.

c) Notînd cu D și F punctele unde dreapta PA_1 intersectează respectiv pe AB și QN, iar cu E și G punctele unde dreapta QA_1 intersectează respectiv dreptele AC și PN, patrulaterul $DEFG$ este trapez isoscel.

C. Piscati, Craiova

6358. a) Să se efectueze împărțirea :

$$(x^3 + 7x^2 - 9x + 1) : (x - 2).$$

b) Să se determine valorile întregi și pozitive ale lui x, pentru ca expresia

$$\frac{x^3 + 7x^2 - 9x + 1}{x - 2}$$

să fie un număr întreg.

clasa a IX-a și anul II școli pedagogice

6359. a) Să se determine m astfel ca $(m-2)$; $2(m+1)$; $5m$ să fie în progresie aritmetică.

b) Să se afle valorile lui x pentru care are loc relația

$$|(m-2)x^2 - 2(m+1)x + 5m| < 3,$$

m avînd valoarea determinată la punctul a).

c) Să se afle mulțimea valorilor lui m pentru care trinomul $(m-2)x^2 - 2(m+1)x + 5m$ admite un maxim mai mare decît (-1) și mulțimea valorilor lui m pentru care același trinom admite un minim mai mic decît (-1).

Augustin I. Matei, Cluj

6360. Se consideră triunghiul ABC. Cercul dus prin vîrfurile B și C tangent în B la AB, taie pe AC în punctul E, iar cercul dus prin B și C tangent în punctul C la AC, taie pe AB în punctul E_1. Se cere :

a) Să se arate că triunghiurile ABE și ACE_1 sînt asemenea ;

b) Să se calculeze segmentele AE, EC, AE_1 și E_1B în funcție de laturile a, b, c ale triunghiului ABC.

c) Să se calculeze bazele trapezului $BECE_1$ și să se arate că avem relația $BE \cdot E_1C = a^2$.

Origen Mărculescu, Craiova

clasa a X-a

6361. Într-un plan P se dă un triunghi ABC dreptunghic în A. Pe perpendicularele din B și C pe acest plan luăm punctele mobile B', respectiv C'. Fie unghiul $C'AB' = \alpha$; unghiul $B'AB = \beta$; unghiul $C'AC = \gamma$, iar lungimile $BB' = b$ și $CC' = c$.

Se cere : a) Să se afle locul geometric al centrului de greutate al triunghiului $AB'C'$.

b) Să se demonstreze că $\alpha \leqslant 90°$. În ce caz avem semnul de egalitate?

c) Să se arate că $\frac{V}{b+c}$ constant, unde V este volumul corpului $ABCC'B'$.

d) Notînd cu φ unghiul diedru format de planul triunghiului $AB'C'$ cu planul P, să se arate că avem relația: $\sin \alpha \cos \varphi = \cos \beta \cos \gamma$.

Weşely Tiberiu, Tg. Mureş

6362. Se dă polinomul $P(x) = a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$.

a) Să se determine coeficienții a_0, a_1, a_2, a_3 astfel ca să avem:

$$P(1) + P(2) + P(3) + \ldots + P(n) = n^4$$

b) După determinarea coeficienților să se verifice relația găsită, prin metoda inducției matematice.

Ilie Stănescu, Sibiu

Clasa a XI-a

6363. Se dă funcția $f(x) = \frac{1}{|x^2 - a^2| - |x^2 - b^2|}$, unde a,b sînt numere reale și $a > b > c$. Se cere:

a) Domeniul maxim de definiție al funcției.

b) Intervalele pe care funcția este continuă.

c) Limitele laterale în punctele $x = \pm \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$.

d) Să se arate că produsul $f'\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot f'\left(\frac{a-b}{2}\right)$ este cubul unei expresii raționale.

Miron Oprea, Ploiești

6364. Față de un sistem de *axe* dreptunghiulare xOy se consideră punctul fix A situat pe axa Oy și un punct $P(\alpha, \beta)$ mobil în plan.

a) Să se scrie ecuația generală a cercurilor care au centrul în P și trec prin originea axelor. Să se afle locul geometric al punctului P știind că tangentele duse din A la oricare din cercurile de mai sus sînt perpendiculare între ele. Notăm cu (C) mulțimea cercurilor cu centrul P, care satisfac această condiție și cu (L) locul geometric (tot un cerc).

b) Să se determine analitic și să se construiască grafic acele cercuri din mulțimea (G) față de care punctul A are aceeași putere ca și față de (L).

c) Să se afle locul geometric al celui de-al doilea punct de intersecție al unui cerc din mulțimea (C), cu perpendiculara dusă din origine pe AP, unde P este centrul cercului respectiv.

V. Băghină, Breaza

anul I şcoli tehnice de maiştri

6365. Se dă expresia $E(x) = \dfrac{\sin x + \cos x}{\operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x}$, unde $\dfrac{\pi}{4} < x < \dfrac{\pi}{2}$ şi se notează $\cos x \sin x = a$.

a) Să se calculeze $E(x)$ în funcţie de a.

b) Să se calculeze produsul $P = E\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) \cdot E\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right)$ în funcţie de a.

c) Care sînt valorile pe care le poate lua a ?

Ilie Ionescu, Piteşti

6366. Unui cerc de rază R i se circumscrie un trapez isoscel a cărui bază mică este latura exagonului regulat circumscris cercului. Se cere:

a) Perimetrul trapezului isoscel.

b) Să se calculeze lungimile segmentelor cu care se prelungesc laturile neparalele ale trapezului pînă la punctul lor de întîlnire.

c) Raportul dintre aria cercului circumscris şi aria cercului înscris în acest trapez.

Emilia Reinheimer, Bucureşti

anul II şcoli tehnice de maiştri

6367. Se dă ecuaţia:

$$x^2 - (m + n)\, x + m^2 + n^2 - mn = 0$$

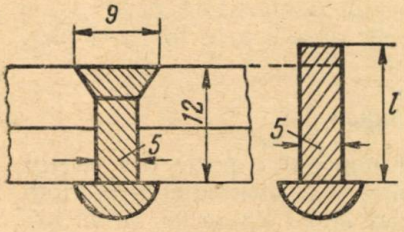
unde m, n sînt numere reale.

a) Să se stabilească natura rădăcinilor acestei ecuaţii.

b) Să se determine m şi n astfel ca suma patratelor rădăcinilor acestei ecuaţii să fie 26, iar produsul lor 19.

Ilie Ionescu, Piteşti

6368. Pentru asamblarea a două platbande care au împreună grosimea de 12 mm se folosesc nituri cu diametrul d=5 mm. Nituirea se face îngropat, iar gaura de nit are diametrul cel mai mare al capului de nit îngropat de 9 mm. Nitul brut are lungimea l. Să se afle această lungime ştiind că nu se pierde nimic din material (volumul nitului rămîne acelaşi după nituire). Unghiul de la capul îngropat al nitului este de 45°.



Emilian Bortaş, Bucureşti

6369. Să se calculeze derivata funcţiei

$$f(x) = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{x^2 + 1}}{3x^3}$$

anul I școli profesionale

6370. a) Să se rezolve sistemul:

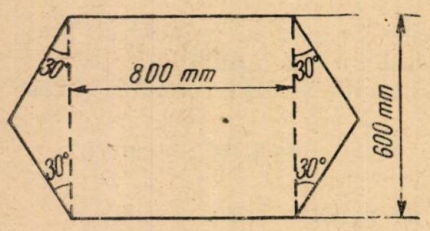
$$4(0{,}1x + 1) + 5 = 1{,}1y$$

$$\frac{11 + 0{,}3y - x}{x} - 5 = 4\left(\frac{1}{x} - 1\right)$$

b) Să se simplifice fracția:

$$\frac{(x^4 - a^4)(x - a)}{x^4 - ax^3 - a^2x^2 + a^3x}$$

6371. O piesă metalică (guseu) cu grosimea de 12 mm are forma bazei ca în figură. Altă piesă are aceeași formă și este alcătuită din două plăci suprapuse de cîte 7 mm grosime, sudate continuu pe margine. Știind că greutatea specifică a metalului din care sînt confecționate piesele este 7,8 g/cm³ și că 1 m liniar de sudură cîntărește 2% din greutatea totală a plăcilor înainte de a fi fost sudate, să se afle diferența de greutate dintre piesa I și II (sudată).



Constanța Savu, București

anul II școli profesionale

6372. Se dau fracțiile:

$$E = \frac{2x^2 + 9x - 5}{2x^2 + 13x - 7}; \quad F = \frac{3x^2 - 32x - 11}{5x^2 - 53x - 22}$$

a) Să se simplifice cele două fracții.

b) Să se afle, fără a se rezolva, suma rădăcinilor ecuației $E = F$.

c) Notînd cu x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $E = F$, să se formeze ecuația ale cărei rădăcini sînt $y_1 = 1 + \frac{1}{x_1}$ și $y_2 = 1 + \frac{1}{x}$.

Teodor Pranițchi, Tg. Mureș

6373. Se dă o piramidă, cu baza un exagon avînd latura de 3 m, iar fețele laterale înclinate cu 60° față de bază. Să se afle aria totală a piramidei și volumul piramidei.

anul IV școli pedagogice

6374. O gospodărie agricolă colectivă a împărțit o parte din terenul arabil de care dispune, în patru sectoare, pentru a fi semănate cu porumb, orz, grîu și cartofi. Ce arie are fiecare sector, știind că următoarele arii sînt egale: 2/3 din terenul semănat cu porumb, 4/5 din cel semănat cu orz, 2/7 din cel semănat cu grîu și 3/8 din cel cu cartofi, iar partea semănată cu grîu întrece cu 90 ha sectoarele semănate cu porumb și orz, împreună. (Soluție aritmetică și algebrică.)

PROBLEME PROPUSE *

6375. Considerăm operația * astfel definită

$$m * n = \frac{m}{n - m} + n, \quad (n \neq m),$$

să se rezolve sistemul :

$$(x + by) * a = 0$$
$$(ax - y) * b = 0$$

Arsene N. Ion, elev București

6376. Pe bisectoarea BB' a triunghiului ABC se ia un punct mobil M și din M se duc paralele MQ (Q pe AC) și MP (P pe AB) la laturile AB și AC.

a) Să se determine poziția punctului M astfel ca aria paralelogramului $APMQ$ să fie maximă.

b) Să se exprime aria maximă a acestui paralelogram în funcție de laturile triunghiului ABC.

Ion Brătulescu, profesor Constanța

6377. Să se arate că

$$\sec 6° + \sec 42° + \sec 66° = \sec 78°$$

* * *

6378. Să se arate că într-un triunghi oarecare ABC, avem :

$$\operatorname{cosec} \frac{A}{2} + \operatorname{cosec} \frac{B}{2} + \operatorname{cosec} \frac{C}{2} \geqslant 6$$

* * *

6379. Să se arate că între unghiurile unui triunghi ascuțitunghi oarecare ABC, există inegalitatea

$$\operatorname{tg}^n A + \operatorname{tg}^n B + \operatorname{tg}^n C > 3 + \frac{3n}{2}$$

unde n este un număr natural oarecare.

Matematika v școle, Moscova, 1964

6380. Fie M un punct oarecare pe cercul înscris într-un triunghi oarecare ABC. Să se arate că :

$$a \cdot MA^2 + b \cdot MB^2 + c \cdot MC^2 = 2Sr + abc.$$

* * *

---

* VIII (6375, 6389, 6399, 6400) ; IX (6376, 6380, 6382, 6385, 6388, 6390, 6393, 6398), X (6377, 6378, 6379, 6383, 6386, 6394, 6396), XI (6381, 6384, 6387, 6391, 6392, 6395, 6397, 6401).

6381. Să se calculeze sumele:

$$S_1 = \sum_{k=1}^{n} \cos kx \cos ky \text{ și } S_2 = \sum_{k=1}^{n} \sin kx \sin ky$$

Aurel Bejancu, student Timișoara

6382. Pe laturile AC, AB ale unui triunghi ABC luăm două puncte M, N și notăm cu P punctul unde BM întîlnește pe CN, iar cu S_1, S_2, S_3, S ariile triunghiurilor AMN, $BCPB$, MNP, ABC. Să se arate că atunci cînd M și N se deplasează pe AC și AB avem $S_1S_2 = SS_3$.

G. G. Niculescu, student București

6383. Să se arate că ecuația: $(x-a)^{2n} + (x-b)^{2n} = (a-b)^{2n}$ are două rădăcini reale și $2n-2$ rădăcini complex conjugate și dacă $0 < a \leqslant \frac{b}{m}$, există inegalitatea:

$$(a - mb)^{2n} + (b - ma)^{2n} \leqslant (m + 1)^{2n}(a - b)^{2n}$$

(a, b numere reale diferite și m, n numere naturale). În legătură cu problema 6116.

Tomescu I. Ion, student București

6384. Să se reprezinte grafic funcția:

$$f(x) = \sec x + \operatorname{cosec} x + \operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x$$

C. V. Costăchescu, Constanța

6385. Fie AA_1, BB_1, CC_1 medianele unui triunghi ABC, iar AA_2, BB_2, CC_2, trei ceviene concurente în punctul M. Se cere:

a) Să se arate că aria triunghiului cel mai mare dintre AA_1A_2, BB_1B_2, CC_1C_2 este egală cu suma ariilor celorlalte două triunghiuri.

2) Dacă triunghiul ABC devine echilateral, perpendicularele în A_2, B_2, C_2 respectiv pe BC, CA și AB sînt concurente, oricare ar fi M.

Lt. Șerb Adrian

6386. Să se afle valorile lui x pentru care avem:

a) $$\frac{1}{\sin x + \cos x + \sqrt{-2\sin 2x}} + \frac{1}{\sin x + \cos x - \sqrt{-2\sin 2x}} + \frac{2}{\sin x + \cos x} = 0$$

b) $$\frac{1}{\sqrt{1 - \sin x} + \sqrt{2\sin x}} + \frac{1}{\sqrt{1 - \sin x} - \sqrt{2\sin x}} + \frac{2}{\sqrt{1 - \sin x}} = 0$$

C. Ionescu-Țiu

6387. Fie patru puncte în spațiu. a) Să se demonstreze relația vectorială a lui *Euler*:

$$\overline{MA}\cdot\overline{BC}+\overline{MB}\cdot\overline{CA}+\overline{MC}\cdot\overline{AB}=0,$$

b) Să se demonstreze că:

$$\overline{AB}\perp\overline{CM}\Leftrightarrow CA^2-CB^2=MA^2-MB^2.$$

* * *

6388. Se dă fracția:

$$F(x)=\frac{2^{\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{4}}+a\right)-x^{\frac{1}{2}}\left(2^{\frac{1}{4}}+a\right)}{2^{\frac{1}{4}}\left(x^{\frac{1}{2}}+a\right)-x^{\frac{1}{4}}\left(2^{\frac{1}{2}}+a\right)}$$

1) Să se afle valoarea acestei fracții pentru $x=2$.

2) Să se găsească mulțimea valorilor lui a, în cazul cînd trinomul

$$x^2-(a-\sqrt{2})\cdot F(2)\,x+a^2\sqrt{2}$$

este pozitiv, pentru orice valoare reală a lui x.

Corneliu Georgescu

6389. Se dă un triunghi oarecare ABC. Bisectoarea unghiului A taie dreapta care unește mijloacele laturilor AB și BC în punctul B'. Să se arate că dreptele AB' și BB' sînt perpendiculare.

Atanasiu Ionel, prof. Gugești

6390. Să se afle soluțiile reale și pozitive ale sistemului:

$$x\sqrt[n]{y}=a;\ y\sqrt[n]{z}=b;\ z\sqrt[n]{x}=c,$$

unde a, b, c sînt numere reale și pozitive.

I. Zenembisi, elev P. Neamț

6391. Se dau dreptele D_1 și D_2 avînd punctul O comun. Fie M un punct variabil pe D_1 și N un punct variabil pe D_2. Perpendiculara în M pe D_1 intersectează D_2 în P, iar perpendiculara în N pe D_2 intersectează D_1 în Q. Să se afle locul geometric al centrului cercului ce trece prin punctele M, N, P și Q cînd M și N variază astfel încît a) $ON^2=c_1^2=OM^2$ și b) $PQ^2=c_2^2$, unde c_1 și c_2 sînt constante.

D. Butuc, P. Neamț

6392. Se dau două cercuri ortogonale C_1, C_2, cu centrele în O_1, O_2. Un cerc C_3 trece prin O_1 și taie cercurile C_1 și C_2 respectiv în A_1, B_1, și A_2, B_2. Secantele A_1A_2 și O_1B_1 intersectează din nou cercul C_2 în M și N. Să se arate că punctele A_1, B_1, M, N sînt colineare.

C. Bulucea, asistent I. P. București

6393. Să se rezolve sistemul de ecuații:

$$(x+2)^2+(y-5)^2+(z+6)^2=74$$
$$x^2+y^2+z^2-x-z-10y=-9$$
$$(x+1)^2-x^2-13z=-10.$$

Iuliu Deac, Cîmpia Turzii

6394. Să se construiască graficele funcțiilor:

$$f(x)=\frac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x}};$$

$$g(x)=\frac{\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}},$$

C. Ionescu-Țiu

6395. Se dau funcțiile definite pe mulțimea R:

$$\varphi_1(x)=x+u;\ \varphi_2(x)=2x+u;\ldots\ \varphi_n(x)=nx+u,$$

unde u este o constantă reală.

Se compun funcțiile astfel:

$$g_1(x)=\varphi_2[\varphi_1(x)];\ g_2(x)=\varphi_3[g_1(x)];\ldots g_{n-1}(x)=\varphi_n[g_{n-2}(x)].$$

Se cere: a). Să se determine forma funcției $g_{n-1}(x)$.

b) Să se demonstreze formula găsită prin inducție matematică.

D. Stemer, profesor Galați

6396. Se dau două cercuri O_1 și O_2 secante în A și O. Triunghiul variabil ABC are vîrfurile B și C respectiv pe cercurile O_1 și O_2, iar unghiul A constant. Se cere locul geometric al centrului cercului circumscris, al centrului de greutate și al ortocentrului triunghiului ABC.

(În legătură cu nota matematică: Asupra unei teoreme a lui D. Pompei).

Petre M. Liviu, Pucioasa

6397. Se consideră șirul $U_0, U_1, U_2, \ldots, U_n \ldots$, definit de relația de recurență: $nU_n=\sum_{k=0}^{n-1} U_k+\sum_{k=0}^{m} k^2$ și $U_0=0$. Se cere a) să se calculeze termenul general U_n în funcție de n și să se arate că șirul este monoton crescător; b) să se calculeze $\sum_{k=1}^{n} U_k^2$ și $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k+1}{U_k^2}$.

Eugen Popa, elev Iași

6398 Să se rezolve ecuația :

$$a_1(a_2(a_3(a_{n-1}\ldots(ax+b_{n-1})+b_{n-2})+\ldots+b_1)=c$$

și să se demonstreze că dacă $c=1$ și $a=\dfrac{1}{b+1}$ soluția nu depinde de numărul parantezelor. Aplicație : $c=1$; $b=1963$; $a=\dfrac{1}{1964}$.

Aurel Tuțescu, Craiova

6399. Un triunghi ABC este situat într-un plan perpendicular pe planul P, latura BC fiind situată în planul P. Să se găsească locul geometric al punctelor M din planul P, care se bucură de proprietatea :

$$\sphericalangle AMB = \sphericalangle AMC.$$

E. Morțun, Pitești

6400. Să se determine cea mai mică valoare a lui n pentru care expresia

$$E = 5^{2n} + 4^{3n} + n$$

este divizibilă cu 13.

A. Filipoiu, Buzău

6401. Fie cercurile $(C) \equiv x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$
$(C_1) \equiv x^2 + y^2 + m_1x + n_1y + p_1 = 0$
și un cerc (C_2) de rază R, cu centrul variabil pe cercul (C), știind că $2R^2 + (p + p_1) = mm_1 + nn_1$. Să se arate că axa radicală a cercurilor (C_2) și (C_1) trece printr-un punct fix. Discuție.

I. Hadîrcă, Breaza

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE

PENTRU CLASELE V—VIII *

E : 2153. Din localitățile A și B între care este o distanță de 16 km pleacă doi cicliști unul spre celălalt, care se întîlnesc după 24 minute. Dacă ar merge în același sens, ciclistul din A l-ar ajunge pe cel din B după 4 ore. Să se afle vitezele lor.

Munteanu Romeo, student Inst. Pedagogic, București

E : 2154. Să se arate :

$$\frac{1-ax}{a-\dfrac{1}{x}}+\frac{1+b(1+x)}{b+\dfrac{1}{1+x}}=1$$

$$\frac{1+b(1+x)}{b+\dfrac{1}{1+x}}-\frac{1-b(1-x)}{b-\dfrac{1}{1-x}}=2.$$

C. Ionescu-Țiu

E. : 2155. Să se descompună în factori expresia :

$$E=a^{2n+1}b^{2m}+a^{n+1}b^{m}+a^{n}b^{m}+1.$$

E. Șt. Iacob, Brașov

E : 2156. Să se calculeze creșterea productivității muncii din cadrul unei întreprinderi pe un trimestru, știind că în prima lună productivitatea muncii a crescut cu 7%, în a doua lună cu 12% și în a treia lună cu 15%.

N. Bebea, Tîrgoviște

E : 2157. Difuzînd în fiecare trimestru cu 25% mai mult ca în trimestrul precedent, o bibliotecă difuzează într-un an 55 350 de volume. Cît a difuzat în fiecare trimestru ?

Viorel Grigore, Eforie

E : 2158. La o G.A.C. lucrează două brigăzi de tractoriști cu 18 tractoare care în 12 zile au arat 708 ha. În prima brigadă un tractor ară zilnic 3 ha., iar în a doua zi 3,5 ha. Se cere : a) cîte tractoare au fost în fiecare brigadă ? b) cît combustibil au economisit cele două brigăzi dacă un tractor din brigada I-a a realizat o economie de 1 litru la ha și din brigada a II-a 1,5 litri la ha.

(La admiterea în cl. VIII, Tg. Mureș 1962)

---

* V (E : 2153, 2158, 2159, 2165) ; VI (E : 2156, 2157, 2164, 2166) ; VII (E : 2161, 2162, 2163, 2168) ; VIII (E : 2154, 2155, 2160, 2167).

E : 2159. Pentru instalarea luminii electrice în două camere s-a cumpărat sîrmă electrică. Pentru prima cameră s-a întrebuinţat cu 2,5 m mai puţin decît jumătate din toată sîrma, iar pentru camera a doua 0,9 din cantitatea folosită pentru prima cameră. Cîţi metri de sîrmă s-au cumpărat, dacă au mai rămas 6,25 metri ?

(La admiterea în cl. VIII. Tg. Mureş 1962)

E : 2160. Să se calculeze :

$$\frac{a^2x - ax^2}{a^2 - x^2} - \frac{a^3 - a^2x}{2ax - x^2 - a^2} \cdot \frac{ax^2 - ax^3}{(x^2 - a^2)(1 - x)}$$

(La admiterea în cl. VIII, Tg. Mureş 1963)

E : 2161. De pe 3 ha semănate cu grîu şi 5 ha semănate cu porumb s-au recoltat 210 q. În anul următor folosindu-se metode agrotehnice îmbunătăţite producţia de grîu a crescut cu 4 q la ha, iar cea de porumb cu 30% la ha. În aceste condiţii recolta de grîu şi cea de porumb de pe întreaga suprafaţă este de 267 q. Să se calculeze recolta la ha de grîu şi porumb în cel de-al doilea an.

(La admiterea în cl. VIII, Deva 1962)

E : 2162. De pe 7 loturi egale ale unei gospodării agricole colective şi de pe 3 loturi egale din altă gospodărie s-au recoltat în total 2220 qintale cereale. În anul următor s-au cultivat 10 loturi în prima gospodărie şi 5 loturi în a doua, producţia mărindu-se în prima gospodărie cu 15% la fiecare lot, iar în a doua gospodărie cu 20% la fiecare lot. În aceste condiţii s-au recoltat 3930 qintale cereale. Care este producţia agricolă în primul an de pe un lot din prima gospodărie şi de pe un lot din a doua gospodărie ?

(La admiterea în cl. VIII, iunie Deva 1963)

E : 2163. Un zidar cu ajutorul său au efectuat împreună o lucrare pentru care li s-a plătit suma de 1 792 lei. Zidarul a lucrat 25 de zile, iar ajutorul 19 zile. Ştiind că zidarul primea pe zi cu 48% mai mult decît ajutorul, să se afle suma primită de fiecare.

* * *

E : 2164. Trei tractorişti aveau de arat ca normă, 4 ha pe zi fiecare, pentru a ara un anumit teren. Ei, depăşind norma cu 25%, au terminat de arat cu 2 zile înainte de termenul fixat. Se cere aria acelui teren şi în cîte zile a fost arat.

* * *

E : 2165. Ca urmare a Directivelor Congresului al III-lea al P.M.R., care prevăd modernizarea reţelei de drumuri, se asfaltează şi şoseaua Galaţi-Focşani. Un autobuz de pasageri, care se deplasează cu viteza de 25 km/h pe porţiunea neasfaltată şi cu 30 km/h pe porţiunea asfaltată,

străbate această distanță în timp de 3 ore și 35 min. După 5 luni cînd porțiunea de șosea neasfaltată era egală cu cea asfaltată la început, autobuzul sosește la destinație după 3 ore și 12 min. Să se calculeze ce porțiune din această șosea se asfaltează în medie în timp de o lună?

* * *

E : 2166. La executarea unei pîrghii de oțel prin forjare liberă se produceau 55% pierderi din materialul inițial. Cu cît la sută se va reduce consumul de material, dată se trece la forjarea în matriță a pîrghiei, știind că la acest procedeu avansat pierderile reprezintă 40%. Greutatea pîrghiei prelucrate este de 3,6 kg.

* * *

E : 2167. Să se arate că a, b, c sînt laturile unui triunghi oarecare avem :

$$\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)<3+\frac{a+b}{c}+\frac{a+c}{b}$$

C. Ionescu-Țiu

E : 2168. În acțiunea de refacere și dezvoltare a pomiculturii din regiunea Banat, în anul 1963 s-au plantat 600 000 de puieți de măr, păr, cireș, precum și alte specii. Știind că 45% din numărul total al puieților sînt de măr și 16% de alte specii, iar numărul celor de păr este cu 12 000 mai mic decît al celor de cireș, iar al celor de păr și și cireș luat la un loc este de două ori mai mare decît al celor de prun, să se calculeze pe categorii numărul de puieți plantați în regiune.

Gh. I. Căpitan, Anina

CĂRȚI NOI

L. I. Golovina ; I. M. Iaglom. Inducția în geometrie. Editura tehnică, 1964, Biblioteca Societății de științe matematice din R.P.R. nr. 61.

În această carte sînt tratate diferite aplicații ale metodei inducției matematice la rezolvarea problemelor de geometrie. După o scurtă introducere în care se arată în ce constă metoda inducției matematice, urmează diferite calcule, demonstrații, construcții și determinări de locuri geometrice prin această metodă.

Expunerea este accesibilă și atrăgătoare, atît prin faptul că autorii dau numeroase exemple, detailat rezolvate, cît și prin faptul că propun probleme însoțite de scurte indicații.

Cartea se adresează elevilor din ultimele clase, studenților din primul an de studiu, precum și tuturor acelora care vor să-și împrospăteze cunoștințele într-un domeniu mai dificil de abordat în aplicații.

Cuprinsul : Introducere : Ce este metoda inducției matematice? 1. Calculul prin inducție. 2. Demonstrația prin inducție. 3. Construcția prin inducție. 4. Aflarea locurilor geometrice prin inducție. 5. Definiția prin inducție. 6. Inducția după numărul dimensiunilor (calcul, demonstrații, aflare de locuri geometrice, definiții.).

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

(urmare)

S-au mai primit soluții bune pînă la 1 martie 1964, de la;

IAȘI

Ș.m. 3 cl. VI. Teodorescu Horia (E: 2042, 45, 52, 56, 67, 69, 71), cl. VII Linde Radu (E: 2064—71, 74—79), cl. VIII. **Popa I. Eugen** (6074, 92, 98—101, 16, 31, 34—36, 42, 50, 55, 65, 69, 71, 77, 79, 88, 95, E: 2055, 56, 58, 81—86, 88, 90—93, 95, 98—102, 104, 105, P. N), Surdu Mihai (67—71, 74, 76, 77, 79).

Ș.m. 4 cl. VI Pavelescu Iolanda (E: 2042, 43, 45, 46, 48, 69, 71, 74), Rusu Dorina (E: 2055, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 79—84, 86, 90), Wechsler Paula (E: 2056, 58, 67, 69, 71, 74, 77, 79), cl. VII Benchea Nicolae (E: 2056, 58, 62, 67, 69, 71, 74, 79), Bulandra Mariana (E: 2055, 56, 58, 64, 67—69), Oblu Eldorina (E: 2067, 69, 71, 80, 81, 83, 86), Roșu Doina (E: 2055, 56, 62, 67, 69, 71, 74, 75, 90), Săveanu Sanda (E: 2058, 62, 64, 67, 69, 71, 74, 80, 84, 90), cl. VIII Savin Laura (E: 2042, 43, 45—48, 50, 56, 64, 66, 67, 71, 74, 78), Șerban Elena (6126, 31, 39, 47, 49, 55, 63; E: 2083, 89, 91), Țăranu Rodica (E: 2042, 45, 48, 50, 55, 56, 66—74, 77), cl. X Pogor Corneliu (6007, 20, 30, 33, 34, 71, 74, 80, 97, 99, 00101, 03, 05, 14, 20, 31, 39, 42, 44, 58), cl. XI Georgescu Marieta (5998, 6007, 17, 19—21, 25, 27, 30, 33).

Ș.m. 5 cl. VIII Dimitriu Virginica (6105; E: 2064—79).

Ș.m. 6 cl. VI Adam Cristina (E: 2042, 43, 45, 46, 55, 56, 69, 71, 74), cl. VII Ciobanu Mihai (E: 2048, 49, 67—69, 71, 74, 75, 77, 79), Țîrdea Marilena (E: 2056, 64, 65, 67—69, 71, 74, 76—79), cl. VIII Apfelbaum Emil (E: 2042—46, 48—50, 55, 56, 58), Aronovici Paula (E: 2056, 60, 62, 66, 67, 69, 71, 74, 75, 78, 80—84), Gabor Hevita (E: 2060, 66, 68, 71, 73, 76, 78, 79, 84), Mendelovici Toli (E: 2044, 59, 62, 64, 67, 69, 71, 73, 74, 77—79), Onofrei Angela (E: 2055, 56, 58—60, 64—79), cl. IX Eigher Aurica (E: 5998, 63, 68, 74, 76—78, 100, 03, 05, 47).

Ș.m. 7 cl. VII. Adomnicăi Georgeta (E: 2055, 56, 64, 67, 68, 74, 77, 79), Barbă Georgeta (E: 2055, 56, 64, 67, 68, 71, 74), cl. VIII. Breaur Neculai (E: 2042, 43, 45, 48, 50, 66—69, 71, 73—75), Burduja Gh. (6011, 12, 29, 34, 105; E: 2042—48, 50, 55, 56, 58—60, 62, 66—69, 71, 73—79), Ghidescu Mihai (E: 2066—69, 71, 74, 77, 79), cl. IX Burduja Mihai (5996, 98, 6000, 06, 09, 10—12, 26, 29, 34, 36, 63, 64, 68, 76—78, 93, 97, 100, 05), cl. X Florescu Liviu (5999, 6002, 06—08, 20, 27, 29, 30, 33, 34, 40, 55, 59, 63, 68, 71, 74—78, 105, 18).

Ș.m. 8 cl. VIII Cristea Aurica (E: 2062, 66, 74, 77, 78, 80, 81, 83—86, 90), Luca Cornelia (6131; E: 2056, 74, 82, 83, 85, 85, 88, 89), Onofrei Costachi (E: 2067, 69, 71, 74, 77—82, 86), Șoimu Viorica (E: 2062, 65, 67, 74, 77—79, 81, 86, 90, 91), Ștefan Luiza (E: 2065, 67, 71, 74, 77—79, 84, 86), Trincă Georgeta (E: 2062, 74, 80, 81, 83, 84, 86, 90), Țănculescu Vasile (E: 2057, 74, 78, 80—84, 86, 90), Student Ciornea Dumitru (5998, 6020, 30, 33, 71, 93, 111, 30—32, 34, 36, 42, 44, 46).

LUGOJ. Ș.m. 1 cl. VIII Anghe Valeriu (E: 2058, 68, 69, 71, 72, 77, 80, 82, 83, 86, 90), Apostolescu Ioan (E: 2043, 46, 48, 50, 55, 56, 58, 60, 64, 67, 69, 71, 74, 75), Daba Valerian (E: 2040, 62, 67, 69, 70, 71, 74, 76—79), Lupea Sînziana (E: 2015, 35, 42, 50, 60, 64, 66—69, 71, 74, 75, 77, 79), Matei Mircea (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 80, 84, 90), Mateica Dan (E: 2058, 60, 66, 67, 69, 74, 78, 79), Neu Tiberiu (E: 2047, 54, 56, 58, 60, 66, 67, 69, 71, 74, 77—79), cl. X Friedländer Gh. (6097, 105, 18, 31, 32, 34, 39, 41, 42, 44—46, 58), Iovănescu Ion (6018, 55, 59, 71, 99—101, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 46, 50, 63), Jurca Ion (6021, 26, 29, 30, 34, 55, 58, 59, 63, 66, 71, 75—77, 118).

LUPENI. Ș.m. cl. X Pop Maria (6018, 20, 30, 33, 34, 58, 66, 67, 71, 75, 76, 78, 100, 01, 18).

MARGINA (Făget) Șc. de 8 ani cl. III (E: 2042, 50, 54, 56, 67, 71, 74).

MEDIAȘ. Ș.m. 2 cl. VIII Brădișteanu Paul (6074; E: 2055, 56, 58—60, 64—71, 73—75, 77—79).

MEREI (Buzău). Șc. de 8 ani cl. VII Caloenescu C. (E: 2056, 67, 69, 71, 74, 75, 79), Mircea Jipa (E: 2055, 56, 58, 67, 69, 71, 74).

MOINEȘTI. Ș.m. cl. VII Băcănescu Elisabeta (E: 2056, 67, 69, 71, 74, 77, 77, 79), Ciocan Nicușor (E: 2045, 55, 67, 68, 71, 74, 77, 79), Tănase Anișoara (E: 2045, 56, 67, 69, 71, 74, 79).

MOLDOVA NOUĂ (Banat). Ș.m. cl. IX Iancovici Elena (6097, 100, 05, 28, 31, 35, 47, 49; E: 2065, 73).

MORAVIȚA. Șc. de 8 ani cl. VI Schmidt Welhelm (E: 2056, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 90).

MORENI. Ș.m. cl. IX Matei Ion (6055, 59, 62, 63, 65, 67, 68, 71, 76, 78, 101, 18, 39, 42, 45).

NĂSĂUD. Ș.m. George Coșbuc cl. VIII Cenea George (E: 2055, 67—69, 71, 74, 76—79), Scurtu Vasile (E: 2035, 56, 58, 60, 66, 67, 69, 71, 74, 75, 77—84, 86, 90), Absolvent Afrim Gh. (5997, 98, 6006, 07, 11, 12, 20, 21, 29, 30, 33, 71).

NOVACI. Ș.m. cl. VI. Berbecel Dumitru (E: 2042, 45, 46, 50, 55, 56, 67, 69, 71, 74), Ciorogaru Nicolae (E: 2042, 46, 50, 56, 67, 69, 71, 74), Comănescu V. (E: 2042, 46, 50, 55, 56, 69, 71, 74), Teader Ion (E: 2042, 43, 45, 46, 50, 56, 71, 74), cl. VII Chiriac Aron (E: (E: 2067—69, 71, 74—76, 79, 80), Giugiulan Ion (E: 2029, 32, 55, 62, 69, 71, 77, 75), Ivan Ion (E: 2027—30, 33, 34, 41), Păpurică Eugenia (E: 2042, 44—46, 49, 50, 60, 71, 74, 75), cl. VIII Burlica Constantin (E: 2042, 43, 48, 55, 56, 58—60, 66—71, 74, 77, 78), Tița Constantin (E: 2056, 58, 60, 67, 69, 71, 74, 76, 77, 79), cl. X Costreie Eleodor (5098, 99, 6007, 11, 12, 17, 19—21, 25, 28, 30, 33, 34, 54, 55, 57, 58, 63, 71, 75—78, 93, 94, 95, 98, 100, 01, 10, 12, 14, 18, 20).

ODOBEȘTI (Focșani). Ș.m. cl. X Lupu Rela (5998, 6007, 08, 17, 20, 21, 26, 27, 29, 30, 33, 59, 64, 71, 74, 75, 77, 100, 05, 18, 22, 24, 25).

ONEȘTI. Ș.m. cl. X Tîrnaru Teodor (5998, 6018, 21, 36, 59, 63, 71, 76, 78, 97, 98, 105, 18), Șerban Nicolae (5999, 6033, 59, 63, 68, 76, 78, 97, 101, 05, 18, 39).

ORADEA. Ș.m. cl. IX Hîncu Marius (5996, 97, 6007, 12, 29, 63, 76, 77, 100), cl. X Izsák Petru (6097, 100, 18, 25, 26, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 49, 50, 58), Memetea Ovidiu (5997, 98, 6007, 08, 20, 24, 26, 27, 29, 30, 33, 34), Negruțiu Vasile (5950, 61, 64, 67, 76—79, 87, 6007, 30, 33, 36), Popescu Dumitru (5960—69, 73—79, 83, 87, 97, 98, 6006—12, 18, 20, 21, 27, 30, 33, 34, 36, 50, 62—66, 70, 71, 75, 78), cl. XI Filip Gh. (6063, 76, 90, 101, 05, 14, 18, 26, 27, 31, 36, 39, 42).

ORAVIȚA. Ș.m. cl. VIII. Novăcescu Constantin (E: 2045, 56, 67, 69, 74, 80, 81, 84, 85, 90), cl. IX Florescu Florian (5996—98, 6007, 11, 12, 17, 26, 29, 32, 64, 100).

ORĂȘTIE. Ș.m. A. Vlaicu cl. V Păcurariu Ileana (E: 2042, 54, 55, 58, 62, 69, 71, 74, 80, 81, 85, 86, 90).

ORȘOVA (Banat). Ș.m. cl. X. Herzal Eugen (6607, 20, 29, 30, 33, 71, 76—78, 100, 05, 20).

OȚELUL ROȘU. Ș.m. cl. VIII Doba Floarea (6029, 34; E: 2044, 46, 47, 49, 50, 56, 60, 66—69, 71, 74, 78), Murariu Lidia (E: 2043, 47, 48, 55, 56, 58, 67—69, 71, 74, 77, 79), Țuican Floarea (6031, 105, 39, 56); E: 2042, 44, 47, 49, 50, 55, 56, 60, 66—69, 71, 74, 76—79, 80—84, 88, 89, 91).

PANCIU. Șc. de 8 ani cl. VI. Ioniță Marin (E: 2059, 69, 71, 74, 75, 77, 79, 81, 86, 90), Popa Dan (E: 2045, 46, 67, 69, 71, 75, 80—82, 90).

PAȘCANI. Ș.m. cl. XI. Dragomirescu Ovidiu (6092, 95, 96, 98, 99, 102, 12, 18—20, 31, 32, 34, 39, 42), Drăgoi Gh. (6077, 96—98, 100, 18, 31, 32, 34, 39, 42).

PĂUNEȘTI (Adjud) Șc. de 8 ani. cl. VI. Berbece Maria (E: 2042, 48, 52, 54, 56, 58, 67, 69, 71), Bogdan Mariță (E: 2031, 33, 46, 48, 52, 54, 59, 67, 71), Gorghiu Gabriela (E: 2052, 54, 56, 58, 67, 69, 71), Novac Maria (E: 2042, 51—55, 58, 67, 69, 71, 74, 80, 81, 90), Rizine Rodica (E: 2031, 33, 46, 48, 52, 54, 67), cl. VII. Bacalu Lucica (E: 2052, 54, 56, 58, 62, 67, 71), Berbece Maria (6020; E: 2047, 51, 52, 54, 60, 61, 63, 67, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 90), Duman Florica (E: 2045, 52, 54, 58, 62, 63, 67, 69—71, 74, 80, 81, 90), Gîdea Otilia (E: 2047, 51, 52, 64, 67, 71, 72, 75, 80, 81, 86, 90), Neagu Elena (E: 2052—55, 64, 67—69, 71, 74, 75, 80, 81, 90), Rogozan Lenuța (E: 2046, 48, 50, 52, 54, 56, 71), Sandu Victorița (E: 2051, 52, 54, 55, 58, 67—69, 71, 74, 80—82, 90).

PĂTÎRLAGELE. Ș.m. cl. VIII. Mirică Nicolae (E: 2056, 58, 60, 68, 69, 71, 74, 81, 83, 84, 85, 90), Neacșu Dumitru (E: 2056, 58, 67, 69, 71, 74, 78, 80—84, 86), cl. X Andrei Titus (5997, 98, 6006—08, 18, 20, 26, 27, 29, 30, 33, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 49, 50, 63), Pavel Dumitru (6007, 18, 20, 27, 30, 33, 34, 55, 63, 65, 68, 71, 75, 76, 78, 97, 98, 100, 05, 14, 16, 18, 20, 31, 32, 34, 55, 58, 63, 65, 68, 71, 74—78, 105, 16, 18, 20, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 63), Ruseu Gh. (6071, 76, 97, 100, 03, 31, 32, 34, 39, 42, 47, 49, 50, 63).

PETROȘENI. Șc. de 8 ani nr. 1 cl. VII. Jani Victoria (E: 2050, 54, 56, 62, 63, 67, 68, 71). Ș.m. 1 cl. VIII Popa Lucia (E: 2001, 04, 06, 08—12, 14—18, 21—23, 27—29, 31—50, 55, 56, 58—60), Stan Mihai (E: 2042, 43, 45—48, 50, 55, 56, 58—60, 62, 64, 65, 67—72, 74, 75, 77—79), cl. X

Căprar Vasile (6039, 59, 63, 71, 74, 76, 105, 27, 29, 31, 32, 42, 44, 50, 55), cl. XI **Popa Radu** (5996—98, 6000, 02, 03, 06—12, 17—21, 25—28, 30, 32—34, 36, 55, 57—59, 62—66, 68, 71, 74, 76—78, 90, 99—101, 05, 12, 14, 18).

PIETRARI (Tîrgoviște). Șc. de 8 ani cl. VII Vlad Ion (E: 2042, 49, 55, 56, 58, 68, 69, 71, 74, 77, 79).

PITEȘTI. Șc. de 8 ani nr. 2 cl. VII. Mînduțeanu George (E: 2078, 80—84, 87, 90). Ș.m. 1 cl. VII. Cernătescu Carmen (E: 2042, 55, 56, 64, 67, 69, 71), Mihalașcu Gh. (E: 2049, 56, 62, 64, 67—71, 74), Păunescu Ștefan (E: 2049, 67—69, 71, 74, 77, 79), cl. VIII. Lungulescu Bogdan (6007, 12, 29, 30, 33, 34, 66, 71, 77; E: 2042—50, 55, 56, 58, 60), Popa Ilie (6018, 22, 29, 100; E: 2051, 52, 56, 60, 62, 71, 78), Ș.m. 2 cl. VI. Anghel Sorin (E: 2055, 56, 67, 69, 71, 77, 79), Ionescu Radu (E: 2042, 58, 67, 69, 71, 74, 77—80, 83, 90), cl. VIII. Baia Doina (E: 2056, 58—60, 67, 68, 74, 78, 84, 91), Perianu Emil (2066—69, 71, 73, 74, 77—79), cl. XI Iuga Adrian (6055, 59, 71, 76, 99, 100, 14, 19, 27, 29—32, 34, 35, 42), Ș.m. 3 cl. X Hernest Gh. (6018, 20, 27, 29, 30, 33, 71, 76, 105, 10, 18, 42, 44, 46, 47).

PINCOTA. Ș.m. cl. VIII Chebeleu Petru (E: 2060, 64, 66—69, 71, 74, 75, 77—79), cl. X Giurgiu Florin (6058, 59, 63, 65, 71, 126, 32, 39, 42, 44).

PLOIEȘTI. Șc. de 8 ani nr. 1 cl. VII Brenner Mircea (E: 2045—47, 50, 51, 54—56, 58). Șc. de 8 ani nr. 9 cl. VI Vasilescu Ileana (E: 2056, 65, 67, 69, 71, 74, 77, 78, 81), cl. VII Moisescu Valeriu (E: 2055, 56, 60, 67, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 90), Niță Stelian (E: 2055, 59, 68, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 90), Șc. de 8 ani nr. 12 cl. VII Morozan Vera (E: 2042, 48, 50, 55, 67, 69, 71, 74, 79).

Ș.m. 1 I. L. Caragiale cl.V Stoica Valentin (E: 2055, 56, 65, 69, 74, 77, 79), cl. VI. Gafițeanu Liliana (E: 2056, 59, 64, 69, 71, 74, 78, 80, 81), cl. VII Alexandrescu Elena (E: 2048, 56, 58, 68, 69, 71, 74, 75, 78), Birescu Cristina (E: 2042, 45, 46, 50, 56, 64, 67—69, 71, 74, 75), Boaldă Nicolae (E: 2080—84, 90, 91), Dobrescu Laurențiu (6063, 64; E: 2076, 80, 83, 84, 86, 90), Gafițeanu Carmen (E: 2055, 56, 69, 71, 74, 76, 83), Mircescu Gabriel (E: 2043, 45, 67, 69, 71, 74, 75, 79), Popescu Mariana (E: 2043, 43, 46—50, 55—60, 64, 66, 68, 71, 72), Tămăduianu Daniela (E: 2045, 46, 62, 68, 69, 71, 74).

Cl. VIII Botoșan Lidia (E: 2050, 55, 56, 58, 60, 66—69, 71, 74, 77—79), Botoșan Maria (E: 2043, 48, 55, 58, 62, 66—69, 71, 74, 77—79), Căsăndroiu Dan (E: 2058, 59, 66—69, 71, 73—91), Chescu-lescu C. (E: 2056, 58, 60, 67, 69, 71, 74, 75, 77—81, 84—86), Dima Șerban (E: 2043, 45, 48, 55, 58, 60, 67—69, 71, 74, 78), Dumitrescu Marian (E: 2045, 46, 50, 55, 56, 58, 60, 64, 66—71, 73—75, 77—79), Lovensohn Marian (E: 2047, 49, 56, 60, 61, 66—69, 71, 74, 77, 78), Mihăilescu Ion (E: 2042, 47, 48, 56, 58, 60, 62, 67—69, 71, 74, 78), Neguț Gh. (E: 2042, 43, 47, 48, 54, 58, 60, 62, 66, 67—69, 71, 74, 77—79), Nicolescu Amelia (E: 2043, 47—49, 56, 58, 60, 61, 66—69, 71, 73, 74, 77—79), Olteanu Raluca (E: 2042, 43, 48, 50, 58, 60, 62, 64, 67, 71, 74, 77—79), Prelipceanu Minodora (6139; E: 2046, 56, 60, 80, 82—86, 90, 91).

Cl. IX. Sinițaru Angella (6078, 90, 97, 100, 03, 14, 30, 31, 39, 41, 43), Tudor Dumitru (6029, 34, 68, 74, 76, 78, 97, 100, 03, 14, 31, 39), Vasiliu Ovidiu (5998, 6007, 29, 34, 63, 68, 76, 78, 97, 100, 03, 14; E: 2066, 73).

Cl. X Cîrstea Nina (6059, 63, 71, 77, 78, 118, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 58). Dascăl Hary (5962, 64, 67, 78, 92, 97, 6007, 20, 27, 33, 59, 63, 71), Dumitrescu Gabriel (6059, 63, 71, 76, 78, 98, 100, 18, 22, 24—26), Ionescu Florian (6059, 63, 71, 76, 77, 98, 100, 18, 31, 34, 39, 42, 44, 46), Mocanu Dan (6059, 63, 65, 71, 77, 78, 118, 31, 32, 34, 42, 46, 54, 58), Vrînceanu Vasile (6055, 59, 63, 65, 66, 70, 77, 78, 126, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 54), cl. XI Ionescu Pavel (5998, 99, 6007, 19, 20, 24, 26, 27, 30, 33, 55, 63, 66, 71, 75, 76, 78), Bucur Nicolae (5964, 70, 73, 74, 78, 82, 87, 6009, 20, 21, 25, 55, 58, 71).

Ș.m. 2. A. Toma cl. V Curteanu Sanda (E: 2055, 56, 69, 74, 80, 81, 90), Dimboviceanu Dana (E: 2055, 56, 69, 74, 80, 81, 85), Mignea Grațiela (E: 2056, 69, 71, 74, 80, 81, 90), încă 4 elevi au dat soluții identice.

Cl. VI Anastasiu Răzvan (E: 2042, 45, 48, 56, 58, 67, 71), Manoliu Nicolae (E: 2044, 46, 50, 56, 64, 67, 69, 71, 75). Nicolaescu Traian (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 77, 79), Nicolau Despina (E: 2050, 56, 58, 64, 67, 69, 77).

Cl. VII Cătuneanu Irina (E: 2080—85, 87—91), Cătuneanu Radu (E: 2080, 81, 83—85, 88—91), Ciorobea Daniela (E: 2042, 43, 55, 56, 67, 69, 71, 77, 79), Constantinescu Mălina (E: 2043, 45, 46,

50, 55, 56, 64, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 79, 80—84, 86, 90), Costache Florentina (E: 2074, 75, 80, 81, 83, 84, 86), Fava Dan (E: 2042, 43, 50, 56, 67, 68, 70, 71, 74, 75), Hulubei Anca (E: 2064, 67—71, 74, 79), Ionescu Doina (E: 2049, 67—69, 71, 74—76, 79—81, 83, 88, 90, 91), Marinescu Mihaela (E: 2042, 44—46, 50, 54, 56, 58, 59, 62, 64—69, 71, 72—81, 83—90), Militaru Mariana (E: 2062, 67, 69, 71, 74, 77, 79), Mustăţea Sorin (E: 2042, 48, 50, 64, 67, 69—71, 79), Nicolescu E: 2042, 43, 50, 52, 54—56, 62, 64, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 79), Popovici Elenao (E: 2064, 67, 71, 74, 75, 77, 79), Rădoi Daniela (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 77, 79), Sîrbu Sanda (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 77, 79—83, 90), Teişanu Daniela (E: 2067, 74, 80—82, 84, 86).

Cl. VIII Apostol Gh. (E: 2055, 56, 58, 67, 69, 71, 74, 78, 80—83, 86), Babonea George (E: 2066—69, 71, 74, 79), Brătoiu Cristian (6106; E: 2064, 68, 73—75, 77, 79—81, 83—85), Cărbunescu Violeta (6105, 25; E: 2056, 62, 67, 69, 73, 77, 84), Cernat Laurenţiu (E: 2064, 66, 68, 73—79), Cernea Radu (6007, E: 2047, 49, 60, 68, 73, 76), Costei Liana (E: 2055, 56, 58, 64, 67—69, 71, 73, 74, 77—79), Dănică Rozalia (6105, 26, E: 2064, 66, 68, 69, 73, 75, 76—79, 86), Dobrinescu Liana (E: 2042, 43, 45, 47—49, 55, 56, 58—60, 66, 78, 79), Duţă Ion (E: 2045, 47—49, 55, 56, 58, 67, 69, 74, 78), Enescu Gh. (6105, 26; E: 2064, 66—69, 73, 75, 77—79, Georgescu Alina (E: 2064, 66—69, 73, 78, 80, 86), Georgescu Cecilia (5996—98, 6105; E: 2064, 67—70, 73, 75, 78, 79), Ionescu Vasilica (6105; E: 2064, 66—69, 71, 73, 74, 77—79), Miu Viorica (E: 2055, 56, 58, 67, 74, 77, 79, 80, 81, 83, 84, 86), Mîndrilă Dumitru (E: 2043, 45—50, 55, 56, 58—60), Neagoe Paulina (6105; E: 2064, 66—69, 71, 73, 74, 77—79), Nicolae Victor (E: 2055, 56, 58—61, 67—69, 71, 74, 75, 77, 78), Niculescu Adrian (E: 2045, 47—49, 55, 56, 58, 67, 69, 71, 74, 78), Orăşanu Laurenţiu (6049, 105, 24, 26; E: 2064, 66, 68, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 83), Păun Elena (6034, 105; E: 2045, 46, 50, 55, 56, 58, 61, 66—69, 71, 73, 74, 77—79), Petrea Gh. (E: 2042, 47, 50, 56, 58, 60, 66—69, 71, 73, 74, 79), Petrescu Nicolae (6007, 26; (E: 2048, 56, 60, 64, 67, 69—71, 74, 75, 77, 79), Popescu Traian (E: 2055, 56, 58, 66—69, 71, 73—79), Rusu Nicolae (E: 2043, 55, 56, 58, 60, 66, 67, 69, 71, 73, 74, 77), Seniatinschi Viorica (E: 2046, 48, 55, 56, 60, 66, 67, 69, 71, 73, 74, 78), Sorescu George (E: 2042, 43, 47, 48, 50, 55, 56, 58, 60, 66—69, 71, 73, 74, 79), Stoica Elena (E: 2056, 65, 67, 69, 71, 74, 77, 79, 82—84, 86), Stoica Tudor (E: 2046, 48, 50, 55, 56, 60, 66—69, 71, 74, 78—84, 86, 90, 91), Voinescu Marian (E: 2043, 46, 48, 56, 58, 67, 69, 74), Zidaru Constantin (6139, 58; E: 2080—84).

Cl. IX Bădescu Alex. (6007, 12, 20, 29, 30, 33, 35, 58, 59, 63, 68, 71, 76, 78), Dinu Cornel (6063, 68, 71, 76, 78, 131, 39, 44, 46, 54, 62, 63), Georgescu Marcel (5996—98, 6007, 11, 12, 30, 33, 34, 63, 71, 76, 77), Ionescu Liana (5997—99, 6006, 07, 12, 29, 68, 71, 76—78), Manolescu Cristiana (6063, 68, 76—78, 97, 105, 31, 39, 50), Mazepa Lidia (5996—98, 6012, 26, 29, 63, 68, 71, 76, 78), Moisescu Ana (6063, 68, 76—78, 97, 105, 14, 31, 39, 50, 58), Soare Paula (6063, 68, 76—78, 97, 105, 14, 31, 50, 54), Stamate Marcian (5997, 98, 6007, 12, 33, 34, 68, 71, 76, 78, 98, 100, 05), Sterin Dan (5996—98, 6006—08, 11, 12, 20, 26, 29, 34, 36, 58, 59, 63, 64, 68, 71, 74, 76—78, 97, 100, 05), Şomai Gabriela (5498, 6006, 12, 29, 33, 63, 64, 68, 71, 76, 78), Ţiliupea Viorel (6054, 55, 59, 63, 64, 71, 76, 77, 98, 100, 05, 18, 19), Ţintă Mircea (6007, 11, 12, 20, 36, 09, 30, 33, 64, 64, 68, 71, 78), cl. X Gîdiuţă Simona (5998, 6007, 17, 20, 30, 33, 34, 71, 76, 78, 101, 05, 26), Ionescu Nelly (6063, 101, 05, 26, 27, 31, 39, 42, 44, 58), Negruţi Constanţa (5998, 99, 6007, 30, 33, 58, 71, 76, 78, 105), Popescu Mihaela (5998, 6007, 12, 70, 30, 33, 34, 71, 76, 78, 6105, 26), Provian Şerban (5998, 6007, 12, 20, 27, 30, 33, 34, 63, 71, 76, 78, 105, 27), Radu Vasile (5999, 6003, 06—09, 12, 20, 27, 30, 33, 34, 36, 56, 58, 59, 63—65, 68, 71, 75—78, 90, 92, 94, 97, 98, 100, 05), cl. XI Bălan Alexandrina (6055, 59, 71, 76, 119, 29, 31, 34, 39, 62, 71), Căproiu Miron (6054, 55, 71, 30—35, 39, 42, 46, 54), Dragomirescu Valentin (6054, 55, 57, 59, 71, 92, 95, 100, 08, 11), Drăgan Radu (6054, 55, 71, 129, 30—34, 39, 42, 46, 58), Creţu Fabiola (6054, 55, 57, 59, 66, 71, 76, 78, 95, 96, 114, 19), Găvănescu Lavinia (6054, 55, 71, 130—35, 39, 42, 46), Iancu Ion (6007, 08, 12, 20, 27, 30, 33, 34, 55, 59, 71, 76), Purcăroiu Aximeta (6055, 71, 130—34, 39, 42, 44, 54), Tudorică Viorica (6054, 55, 59, 66, 71, 76, 78, 95, 96, 114, 19), Vasile Constantin (6054, 55, 71, 100, 20, 30—34, 39, 42, 44, 46).

Ş.m. 3 cl. VI Ciobanu Rodica (E: 2064, 80—83, 86, 90), Climovici Mihaela (E: 2080—84, 86, 90), Constantinescu

Ileana (E: 2069, 74, 77, 79—81, 90), Dumitrescu Adrian (E: 2055, 56, 67, 71, 80, 81, 86, 90), Finichiu Răzvan (E: 2056, 62, 71, 80, 81, 86, 90), Ion Mihai (6126; E: 2067, 77, 79—81, 83, 90), Ionașcu Mariana (E: 2055, 74, 77, 79—81, 90), Năstase Marian (E: 2067, 69, 71, 80, 81, 86, 90), cl. VII. Andrei Magdalena (E: 2062, 69, 71, 74, 80, 81, 90), Cernakovschi Aurel (E: 2080—84, 86, 89), Dorneanu Dan (E: 2068, 71, 80, 81, 83, 85, 90), Popescu Cornelia (E: 2020—84, 86, 90), cl. VIII. Apostol Maria (6056; E: 2056, 58, 60, 69, 76, 78, 83, 90), Constantinescu Florentina (E: 2025, 58—60, 67, 74, 80, 81, 83), Dragomir Ion (E: 2056, 58, 67, 69, 71, 74, 78, 80, 81, 83), Enescu Elena (E: 2067, 69, 74, 80—84, 86), Ion M. Ion (E: 2056, 67, 69, 71, 78, 80—83), Iordăchescu Olimpia (2067, 71, 74, 80—85, 90), Năstase Stelian (E: 2056, 58, 67, 71, 74, 78, 83, 84, 90), Niță Doina (E: 2060, 66—69, 71, 74, 76, 82, 84, 90, 91), Popa Cornelia (E: 2056, 58, 67, 69, 71, 74, 78, 82—84, 86, 90), Sava Mircea (E: 2056, 67, 74, 81—84, 90), Ștrait Ștefan (E: 2060, 67, 69, 71, 74, 82, 83, 86, 90), Tîlvan Marius (E: 2056, 66, 71, 74, 78, 83, 84, 86), Vașciuc Mihai (E: 2067, 69, 74, 80—83, 85, 86, 90), cl. IX Ivanovici Elena (6063, 68, 76, 78, 97, 98, 114, 26; E: 2066, 73), Popescu Silviu (6063, 97, 100, 03, 14, 15, 41, 43, 49, 50), cl. X. Dobrotă Georgeta (6063, 68, 71, 77, 101, 16, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 49, 50), cl. XI. Profeta Lazăr (5998, 6007, 29, 33, 49, 52, 55, 71, 98, 101, 18, 26).

Ș.m. 4 cl. VI. Grigore Rodica (E: 2055, 56, 58, 67, 69, 70, 71, 78, 80—84, 90), cl. VIII Albulescu Mircea (E: 2060, 66, 68, 73, 76, 78), Arnăutu Carmen (E: 2066, 68, 73, 76, 78, 84), Gheorghe Ion (E: 2046—48, 56, 60, 66—69, 71, 73, 74, 78), Grigore Steliana (E: 2048, 58, 59, 66—69, 71, 74, 77—79), Ionescu Georgeta (E: 2056, 58, 66—69, 71, 74, 77—79, 82), Mortoiu Tudorina (E: 2066, 68, 73, 78, 84, 88, 91), Nica Georgeta (E: 2042, 43, 46, 48, 58, 67, 68, 71, 74, 77—79), Nicolae Viorel (E: 2046—48, 56, 60, 66—79, 71, 73, 74, 78), Telega Alex. (E: 2043, 46, 48, 56, 58, 67, 69, 71, 74, 78), Teodor Elena (E: 2064, 66—75, 77—79), cl. IX. Sachelarie Dan (6074, 76—78, 98, 100, 31, 39, 46, 58), cl. X Rîncă Gh. (6071, 76, 78, 118, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 58), cl. IX Dumitrașcu Teodor (6012, 49, 52, 55, 70, 71, 76, 81, 100, 18, 26), Florea Florian (5964, 65, 76, 84, 86, 6007, 08, 18, 25, 30, 33, 34, 55, 71, 76), Papuc Ilie (5826, 71, 78, 35, 87, 98, 6007, 18, 25, 33, 34, 55, 71, 76).

Ș.m. 5 cl. VI Badea Florin (E: 2045, 56, 58, 67, 69, 71, 74), Brînzea Gabriela (E: 2023, 45, 69, 71, 74, 65, 79), Goldsteim Miriam (E: 2042, 45, 46, 71, 74, 75, 79), Stanciu Dan (E: 2045, 55, 56, 67, 69, 71, 74), Stere Daniel (E: 2042, 50, 56, 58, 64, 67, 71, 74, 77, 79).

Ș.m. 6 cl. VI Anton Costel (6126; E: 2064, 68, 69, 71, 74, 75), Burbaum Constantin (6126; E: 2064, 67—69, 71, 74), cl. VIII. Steinacher Gabriel (E: 2055, 66—69, 71, 72, 77, 75, 77—79), Taraș Viorel (E: 2056, 58, 67, 68, 69, 71, 74, 81—84, 86, 90, 91).

POIANA MARE (Calafat). Ș.m. cl. VIII Caragea Aurel (E: 2080—84, 86, 90, 91).

PRISĂCANI (Iași). Șc. de 8 ani cl. VII Amariței Maria (E: 2026, 42—45, 48—50, 55, 56), Cristea Cecilia (E: 2055, 56, 58, 59, 64, 67—69, 71, 74—76), Petrea Maria (E: 2042, 55, 56, 58, 59, 64, 65, 67, 68), Pintea Maria (E: 2064, 67—69, 71, 74—79), Pîrțoc Mariana (E: 2043—46, 48, 55, 56, 58, 59, 64, 65, 67—69, 71, 74—79).

PRISEACA (Slatina). Șc. de 8 ani cl. VII Boroi Georgeta (E: 67—69, 71, 74, 75, 77, 79).

PUCIOASA. Șc. de 8 ani nr. 2 cl. VII Popescu Elena (E: 2080—87, 89—91), Ș.m. cl. VIII Despa Ion (6126, 39, E: 2062, 68, 73, 75, 78, 84, 88, 91), Gall Elisabeta (6126, 39; E: 2062, 67, 68, 73, 78, 84), Lăzărescu Maria (6139; E: 2073, 75, 76, 78, 86, 91), Măndoiu Maria (E: 2056, 67, 68, 71, 74, 80, 83, 84, 86), Ștefănescu Florica (6126, 39; E: 6062, 68, 73, 75, 78, 84, 91), Tabacu Ion (6126, 39; E: 2062, 68, 73, 78, 84, 88, 91), Țuțuianu Mihail (6126, 39; E: 2021, 62, 68, 73, 75, 78, 85), Țugui Ion (6126, 39; E: 2062, 68, 73, 78, 84, 91), cl. IX Vasilescu Niculaie (6007, 33, 64, 68, 71, 75, 76, 93, 100, 01, 05, 30, 31, 39, 42, 43, 46, 49, 58, 62), cl. X Aron Constantin (6007, 20, 29, 30, 33, 34, 55, 58, 59, 64, 65, 68—71, 75—78, 93, 101, 05, 07, 11, 14, 18, 27, 29—32, 34, 39, 42—44, 46, 49, 50, 58), Ciocău Maria (6007, 20, 30, 58, 59, 64, 68, 71, 75, 76, 78, 93, 101, 05, 14, 18, 31, 32, 39, 42, 44, 46). Diaconu Eugenia (6007, 6020, 29, 30, 33, 58, 59, 64, 65, 68, 71, 75, 77, 78), Iacobescu Spiridon (6007, 30, 33, 59, 68, 70, 76, 78, 93, 101, 14, 18, 29, 31, 39, 42, 44, 46, 50, 58), Ignățoiu Ion (6030, 31, 64, 65, 68, 71, 76—78, 93, 101, 29, 42), Maltejeanu Liana (6007, 20, 30, 33, 64, 68, 71, 75, 76, 78, 93, 100, 31, 62), Negulescu Liviu (6007, 20, 33, 59, 71,

76, 78, 93, 101, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 49, 50, 58), **Niţescu Dan** (5999, 6003, 06—08, 12, 20, 21, 29—33, 55, 58, 64, 71, 74, 76, 77, 97, 99, 100, 05, 07, 10, 11, 26, 31, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 47, 49, 40, 63), Nuţa Elena (6007, 20, 33, 71, 93, 101, 18, 30, 32, 34, 42, 44, 45, 50, 58), Popescu Mioara (6020, 30, 33, 59, 93, 101, 18, 30, 31, 46, 58, 62), Şeremet Elena (6007, 20, 30, 33, 58, 59, 64, 75, 76, 93, 101, 02, 05, 18, 31, 39, 46), Tache Ion (6007, 20, 30, 33, 76, 78, 101, 18, 31, 39, 43, 44, 46, 49, 50, 58), Tănăsescu Corneliu (6007, 20, 30, 33, 58, 59, 68, 71, 75, 76, 78, 93, 101, 29, 39, 42, 46, 49, 50, 58, 62), Vasilescu Ana (6030, 33, 64, 68, 71, 72, 75, 76, 93, 100, 01, 05, 30, 31, 39, 43, 46, 49, 58, 62), Vasilescu Mariana (6007, 20, 30, 33, 58, 59, 67, 68, 71, 75, 76, 78, 93, 101, 05), cl. XI. Măciucă Ion (6007, 08, 20, 27, 29, 30, 33, 58, 59, 63, 71, 76—78, 105, 26), **Spătaru Aurel** (6055, 57—59, 63—68, 71, 74—78, 93, 95, 99—101, 03, 05, 11, 12, 14, 16—19, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46—50).

RĂCARI (Bucureşti). Ş.m. cl. VIII. Dincă Gh. (6105, 49; E: 2068, 75, 84, 88, 89, 91), cl. IX. Badea Nicolae (6076, 131, 39, 43; E: 2060, 61, 66, 73, 76, 82—84, 93), Ene Gh. (6071, 76, 93, 139, 43, 50; E: 2060, 65, 73, 78, 82—84), Popescu Aurel (6076, 143, 64, 66, 98, E: 2050, 61, 73, 79, 82, 84, 93), cl. X. Mitroi Vicenţiu (6050, 76, 98, 31, 32, 39, 42—44, 47, 49), Stănculescu Florin (6029, 30, 33, 34, 68, 71, 76, 105, 39, 42), Ştefan Alexandru (6029, 30, 33, 34, 68, 71, 76, 78, 97, 105). cl. XI. Badea Nicolae (6057, 119, 28, 31, 32, 39, 42, 46, 47, 58), Constantin Paul (5996, 98, 6000, 19, 25, 29, 30, 33, 65, 76, 97, 100, 01, 05, 14, 18, 19).

RĂDĂUŢI. Ş.m. cl. X. Weinstein Jack (6010, 12, 21, 26, 55, 58, 59, 63, 65, 67, 68, 74—78, 101, 27, 29, 39, 42, 45—48, 58).

REŞIŢA. Şc. de 8 ani. cl. VII. Andrei Radu (E: 2042, 48, 54, 61, 69, 71, 75), Ş.m. 1 cl. VIII. Vasiliu Paul (E: 2044, 47—49, 53, 54, 58, 59, 64, 66—68, 75, 76).

RÎMNICU SĂRAT. Ş.m. 2 cl. VIII. Nelepcu Maria (E: 2045—49, 60, 66—69, 71, 74, 75).

RÎMNICU VÎLCEA. Şc. de 8 ani nr. 5 cl. VI. Florescu Ion (E: 2055, 56, 69, 71, 74, 81, 83, 90), Nicolaescu Anca (E: 2055, 56, 58, 69, 71, 74, 77, 79), Ş.m. 1. Vasile Roaită cl. VIII. Marinescu Silvian (E: 2046, 50, 55, 56, 58, 60, 66, 67, 69, 74—79), Tuca Marius (E: 2056, 58, 60, 80—86, 90), cl. IX Buricea Mihai (5998, 6007, 26, 29, 34, 68, 76—78, 100, 14, 31).

Ş.m. 2 N. Bălcescu cl. X. Dumitraşcu Liviu (6027, 63, 66, 71, 100, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 54, 58, 63), Stratulat Florin (5998, 6007, 20, 26, 29, 33, 71, 126, 31, 32, 34, 39, 42, 44), Tănase Constantin (6055, 63, 71, 131, 32, 34, 36, 39, 42, 46, 62)), Tigmeenanu Ion (6007, 20, 21, 27, 30, 33, 63, 66, 71, 100, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 54, 58, 63).

ROMAN. Ş.m. cl. IX Petraru Ovidiu (5964, 76, 78, 79, 81, 85, 98, 6007, 74, 76—78, 97, 100, 14, 26, 28, 31, 35, 39), Smit Petru (6007, 29, 63, 74, 76—78, 97, 100, 05, 14, 26, 31, 39, 58), cl. X Niculescu Marius (5997—99, 6006—08, 11, 12, 20, 27, 30, 33, 36, 71, 6058, 59, 63, 65, 68, 76, 78, 97, 98, 118).

ROŞIORII DE VEDE. Şc. de 8 ani cl. VII. Săndulescu Olimpia (E: 2042, 48, 56, 67, 69, 71, 74, 79), Serachitopol Dan (6126; E: 2042, 50, 55, 56, 67, 69, 71, 76). Ş.m. cl. X. Blatz Adrian (5998, 6007, 20, 27, 33, 74, 75, 97, 98, 100, 01, 18, 39, 40, 42, 44, 50).

SALCA (Gura Humorului). Ş.m. cl. VIII. Boca Constantin (6139; E: 1090, 2010, 80, 81, 83, 86).

SALCIA (Tr. Măgurele). Ş.m. cl. VIII. Duma Ion (E: 2080—82, 84—86, 88, 90, 91).

SATU MARE. Şc.m. de 8 ani nr. 10 cl. VI. Gorbe Mihai (E: 2042, 45, 46, 69, 71, 77, 79), Şc. de 8 ani nr. 1 cl. VII. Gozner Gabriela (E: 2067, 69, 71, 75, 80, 81, 90), Ş.m. 1 cl. VIII. Mitaru Alex. (E: 2064, 66—71, 73, 74, 76—78), cl. X. Gozner Ştefan (6020, 30, 33, 58, 71, 98, 100, 31, 39, 42, 44, 47). Silaghi Paul (6007, 20, 27, 30, 33, 59, 63, 65, 68, 71, 76, 78, 105, 18).

SĂLIŞTE (Sibiu). Ş.m. cl. VIII. Bunea Nicolae (E: 2067, 69, 71, 74, 80—84, 86, 90), Muleş Ion (E: 2068, 67, 69, 71, 77—79, 81, 83, 90).

SECUENI (Bacău). Absolvent Obreja Petru (5999, 6011, 18, 29, 46, 49, 52, 53, 56, 66, 70, 71, 76, 81, 101, 05, 16, 18, 22, 24—26).

SIBIU. Şc. de 8 ani nr. 12 cl. VI. Laschescu Dorin (E: 2059, 64, 67, 69, 70, 71, 72), Nicu Olguţa (E: 2046, 49, 67—69, 71, 74, 80), Tolciu Mircea (E: 2066, 62, 64, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 90), Zaharia Nicolae (E: 2042, 55, 56, 58, 59, 64, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 79), cl. VII. Găvozdea Mircea (E: 2055, 56, 62, 64, 67, 69, 71, 74), Matei Alexandru (E: 2064, 67—71, 74), Popa Elena (E:

2064, 67—69, 71, 74, 75, 80, 81, 83, 90, 91, 92).

Şc. de 8 ani nr. 15 cl. V Keller Marlene (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 79—81), cl. VI. Benkö Brigitte (E: 2056, 65, 67, 69, 71, 74, 79—81, 90), Grigorescu Georgeta (E: 2067, 69, 71, 77, 79—81, 90), încă doi elevi au dat soluţii identice, Măeran Marieta (E: 2056, 62, 67, 71, 74, 80, 81, 90), Nussbächer Werner (E: 2056, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 79, 81, 90), Stühler Karl (E: 2056, 62, 67, 69, 74, 75, 79, 80, 81, 90), Werner Betsy (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 77, 79—81, 90), cl. VII. Anton Elena (E: 2053, 67, 69—71, 74, 77, 79), Bălica Rodica (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 90), Bucur Ion (E: 2064, 67, 71, 74, 75, 79, 80), Ciucur Viorica (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 84, 90), Codrea Constantin (E: 2056, 67, 69, 71, 74, 75, 79—81, 90), Costăchescu Sanda (E: 2067, 69, 71, 75, 79—81, 84, 90), Cramarenco Eugen (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 75, 90), Crişan Eugenia (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 90), Dobrotă Dorin (E: 2067, 67, 71, 74, 75, 81, 84, 90), Gall Iosif (E: 2027—29, 31, 33, 38, 42, 54, 62), Giurgea Valentin (E: 2028, 33, 38, 67, 71, 74, 75, 80, 90), Gîrlea Viorel (E: 2069, 70, 75, 80, 81, 84, 90), Gladeă Daniel (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 81, 90), Goldstein Lili (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 90), Iliescu Marilena (E: 2056, 67, 69, 71, 74, 79, 90), Jitianu Cristina (E: 2067, 29, 71, 80, 81, 84, 90), Kabdebo Sabina (E: 2056, 67, 69, 71, 75, 77, 79—81), Metiu Valer (E: 2064, 67, 67, 69, 71, 74, 77, 79, 80, 84), Mititelu Dorin (E: 2067, 71, 74, 80, 81, 84, 90), Munteanu Ion (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 84, 90), Popa Petru (E: 2056, 62, 67, 71, 74, 75, 80, 81, 90), Sasu Elena (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 79—81, 84, 90), Schuster Mariana (E: 2056, 62, 67, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 90), Suller Monika (E: 2056, 62, 67, 69, 71, 75, 77, 79, 90), Sevestrean Ion (E: 2055, 56, 62, 67, 69, 71, 79), Vîrbăneseu Monika (E: 2056, 62, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 79—81, 90), încă 21 elevi au trimis soluţii identice.

Şc. de 8 ani nr. 17 cl. VII. Sopa Viorel (E: 2055, 66, 67—69, 71, 74, 76, 77, 79—82).

Şc. de 8 ani nr. 18 cl. VI. Macota Lucian (E: 2030, 42, 43, 45, 46, 48, 50, 54—56), cl. VII. Radin Eugenia (E: 2056, 64—69, 71, 74, 76), Cărămidar Emil (E: 2062, 68, 69, 71, 75, 81, 90), Croitoru L. (E: 2043, 45, 46, 53, 56, 62, 67, 71, 74), Panţa Ana (E: 2029, 44, 54, 67, 69, 71, 74), Şoima Marcela (E: 2040, 42, 43, 48, 50, 59, 75).

Ş.m. 1 cl. VIII. Babeş Carmen (E: 42, 43, 49, 50, 67, 69, 71, 74, 77—79), Chirilă Mariana (E: 2058, 60, 61, 65, 67, 69, 71, 74), Dascălui Camelia (E: 2056, 59, 60, 66, 71, 75, 76, 84), Ghişoiu Liviu (E: 2042, 43, 45—48, 58—60, 62, 69), Giurea Ion (6029, E: 2043, 47, 49, 67, 69, 71, 74, 75), Irimie Rodica (E: 2056, 58, 67—69, 71, 74, 75, 77, 79), Pompilian Alex. (6139; E: 2060, 61, 68, 78, 80—84, 86, 90, 91), Roman Maria (E: 2042, 43, 75, 50, 56, 58, 67—69, 71, 72, 74), Roşculeţ Vanda (E: 2056, 58, 67, 69, 71, 74, 77—80, 84, 86, 90), Surdu Cornel (E: 2042, 45, 47, 48, 54, 58, 65, 67, 71, 78), cl. IX. Avram Ruxandra (5998, 6007, 29, 34, 56, 74, 76, 78, 10; E: 2066), Nemeş Sorin (5998, 6007, 34, 56, 74, 76—78, 100; E: 2066), Petrescu Anton (5997, 98, 6006, 07, 26, 29, 53, 65, 74, 76—78), cl. X. Chibu Emil (5998, 6007, 18, 20, 25, 30, 33, 34, 55, 59, 71, 118, 19), Negoiţă Florin (5997—99, 6006—08, 20, 30, 33, 65, 71, 78, 118).

Ş.m. 2 cl. VIII. Botnari Petre (E: 2056, 58, 60, 66—68, 74), Frum Nicolae E: 2058, 60, 67—69, 82, 84, 86), Fulea Mihai (6029; E: 2043, 50, 55, 56, 58, 60, 67—69, 73, 74, 79), Nicu Eugenia (E: 2049, 56, 58, 59, 66—69, 71, 74, 77, 79, 80—84, 86, 90), Sîrbu Carmen (6034; E: 2056, 58, 60, 68, 69, 74, 80, 82—84, 86), cl. IX. Popovici Maria (5997, 6063, 65, 68, 74—78, 100, 05), cl. X. Bujor Irina (6055, 58, 59, 65, 68, 78, 100, 32, 36, 42, 44, 46), Cristea Nicolae (6065, 76, 100, 05, 18, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46), Darvoş Viorica (6055, 58, 59, 65, 68, 71, 78, 100, 32, 34, 44, 46), Fulea Ilie (6006, 08, 12, 34, 58, 59, 65, 71, 74, 76, 77, 92), Munţiu Ioan (6058, 65, 76, 78, 100, 05, 32, 34, 35, 42, 44, 46), Nicoară Ioan (5999, 6006—08, 20, 27, 29, 30, 33, 55, 58, 59, 65, 66, 68, 71, 77—78, 92, 98, 100, 01, 05, 18), Săbău Mircea (6058, 65, 78, 92, 100, 05, 32, 34, 36, 42, 44, 46).

Ş.m. 3 cl. VIII. Bratu Ecaterina E: 2047, 48, 50, 53, 56, 59, 62, 67—69, 71, 74), Ciontea Mariana (E: 2058, 66, 67, 71, 73—75, 82, 86, 90), Mădan Valentin (E: 2045—48, 55, 59, 67, 69, 71, 74), Nicola Traian (E: 2056, 58, 67, 69, 71, 74, 78, 80, 82—84, 86, 90), Nicolescu Mihai (E: 2067, 69, 71, 74, 77—79), Nicula Vasile (6034, 125; E: 2043, 45, 47, 49, 55, 56, 69, 66—71, 73—75, 77, 79), Stroe Aurelia (6105, 31; E: 2056—69, 71, 73—76), Tărăboi

Doina (E: 2056, 58, 62, 67—69, 71, 74, 86), cl. X. **Boac Antoaneta** (5984, 98, 6007, 09, 17, 18, 20, 21, 23, 32, 26, 30, 32, 34, 40, 43, 55, 56, 58, 60, 62, 64, 71, 74—78, 83, 92—94, 97, 100, 01, 03, 04, 04, 18, 26), **Dăncilă Ioan** (6000, 05, 17, 19, 27, 54, 56, 62, 91, 93, 95, 97, 99—101, 04, 05, 08, 12, 14—16, 18—20, 27, 30—32, 34—36, 39, 40, 42, 44—48, 50, 56, 58, 63), Laşiţă Ileana (5996, 98, 99, 6007, 08, 12, 18, 23, 26, 30, 34, 43, 59, 65, 67, 71, 74, 76—78, 118), Mărtiniş St. (5998, 99, 6007, 17, 18, 20, 26, 33, 55, 71, 74, 76—78), Moldovan Rodica (6000, 07, 11, 23, 26, 33, 65, 67, 74, 76, 78). Munteanu Rodica (5999, 6007, 33, 55, 65, 67, 74, 74, 75, 78, 98—100, 05, 18, 26), Popescu Adriana (5999, 6002, 03, 33, 55, 58, 59, 65, 67, 68, 75—78, 97, 99, 100, 05, 18, 26).

SIGHIŞOARA. Şc. de 8 ani nr. 2 cl. VI. Moraru Cristea (E: 2065, 67, 69, 71, 74, 77, 79), Ş.m. 1 cl. VIII. Sutaci Paul (E: 2060, 65, 73, 78, 84, 88, 89, 91), Ş.m. 2 cl. VIII. Mendel Maria (E: 2056, 59, 64, 67—69, 71, 74, 75, 77—79), cl. X. Blau Aurel (6059, 71, 76, 97, 131, 34, 39, 42, 44, 57, 63), cl. XI. Ligner Gert (6007, 25, 29, 30, 33, 34, 54, 59, 71, 76, 100, 19).

SIGHET. Şc. de 8 ani nr. 3. Iacobovici Maier (E: 2067—69, 71, 74, 80, 81, 84, 90).

SIMERIA. Ş.m. cl. V. Iriniuc Marioara (E: 2055, 56, 69, 74, 77, 79, 80, 85, 86), cl. X. Roşu Titus (6055, 100, 27, 31, 32, 34, 39, 41, 42, 44, 47—49, 55).

SIRET. Ş.m. cl. XI. Breabăn Virgil (5998, 6007, 08, 28, 30, 33, 55, 57, 68, 71, 76, 78), Carpiuc Teodor (5998, 6007, 19, 20, 25, 30, 33, 55, 57, 68, 71, 76, 78). Vasileniuc Dumitru (6007, 18, 25, 30, 33, 34, 55, 57, 59, 65, 71, 126), Weinisch Isidor (5998, 6007, 08, 19, 20, 25, 27, 30, 33, 34, 55, 58, 71, 75, 76, 78).

SINICOLAUL MARE. Ş.m. cl. X. Raica Gh. (5998, 6007, 20, 29, 30, 33, 58, 71, 76, 142, 44), cl. VIII. Mausz Ion (E: 2066, 68, 71, 73, 77—79, 84, 91).

SINANDREI. Şc. de 8 ani cl. VIII. Leshezen Florica (E: 2055, 56, 71, 74, 75, 79—81).

SLATINA. Ş.m. 1 cl. IX. Verescu Dergiu (5998, 91, 92, 6012, 30—33, 49, 63, 71, 76, 78, 80—82, 100, 22, 31), cl. X. Diaconescu Radu (6020, 29, 33, 59, 76—78, 100, 05, 14, 18, 31, 34, 39, 42), Prună Marin (5997, 98, 6001, 07, 10—12, 30, 33, 55, 63, 71).

SLĂNIC (Ploieşti). Ş.m. cl. XI. Alionte Constantin (5996, 98, 6007, 08, 10—12, 19—21, 25—30, 33, 35, 59, 63, 66, 71, 76).

SUCEAVA. Ş.m. cl. VIII. Mihalache Mariana (E: 2042, 43, 45, 46, 48, 49, 52, 53, 55, 56, 58—60, 65, 67—69, 71, 74, 78, 91), Ş.m. 2 seral. cl. VIII. Latif Hamadi (E: 2055, 59, 60, 62, 66, 67, 77, 78, 84, 90).

SUSENII BÎRGĂULUI. Şc. de 8 ani cl. VII. Danea Ravica (E: 2055, 56, 58, 60, 62, 80, 81, 85, 88, 90, 91).

ŞOMCUŢA MARE. Ş.m. cl. X. David Vasile (6100, 20, 26, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 49, 58, 63), Fernea Eugen (6071, 76, 95, 100, 20, 26, 39, 42, 44, 46, 58).

ŞTEFĂNEŞTI (Piteşti). Grupul şcolar Vasile Tudose. an II Nedea Ion (E: 2048, 56, 67—69, 71, 74, 77, 79), cl. VI. Buricel Victoria (E: 2055, 56, 58, 59, 64, 67, 71), Diaconescu C. (E: 2055, 69, 71, 81, 85, 90), cl. VII. Butan Nicolae (E: 2055, 56, 64, 67—69, 71, 74—76, 80—84, 90), Chiliment Constanţa (E: 2055, 56, 74, 67—69, 71, 75, 81—84, 90), Coşciug Alex. E: 2064, 67, 69, 71, 74, 78, 79), Dumitru Ion (E: 2056, 64, 67—69, 71, 74, 75, 80—84, 90). Nicolescu V. (E: 2042, 49, 55, 56, 68, 69, 71, 74, 75, 81—84, 90), Răducanu Elena E: 2055, 56, 68, 69, 71, 75, 80—83, 90), Rădulescu Florin (E: 2055, 56, 69, 71, 80, 83, 90), Şofronie Cecilia (E: 2042, 55, 56, 67—69, 71, 74, 75, 79—84, 90).

TEACA (Bistriţa). Ş.m. cl. VIII. Joldeş Ana (E: 2067—69, 74, 77, 79, 80—86, 91).

TECUCI. Şc. de 8 ani nr. 1 cl. VII. Crăciun Marian (E: 2045, 46, 48, 55, 56, 69, 71), Şc. de 8 ani nr. 4 cl. VII. Coman Tiţa (E: 2058, 64, 67, 69, 71, 74, 90), Ş.m. nr. 1 cl. VIII. Arhip Maria (E: 2056, 58, 67, 69, 71, 74, 78), Dumitru Adrian (E: 2056, 58, 66, 67, 69, 71, 74, 75, 78, 83, 86, 90), Hilsenrad Puiu (E: 2056, 58, 60, 67, 69, 71, 74, 82), Hogaş Lucica (E: 2056, 58, 60, 67, 69, 71, 73, 74), Lovin Viorica (E: 2056, 58, 62, 67, 64, 71, 74), Oproiu Valeria (E: 2066, 69, 74, 80—86, 88, 90, 91). Pascu Mihăiţă (E: 2056, 58, 62, 66, 71, 73, 74), Teodoru Catela (E: 2056, 58, 62, 67, 69, 73, 74, 75, 77), cl. X. Alter Surica (5998, 6003, 07, 20, 21, 30, 33, 58, 63, 68, 71, 74, 76, 78), Ş.m. 2 cl. VI. Handrabureac Ecaterina (E: 2055, 56, 64, 71, 74, 81, 83, 90), cl. VII. Anghel Costel (E: 2055, 56, 59, 71, 74, 79—81, 90), Ecea Doina (E: 2048, 55, 58, 61, 74, 75, 78), Lazea Alin (6126; E: 2064, 67, 69, 71, 75, 80, 81, 83, 90), Muscă Luminiţa (E: 2055, 64, 71, 74,

77, 79, 90), Păunescu Liviu (E: 2050, 55, 56, 64, 67—69, 71, 74, 75, 77—81, 83—85, 90), Popa Rodica (E: 2056, 67, 69, 71, 74, 75, 90), Rusu Maria (E: 2064, 71, 74, 75, 81, 82, 90, 92, 104), Steinnetz Pepi (E: 2062, 68, 69, 71, 74, 80, 81, 90), cl. VIII. Anghel Viorel (E: 2055, 56, 58, 59, 67, 69, 71, 74, 79—81, 86, 90). Daniu Doina (E: 2056, 58, 67, 69, 71, 74, 75, 80, 86), Grama Cornelia (E: 2055, 58, 67, 69, 71, 74. 78—81, 90), Irimia Rodica (E: 2056, 58, 67, 69, 74, 79, 82, 84, 86), Manea Aurel (E: 2056, 58, 67, 69, 71, 74, 78, 81, 83, 84, 86).

TILEAGOL (Crişana). Şc. de 8 ani cl. VII. Bodea Irina (E: 2055, 56, 71, 74, 80, 81, 90), Urs Lucreţia (E: 2043, 47, 56, 60, 66, 68, 91).

TIMIŞOARA. Ş.m. 1 cl. VI. Priboescu Carmen (E: 2046, 55, 56, 65, 69, 71, 74, 79), cl. XI. Crişan Dan (5993, 6007, 10, 12, 30, 33, 71, 77, 105, 18, 39, 42, 62), Wallachy Evelin (6095, 101, 18, 19, 27—29, 31, 32, 34, 39, 42, 46, 58, 63).

Ş.m. 2 cl. VIII. Boldea Elena (E: 2055, 56, 60, 66—69, 71, 73, 74, 76, 77, 79), Gurban Tiberiu (E: 2064, 66—69, 71—77, 79), cl. XI. Gavrilă Gelu (6118, 19, 27, 28, 30—32, 34—36, 42), Popescu Viorela (6055, 58, 63, 75, 90, 96—98, 100, 04, 08, 10, 12, 16, 18, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 77, 50), Suceava Dorel (6998, 6007, 30, 33, 34, 51, 55, 56, 71, 77, 118). Szende Susana (6055, 58, 63, 71, 74, 131, 39,

Ş.m. 3 cl. XI. Şerbănescu Adrian (6017, 18, 20, 30, 33, 34, 39, 42, 44, 46—48, 51, 58), Ş.m. 4 cl. X. Gavriluţ Alexandru (6027, 20, 25, 30, 33, 36, 131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58), Mănescu Miron (6006—09, 19—21, 25, 30, 33, 57, 66, 71, 76—78), Ş.m. 5 cl. VIII. Czeizler Andrei (E: 2064, 66, 69, 71, 74, 77—79), cl. IX. Geţia Pavel (6063, 78, 116, 31, 39, 43, 46, 47, 50, 63)), Ş.m. 7 cl. VII Berindeanu Radu (E: 2064, 67—69, 71, 74, 75, 80, 81, 90), cl. VIII. Sfetcu Adrian (E: 2055, 56, 58, 66—69, 71, 73, 74, 78, 79).

TIRGOVIŞTE. Ş.m. 1 cl. VIII. Martac Georgeta (E: 2055, 56, 58, 60, 66—69, 73, 74, 77—79), Ş.m. 2 cl. IX. Diaconescu Dan (6076, 105, 39; E: 2066, 73, 78, 82—85), Paraschiv Constantin (597, 98, 6006, 07, 10, 20, 33, 56, 63, 86, 76, 77), cl. X. Bratu Constantin (6070, 75, 78, 81, 98, 100, 01, 05, 18, 29, 31, 46, 45, 42), Ş.m. 3 cl. IX. Stanciu Virgil (5996, 98, 6007, 29, 34, 63, 74, 76—78, 100, 14), cl. XI. Florea Rodica (6007, 20, 55, 71, 76, 78, 97, 101, 05, 18—20, 28, 31, 32, 34, 39, 42, 44).

TG. CĂRBUNEŞTI. Ş.m. cl. XI. Burlada Justin (6055, 58, 63, 66, 71, 78, 105, 31, 32, 34, 39, 42—44, 46).

TG. JIU. Ş.m. 1 cl. VIII. Brican Petre (E: 2080—84, 90, 91), Ciocîrlie Valeriu (E: 2056, 60, 66, 68, 71, 78, 82—84, 90, 91), Gelepu Marcel (E: 2042, 46—48, 50, 56, 58, 60, 62, 67, 69, 71, 74, 76), Marian Romeo (E: 2048, 56, 58, 62, 66—69, 71, 74, 75, 78), Roventa Constantin (: 2042, 43, 45, 46, 49, 56, 67, 69, 71, 74, 75, 78), Udrică Viorel (E: 2065—69, 71, 73—75, 77—79), cl. IX. Bratu Traian (6056, 76, 78, 100, 03, 26, 31, 39, 50, 57, 62), Curcanu George (6007, 08, 93, 97, 100, 30, 31, 39, 43, 49, 58; E: 2066, 73, 78, 82, 84), Pestroiu Daniel (5996, 98, 6007, 63, 68, 76, 78, 97, 98, 100, 14, 26, 31, 39), cl. X. Isac Horaţiu (6026, 34, 54, 55, 68, 71, 76, 97, 98, 134, 39, 42), Ş.m. 2 cl. VIII. Ceauşescu Mihai (E: 2056, 67, 68, 74, 75, 77, 79—86, 90), Costescu Ionel (E: 2060, 67, 68—71, 74, 77, 79—86), Diaconescu Vasile (E: 2056, 67, 68, 71, 74, 77, 80—83), Gîrniceanu Ion (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 82—84, 86, 90), Lera Doina (E: 2058, 67, 69, 71, 74, 80—83, 84—86, 90), Niculescu Gh. (E: 2056, 58, 67, 69, 71, 74, 80—83), Nistorescu Tudor (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 77—79, 80—84, 86), Ruşescu Emilia (E: 2064, 69, 77—79, 80—84), Sichitiu Doru (E: 2042, 43, 46, 47, 49, 50, 55, 59, 60, 67, 69, 71, 74, 78), Trocan Matei (E: 2067, 69, 70, 71, 74, 77, 79, 80—86, 90), Trocan Vasile (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 77—79, 80—86, 88), cl. X. Andriţoiu Octavian (6007, 18, 20, 29, 33, 37, 40, 59, 65, 71, 76, 78, 118).

Tg. MUREŞ. Ş.m. 4 cl. X. Pop Mircea (5998, 6007, 20, 26, 27, 30, 33, 34, 68, 71, 76, 78), Ş.m. 5 cl. VII Enache Radu (E: 2045, 48, 56, 58, 67, 69, 71, 74), cl. VIII. Gheorman Ioana (E: 2056, 66—69, 74, 76, 78, 79), Răduţ Mihai (6105; E: 2064, 66—71, 73, 74, 76—79). Ş.m. Al. Papiu Ilarian cl. VII. Vanoş Vasile (6125; E: 2070, 80—84, 86, 87, 90). Ş.m. Unirea cl. VIII. Hartstein Ernest (E: 2064, 66—68, 71, 73, 74, 80—90). Cl. X. Bratu Gh. (6071, 72, 118, 32, 39, 42, 44, 46, 56, 60, 61, 78)).

TG. NEAMŢ. Ş.m. cl. VIII. Broştic Maria (E: 2056, 58—60, 66, 67, 69, 71, 74, 77—79)), Ciocan Maria (E: 2056, 58—60, 66, 67, 69, 71, 74, 77—80).

TG. LAPUŞ. Ş.m. cl. VI. (E: 2042, 55, 56, 69, 71, 80, 90), Balint Ioan (E: 2042, 47, 50, 55, 69, 71, 90), Cîndea

Cornel (E: 2042, 46, 55, 56, 69, 71, 90), Griguță Victor (E: 2042, 47, 50, 55, 56, 69, 71, 90), Petreluș Viorel (E: 2042, 47, 50, 55, 56, 69, 71, 80, 90), încă doi elevi au dat soluții identice, cl. VII. Bellu Dan (E: 2042, 47, 55, 56, 69, 71, 90), încă doi elevi au dat soluții identice, cl. VIII. Adler Liviu (6131, 39, E: 2049, 60, 62, 66, 68, 78, 84, 91), Bize Arghir (E: 2042, 47, 50, 55, 57, 69, 71, 90), Bota Maria (E: 2060, 66, 80—82, 84, 86, 88, 90), Bozga Liviu E: 2049, 66, 68, 78, 80—84, 86, 88, 90), Burza Aurica (E: 2066, 68, 75, 80—84, 86, 90), Ciocan Nicoleta (E: 2060, 66—68, 75, 80—84, 86, 90), Farcaș Marcel (E: 2060, 62, 66, 78, 84, 88, 91), Man Gheorghe (6131; E: 2043, 46—48, 55, 56, 66, 67, 69, 71, 74, 83, 86, 91), Man Nicolae (6177; E: 2056—58, 60, 62, 63, 67, 69, 70, 71, 74, 80, 81, 86, 90, 91). Meseșan Ștefan (6139; E: 2049, 66, 67, 81, 84, 86, 88, 90), Pojar Ion (6131, 39; E: 2060, 66—69, 71, 74, 75, 80—84, 86, 90, 91), Pop Ion (6131; E: 2047, 67, 71, 74, 83, 90, 91), Santa Viorel (E: 2049, 66—69, 71, 74, 80—86, 88, 90, 91), Vascu Aurelia (E: 2060, 66, 68, 75, 80—84, 91), Veer Vasile (6131, 39; E: 2049, 68, 78, 80—84, 86, 88, 91), cl. X. Belu Mircea (5998, 6007, 29, 30, 33, 58, 71, 139, 42, 46), Cindea Cornel (6030, 33, 71, 131, 34, 39, 42, 44, 46, 55, 58)), Mittelman Zoltan (6021, 30, 33, 58, 131, 34, 39, 42, 44, 46)), încă 2 elevi au dat soluții identice, cl. XI. Cosma Constantin (5996—98, 6000, 06—08, 10, 11, 19, 20, 25, 30, 33, 36, 54, 55, 70, 76—78).

TOPOLOVENI (Argeș). Ș.m. cl. VIII. Ionescu Romulus (E: 2056, 59, 69, 74, 78, 80, 82, 84, 85).

TRUSEȘTI. Ș.m. cl. VIII. Corduneanu Dumitru (E: 2056, 58—60, 66—71, 73, 74, 76—79), Hoidrag Didina (E: 2042, 45, 46, 50, 55, 56, 60, 67, 69, 71, 74, 77—79), Roșu Mircea (E: 2056, 58, 60, 67, 69, 71, 74, 78, 79, 82—84), cl. X. Achiței Ion (6020, 27, 30, 33, 55, 66, 71, 76, 78, 97, 100, 01, 03, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50), **Archip Petru** (5996, 99, 6002, 08, 12, 18, 21, 25, 26, 29, 36, 55, 58, 59, 63, 65, 66, 68, 71, 74—78, 96, 97, 100, 01, 03, 04, 10, 14, 18, 20, 27, 28, 30—32, 34, 35, 39, 42—50, 58—63), Butnaru Dumitru (6020, 27, 30, 33, 34, 55, 66, 71, 76, 78, 97, 100, 01, 03, 18, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 50), Corneaschi Ion (5999, 6012, 18, 27, 34, 55, 63, 66, 71, 75, 76, 78, 97, 98, 101, 03, 05, 10, 18). **Cosmanciuc Dumitru** (5996, 97, 99, 6002, 03, 08, 12, 18, 21, 25, 29, 34, 36, 55, 58, 59, 63, 65, 68, 71, 74—78, 96—98, 100, 01, 03, 05, 10, 14, 18, 20, 27—32, 34, 35, 42—50, 58, 63), Crăciun Gh. (5996—99, 6002, 03, 06—08, 11, 12, 18, 20, 21, 25, 27, 29, 30, 33, 34, 36, 55, 58, 59, 63—68, 71, 75—78, 96—98, 101, 03, 05, 10, 18), **Mîrza Mihai** (5996, 99, 6002, 18, 29, 36, 55, 58, 59, 63, 65, 66, 68, 75—78, 97, 100, 01, 03, 05, 10, 14, 18, 20, 27, 28, 30—32, 34, 35, 39, 42—50, 58, 63), Noroc Constantin (6018, 27, 34, 55, 63, 66, 71, 75, 76, 78, 97, 98, 101, 03, 05, 10, 18, 30—32, 34, 39, 42, 44, 46), Romaniuc Ion (6034, 55, 58, 63, 65, 71, 76, 78, 97, 98, 101, 03, 05, 10, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44). **Turculeț Demostene** (5997, 6002, 03, ,06, 09, 11, 18, 25, 26, 36, 55, 58, 59, 63, 65, 66, 67, 71, 74—78, 92, 93, 97, 98, 100, 01, 03—05, 10, 14, 18, 20, 27—32, 34—36, 39, 42—50, 55, 58, 63), Vieru Mihai (6034, 36, 58, 59, 63, 71, 74, 76, 78, 101, 03, 05, 10, 18, 35, 39, 44), Zvic Dorina (5998, 99, 6018, 20, 21, 27, 34, 58, 63, 71, 97, 118, 31, 32, 34, 42, 44).

TURDA. Ș.m. 1 cl. VIII. Coța Ion (E: 2048, 60, 68, 78, 84, 88, 91), cl. X Pop Gheorghe (5998, 6020, 29, 30, 34, 36, 98, 55, 63, 65, 66, 100, 18, 27, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 49, 55, 58, 63). Ș.m. 2 cl. VIII. Șerban Viorel (6029, 100; E: 2048, 60, 66, 68, 78), cl. IX. Iliescu Traian (6068, 76, 78, 100, 05, 26, 30, 31, 39, 46, 58), încă 2 elevi au dat soluții identice.

TURNU MĂGURELE. Ș.m. cl. XI. **Drăgulinescu Dumitru** (5996—6003, 06—10, 18—21, 24—26, 28—30, 33—35, 54—56, 58, 59, 62—67, 70, 71, 74, 76, 78).

TURNU SEVERIN. Șc. de 8 ani nr. 2 cl. VII. Bivolaru Simion (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 84, 85, 90). Șc. de 8 ani nr. 9. Ghinea Cristian (E: 2042, 45, 56, 67, 69, 71, 74).

Ș.m. 1 cl. V. Ganea Cristian (E: 2067, 71, 74, 81, 83, 84, 90), Sarvari Andrei (E: 2071, 74, 80, 81, 90, 92, 104), Fontoiu Dorin (E: 2067, 70, 74, 80, 81, 83, 84, 90), cl. VIII. Gărgălie Silvestru (6012, 18, 32, 126; E: 2041, 56 58, 60, 62, 64, 66—71, 73—87, 90, 91), Popescu Constantin (E: 2055, 56, 58, 60, 62, 67—70, 72—77), Popescu Marcel (2055, 56, 58, 60, 62, 64, 66—71), cl. XI. Ionescu Ștefan (6059, 63, 68, 71, 76, 78, 128, 31, 39, 42, 43, 46), Tudor Nicolae (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 58, 62, 63), Ș.m. 2 cl. VI. Pîrligras Doru (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 90), cl. XI. Kraksner Constantin (5998, 6006, 07, 11, 12, 25, 30, 33, 37, 41, 47, 71, 96, 118). Ș.m. 3 cl.

VIII. Ciuciu Sofia (E: 2067, 69, 74, 80—84, 86).

ȚĂNDĂREI GARĂ. Șc. de 8 ani. cl. VI. Caţă Elena (E: 2055, 56, 59, 79, 81, 82, 90), Ionescu Filofteia (E: 2055, 56, 71, 79, 80—82, 90), Serper Lidia (E: 2056, 58, 67, 71, 74, 77, 79)

URLAȚI. Ș.m. cl. VIII. Zotta Dan (6139; E: 2060, 66, 68, 78, 84, 91).

URZICENI. Ș.m. cl. VIII. Cuncev Alex. (E: 2045, 56, 62, 68, 69, 71, 75). Georgescu Mihaela (E: 2060, 62, 68, 80—86, 90), cl. X. Barbu Aurelia (6007, 20, 27, 29, 30, 33, 34, 68, 71, 76, 100), Cuncev Eugenia (6007, 20, 27, 29, 30, 33, 68, 76, 78, 100, 14).

VADUL CRIȘULUI. Ș.m. cl. X. Noje Vasile (6003, 06, 08, 12, 29, 30, 36, 55, 58, 66, 76—78, 100, 04, 14, 18, 29, 31, 32, 34, 39, 40, 42, 44, 46, 47).

VALEA LUI MIHAI (Crișana). Ș.m. cl. IX. Vesa Ioan (6076—78, 80, 81, 98, 100, 24, 25; E: 2066, 73, 78).

VAȘLUI. Ș.m. cl. VI. Safer Marta (E: 2042, 45, 56, 69, 71, 74, 77), cl. VII. Teacu Mina (E: 2042, 48, 50, 67, 68, 74, 76—79, 97—101, 05, 10, 14—16, 17—20, 26). Cl. X. Maftei Eugen (6012, 18, 20, 21, 26, 27, 29, 30, 33, 34, 36, 55, 58, 59, 63, 68, 71, 74, 76—79, 97—101). Pencu Adrian (5976, 99, 6006, 12, 18, 20, 21, 26, 27, 29—34, 36, 55, 58, 59, 63, 66, 68, 71, 74, 77—78, 90, 97, 98, 100, 01, 05, 14, 18—20).

VĂLENII DE MUNTE. Ș.m. cl. VII. Voiculescu Emil (E: 2042, 45—47, 67—69, 71), cl. VIII. Constantin Sevasta (6126; E: 2067—69, 71, 74, 80—86, 90, 91).

VEDEA. Ș.m. cl. XI. Rădoiu Gh. (6054, 55, 71, 76, 92, 100, 01, 18, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 50, 63).

VICOVUL DE SUS. Ș.m. cl. VIII. Bodole Ana (6139; E: 2080, 83—86, 90, 91), Chifan Stela (6139; E: 2080—86, 88, 90, 91), Gheorghiță Elena (6139; 49; E: 2080, 83—86, 89, 90), Schipor Ana (6139, 6149; E: 2080—88, 90), Tironeac Vasile (6139, 49, 55; E: 2089, 84, 86, 88—91).

VIDELE. Ș.m. cl. IX. Cojocaru Gh. (5998, 6007, 08, 17, 29, 34, 68, 76, 77, 98, 100, 03).

ZALĂU. Ș.m. cl. X. Pop Lia (5998, 6003, 06, 07, 10, 21, 33, 55, 94, 97, 98, 118), Schmidt Gh. (6064, 71, 131, 32, 34, 42, 44, 46, 47, 50, 63), Szeles Adalbert (6071, 131, 32, 34, 42, 44, 46, 47, 50, 63), cl. XI. Nicorici Laurențiu (5998, 99, 6007, 10, 25, 33, 46, 54, 55, 66, 70, 71, 99, 118, 30, 31, 32, 34, 42, 49, 50).

*

Pînă la 15 aprilie 1964 s-au mai evidențiat ca rezolvitori de probleme:

1. **Spircu Tiberiu** (cl. XI ș.m. 4 Arad), 2. **Bene Dorin** (cl. X ș.m. 1 Caransebeș), 3. **Voiculescu Dan** (cl. VIII ș.m. 21 București), 4. **Popa I. Eugen** (cl. VIII ș.m. 3 Iași), 5. **Chițescu Ion** (cl. X ș.m. 10 București), 6. **Georgescu George** (cl. XI ș.m. 1 Craiova), 7. **Galeriu Dan** (cl. X ș.m. 3 Sibiu), 8. **Gheorghiu Doina** (cl. IX ș.m. 1 Timișoara), 9. **Răduță Ion** (cl. XI Mărășești), 10. **Sachelaric Dan** (cl. VIII ș.m. 4 Ploiești), 11. **Bejancu Aurel** (student Timișoara), 12. **Ursulescu Octavian** (cl. X ș.m. 11 București), **Țăposu Iosif** (cl. XI ș.m. Cîmpulung Moldovenesc), 14. **Licoiu Dorian** (cl. X ș.m. 2 Frații Buzești, Craiova), 15. **Heipler Andrei** (cl. X ș.m. 3 E. Racoviță Cluj), 16. **Luca Ion** (cl. XI s.m. 4 Constanța), 17. **Popescu Mihai** (cl. XI ș.m. 1 Slatina), 18. **Ralescu Andrei** (cl. VIII ș.m. 12 București), 19. **Manasiu Dan** (cl. X ș.m. 25 București), 20. **Călugăreanu Grigore** (cl. XI ș.m. 5 Cluj), 21. **Boicescu Vlad** (cl. XI ș.m. 4 Craiova), 22. **Ignea Silviu** (cl. X ș.m. 22 București), 23. **Cojan Marius** (cl. X ș.m. 2 Buzău), 24. **Birlog Cornelia** (cl. X ș.m. Pucioasa), 25. **Nica Vasile** (cl. XI ș.m. 1 Ploiești), 26. **Logofătu Bogdan** (cl. VIII ș.m. 36 București), 27. **Arsene N. Ion** (cl. XI ș.m. 1 București), 28. **Stan Emil** (cl. IX ș.m. 2 Ploiești), 29. **Munteanu Gh. Mihai** (cl. XI ș.m. 5 Brașov), 30. **Gheorghiu Adina** (cl. X ș.m. 1 București), 31. **Stănescu Dan** (cl. IX ș.m. 1 Ploiești), 32. **Negruțiu Vasile** (cl. X ș.m. 1 Oradea), 33. **Haim Marcel** (absolvent Iași), 34. **Anghel A. Petre** (cl. XI Novaci, Oltenia), 35. **Rada C. Mircea** (cl. X Giurgiu), 36. **Brinda M. Rodica** (cl. X liceul nr. 1 Lugoj), 37. **Covalciuc Valentin** (cl. X ș.m. 4 Ploiești), 38. **Fleischer Gheorghe** (cl. X ș.m. 4 Oradea), 39. **Silaev Silvia** (cl. X ș.m. 1 Ploiești), 40. **Ardeleanu Rodica** (cl. X ș.m. Petroșani), 41. **Uțu Ion** (cl. X ș.m. Novaci), 42. **Tebeanu Theodor** (cl. X ș.m. 7 Iași), 43. **Trif Maria** (cl. XI ș.m. 2 Sibiu), 44. **Dumitrescu Marin** (cl. VIII ș.m. 1 Ploiești), 45. **Marinuș Radu** (cl. X ș.m. 3 Sibiu), 46. **Copoiu Florin** (cl. VIII ș.m. 2 Ploiești), 47. **Dăncilă Ion** (cl. X ș.m. 3 Sibiu), 48. **Petriu Emil** (cl. XI Hațeg), 49. **Crăciun Lucian** (cl. VIII ș.m. 2 Ploiești), 50. **Niculescu Veronica** (cl. VII Vlahu, Adamclisi), 51. **Armeanu Corneliu** (cl. XI Grupul școlar Bîrlad), 52. **Simulicanu Virgil** (cl. XI ș.m. Blaj), 53. **Ghițescu Mircea** (cl. XI Breaza), 54. **Stremțan Nicolae** (cl. XI Blaj), 55. **Segal Gabriel** (cl. XI ș.m. Botoșani), 56. **Mercioiu Constantin** (cl.

XI Breaza), 57. **Witting Silviu** (student Bucureşti), 58. **Manolache Nicolaie** (cl. VIII ş.m. 5 Bucureşti), 59. **Manolescu Adrian** (cl. VIII ş.m. 35 Bucureşti), 60. **Filipoiu Alexandru** (cl. X ş.m. 2 Buzău), 61. **Stăncuţ Lucia** (cl. X ş.m. 1 Craiova), 62. **Jula Maria** (cl. X ş.m. 36 Bucureşti), 63. **Boac Monica** (cl. X ş.m. 3 Sibiu), 64. **Enache Gheorghe** (cl. IX ş.m. 2 Tîrgovişte).

*

Pînă la 15 aprilie 1964 s-au mai primit soluţii bune de la:

ADAMCLISI (Dobrogea). Şc. elem. cl. VII. Roşu Alexandra (E: 2080—84, 86, 90).

ADINCATA (Tîrgovişte). Şc. 8 ani cl. VII. Ene Bujor (E: 2065, 66, 68, 71, 73, 74, 77—79).

ALBOTEŞTI (Bacău). Şc. 8 ani cl. VII. Badea Manuela (E: 2092, 93, 95—100, 03, 04, 06).

ALEŞD (Crişana). Ş.m. cl. X. Plişcaş Gheorghe (6076, 91, 129, 31, 39, 42, 44, 46, 58).

ALEXANDRIA. Ş.m. Al. I. Cuza, cl. XI. Zamşa Gheorghe (6127—35, 39, 42, 46, 50, 53).

ADJUD. Ş.m. cl. VI. Vasilache Emil (E: 2064, 71, 74, 75, 81, 83, 90). Cl. VII. Păuş Viorica (E: 2067—69, 71, 74, 75, 80, 81, 83, 90). Cl. X. Caraman Georgei (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 83, 207, 24, 42, 43), Carata Nicolae (6131, 39, 42, 44, 46, 79, 91, 220, 23, 24, 43, 47), Cernăuţeanu Mircea (6071, 131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 83, 209, 43), Istrate Gheorghe (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 83, 213, 24, 42, 43), Iordache Varvara (6208, 13, 24, 26, 31, 34, 38, 42—44).

AIUD. Şc. elem. 8 ani, cl. V. Pirlea Florin (E: 2069, 71, 74, 80—03, 90, 92, 104). Cl. VI. Chiş Ana (E: 2056, 71, 74, 77, 81, 90, 92, 104), Lazăr Georgeta (E: 2069, 71, 74, 77, 79, 80, 81, 90, 92, 104), Moldovan Tiberiu (E: 2069, 71, 74, 80, 81, 90, 92, 95), Popa Emil (E: 2069, 71, 74, 80, 81, 90, 92, 104).

Ş.m. 2, cl. X. Hamorszky Iosif (6099, 104, 05, 10, 15, 20, 39, 41, 42, 44, 46, 63), Kiss Layos (6099, 105, 10, 18, 20, 39, 24, 44, 62). Cl. XI. Vitus Zoltan (6127—29, 32, 34—36, 42, 44, 46, 78, 91).

ANINA (Banat). Ş.m. cl. VI. Ambruş Marius (E: 2064, 67, 71, 74, 80, 90, 92, 104). Cl. VIII. Miloiu Rodica (E: 2067, 69, 71, 74, 77—81, 84, 86). Cl. X. Petric Mircea (6129, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 49, 50, 55, 58). Cl. XI. Băiaş Gheorghe (6128—33, 35, 39, 42, 46).

ARAD. Şc. 8 ani cl. V. Novac Rodica (E: 2069, 71, 74, 85, 92, 93, 104). Cl. VI. Căpăţînă Melania (E: 2071, 74, 75, 90, 92, 93, 104), Kertzenbaum Iacob (E: 2080—84, 86, 90, 92, 104). Cl. VII. Căpăţînă Eleonora (E: 2068, 71, 74, 80, 81, 90, 92, 96, 99, 104), Dumitrescu Didina (E: 2080—82, 86, 90, 92, 104), Nini Georgeta (E: 2068, 71, 74, 75, 80, 81, 90, 92, 96, 99), Stoinescu Grigore (E: 2067, 69, 71, 74, 77, 90, 97), Văleanu Virgil (E: 2066, 68, 73, 78, 97, 98, 100). Cl. VIII. Cacina Ioan (E: 2068, 73, 74, 76, 84, 98—100), Iacobini Mircea (E: 2066, 68, 73, 76, 84, 91, 100). Cl. X. Safta Mihaela (6097, 118, 31, 32, 34, 39, 42—44, 50).

Ş.m. I. Slavici, cl. XI. Blaga Alexandru (6130—34, 39, 42, 44, 68, 79, 92), Lipovan Octavian (6130—32, 34, 42, 44, 46, 58, 68, 69, 91, 92), **Spircu Tiberiu** (6127—48, 50—52, 55—84, 93, 95, 96, 99, 202, 03, 05, 07—27, 32, 34, 36, 37, 40—47, 51, 53, 54, 56, N.P.) total 107 probleme.

Com. AUREL VLAICU (Orăştie). Şc. 8 ani cl. VIII. Igna Ion (E: 2084, 91, 96—99; 6191).

AVRIG. Ş.m. G. Lazăr, cl. VIII. Vintilă Maria (E: 2066, 68, 73, 76, 84, 88, 91, 96, 98). Cl. IX. Ionescu Maria (6063, 64, 77, 97, 100, 05, 14, 31, 39, 79, 201).

BACĂU. Ş.m. 1, cl. VII. Knoll Raul (E: 2080, 81, 83, 90—92, 96, 99, 104), Olteanu Mirela (E: 2080, 81, 90—92, 96, 104), Popa Ioana (E: 2067—69, 71, 74, 76, 80—82, 96). Cl. X. Carteş Mihaela (6101, 05, 14, 27, 31, 39, 42, 44, 97, 201), Nicău Antonel (6097, 99, 114, 20, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 69, 71), Opriş P. Paul (6127, 29, 31, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 52, 58, 61, 64).

Ş.m. 4, cl. X. Simsenshon Arthur (6164, 69, 71, 77, 83, 88, 91—93, 95, 97, 201).

BAIA DE ARAMĂ (Oltenia). Ş.m. cl. XI. Giugiuc Costel (6126, 64—66, 68, 69, 71, 74, 76, 77, 91, 92, 94, 95, 99, 208—10, 12, 13, 17, 19, 43).

BAIA MARE. Ş.m. 1, cl. VIII. Crăciun Horia (E: 2066, 67, 69, 71, 75, 77, 79, 80, 91). Cl. X. Nica Diana (6101, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46—48). Cl. XI. Blonder Solomon (6188, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 55, 58, 63).

Ş.m. 3, cl. VIII. Apsan Dan (E: 2089, 91, 96, 98, 209; 6131, 49, 91).

BĂICOI (Ploieşti). Şc. 8 ani, cl. VI. Iancu Elena (E: 2082—84, 88, 90, 95, 96, 99), Mircea Luca (E: 2082—84, 90, 95, 96, 106), Ungureanu Mihaela (E:

2082—84, 90, 95, 96, 98, 99). Cl. VII. Bociu Viorel (E: 2083, 84, 90, 95, 96, 98, 103, 05).

BEIUŞ (Crişana). Ş.m. 1, cl. VIII. Gavruţă Pascu (E: 2064, 66—71, 73—86, 90, 91). Cl. X. Diaconu Adrian (6129, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 55, 58, 77). Cl. XI. Nanu Iuliu (6129, 31, 32, 34—36, 39, 42, 58, 68).

BICAZ (Bacău). Ş.m. cl. IX. Manolache Simona (6131, 39, 44, 58, 64, 79, 201, 08, 09, 42). Cl. X. Enoiu Cornelia (6131, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 50, 56, 58, 63, 77, 99, 208, 09, 12, 13).

BISTRIŢA (Cluj). Şc. 8 ani, cl. VII, Berbescu Doru (E: 2064, 67—69, 71, 74, 76, 92, 96).

Ş.m. cl. VIII. Cîrcu Rodica (E: 2082—84, 88, 97, 98; 6139, 49). Cl. XI. Russu Alexandru (6127—35, 39, 42, 46, 47).

BIRLAD. Ş.m. 2, cl. VII. Minteanski Bogdan (E: 2064, 67—71, 74, 77, 80, 81, 90, 96). Complexul şcolar, cl. VIII. Balaban Rodica (E: 2060, 67, 71, 83, 86, 92; 6103), Burcioagă Ioan (E: 2066, 67, 69, 75, 77, 79, 81, 83, 86), Maftei Dan (E: 2066, 67, 69, 75, 77, 79, 81, 83, 86), Stoleru Liviu (6075, 76, 78, 100, 14, 15, 28, 39, 58, 91, 201). Cl. VII. Armeanu Corneliu (6095—97, 108, 14, 18, 19, 27—36, 39, 40, 42—44, 46, 48, 50, 52, 58, 62, 64—66, 68, 69, 71, 74, 79, 80, 82, 92, 94, 95).

BLAJ. Ş.m. Andrei Mureşan, cl. XI. Anastasiu Adriana (6090, 91, 95, 111, 18, 19, 28, 31, 34, 35, 42, 47, 50), Berar Graţian (6089, 93, 96, 98, 101, 05, 18, 26, 27, 31, 39, 42, 44), Popa Georgeta (6101, 08, 32, 36, 39, 42, 44, 46—48, 63, 69, 82, 92), Simplăceanu Virgil (6090—93, 101, 04, 08, 11, 12, 16, 18—20, 27—39, 41—52, 55, 57, 58, 60—63), Stremtan Nicolae (6090, 92—94, 98, 99, 101, 04, 08, 12, 27—36, 38, 39, 42, 44—50, 52, 57, 58, 60, 62, 63, 69, 71, 82, 92).

BOCŞA (Reşiţa). U.c.m.m. (agricolă). Rusu Elena (E: 2080, 84, 87, 90, 92, 95, 98, 104).

Ş.m. cl. X. Veinger Eugen (6071, 97, 131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 69, 71, 92).

BOLINTINUL DIN VALE (Bucureşti). Ş.m. cl. VIII. Dumitru St. Constantin (E: 2066, 67, 69, 74, 81, 83, 86, 98, 104), Şerban V. Gh. (E: 2080, 81, 83—86, 91, 92, 98, 100, 04).

BORŞA (Vişeu). Ş.m. 1, cl. VIII. Vlad Gh. Ion (E: 2066—69, 71, 74, 77, 79, 92). Cl. X. Juga Mihai (6092, 97, 98, 100, 31, 39, 58, 208, 29, 42).

BOTOŞANI. Şc. 8 ani nr. 7, cl. VI. Ghiţă Alexandru (E: 2080—84, 86, 90, 95, 104, 06).

Ş.m. A. T. Laurian, cl. VIII. Botezatu Doina (E: 2080—84, 88, 91, 92, 97, 98, 104, 05, 26, 47, 49), Cărăuşu Dana-Ioana (E: 2080—83, 86, 88, 91, 92, 97), Chitoi C. Maria (E: 2067—69, 71, 74, 77, 80, 81, 83, 85, 90—92, 96, 97, 98, 100, 04), Dumitriu Neculai (E: (2068, 69, 71, 75—77, 79—83, 90, 91), Herşcovici Any (E: 2080, 81, 83, 84, 90, 92, 93, 96, 97, 99, 100, 03), Ionescu Ortansa, Mioara (E: 2067, 71, 74, 78, 80—83, 86, 88, 91, 92, 97, 98), Oprescu A. Anca (E: 2076, 80—84, 88, 92, 97, 98, 104, 05, 26, 27; 6149), Petrovici Ionel (E: 2066, 71, 72, 79, 80, 81, 90—92), Ungureanu Carmen (E: 2064, 67, 71, 74, 80—86, 88, 90—92, 104). Cl. X. Latu Mariana (6100, 29, 31, 32, 34, 39, 42—44, 46, 58, 242, 43), Leibovici Marica (6126, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58), Ungureanu Nicoleta (6126, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58). Cl. XI. Segal Gabriel (6091—93, 96, 97, 101, 05, 08, 11, 18, 20, 26—36, 42—47, 50, 54—58, 62, 63, 69, 79, 85, 99, 207).

Ş.m. 2, cl. VII. Wagner Richard (2064, 65, 67, 68, 70, 71, 74, 75, 77—88, 90—93, 95—98, 100, 03, 04, 06; 6105, 26, 47, 49, 55, 63). Cl. VIII. Rudich Adelina (E: 2064, 69, 71, 74, 80, 82, 83), Schechter Henrieta (E: 2067, 69, 71, 74, 82, 83, 92), Talpă Maria (E: 2071, 74, 75, 77—82, 84—86, 90, 91; 6139, 47, 63), Tănase Margareta (E: 2080—85, 91, 92, 96, 104), Wechsler Nadia (E: 2082—84, 91, 96, 98, 110, 08, 09, 16, 21).

Şc. de muzică şi artă, cl. VII. Negrii Petrică (E: 2081, 82, 85, 86, 88, 90, 91).

BOZOVICI (Banat). Ş.m. cl. X. Valuşescu Ilie (6098, 100, 10, 28—31, 39, 44, 83).

BRAD (Hunedoara). Şc. 8 ani cl. VII. Cordenescu Gabriel (E: 2080—83, 85, 86, 90, 91).

BRĂNEŞTI (Bucureşti). Ş.m. 2, cl. VIII. Ion M. Ana (6257, 58, 71, 73; E: 2109, 21, 29). Cl. IX. Tănase Maria (6131, 201, 08, 11, 29, 57—60, 71, 73).

BRAŞOV. Şc. 8 ani nr. 3, cl. VII. Corniciuc Mircea (E: 2064, 67—69, 71, 74, 75, 77—85, 88, 90—92, 95, 96, 98, 99, 104), Hălmăgeanu Monica (E: 2080, 81, 82, 90, 92, 95, 96, 99, 104, 21, 22), Sluşan Ileana (E: 2069, 71, 74, 75, 80, 81, 84, 90—92, 95, 99, 104, 09, 15, 17, 21, 22), Tărîţă Adriana (E: 2080, 81, 84, 90—92, 96, 99, 104, 15, 21, 22).

Şc. elem. nr. 13, cl. VII. Băcîrcel Sergiu (E: 2080, 81, 83, 90, 95, 96,

99), Chiloflinski Gh. (E: 2080, 81, 83, 86, 90, 92, 96, 99, 104), Conea Mariana (E: 2090, 92, 95, 96, 98, 99, 104), Gheorghe Magdalena (E: 2092—96, 99, 104).

Ş.m. 1, cl. VIII. Ander Iuliu (E: 2066, 68, 69, 71, 74, 75, 77), Apostol Aurel (E: 2084, 89, 91, 96—99, 108—10, 13, 16, 18, 21, 22), Bunescu Doina (E: 2080—86, 90, 92, 95—98, 100, 02, 04). Cl. X. Drăghici Gh. Daniel (6097, 98, 101, 08, 10, 16, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50). Cl. XI. Coşuleţ Dan (6092, 94—98, 100, 01, 04—06, 08, 10, 11, 14—16, 18, 19), Păuleanu Corneliu Dan (6101, 11, 16, 18, 19, 30—32, 34, 39, 42, 46, 50, 58).

Ş.m. 3, cl. X. Gabor M. Liviu (6097, 101, 08, 10, 16, 18, 29, 31, 36, 44, 46, 50, 58, 60). Cl. XI. Butnaru Silviu (6091—93, 97, 105, 11, 20, 26—36, 39, 42—47, 50, 54—58, 62, 63, 69, 75, 85, 99, 207), Pop Mariana (6097, 101, 10, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44).

Ş.m. 4, cl. V. Diaconu Cătălin (E: 2069, 71, 74, 75, 77, 79, 80, 81, 104), Pop Evi (E: 2071, 75, 80, 81, 84, 90, 92, 104), Stan Adriana (E: 2069, 71, 74, 75, 80, 81, 90, 92, 104).

Ş.m. 5 Unirea, cl. VIII. Enache Valeriu (E: 2084, 96—98, 100, 05, 13, 16, 21). Cl. X. Dumitraş Dan (6127, 29, 31, 39, 42, 44, 46, 47, 55, 58, 63, 79, 99, 208, 13, 29, 42, 43), Kovacs Ghizella (6097, 101, 10, 16, 18, 29, 32, 36, 39, 42, 44, 58), Rusu Lucian (6129, 30—32, 34, 42, 44, 49, 55, 68, 69, 71, 88, 92, 208, 24, 42, 43). Cl. XI. Munteanu Gh. Mihai (6095, 119, 27—36, 39, 42, 44, 46—48, 50, 52, 55, 57, 58, 60, 62, 63, 68, 69, 71, 78, 80, 82, 83, 88, 201, 03, 08—11). Cismăroiu Doina (6095, 96, 101, 08, 11, 16, 18, 19, 30, 31, 33, 39, 46, 50).

BRĂILA. Şc. 8 ani nr. 4, cl. VII, Cărbunaru Mihai (E: 2080—86, 90).

Ş.m. 1, cl. VIII. Băiaşu Adriana (E: 2078, 85, 86, 90, 92, 95, 98, 100, 04), Bucur Cornelia (E: 2066, 75, 76, 84, 88, 91; 6129), Cristea Eugenia (E: 2066, 67, 69, 71, 74, 77, 79), Lemnaru Liana (E: 2065, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 86, 90—93, 95, 96, 98—100, 04, 06), Petride T. Horea (E: 2065, 67—69, 70—86, 89, 90, 92, 95, 96, 98—100, 06), Pincu Mya (E: 2058, 60, 67, 69, 74, 78, 80, 82, 83, 86), Rossignon Andrei (E: 2067—69, 71, 74, 75, 77—84, 91). Cl. XI. Amorţilă Dinu (6130—35, 39, 42, 46, 47, 58, 71, 74), Grünberg Rodica (6111, 30—32, 34, 39, 42, 50, 58, 71, 74).

BREAZA (Ploieşti). Liceul militar D. Cantemir, cl. X. Barbu Constantin (6101, 18, 26, 31, 32, 39, 42, 44, 46, 50, 63), Dobrin Radu (6101, 05, 18, 26, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 63, 71, 88, 92), Filimon Nicolae (6098, 101, 05, 23, 29, 36, 39, 42—44, 46, 63, 69, 71, 77, 90, 92, 95, 203), Ilinca Alexandru (6099, 101, 05, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 63), Moşoiu Traian (6101, 31, 32, 42—44, 46, 69, 71, 92), Nae Iorgu (6099, 101, 18, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 50), Petrescu Stelian (6101, 05, 18, 26, 31, 32, 34, 42—44, 46, 47, 50, 63, 71, 88, 92), Sandu V. Ion (6118, 30, 43, 44, 50, 63, 69, 71, 88, 92, 95, 203), Ştiucă Gh. Ion (6099, 101, 18, 26, 31, 32, 34, 42, 44, 46, 63, 69, 88, 92, 99), Voinea V. Ion (6093, 97, 99, 100, 01, 05, 18, 20, 26, 27, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 48—50, 55, 58, 62, 63, 69, 71, 77, 79, 92, 95, 97, 99). Cl. XI. Ghiţescu Mircea (6058, 92, 96, 100, 05, 14, 16, 18, 19, 28, 31—36, 39, 42—48, 50, 55, 56, 58, 62, 63, 69, 71, 77, 79, 91, 99, 208—18, 20, 23, 24, 32, 40, 42, 43), Mercioiu Const. (6093, 95, 96, 100, 01, 05, 06, 08, 11, 14, 16, 18, 19, 27, 28, 30—35, 39, 42—48, 50, 55, 56, 58, 62, 63, 69, 71, 74, 88, 91, 92, 207).

BUCUREŞTI. Studenţi: Fierăstrău Dumitru (2127, 36, 38, 39, 42, 44, 47, 50, 52, 57, 58, 61, 63), Tănase Anca (6095—98, 100, 01, 03, 05, 07, 08, 11, 16, 18, 20, 29, 30—36, 40, 42, 45, 46, 56, 62, 88, 91), Witting Silviu (6127—36, 39, 42—46, 48—51, 65, 69, 71, 74, 77, 79, 80, 83, 208—17, 19, 21, 22, 25, 29, 35, 36, 38, 42, 43, 46, 54).

Ş.m. 1 N. Bălcescu, cl. VIII. Brăileanu Ana (E: 2066, 68, 73, 75, 76, 78, 84, 88, 91; 6105), Buzea Cristian (E: 2084, 88, 91, 103, 09, 13, 16, 18, 21, 22), Cojocaru Mircea (E: 2080—86, 88, 90—92, 95—100, 03, 04), Moldoveanu Mihaela (6179, 80, 95, 208, 23, 28, 29, 42, 43), Popa Cornel (E: 2096, 98—102, 09, 10, 13, 16, 21, 25, 29, 57, 58, 71, 72; 6105, 39, 47, 57, 58, 71, 72), Tronaru Aurelian (E: 2060, 64, 84, 91, 105, 07, 21, 39), Teişanu Cornel (E: 2080—86, 90—92, 95—100), Udrea Mircea (E: 2064—69, 71, 74, 80—84, 86, 88, 90—92, 96, 99). Cl. IX. Arsenie Elena (6119, 27, 41, 44—46, 64, 236, 39, 43), Boşianu I. Liviu (6098, 100, 28, 31, 35, 39, 49, 55, 93, 208, 29, 41), Ionescu Florica (6131, 89, 93, 95, 208, 29, 38, 39, 42, 43), Munteanu Mariana (6097, 100, 05, 14, 27, 30, 31, 39, 43, 47, 49, 55, 59), Riţiu Flaviu (6139, 42; 79, 80, 93, 95, 208, 29, 38,

62). Cl. X. Blănaru Constantin (6129, 31, 32, 44, 49, 50, 63, 69, 71, 92, 99, 209, 12, 42, 43, 56), Branea Maria (6055, 56, 58, 59, 63, 68, 71, 74, 75, 90, 99, 100, 01, 05, 32, 42, 50, 69, 77, 78), Briceag Doina (6056, 71, 76, 101, 04, 18, 28, 34, 47, 66, 79, 92, 93, 209, 13, 17, 24, 43), Constantinescu Ion (6071, 76, 79, 105, 10, 18, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 62, 69, 74, 79, 88, 92, 209, 13), Dumitrescu Ștefan (6099, 129, 31, 32, 34, 44, 50, 63, 69, 71, 77, 92, 99, 209, 12, 42, 43, 56), Faur Adriana (6127, 28, 31, 32, 34, 35, 64, 65, 68, 71, 208, 09, 12, 57, 21, 23), Flamaropol Marigula (6055, 71, 132, 34, 42, 71, 88, 97, 209, 12, 43), Ghițescu Lucian (6134, 50, 69, 71, 78, 207, 09, 12, 13, 43), **Gheorghiu Adina** (6055, 100, 01, 16, 18, 26, 32, 36, 47, 74, 79, 88, 92, 93, 202, 08, 09, 12, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 32, 42, 43, 57, 58—62, 67—71, 73), Florescu Ion (6169, 88, 201, 09, 12, 42, 58, 59, 62, 71), Luca Nicolae (6099, 115, 29, 99, 211, 17, 23, 24, 59, 61, 62, 301), Mihăilescu Simona (6100, 05, 27, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 46), Pavelescu Mihai (6132, 34, 42, 69, 88, 92, 99, 208, 12, 13, 15, 17, 26, 27, 42), Stan Liliana (6071, 76, 132, 34, 39, 42, 44, 71, 79, 92), Șubă Mihai (6132, 34, 39, 44, 46, 55, 58, 69, 72, Teodorescu Adriana (6114, 32, 34, 36, 41, 43, 45, 47, 58, 63), Velicu Mariana (6058, 59, 63, 71, 75—78, 90, 100, 01, 05). Cl. XI. **Arsene N. Ion** (6127, 28, 31—36, 39, 42, 44, 46, 48, 50—52, 54, 58, 59, 63, 65, 66, 69, 71, 74, 79, 83, 91, 92, 94, 97, 99, 208, 12, 15—17, 23, 25, 29, 32, 36, 37, 40, 42, 43), Baillavoine Michel (6092, 95, 98, 103, 05, 08, 18, 29, 31—37, 39, 42, 44—47, 50, 52, 58, 62, 63), Cofaru Mihai (6150, 63, 66, 68, 71, 74, 82, 89, 92, 209—17, 19, 27, 42, 43), Suhaci Adrian (6127—35, 39, 42).

Ș.m. 3, cl. VII. Nicolescu I. Nicolae (E: 2069, 71, 74, 75, 79, 80, 81, 90, 92, 96, 99, 104).

Ș.m. 4, cl. VIII. Petcu Mirel (E: 2068, 76, 78, 84, 86, 91, 96—99; 6201), Șerbănescu Luminița (E: 2064—69, 71, 74, 78, 80—84, 98), Cl. X. Iepure Ioan (6097—99, 105, 10, 14, 15, 18, 20, 34, 42, 44, 46, 47, 56, 83, 88, 90), Ionescu Ileana (6099, 100, 14, 15, 18, 34, 42, 46, 56, 83, 90). Cl. XI. Draica Dumitru (6095, 111, 19, 28, 30—39, 42, 50, 58, 60, 68, 69, 71, 77, 79, 83), Gonciar Mircea (6128—35, 39, 42, 44, 45, 58), Vasiliu Ileana (6128, 31, 32, 34—36, 39, 42, 46, 47, 50, 58, 62, 69, 92, 99).

Ș.m. 5, cl. VIII. Liviu Horia (E: 2066, 67, 69, 71, 74, 81, 84, 86, 90, 92, 96, 98), **Manolache Nicolae** (E: 2064—86, 88—93, 95—115, 17—20; 6131, 39, 46, 47, 58, 64, 69, 91, 200, 27, 38, 41, 42). Cl. X. Chiru Maria (6129, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 49, 58, 69, 71, 77, 86, 99, 203).

Ș.m. 6, cl. VI. Weiner Irina (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 95, 104).

Ș.m. 7, I. L. Caragiale, cl. VII. Bîrlădeanu Irina (E: 2080—83, 88, 90, 92), Nichita Anca (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 96, 104), Stincu Eugenia (E: 2067—69, 71, 76, 77, 79). Cl. VIII. George Ion (E: 2084, 89, 91; 6031, 34, 39, 49, 55, 58). Cl. X. Corodeanu Dinu (6129, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 54, 55, 63),

Ș.m. 8, cl. VII. Leibovici Harry (E: 2064, 69, 71, 74, 76, 77, 80, 81, 90, 92, 96, 98, 104).

Ș.m. 10, cl. V. Brateș Nenu (E: 2067, 72, 74, 77, 82, 90, 92), Corîci Ion Cezar (E: 2064, 54, 70, 78, 84, 85, 92, 93, 95, 97, 98, 100, 02, 04), Ionescu Lia (E: 2069, 74, 81, 85, 92, 93, 104). Cl. VIII. Buzea Cristian (E: 2084, 88, 91, 108, 09, 13, 16, 18, 21, 22). Cl. X. **Chițescu Ion** (6127, 31—37, 39, 41—44, 46, 49, 50, 54, 56, 61, 63, 64, 66, 69, 71, 75, 77—79, 90, 92, 95, 99, 201, 09, 12, 13, 15, 19, 24, 30, 36—38, 41—43, 47, 52, 54, 55, P).

Ș.m. 11 D. Cantemir, cl. VII. Cinteză Mircea (E: 2080—86, 88, 90—93, 95—100, 06, 14). Cl. VIII. Bădescu Constantin (E: 2096, 98—100, 09, 21, 22), Caraiani Emil (E: 2066, 80, 82—84, 86, 96, 98, 99), Constantinescu Livia (E: 2066, 68, 76, 78, 84, 89, 91, 96), Cristea Simona Anca (E: 2066—68, 84, 97, 98; 6126), Munteanu Constantin (E: 2068, 71, 74, 85, 90, 92, 103), Guran Dana Maria (E: 2066, 68, 72, 75, 76, 78, 83, 84, 88, 91, 96). Cl. XI. Rădulescu Dorin (6127—29, 31, 35, 42, 44, 62, 64, 77—79, 86, 91, 93—96), Vasiliu Șerban (6105, 14, 27, 28, 30, 31, 35, 39, 40, 47, 54, 55, 58). Cl. X. Bunea Corneliu (6132, 64, 71, 77, 99, 201, 12, 13, 15, 40, 43), Mihalca Dan (6120, 31, 45, 48, 51, 56, 62—64, 66, 69, 71, 77, 95, 99, 209, 19, 26, 28—30, 32, 36, 40—43), Toderici Brîndușa (6071, 76, 118, 31, 39, 42, 44, 208, 09, 19, 30, 42, 43), Tonceanu Dan (6136, 42, 43, 46, 48, 51, 56, 232, 40, 42, 43, 54), **Ursulescu Octavian** (6127—36, 38, 39, 40, 42, 44, 46, 47, 50—52, 58, 61, 67, 78, 95, 200, 01, 04, 05, 07—10, 12, 14—17, 19, 21, 22, 24, 27, 29, 35, 38, 40, 42, P).

Ș.m. 12, cl. VIII. Popa Mircea (E:

2089, 100, 01, 03, 08—10, 13, 18, 20, 21), **Ralescu Dan Andrei** (E: 2080—86, 90—92, 96, 98, 100, 01, 03, 04, 08—10, 13—18, 20—22; 6131, 39, 42, 44, 46, 50, 210, 13, 42, 43). Cl. XI. **Bădescu Felicia** (6128—36, 44—47, 50, 52, 58, 62, 63, 65, 68, 69, 74, 84, 92, 97, '99, 208—13, 21, 25, 29, 42, 43), Nicolaide Alexandra (6128—35, 42, 44, 69, 84, 99, 209, 10).

Ş.m. 13 Mihai Viteazul, cl. VIII. Iordănescu Sergiu (E: (2084, 88, 89, 91, 97, 98, 101; 6149, 91, 201). Cl. X. Dumitraşcu Ion (6131, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 58). Cl. XI. Cristea Valentin (6097, 100, 01, 05, 18, 20, 28, 29, 34, 35, 43, 60).

Ş.m. 16, cl. VIII. Spilcă Niculina (E: 2080—91; 6155). Cl. X. Dimitriu Şerban (6118, 30—32, 34, 36, 39, 42, 45, 46, 92).

Ş.m. 17, cl. IX. Kleinmann Gabriela (6129, 31, 47, 49, 54, 55, 62, 66, 79, 201, 13, 41, 42). Cl. X. Neagu Sorin (6071, 131, 32, 34, 39, 42, 44, 209, 17, 24, 42, 43). Cl. XI. Russu Eugen (6127, 28, 30—35, 39, 41, 42, 44, 48, 50).

Ş.m. 18, cl. VIII. Stoenescu Grigore (E: 2080, 81, 83—86, 88—91; 6139).

Ş.m. 20, cl. VIII. Constantinescu Nicu (E: 2064, 66, 68, 71, 73, 74, 97), Drăguşin Carmen (E: 2067—69, 74, 78, 79, 81, 82, 84, 90—92, 94, 96, 98, 104, 15), Girju Nicolae (E: 2066, 74, 79, 82—84, 90, 92, 98). Cl. X. Grădinaru Radu (6071, 131, 34, 39, 42, 64, 71, 92, 209, 12, 24, 43).

Ş.m. 21, cl. VIII. **Voiculescu Dan** (6208—10, 12, 15, 17, 18—20, 24, 26, 27, 31, 32, 36, 40—43, 49, 52, 54—62, 64, 65, 67, 71, 76, 80, 83, 85, 87—91, 95, 97, 302, 03, P, N), Zervos Cristian (E: 2084, 88, 89, 91, 96—98; 6139).

Ş.m. 22 Gheorghe Lazăr, cl. VIII. Buiculescu Valentin (E: 2080, 81, 84—86, 89, 91), Strene Alexandru (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 81, 83, 86, 90). Cl. IX. Zamfirescu Cristina (6127—31, 35, 39, 43—45, P). Cl. X. **Ignea Silviu** (6127—29, 31, 32, 34—36, 39, 41—48, 50, 51, 58, 62—64, 69, 71, 77, 78, 82, 83, 86, 90—93, 95, 97, 99, 201, 07, 08, 12, 19, 24, 36, 42, 43, 54, 56), Tiron Dan (6127, 31, 32, 34, 36, 39, 41—44, 46, 49, 58, 62, 63, 69, 94, 201). Cl. XI. Bărbulescu Adrian (6095—97, 99, 101, 08, 18, 34, 37, 39, 42, 46, 50, 69), Pavel Elena (6098, 105, 14, 18, 19, 27, 29, 32, 34, 35, 39, 47, 58, 63).

Ş.m. 23, cl. X. Ioaniţescu Constantin (6100, 18, 31, 39, 42, 46, 63, 79, 97, 208, 24, 43).

Ş.m. 25, cl. VIII. Bota Cătălina (E: 2082, 84, 86, 88, 91, 109, 13, 21, 22), Ionescu Doina (E: 2088, 91, 96—99, 109), Ioniţă Ana (E: 2080, 81, 82, 92, 105, 21, 22), Parnus Amalia (E: 2080, 82, 83, 91, 93, 100, 03), Roşu Dumitru (E: 2080—84, 88, 91). Cl. XI. **Manasiu Dan** (6095, 96, 99, 105, 11, 14, 18, 19, 27, 29, 30—36, 39, 42, 44—46, 52, 56, 58, 64—66, 68, 69, 71, 73, 74, 77, 79, 82, 83, 90, 91, 92, 96, 97, 99, 201, 08—17, 19—21, 24, 35, 36, 41—43, 45—47, 76, 94), Popescu Gabriel (6127, 30—32, 34—36, 39, 42, 44—46, 56, 58).

Ş.m. 27, cl. VII. Racosi Iulian (E: 2080, 81, 85, 88, 90—92, 96, 99, 100, 04).

Ş.m. 28, cl. VI. Capatos Raluca (E: 2069, 71, 74, 80, 83, 90, 95, 104), Costea Constanţa (E: 2080, 81, 83, 90, 93, 95, 104), Năstase Dan (E: 2069, 71, 74, 81, 83, 90, 92, 104), Vaida Mariana (E: 2069, 71, 74, 81, 90, 92, 104), Văleanu Vladimir (E: 2067, 71, 74, 75, 80—85, 90, 92, 95, 96, 99, 104; 6126, 63). Cl. VII. Mureşan Mihaela (E: 2064, 68, 71, 74—79; 6100, 26), Vaida Vera (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 81, 90). Cl. IX. Măicănescu Alexandru (6095, 98, 105, 16, 18, 32, 31, 44, 47, 50, 58).

Ş.m. 32, cl. V. Dumitrescu Anca (E: 2069, 71, 74, 75, 77—81), Popovici Liviu (E: 2080—82, 84, 85, 90, 92). Cl. VIII. Văleanu Victor (E: 2064, 66—71, 74, 76—79).

Ş.m. 33, cl. VIII. Tudora Marius (E: 2066, 73, 76, 77, 79, 80, 83, 86, 88, 90—92, 96, 99; 6139, 91).

Ş.m. 35, cl. VIII. Manolescu Adrian (E: 2064—86, 88, 89, 6074, 76—78, 98, 100, 05, 24, 26—29, 31, 35).

Ş.m. 36, cl. VIII. **Logofătu Bogdan** (E: 2064, 66—69, 71, 73—86, 88, 90—92, 95—98, 100, 04; 6076, 77, 98, 100, 24, 26, 79). Cl. X. Jula Maria (6131—39, 42—50, 64, 71—76, 90—93, 232—37, 43, 47). Cl. XI. Carabineanu Marcel (6093, 95, 96, 100, 08, 11, 19, 20, 27, 30—32, 34, 35, 39, 42, 46, 50, 58).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 30—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.-B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate, corect rezolvate și citeț semnate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 10 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E : VII.

Autorii sînt rugați se semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

În vederea stimulării elevilor clasei XI premiați la olimpiadele internaționale de matematici și olimpiadele interne, care devin studenți ai facultății de matematică-mecanică sau fizică de la Universități, conducerea Ministerului Învățămîntului a hotărît să li se acorde următoarele forme de sprijin material:

a) bursă în primul an de studii, indiferent de situația lor materială. În următorii ani de studii bursa să fie menținută în aceleași condiții dacă obțin media generală cel puțin 9,00;

b) la începutul primului an de studii să li se acorde cărți și manuale de specialitate în valoare de 500 lei;

c) în vacanțele anului I de studii să fie trimiși cu prioritate la odihnă în taberele studențești (iarna sau vara la alegerea studentului) dacă rezultatele școlare sînt foarte bune.

IN „BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R.P.R." AU APĂRUT URMĂTOARELE CĂRȚI DE MATEMATICĂ ȘI DE ASTRONOMIE

E. Rusu: Bazele teoriei numerelor, *A. I. Markușevici:* Șiruri recurente, *N. N. Vorobiev:* Numerele lui Fibonacci, *P. S. Alexandrov:* Introducerea în teoria grupurilor, *I. S. Sominski:* Metoda inducției matematice, *Gh. Mihoc:* Elemente de calcul probabilităților, *H. Ionescu:* Calcule numerice, *A. I. Marcușevici:* Arii și logaritmi, *A. I. Ghelfond:* Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi, *O. Sacter:* Despre conice și alte curbe, *Ion Ionescu:* Maxime și minime geometrice, *F. I. Zighel:* Cometele, *S. Sklowski:* Radioastronomia, *V. V. Șaronov:* Soarele și observarea lui, *O. Kreindler:* Elemente de calcul vectorial, *M. V. Pentkovski:* Nomograme, *A. Kahane:* Elemente de teoria congruențelor de drepte, *Gh. Țițeica:* Culegere de probleme de geometrie (ed. IV revăzută și completată de *G. D. Simionescu*), *A. Halanay:* Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale, *C. N. Berman:* Cicloida, *C. Borș:* Noțiuni de geometrie proiectivă, *I. S. Dubnov:* Erori în demonstrațiile geometrice, *H. Steinhaus:* Caleidoscop matematic, *C. Popovici:* Stelele, date fizice, originea și evoluția lor, *C. Drimbă:* Elemente de mecanică cerească, *C. Ionescu-Bujor:* Elemente de transformări geometrice (I), *Gh. A. Chifei:* Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică, *C. Ionescu-Bujor:* Elemente de transformări geometrice (II), *O. Sacter:* Olimpiade matematice, *A. I. Marcușevici:* Numere complexe și reprezentări conforme, *I. S. Gradștein:* Teorema directă și reciprocă, *A. I. Hincin:* Fracții continue, *V. A. Uspenski:* Unele aplicații ale mecanicii în matematică, *V. G. Bolteanski:* Ce este derivarea? *G. N. Berman:* Despre numere și studiul numerelor, *A. Iaglom* și *I. Iaglom:* Probleme neelementare tratate elementare, *Ciucu* și *Simboan:* Probleme de calculul probabilităților și statistică matematică, *O. Sacter:* Elemente de teoria ecuațiilor algebrice și transcendente, *C. Borș* și *D. Borș:* Numere complexe, *D. Rimmer:* Noțiuni de teoria mulțimilor, * * *: Probleme actuale de matematică (conferințe ținute la cursurile de vară de la Piatra Neamț), *M. Ghermănescu:* Aplicații ale trigonometriei, * * *: Ipoteze care stau la baza geometriei de *B. Riemman:* (studii și comentarii de E. Gergely), *A. Haimovici:* Grupuri de transformări, *A. Toth:* Noțiuni de teoria construcțiilor geometrice, *T. Roman:* Simetria, *L. I. Golovina, I. M. Iaglom:* Inducția în geometrie.

* * *

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștri să se aboneze. Prețul abonamentului este 9 lei semestrial.

— *Abonamentele se pot face prin oficiile poștale locale.*

Tip. „Grafica Nouă" II — c. 8770

Index 41601

Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) iulie 1964

7

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

Anul XV (I), nr. 7 — iulie 1964

SUMARUL

	pag.
1. Matrici de *I. Hitzig*	289
2. Rezultatele olimpiadei de matematică 1964	297
3. Note matematice de *V. Crişan*, Aiud şi *E. Grecu*, Bucureşti	299
4. Probleme rezolvate (5771, 5776, 5808, 5809, 5830, 5839, 5843, E: 1949, 1977, 1979)	301
5. Chestiuni de examen (6402—6415)	308
6. Probleme propuse (6416—6442)	311
7. Exerciţii şi probleme pentru clasele V—VIII (E: 2169—2183)	315
8. Cărţi noi şi periodice	319
9. Rubrica rezolvitorilor de probleme	320

ANUL XV (I) 7 IULIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Cristea I., asistent; *Dincă N.*, profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kiss E.*, conf. univ. (Cluj); *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Muşat I.* prof.; *Ottescu C.*, profesor; *Păvăluţu M.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Ţene L.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

ANUL XV (I), nr. 7 iulie 1964

MATRICI

de I. HITZIG

Introducere

Matricile sînt scheme ordonate de numere sau funcții aranjate pe linii și coloane.

Una din problemele fundamentale ale algebrei (lineare), care a impus introducerea noțiunii de matrice și creearea calculului matricial este problema transformării lineare:

$$(T)=\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_m = a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n, \end{cases}$$

prin care variabilelor $x_1, x_2, \ldots x_n$ le corespunde variabilele $y_1, y_2, \ldots . y_m$.

În această transformare coeficienții a_{lk} ai variabilelor $x_1, x_2, \ldots x_n$ pot fi considerați ca o *schemă de m linii și n coloane*, care se notează:

$$A=\begin{bmatrix} a_{11}\, a_{12} \ldots a_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}\, a_{m2} \ldots a_{mn} \end{bmatrix} = [a_{lk}], \quad (l=1,2,\ldots m\,;\, k=1,2,\ldots n).$$

și se numește matrice.

Numerele a_{lk} se numesc elementele matricei A, primul inidice arătînd linia, iar al doilea coloana, în care se găsește elementul respectiv al matricei.

Trebuie reținut faptul, că *o matrice nu este o expresie algebrică, ci numai un tablou de elemente.* Nu trebuie confundată noțiunea de matrice cu noțiunea de determinant, deși între aceste noțiuni există o strînsă legătură, după cum vom vedea mai tîrziu.

Importanța noțiunii de matrice se manifestă abia atunci, cînd asupra variabilelor $x_1, x_2, \ldots x_n$ se efectuează o nouă transformare liniară:

$$T_1 = \begin{cases} x_1 = b_{11} z_1 + b_{12} z_2 + \ldots + b_{1n} z_n, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n = b_{n1} z_1 + b_{n2} z_2 + \ldots + b_{nn} z_n, \end{cases}$$

și se pune problema de a se exprima variabilele $y_1, y_2, \ldots y_m$ în funcție de noile variabile $z_1, z_2, \ldots\ldots z_n$. *A. Cayley* (1858) este poate primul, care a scos în evidență *necesitatea* de a se opera cu matrici și *posibilitatea* de a se fixa reguli de operații cu matrici, anloage cu regulile operațiilor elementare asupra numerelor algebrice, cu scopul de a înlesni procesul de repetare a transformărilor lineare. Astăzi calculul matricial reprezintă un instrument indispensabil în rezolvarea numeroaselor probleme din algebra lineară, electrotehnică, mecanica cuantelor, etc.

1. Clasificarea matricilor

În practica matricială întîlnim diferite tipuri de matrici; pentru acest motiv dăm o clasificare a acestor matrici.

Dacă numărul m al liniilor este diferit de numărul n al coloanelor, matricea se numește *dreptunghiulară*. În cazul cînd $m=n$, matricea se numește pătrată. O matrice formată dintr-o singură coloană se numește *vector*. Dacă într-o matrice pătratică sînt nule toate elementele, afară de elementele cu indici egali (elementele diagonale), matricea se numește *diagonală*.

Dacă într-o matrice diagonală, elementele diagonale sînt toate egale, matricea se numește *scalară*.

O matrice diagonală, în care toate elementele diagonale sînt egale cu unitatea, cu 1, se numește *matrice unitate* și se notează cu litera E.

O astfel de matrice se notează uneori după Kronecker prin simbolul

$$E = [\delta_{lk}], \quad \delta_{lk} = \begin{cases} 0 \text{ pentru } l \neq k, \\ 1 \text{ pentru } l = k. \end{cases}$$

O matrice pătrată, în care toate elementele deasupra diagonalei sînt nule, se numește *matrice triunghiulară superioară* iar dacă sînt nule toate elementele de sub diagonală, matricea se numește *triunghiulară inferioară*.

Două matrici se numesc egale, dacă elementele corespunzătoare sînt egale. O matrice cu toate elementele nule, se numește *matrice nulă*.

Dacă într-o matrice A schimbăm liniile în coloane, obținem o altă matrice A', care se numește *matrice transpusă a matricei A*.

Dacă *o matrice pătrată A este egală cu transpusa ei A'*, atunci matricea A se numește simetrică. Se vede ușor că în acest caz avem:

$$a_{lk} = a_{kl}, \text{ pentru toți } l \text{ și k},$$

Dacă într-o matrice pătrată avem:

$$a_{lk} = -a_{kl}, \text{ pentru toți } l \text{ și k}.$$

atunci matricea se numește *antisimetrică*. Se vede, că în acest caz toate elementele diagonale sînt nule.

Exemple.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 7 & 8 & 11 \\ 4 & 6 & -9 & 12 \end{bmatrix} = m.\ \text{dreptunghiulară},\quad \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ 6 & 7 & 0 \end{bmatrix} = m.\ \text{pătrată},$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix} = m.\ \text{vector},\quad \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & -9 \end{bmatrix} = m.\ \text{diagonală},\quad \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = m.\ \text{scalară},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = m.\ \text{unitate},\quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = m.\ \text{nulă}$$

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ x & b & 0 \\ y & z & c \end{bmatrix} = m.\ \text{triunghiul. inf.},\quad \begin{bmatrix} a & u & v \\ 0 & b & t \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} = m.\ \text{triunghiul sup.},$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix},\ \rightarrow A' = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} = m.\ \text{transpusă a lui } A,$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 0 & 5 & -1 \\ 6 & -1 & 3 \end{bmatrix} = m.\ \text{simetrică},\quad \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -8 \\ -3 & 8 & 0 \end{bmatrix} = m.\ \text{antisimetrică}.$$

2. Operații elementare cu matrici

Inmulțirea unei matrici cu un număr. Produsul matricei $A = [a_{ik}]$ cu numărul α este, prin definiție, matricea

$$[\alpha\, a_{ik}] = \begin{bmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \dots & \alpha a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha a_{m1} & \alpha a_{m2} & \dots & \alpha a_{mn} \end{bmatrix} = \alpha A.$$

Adunarea matricilor. Suma a două matrici $A = [a_{ik}]$ și $B = [b_{ik}]$ este, prin definiție matricea $C = [c_{ik}]$, astfel ca $c_{ik} = a_{ik} + b_{ik}$, adică:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

Este ușor de văzut că adunarea matricilor se bucură, ca în aritmetică, de următoarele proprietăți:

$A+B=B+A$, (adunarea este comutativă)
$A+(B+C)=(A+B)+C$, (adunarea este asociativă)
$A+O=A$
$\begin{cases}(\alpha+\beta)A=\alpha A+\beta A,\\ \alpha(A+B)=\alpha A+\beta B,\end{cases}$
$1.A=A$
$\alpha(\beta A)=(\alpha\beta)A$, α și β fiind numere.

Înmulțirea a două matrici. Fie A o matrice cu m linii și n coloane, iar B o matrice cu n linii și p coloane. Se observă că numărul liniilor matricei B este egal cu numărul coloanelor matricei A.

În această ipoteză, prin produsul AB al matricilor A și B se înțelege matricea C, ale cărei elemente se formează după următoarea regulă (convențională):

$$c_{lk}=a_{l1}b_{1k}+a_{l2}b_{2k}+\ldots+a_{ln}b_{nk},$$
$$(l=1,2,\ldots m;\ k=1,2,\ldots p).$$

Observare: Se constată că, după regula arătată mai sus, elementul c_{lk} al matricei C se obține prin înmulțirea elementelor liniei l a matricei A cu elementele respective ale coloanei k a matricei B și prin însumarea acestor produse.

Astfel avem:

$$C_{11}=a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+\ldots+a_{1n}b_{n1},$$
$$C_{25}=a_{21}b_{15}+a_{22}n_{25}+\ldots+a_{2n}b_{n5}$$

Înmulțirea a două sau mai multe matrici se bucură de următoarele proprietăți importante:

$AB\neq BA$, (înmulțirea *nu* este comutativă în general)
$AE=EA=A$, (E fiind o matrice unitate)
$A(BC)=(AB)C$, (înmulțirea este asociativă)
$\alpha(AB)=(\alpha A)B=A(\alpha B)$ (α fiind un număr)
$\begin{cases}(A+B)C=AC+BC\\ C(A+B)=CA+CB\end{cases}$ (înmulțirea este distribuitivă față de adunare)

Exemplu:

Fie

$$A=\begin{bmatrix}2&4&5\\6&1&3\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1&-2\\3&4\\8&6\end{bmatrix}$$

Să calculăm produsele AB și BA.

Avem:

$$AB=\begin{bmatrix}54&42\\33&10\end{bmatrix},\quad BA=\begin{bmatrix}-10&2&-1\\30&16&27\\52&38&58\end{bmatrix}$$

Regula de înmulțire a două matrici își are originea în transformările liniare.

În adevăr, să considerăm transformarea liniară

$$(T_a)\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ y_2 = x_{11}x_1 + a_{22}x_2, \end{cases}$$

prin care se asociază variabilelor x_1 și x_2 variabilele y_1 și y_2.

Se pune problema: Cum se exprimă y_1 și y_2 în funcție de variabilele noi z_1 și z_2, care sînt date prin transformarea

$$(T_b)\begin{cases} x_1 = b_{11}z_1 + b_{12}z_2, \\ x_2 = b_{21}z_1 + b_{22}z_2. \end{cases}$$

Este evident că vom obține o transformare liniară:

$$(T_c)\begin{cases} y_1 = c_{11}z_1 + c_{12}z_2, \\ y_2 = c_{22}z_1 + c_{22}z_2. \end{cases}$$

Pentru a calcula coeficienții c_{11}, c_{12}... este suficient să înlocuim (T_b) în (T_a). Avem:

$$y_1 = a_{11}(b_{11}z_1 + b_{12}z_2) + c_{12}(b_{21}z_1 + b_{22}z_2),$$
$$y_2 = a_{21}(b_{11}z_1 + b_{12}z_2) + a_{22}(b_{21}z_1 + b_{22}z_2),$$

sau

$$y_1 = (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21})z_1 + (a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22})z_2,$$
$$y_2 = (a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21})z_1 + (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22})z_2.$$

Rezultă că

$$c_{21} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21}, \quad c_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22},$$
$$c_{21} = a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21}, \quad c_{22} = a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22}$$

Considerăm acum matricile

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}\,a_{12} \\ a_{21}\,a_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11}\,b_{12} \\ b_{21}\,b_{22} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_{11}\,c_{12} \\ c_{22}\,c_{22} \end{bmatrix},$$

care corespund transformărilor liniare

$$(T_a), \quad (T_b), \quad (T_c).$$

Se observă că elementele matricei C se obțin prin înmulțirea matricilor A și B după regula de înmulțire indicată.

Problemă: Să se arate că

$$(AB)' = B'A'$$

adică *transpusa produsului AB este produsul dintre transpusa lui B și transpusa lui A.*

3. Inversarea unei matrici, determinantul matricei

Fie $A = [\, a_{ik} \,]$ o matrice pătrată.

Se numește determinant al matricei A, determinantul $D(A)$ format din elementele matricei A, adică

$$D(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1} & a_{n2} \dots a_{nn} \end{vmatrix} \quad *)$$

Dacă $D(A) \neq 0$, matricea A se numește *nesingulară* (nedegenerată). În cazul contrar, matricea A se consideră singulară (degenerată).

În multe aplicațiuni ale calculului matricial este necesar, să se rezolve următoarea problemă matricială:

Fiind dată *o matrice pătrată nesingulară* A, să se determine o altă matrice X, astfel ca $AX = E$.

Soluția acestei ecuații matriciale se notează cu simbolul

$$X = A^{-1},$$

și se numește *matricea inversă (reciprocă) a matricei* A.

Determinarea matricei A^{-1}, se reduce la rezolvarea unor sisteme de ecuații lineare, cu regula lui Cramer.

În adevăr:

$$\text{Fie } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{33} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{bmatrix}$$

Conform definiției avem:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pentru a determina elementele matricei $X = A^{-1}$, *aplicăm regula de înmulțire a două matrici, precum și noțiunea de egalitate a două matrici.*

Avem, de exemplu:

$$(S) \begin{cases} a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} + a_{13}x_{31} = 1, \\ a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} + a_{23}x_{31} = 0, \\ a_{31}x_{11} + a_{32}x_{21} + a_{33}x_{31} = 0. \end{cases}$$

Aceste ecuații se obțin prin înmulțirea celor 3 linii ale matricei A cu prima coloană a matricei X.

Deoarece $D(A) \neq 0$ (conform ipotezei), sistemul de ecuații liniare (S) poate fi rezolvat cu regula lui Cramer.

---

*) vezi G.M.F.—B anul XIII, 1962, nr. 5.

În consecință, avem :

$$x_{11} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & v_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{D\,(A)} = \frac{\alpha_{11}}{D\,(A)}$$

$$x_{21} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & 1 & a_{13} \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}{D\,(A)} = \frac{\alpha_{12}}{D\,(A)}$$

și analog

$$x_{31} = \frac{\alpha_{13}}{D\,(A)}$$

Se observă că α_{11}, α_{12}, α_{13} sînt *complementele algebrice** ale elementelor a_{11}, a_{12}, a_{13} din determinantul $D(A)$.

Pentru formarea elementelor x_{lk} ale matricei $X = A^{-1}$, avem deci următoare regulă :

$$x_{lk} = \frac{\alpha_{kl}}{D\,(A)}$$

unde α_{kl} este complementul algebric al elementului a_{kl} din $D(A)$. Astfel avem :

$$A^{-1} = \frac{1}{D\,(A)} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{n1} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{n2} \\ \alpha_{1n} & \alpha_{2n} & \alpha_{nn} \end{bmatrix}$$

Exemplu : Fie

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 7 \\ 8 & 6 & 11 \end{bmatrix}$$

Să se calculeze $A^{-1} = X = [x_{lk}]$, $(l = 1, 2, 3)$, $(k = 1, 2, 3)$.

Avem :

$$D\,(A) = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 7 \\ 8 & 6 & 11 \end{vmatrix} = 2\,(55 - 42) - 4\,(11 - 56) + 3\,(6 - 40) = 104, \text{ deci}$$

*) Vezi G.M.F.—B anul XIII, 1962, nr. 5, pag. 274.

$$x_{11} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 11 \end{vmatrix}}{104} = \frac{13}{104}\ ;\ x_{12} = \frac{-\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 11 \end{vmatrix}}{104} = \frac{-26}{104}\ ;\ x_{13} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}}{104} = \frac{13}{104},$$

etc.

Probleme: Să se arate că:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E;$$

$$(BB)^{-1} = B^{-1}A^{-1},$$

$$D(AB) = D(A) \cdot D(B)$$

$A \cdot A'$ = matrice simetrică (Gauss).

$$D(A) \cdot D(A^{-1}) = 1.$$

4. Rezolvarea matricială a unui sistem liniar

Regula de înmulțire a matricilor precum și noțiunea de matrice inversă a unei matrice nesingulară permit prezentarea sub o formă concentrată a unui sistem de ecuații liniare și rezolvarea imediată a sistemului.

Fie sistemul de n ecuații cu n necunoscute:

$$(1)\quad \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{x3}x_3 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

Notînd:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \ldots a_{2n} \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} \ldots a_{nn} \end{vmatrix},\quad X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{vmatrix},\quad B = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{vmatrix}$$

A fiind o matrice pătrată nesingulară, adică $D(A) \neq 0$, iar X și B vectori (matrici cu o singură coloană), avem:

$$AX = B \qquad (2)$$

Înmulțind ecuația vectorială (2) *la stînga* cu A^{-1}, avem:

$$A^{-1}AX = A^{-1}B,$$

sau

$$EX = X = A^{-1}B \qquad (3)$$

Exemplu: Fie sistemul

$$\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2, \end{cases} \rightarrow AX = B,$$

unde

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad X=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad B=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Avem:

$$X=A^{-1}B$$

Calculăm matricea inversă a matricei A:

$$A^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{a_{11}}{D(A)} & \frac{a_{21}}{D(A)} \\ \frac{a_{12}}{D(A)} & \frac{a_{22}}{D(A)} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{a_{22}}{D(A)} & -\frac{a_{12}}{D(A)} \\ -\frac{a_{21}}{D(A)} & \frac{a_{11}}{D(A)} \end{bmatrix}$$

Pentru matricea X obținem:

$$X=\begin{bmatrix} \frac{a_{22}}{D(A)} & -\frac{a_{12}}{D(A)} \\ -\frac{a_{21}}{D(A)} & \frac{a_{11}}{D(A)} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} a_1 \\ b_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{a_{22}b_1-a_{12}b_2}{D(A)} \\ \frac{-a_{21}b_1+a_{11}b_3}{D(A)} \end{bmatrix}$$

adică:

$$x_1=\frac{a_{22}b_1-a_{12}b_2}{D(A)}, \quad x_2=\frac{-a_{21}b_1+a_{11}b_2}{D(A)},$$

sau

$$x_1=\frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad x_2=\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{11} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$$

care este tocmai regula lui Cramer.

REZULTATELE OLIMPIADEI DE MATEMATICĂ 1964

PREMIUL I

1. *Popa Eugen*, Iași, clasa VIII, Școala medie nr. 3.
2. *Voiculescu Dan*, București, clasa VIII, Școala medie nr. 21.
3. *Mignea Arminiu*, Ploiești, clasa VIII, Școala medie nr. 2.
4. *Neagoe Victor*, Tr. Măgurele, clasa X, Școala medie.
5. *Cherciu Mihai*, Ploiești, clasa X, Școala medie nr. 3.

PREMIUL II

1. *Turcu Ilie*, Craiova, clasa VIII, Școala medie nr. 1.
2. *Vișan Lucian*, Ploiești, clasa IX, Școala medie nr. 2.
3. *Dăncilă Ion*, Sibiu, clasa X, Școala medie nr. 3.

4. *Fleischer Gh.*, Oradea, clasa X, Şcoala medie nr. 4.
5. *Persache Octavian*, Bucureşti, clasa XI, Şcoala medie nr. 11.
6. *Vinea Alexandru*, Bucureşti, clasa XI, Şcoala medie nr. 32.
7. *Grigore Nicolae*, Bucureşti, an II, Şc. Tehnică de maiştri.
8. *Curecheru Ion*, Bîrlad, an. IV, Şcoala Pedagogică.

PREMIUL III

1. *Neguş Spiridon*, Timişoara, clasa VIII, Şcoala medie nr. 5.
2. *Ralescu Dan*, Bucureşti, clasa VIII, Şcoala medie nr. 12.
3. *Pestroiu Daniel*, Tg. Jiu, clasa IX, Şcoala medie nr. 1.
4. *Tica Eugen*, Cugir, clasa IX, Şcoala medie serală.
5. *Bucur Liliana*, Sibiu, clasa X, Şcoala medie nr. 3.
6. *Filipoiu Alex.* Buzău, clasa X, Şcoala medie nr. 1.
7. *Niculescu Constantin*, Tîrgovişte, clasa X, Şcoala medie nr. 3.
8. *Birză Ilie*, Sibiu, clasa XI, Şcoala medie nr. 3.
9. *Moscovici Emil*, Bucureşti, clasa XI, Şcoala medie nr. 39.
10. *Bărbulescu Adrian*, Bucureşti, clasa XI, Şcoala medie nr. 22.
11. *Crişan Victor*, Aiud, clasa XI, Şcoala medie nr. 1.
12. *Landman Wolf*, Bucureşti, clasa XI, Şcoala medie nr. 22.
13. *Ungureanu Gh.*, Bucureşti, an I, Şcoala profes. Electromagnetica.

MENŢIUNI

1. *Pascu Ion*, Constanţa, clasa VIII, Şcoala medie nr. 2.
2. *Bontaş Vasile*, Braşov, clasa VIII, Şcoala medie nr. 4.
3. *Gavrilă Şerban*, Buzău, clasa VIII, Şcoala medie nr. 2.
4. *Lungulescu Bogdan*, Piteşti, clasa VIII, Şcoala medie nr. 1.
5. *Rubinstein Magda*, Piteşti, clasa VIII, Şcoala medie nr. 1.
6. *Salvanu Maria*, Cluj, clasa VIII, Şcoala medie nr. 4.
7. *Orăşanu Laurenţiu*, Ploieşti, clasa VIII, Şcoala medie nr. 1.
8. *Tirjoianu Maria*, Haţeg, clasa VIII, Şcoala medie.
9. *Tuican Floare*, Oţelul Roşu, clasa VIII, Şcoala medie.
10. *Bătătorescu Anton*, Braşov, clasa VIII, Şcoala medie nr. 1.
11. *Bizu Marius*, Ploieşti, clasa IX, Şcoala medie nr. 1.
12. *Bădescu Alexandru*, Ploieşti, clasa IX, Şcoala medie nr. 2.
13. *Albescu Ioan*, Sibiu, clasa IX, Şcoala medie nr. 1.
14. *Stux Ivan*, Timişoara, clasa IX, Şcoala medie nr. 1.
15. *Vasiliu Constantin*, Ploieşti, clasa IX, Şcoala medie nr. 1.
16. *Stan Emil*, Ploieşti, clasa IX, Şcoala medie nr. 2.
17. *Rugină Andrei*, Roman, clasa IX, Liceul Mixt.
18. *Văituş Anca*, Constanţa, clasa IX, Şcoala medie nr. 1.
19. *Popescu Eleodor*, Tr. Severin, clasa X, Şcoala medie nr. 1.
20. *Weinstein Iak*, Rădăuţi, clasa X, Şcoala medie nr. 2.
21. *Popovici Cornel*, Lugoj, clasa X, Liceul nr. 1.
22. *Hailpern Andrei*, Cluj, clasa X, Şcoala medie nr. 4.
23. *Biscă Octavian*, Craiova, clasa X, Şcoala medie nr. 1.
24. *Chiţescu Ioan*, Bucureşti, clasa X, Şcoala medie nr. 10.
25. *Lupu Mihai*, Sibiu, clasa X, Şcoala medie nr. 1.
26. *Radu Luminiţa*, Piteşti, clasa X, Şcoala medie nr. 2.
27. *Diaconescu Ana*, Timişoara, clasa X, Şcoala medie nr. 1.
28. *Bocşan Gheorghe*, Bocşa Maramureş, clasa X, Şcoala medie
29. *Conache Petru*, Bucureşi, clasa XI, Şcoala medie nr. 30.
30. *Petrescu Şerban*, Bucureşti, clasa XI, Şcoala medie nr. 13.
31. *Spircu Tiberiu*, Arad, clasa XI, Şcoala medie nr. 4.
32. *Tevi Ionel*, Bucureşti, clasa XI, Şcoala medie nr. 20.
33. *Zegrea Marius*, Lugoj, clasa XI, Liceul nr. 1.
34. *Ciocan Dan*, C-Lung Muscel, clasa XI, Şc. m. Dinicu Golescu.
35. *Flondor Paul*, Bucureşti, clasa XI, Şcoala medie nr. 13.
36. *Ionescu Marcel*, Piteşti, clasa XI, Şcoala medie nr. 3.
37. *Nica Vasile*, Ploieşti, clasa XI, Şcoala medie nr. 1.
38. *Trifu Dumitru*, Craiova, an I, Şc. profesională G.E.S.P.
39. *Tica Pavel*, Cugir, an II, Gr. Şcolar Profesional.

ASUPRA UNEI INEGALITĂȚI

Fie numerele reale și pozitive a_i $(i=1,2,\ldots,n)$ *astfel că*

$$0<a_i<\frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}a_k.$$

Să demonstrăm inegalitatea

$$\prod_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{n}a_k-(n-1)\,a_i\right]\leqslant\prod_{i=1}^{n}a_i.$$

Considerăm valorile pozitive oarecare α_i $(i=1,2,\ldots,n)$. Ținînd seamă de faptul că media aritmetică a mai multor numere pozitive este mai mare sau cel mult egală cu media geometrică a acestor numere avem inegalitățile:

$$\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4+\ldots+\alpha_n\geqslant(n-1)\sqrt[n-1]{\alpha_2\alpha_3\alpha_4\ldots\alpha_n}$$

$$\alpha_1+\alpha_3+\alpha_4+\ldots+\alpha_n\geqslant(n-1)\sqrt[n-1]{\alpha_1\alpha_3\alpha_4\ldots\alpha_n}$$

$$\vdots$$

$$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\ldots+\alpha_{n-1}\geqslant(n-1)\sqrt[n-1]{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\ldots\alpha_{n-1}}$$

Înmulțind aceste inegalități membru cu membru, obținem:

$$\prod_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{n}\alpha_k-\alpha_i\right]\geqslant(n-1)^n\prod_{i=1}^{n}\alpha_i \qquad (1)$$

Din enunț avem: $a_i<\frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}a_k$, de unde, $\sum_{k=1}^{n}a_k-(n-1)\,a_i>0$.

Deci, putem face notațiile $\alpha_i=\sum_{k=1}^{n}a_k-(n-1)\,a_i$.

Ținînd seamă de aceste notații avem:

$$\sum_{k=1}^{n}\alpha_k-\alpha_i=n\sum_{k=1}^{n}a_k-(n-1)\sum_{k=1}^{n}a_k-\alpha_i=$$

$$=\sum_{k=1}^{n}a_k-\left[\sum_{k=1}^{n}a_k-(n-1)\,a_i\right]=(n-1)\,a_i,$$

deci, inegalitatea (1) devine:

$$\prod_{i=1}^{n}(n-1)\,a_i\geqslant(n-1)^n\prod_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{n}a_k-(n-1)\,a_i\right]$$

sau :

$$(n-1)^n \prod_{i=1}^{n} a_i \geqslant (n-1)^n \prod_{i=1}^{n} \left[\sum_{k=1}^{n} a_k - (n-1)\, a_i\right]$$

Împărțind prin $(n-1)^n$ se găsește inegalitatea din enunț.

Pentru $n=1$ și $n=2$ obținem respectiv egalitățile $a_1 = a_1$; $a_1 a_2 = a_1 a_2$. Tot o egalitate obținem și în cazul cînd $a_1 = a_2 \ldots = a_n$.

În cazul cînd $n=3$, iar $a_1=a$; $a_2=b$; $a_3=c$, avem inegalitatea $(a+b-c)\,(b+c-a)\,(c+a-b) \leqslant abc$, care face obiectul problemei nr. 2 din Matematika v skole 3/1963.

Cu ajutorul acestei inegalități, în nota matematică „O demonstrație a unei inegalități" din G.M.F.-B 12/1962 se demonstrează inegalitatea $R \geqslant 2r$, R și r fiind razele cercurilor circumscris, respectiv înscris într-un triunghi.

Pentru $n=3$; $a_1=a^2$; $a_2=b^2$; $a_3=c^2$, avem inegalitatea :

$$(b^2+c^2-a^2)\,(c^2+a^2-b^2)\,(a^2+b^2-c^2) \leqslant a^2 b^2 c^2$$

folosită în nota matematică „Asupra unei inegalități trigonometrice" din G.M.F.-B 3/1961.

Victor Crișan, elev Aiud

STABILIREA UNEI IDENTITĂȚI TRIGONOMETRICE

Considerînd un triunghi echilateral AB_0B_n de latură 1 și împărțind segmentul B_0B_n în n părți egale prin punctele $B_1, B_2, \ldots, B_{n-1}$ avem :

$$B_0B_1 = B_1B_2 = \ldots B_{n-1}B_n = \frac{1}{n}.$$

Deci :

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = \frac{\pi}{3},\ (n \geqslant 2).$$

Se observă că dacă n este un număr par, deci $n = 2m$, avem egalitățile de unghiuri : $\alpha_1 = \alpha_{2m}$, $\alpha_2 = \alpha_{2m-1}, \ldots, \alpha_m = \alpha_{m+1}$. Pe cînd dacă n este un număr impar, deci $n = 2m+1$ avem :

$$\alpha_1 = \alpha_{2m+1},\ \alpha_2 = \alpha_{2m}, \ldots, \alpha_m = \alpha_{m+2},\ \alpha_{m+1} = \alpha_{m+1}.$$

Vom scrie că aria triunghiului AB_0B_n este egală cu suma ariilor triunghiurilor AB_0B_1, $AB_1B_2, \ldots, AB_{n-1}B_n$. Avem :

$$\frac{AB_0 \cdot B_0B_n \sin\frac{\pi}{3}}{2} = \frac{1}{2}(AB_0 \cdot AB_1 \sin\alpha_1 + AB_1 \cdot AB_2 \sin\alpha_2 + \ldots + AB_{n-1}\, AB_n \sin\alpha_n),$$

Pentru a afla pe AB_1, $AB_2, \ldots, AB_{-1n}$ vom aplica teorema sinusurilor respectiv în triunghiurile AB_0B_1, $AB_0B_2, \ldots, AB_0B_{n-1}$.

Obținem :

$$\frac{AB_1}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{B_0B_1}{\sin\alpha_1}\ ;\ \frac{AB_2}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{B_0B_2}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)}\ ;\ \ldots$$

$$\ldots,\ \frac{AB_{n-1}}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{B_0B_{n-1}}{\sin(\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_{n-1})},$$

de unde :

$$AB_1 = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{n}}{\sin\alpha_1}\ ;\ AB_2 = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2}{n}}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)},\ \ldots,\ AB_{n-1} =$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{n-1}{n}}{\sin(\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_{n-1})}$$

care se mai poate scrie :

$$AB_k = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{k}{n}}{\sin(\alpha_1+\ldots+\alpha_k)},\ \text{unde}\ k = 1, 2, \ldots, n.$$

Înlocuind în relația de mai sus obținem :

$$\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{n} + \sum_{k=2}^{n}\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{k-1}{n}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{k}{n}\sin\alpha_k}{\sin(\alpha_1+\ldots+\alpha_{k-1})\sin(\alpha_1+\ldots+\alpha_k)}\right),$$

sau

$$\sum_{k=2}^{n}\frac{(k-1)\,k\sin\alpha_k}{\sin(\alpha_1+\ldots+\alpha_{k-1})\sin(\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_k)} = \frac{2\sqrt{3}\,n(n-1)}{3}$$

unde $\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n = \frac{\pi}{3}$.

Eftimie Grecu, student București

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5771

Prin vîrfurile unui triunghi ABC se duc cevienele AA', BB', CC' concurente într-un punct P din interiorul triunghiului. Se notează $A'P : PA = x$; $B'P : PB = y$ și $C'P : PC = z$. Să se arate că :

$$2xyz + yz + xz + xy = 1.$$

(Cercul de matematică, cl. IX—XI, Moscova)

Soluție dată de *G. G. Niculescu*, elev Roman și *V. Crișan*, Aiud. Dacă notăm:

$\frac{BA'}{A'C}=\alpha, \frac{CB'}{B'A}=\beta, \frac{AC'}{C'B}=\gamma$ avem, conform unei relații cunoscute:

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{\beta}+\gamma; \frac{1}{y}=\frac{1}{\gamma}+\alpha; \frac{1}{2}=\frac{1}{\alpha}+\beta$$

Înmulțind egalitățile de mai sus și știind că $\alpha\beta\gamma = 1$ (teorema lui Ceva), obținem

$$\frac{1}{xyx}=\left(\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{\alpha}{\beta}+1+\alpha\gamma\right)\left(\frac{1}{\alpha}+\beta\right)=1+\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\beta}+\alpha+$$

$$+\frac{1}{\alpha}+\beta+\gamma+1=2+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} \text{ adică } 2xyz+yz+xz+xy=1$$

ceea ce trebuia demonstrat.

Problema 5776

Să se demonstreze că, dacă cercul circumscris unui triunghi ABC este tangent cercului care trece prin mijloacele A', B', C', ale laturilor, există relația: $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$.

(Cercul de matematică, cl. IX—XI, Moscova)

Soluția I-a dată de *Stratan Valentin*, cl. IX s.m. Tg. Mureș. Distanța dintre centrul cercului lui Euler și centrul cercului circumscris este $\frac{R}{2}\sqrt{1-8\cos A\cos B\cos C}$. Cercurile fiind tangente interior (altfel nu se poate), distanța centrelor lor este diferența razelor lor, adică $R-\frac{R}{2}=\frac{R}{2}$.

Deci, trebuie să avem:

$\frac{R}{2}\sqrt{1-8\cos A\cos B\cos C}=\frac{R}{2}$, sau: $1-8\cos A\cos B\cos C=1$;

$8\cos A\cos B\cos C=0$.

Fie $\cos A = 0$, adică $A = 90°$. În acest caz, triunghiul este dreptunghic. Atunci $\sin A = 1$. Avem:

$$\sin^2 A+\sin^2 B+\sin^2 C=1+\frac{b^2}{a^2}+\frac{c^2}{a^2}=1+\frac{b^2+c^2}{a^2}=$$

$$=1+\frac{a^2}{a^2}=1+1=2.$$

Soluția II-a dată de *Lustig Gh.*, absolvent Timișoara. Considerînd segmentul determinat de centrul O al cercului circumscris triunghiului ABC și de centrul cercului A'B'C', avem:

$$O\omega=R-\frac{R}{2}=\frac{R}{2}. \text{ Dar } O\omega^2=\frac{9R^2-(a^2+b^2+c^2)}{4}=$$

$$=\frac{R^2}{4}, \text{ Rezultă } a^2+b^2+c^2=8R^2$$

sau

$$\frac{a^2}{4R^2}+\frac{b^2}{4R^2}+\frac{c^2}{4R^2}=2,$$

de unde:

$$\sin^2 A+\sin^2 B+\sin^2 C=2.$$

Problema 5808

Fie A un punct fix pe cercul O și două coarde mobile AM și AN perpendiculare una pe alta. Notăm cu I mijlocul coardei AM și cu P mijlocul segmentului NI. Ce loc geometric descrie punctul P cînd M și N parcurg cercul dat?

C. Săndulache, profesor Negrești, Iași

Soluție dată de *Crișan Victor*, elev Aiud. Deoarece P este mijlocul segmentului NI, iar unghiul A are 90°, perpendiculara din P pe AN va fi linie mijlocie în triunghiul ANI și această perpendiculară se va confunda cu perpendiculara din O pe AN. Fie Q piciorul perpendicularei. Avem: $AQ=QN=IO$. Din egalitatea triunghiurilor dreptunghice NQP și PIO rezultă că $QP=OP$, adică P este mijlocul lui OQ. Perpendiculara ridicată în P pe OQ trece prin mijlocul R al segmentului AO. Deci punctul P este capabil de un unghi drept care subîntinde segmentul fix și de mărime constantă RQ. Deci locul geometric al punctului P este un cerc care are ca diametru jumătatea dinspre O a razei NO.

Problema 5809

Să se arate că oricare ar fi x real și diferit de $\frac{k\pi}{2}$, *(k întreg),*

$$(1-\sin a)x^2-2x\cos a+1+\sin a\geqslant 0$$

$$(1+\cos a)x^2-2x\sin a+1-\cos a\geqslant 0$$

$$(3+2\cos a-2\sin a)x^2-2x(\cos a+\sin a)+1>0$$

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de *Popescu Eleodor*, Tr. Severin. Discriminantul primului trinom este:

$$\Delta=\cos^2 a-(1-\sin a)(1+\sin a)=\cos^2 a-(1-\sin^2 a)=$$

$$=\sin^2 a+\cos^2 a-1$$

și cum $\cos^2 a+\sin^2 a=1$, avem: $\Delta_1=1-1=0$.

Deci, primul trinom are o rădăcină dublă. Cînd x ia această valoare trinomul este nul, iar cînd x diferă de această valoare trinomul are semnul coeficientului lui x^2, deci are semnul +, căci în cazul nostru, $1-\sin a>0$, avînd $\sin a<1$.

Analog pentru al doilea trinom. Discriminantul acestuia este:

$$\Delta = \sin^2 a - (1 - \cos a)(1 + \cos a) = 0.$$

Coeficientul lui x^2 este: $1 + \cos a > 0$, căci $\cos a > -1$, deci, trinomul este pozitiv sau cel puțin egal cu zero.

Pentru al treilea trinom avem:

$$\Delta = (\cos^2 a + \sin^2 a + 2\cos a \sin a) - (3 + 2\cos a - 2\sin a) =$$
$$= 2(\sin a - 1)(\cos a + 1)$$

Dar, $\sin a < 1$ sau $\sin a - 1 < 0$ și $\cos a > -1$ sau $\cos a + 1 > 0$, deci $\Delta < 0$

Coeficientul lui x^2 este:

$$A = 3 + 2\cos a - 2\sin a = (2\sin a \cdot \cos a + 1) - 2(\cos a + 1)$$
$$(\sin a - 1) = (\sin a + \cos a)^2 - \Delta > 0$$

căci, $(\sin a + \cos a)^2 > 0$ și $-\Delta > 0$.

Acest trinom are discriminantul negativ și coeficientul lui x^2 este pozitiv, deci este întotdeauna mai mare ca zero.

Problema 5830

Să se simplifice fracția:

$$\frac{(a^2 - bc)^2 + (b^2 - ca)^2 + (c^2 - ab)^2 + (ab + bc + ca)^2}{a^2b^2(a - b)^2 + b^2c^2(b - c)^2 + c^2a^2(c - a)^2 + (a^3 + b^3 + c^3)}$$

Simon Petru

Soluție dată de *Popper Laurențiu*, cl. VIII Cîmpina. La numărător, făcînd toate calculele și reducerile posibile se obține:

$$a^4 + b^4 + c^4 + 2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2$$

adică tocmai

$$(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

La numitor, făcînd toate calculele și reducerile posibile se obține:

$$a^6 + b^6 + c^6 + a^4b^2 + a^4c^2 + a^2b^4 + a^2b^4 + b^4c^2 + a^2c^4 + b^2c^4 =$$
$$= (a^6a^4b^2 + a^4c^2) + (b^6 + a^2b^4 + b^4c^2) + (c^6 + a^2c^4 + b^2c^4) =$$
$$= a^4(a^2 + b^2 + c^2) + b^4(b^2 + a^2 + c^2) + c^4(c^2 + a^2 + b^2) =$$
$$= (a^2 + b^2 + c^2)(a^4 + b^4 + c^4)$$

Deci, fracția dată devine:

$$\frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{(a^2 + b^2 + c^2)(a^4 + b^4 + c^4)} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{a^4 + b^4 + c^4}.$$

Problema 5839

Considerăm expresiile

$$x' = \frac{b^2x - 2aby + a^2z}{xz - y^2}\,;\quad y' = \frac{bcx - (b^2 + ac)y + abz}{xz - y^2}\,;$$

$$z' = \frac{c^2x - 2bcy + b^2z}{xz - y^2}$$

a) *Să se arate că aceste relații sînt echivalente cu relațiile simetrice:*

$$\frac{ay' - bx'}{ay - bx} = \frac{cy' - bz'}{cy - bz} = \frac{by' - az'}{cx - by} = \frac{cx' - by'}{by - az}\,.$$

b) *Să se arate că x, y, z se exprimă în x', y', z' prin relații de aceeași formă, adică:*

$$x = \frac{b^2x' - 2aby' + a^2z'}{x'z' - y'^2} \text{ etc.}$$

c) *Să se deducă relația:*

$$(b^2x - 2aby + a^2z)\,(c^2x - 2bcy + b^2z) =$$
$$= (bcx - b^2y - acy + abz)^2 + (xz - y^2)\,(ac - b^2)^2$$

N. Mihăileanu

Soluția autorului. a) Un calcul simplu ne dă:

$$ay' - bx' = -\frac{(ay - bx)\,(ac - b^2)}{xz - y^2}\,;\quad by' - az' = \frac{(by - cx)\,(ac - b^2)}{xz - y^2}\,.$$

Prin substituțiile $x \leftrightarrow z$, $x' \leftrightarrow z'$, $a \leftrightarrow c$ se justifică și celelalte relații.

b) Sistemul de la a) conține trei condiții independente în x', y', z', deci este echivalent cu sistemul inițial. Rezultă că și sistemul inițial este simetric, adică rămîne neschimbat cînd înlocuim literile accentuate și neaccentuate între ele.

c) Avem analog ca în calculele de la *a)*, permutînd accentele,

$$ay - bx = -\frac{(ay' - bx')\,(ac - b^2)}{x'z' - y'^2}\,.$$

Rezultă:

$$(xz - y^2)\,(x'z' - y'^2) = (ac - b^2)^2$$

care este relația de la *c)*.

Problema 5843

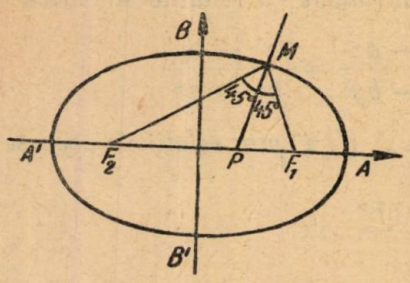
Pe o elipsă de semiaxe a, b, să se determine un punct M astfel ca triunghiul F_1MF_2 să fie dreptunghic în M. Normala în punctul M întîl-

neşte axa Ox în P. Să se deducă geometric relaţia:

$\frac{2}{MP^2} = \frac{1}{PF_1^2} + \frac{1}{PF_2^2}$, *$F_1$ şi F_2 fiind focarele elipsei.*

Vodă Gh. Viorel, student Bucureşti

Soluţia autorului. — Fie M $(a \cdot \cos\alpha,\ b \cdot \sin\alpha)$ şi elipsa:
$(\Gamma) \equiv \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$. Panta dreptelor MF_1 şi MF_2 este respectiv:



$$m_{MF_1} = \frac{b \cdot \sin\alpha}{-c + a \cdot \cos\alpha};$$

$$m_{MF_2} = \frac{b \cdot \sin\alpha}{c + a \cdot \cos\alpha}.$$

Pentru ca $\sphericalangle F_1MF_2 = 90°$ e necesar şi suficient ca

$$m_{MF_1} = -\frac{1}{m_{MF_2}},$$

adică: $\frac{b \cdot \sin\alpha}{c + a \cdot \cos\alpha} = \frac{c - a \cdot \cos\alpha}{b \cdot \sin\alpha}$,

$b^2 \cdot \sin^2\alpha = c^2 - a^2 \cdot \cos^2\alpha$ sau: $b^2 \cdot \sin^2\alpha = c^2 - a^2 + a^2 \cdot \sin^2\alpha$

$$\sin^2\alpha = \frac{c^2 - a^2}{b^2 - a^2} = \frac{c^2 - b^2 - c^2}{b^2 - a^2} = \frac{b^2}{a^2 - b^2}$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \frac{b^2}{a^2 - b^2} = \frac{a^2 - 2b^2}{a^2 - b^2}.$$

Deci punctul M căutat are coordonatele

$$x = a \cdot \sqrt{\frac{a^2 - 2b^2}{a^2 - b^2}}; \quad y = \frac{b^2}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

evident cu condiţia: $a > b\sqrt{2}$.

Altă metodă. Trebuie să avem $MF_1^2 + MF_2^2 = 4c^2$; însă

$MF_1 + MF_2 = 2a$, de unde $(MF_1 + MF_2)^2 - 2MF_1 \cdot MF_2 = 4c^2$,

$4a^2 - 4c^2 = 2 \cdot MF_1 \cdot MF_2$, deci

$$MF_1 + MF_2 = 2a;\ MF_1 \cdot MF_2 = 2a^2 - 2c^2 = 2b^2$$

Formăm ecuaţia: $z^2 - 2az + 2b^2 = 0$

$$z_{1,2} = a \pm \sqrt{a^2 - 2b^2} = a \pm \sqrt{c^2 - b^2}$$

unde $c > b$ etc.

Normala este bisectoarea unghiului format de razele vectoare; deci MP este bisectoare în triunghiul dreptunghic F_1MF_2.

Aplicînd relația Van-Aubel (v. G.M.F.-B 11/1961) avem:

$$MF_1^2 \cdot PF_2^2 + MF_2^2 \cdot PF_1^2 = MP^2 \cdot F_1F_2^2.$$

Teorema bisectoarei ne dă: $\frac{MF_1}{PF_1} = \frac{MF_2}{PF_2}$; deci

$$MF_1^2 \cdot PF_2^2 = MF_2^2 \cdot PF_1^2.$$

Dar $F_1F_2^2 = MF_1^2 + MF_2^2$; deci

$$\frac{1}{MP^2} = \frac{MF_1^2 + MF_2^2}{2MF_1^2 \cdot PF_2^2} = \frac{MF_1^2 + MF_2^2}{2MF_2^2 \cdot PF_1^2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{PF_1^2} + \frac{1}{PF_2^2} \right).$$

Problema E: 1949

Să se arate că expresia: $E = 1962^{1962} + 1964^{1963} - 1965$ *se divide prin 1963.*

Popa Eugen, elev cl. VII, Iași

Soluția autorului. Expresia dată se mai poate scrie:

$$E = (1963 - 1)^{1962} + (1963 + 1)^{1963} - 1963 - 2 =$$

$$= \mathfrak{M}\, 1963 + 1 + \mathfrak{M}\, 1963 + 1 - 1963 - 2 = \mathfrak{M}\, 1963.$$

Problema E: 1977

Să se afle numerele N de trei cifre care în baza 11 se scriu xoy, iar în baza 9 se scriu yox.

D. M. Bătineţu, student București

Soluție dată de *Rădulescu Dorin*, cl. VIII s.m. 11 București. Dacă ținem seamă că un număr de forma abc scris într-o bază g are $(a \cdot g^2 + bg + c)$ unități, atunci putem scrie:
$N = 11^2x + y = 9^2y + x$ sau $121x + y = 81y + x$, de unde $3x - 2y = 0$.

Soluțiile unei astfel de ecuații sînt: $x = wt$, $y = ut$, unde u și w sînt cîturile diviziunii coeficienților prin c.m.m.d.c. al lor.

În cazul nostru $u = 3$ și $w = 2$ deoarece c.m.m.d.c. al lui 3 și 2 este 1. Rezultă dar: $x = 2t$ și $y = 3t$, unde $t = 1,2,3,...$

Condiția pe care trebuie să o îndeplinească x și y este ca ele să fie cifre atît în baza 9, cît și în baza 11, condiție care se scrie:

$$0 < x < 9 \text{ și } 0 < y < 9 \text{ sau: } 2t < 9 \text{ și } 3t < 9.$$

Particularizăm și avem:

a) $t = 1$; $x = 2$, $y = 3$

b) $t = 2$; $x = 4$, $y = 6$

Rezultă că numerele care răspund problemei sînt:

$$203_{11} = 302_9;\ 406_{11} = 604_9.$$

Problema E : 1979

Dacă A, B, C, D sînt puncte pe o dreaptă, așezate în ordinea dată, există relația :

$$\frac{AD}{AB}+\frac{BC}{CD}=\left(\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}\right)\cdot BD$$

Strătescu Ion, student

Soluție dată de *Dan Voiculescu*, cl. VII s.m. 21 București. Notăm : $AB=a$, $BC=b$, $CD=c$. Rezultă că $AD=a+b+c$ și înlocuind în relația din enunț se obține :

$$\frac{AD}{AB}+\frac{BC}{CD}=\frac{a+b+c}{a}+\frac{b}{c}=(b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right),$$

ceea ce demonstrează afirmația.

CHESTIUNI DE EXAMEN *

6402. Fie E punctul de intersecție al diagonalelor patrulaterului convex $ABCD$. Să se arate că dreapta care trece prin ortocentrele triunghiurilor EAB și ECD este perpendiculară pe dreapta care trece prin centrele de greutate ale triunghiurilor EBC și EDA.

(Nordisk Matem. Tidskrift, Oslo, 1963)

6403. Se consideră ecuația

$$x^2-(2\cos\alpha)x+\cos 2\alpha=0$$

unde α este un parametru real.

a) Să se rezolve ecuația și să se discute rădăcinile ei (se va nota cu x_1 rădăcina cu semnul + înaintea radicalului).

b) Să se verifice identitatea

$$\left(\frac{x_1+x_2}{x_1-x_2}\right)^2-\left(\frac{x_1-x_2}{x_1+x_2}\right)^2\equiv 4\operatorname{cotg}2\alpha\operatorname{cosec}2\alpha$$

c) Să se determine valorile parametrului α pentru care

$$(x_1x_1')^2=\frac{1+x_2x_2'}{2}$$

considerînd x_1, x_2 ca funcții de α, (x_1' și x_2' sînt derivatele în raport cu α)

d) Să se determine valorile lui α pentru care are loc egalitatea :

$$\frac{(x_1+ix_2)^{4n}}{\sqrt{2}}=(-1)^n\left(\frac{x_1+ix_2}{\sqrt{2}}\right)$$

(La Facultatea de matematică — mecanică și fizică, Iași 1963)

---

* Se primesc soluții pînă la 30 octombrie 1964.

6404. Se consideră funcția

$$f(x) = (m-2)x^3 + 3x^2 - 3mx + (4-2m)$$

unde m este un parametru real.

a) Să se arate că ecuația $f(x)=0$ admite rădăcina $x=2$; să se discute natura celorlalte rădăcini.

b) Să se arate, că pentru $x=1$, $f(x)$ are un extremum, oricare ar fi m, cu excepția lui $m=1$.

c) Să se determine m astfel ca, pentru $x=-3$, $f(x)$ să admită un extremum (să se precizeze ce fel de extremum este).

d) În cazul c), să se reprezinte grafic funcția $y = f(x)$.

(La Facultatea de matematică — mecanică și fizică, Iași 1963)

6405. Să se rezolve ecuația

$$(1-\alpha)\cos 4x - 2(5-2\alpha)\cos 2x + (5\alpha + 13) = 0$$

și să se discute soluțiile după valorile parametrului α. Aplicație pentru $\alpha=-5$.

(La Facultatea de matematică — mecanică și fizică, Iași 1963)

6406. Considerăm un triunghi ABC, înălțimile lui AA', BB', CC' și punctul lor de intersecție H. Să se arate că:

a) Raportul a două laturi ale triunghiului ABC este egal cu raportul proiecțiilor lor ortogonale una pe alta.

b) Înălțimile triunghiului ABC sînt bisectoare pentru triunghiul ortic $A'B'C'$.

Pe prelungirile înălțimilor AA', BB', CC' luăm respectiv punctele L, M, N astfel ca din aceste puncte laturile corespunzătoare BC, CA, AB să fie văzute sub unghiuri drepte. Să se demonstreze relațiile:

c) $(LA')^2 = A'H \cdot AA'$, $(MB')^2 = B'H \cdot BB'$, $(NG')^2 = C'H \cdot CC'$

d) (aria LBC)^2 + (aria MCA)^2 + (aria NAB)^2 = (aria ABC)^2

e) Să se determine analitic locul geometric al ortocentrului H cînd punctele B și C rămîn fixe iar A descrie o paralelă la BC, luînd drept OX dreapta BC iar mediatoarea segmentului BC ca axă OY. Notăm $AA'=h$, $BC=2a$.

(La Facultatea de matematică — mecanică și fizică, Iași 1963)

6407. Se dă un plan α și un punct O exterior planului. Fie A piciorul perpendicularei duse din O pe planul α iar B și C alte două puncte în același plan necoliniare cu A. Fie un punct D pe dreapta OA, între O și A, și E, F proiecțiile ortogonale ale lui D pe OB și respectiv OC. Să se arate că:

a) Patrulaterele $ADEB$, $ADFC$ și $BCFE$ sînt inscriptibile.

b) Dacă triunghiul ABC este dreptunghic cu vîrful drept în C atunci triunghiul OBC este dreptunghic cu vîrful drept în C și reciproc.

c) În aceeași ipoteză ca la punctul b) să se demonstreze că triunghiul EFD este dreptunghic în F.

d) Se consideră un punct P al unei elipse. Fie M proiecția ortogonală a acestui punct pe dreapta ce conține focarele elipsei. Notăm cu (c) cercul cu centrul în centrul elipsei și de rază PM. Să se afle locul geometric al punctului I de intresecție al cercului (c) cu dreapta (PM) cînd P descrie elipsa dată.

(La Facultatea de matematică — mecanică și fizică, Iași 1963)

6408. Să se reprezinte grafic funcția:

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x}$$

(La Institutul de petrol, gaze și geologie, București, 1963)

6409. Să se rezolve ecuația:

$$\cos^2 x + 3\sin^2 \frac{x}{2} + 2\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = 1$$

(La Institutul de petrol, gaze și geologie, București, 1963)

6410. Să se stabilească domeniul de definiție al funcției:

$$f(x) = \arcsin\frac{2x^2 - 3x + 1}{2x^2 + 3x + 1}$$

și să se calculeze derivata ei.

(La Institutul de petrol, gaze și geologie, București, 1963)

6411. Să se demonstreze că rădăcinile x_1 și x_2 ale ecuației:

$$x^2 - 2x\sin\varphi + (2 - \sqrt{3})(1 - 4\cos^2\varphi) = 0$$

sînt reale. Să se discute natura rădăcinilor, cînd φ variază între o și $\frac{\pi}{2}$.

(La Institutul de petrol, gaze și geologie, București, 1963)

6412. Să se reprezinte grafic funcția:

$$y = \frac{x - 1}{(x - 3)^2}$$

(La Institutul de petrol, gaze și geologie, București, 1963)

6413. Se dau axele ortogonale ox și oy și punctele A (4,0), B(0,3). Se cere:

a) Să se afle pe cale geometrică și analitică raza cercului înscris în triunghiul AOB și să se scrie ecuația acestui cerc.

b) Să se afle pe aceleași căi raza cercului care trece prin mijloacele M, N, P ale laturilor OA, OB și AB și să se scrie ecuația acestui cerc.

c) În centrul I al cercului înscris se ridică o perpendiculară $IS = \sqrt{3}$ pe planul xoy; să se calculeze suprafața laterală și muchiile piramidei $SABO$.

(La Institutul de petrol, gaze și geologie, București, 1963)

6414. Se dă triunghiul isoscel ABC $(AB = AC = a)$, în care $\sphericalangle A = 120°$. Pe planul triunghiului se ridică în A perpendiculara $AS = a\sqrt{2}$.

a) Să se calculeze înălțimile și aria acestui triunghi și să se arate că raza cercului înscris este:

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{2(2+\sqrt{3})}$$

iar a cercului circumscris este $R = a$.

b) Să se scrie ecuațiile acestor cercuri, luînd ca axă ox dreapta BC, iar ca axă oy înălțimea din A.

c) Să se demonstreze că triunghiul SBC este echilateral și să afle în funcție de a, aria totală și volumul piramidei $SABC$.

(La Institutul de petrol, gaze și geologie, București, 1963)

6415. Fie $AB = 2a$ diametrul cercului de centru 0; se prelungește diametrul AB cu distanța $BC = a$ și se duce tangenta CD la cerc. Se cere:

a) Să se arate că triunghiul ADC este isoscel, că latura AD este egală cu latura triunghiului echilateral înscris în cercul (O) și să se verifice că raza r a cercului înscris în triunghiul ADB este egală cu $r = \frac{a}{2}(\sqrt{3} - 1)$.

b) Folosind rezultatele de mai sus, să se găsească coordonatele centrului I al cercului înscris în triunghi ADB și apoi să se scrie ecuația acestui cerc în raport cu un sistem de axe: AB, ca axă ox și diametrul oy perpendicular pe AB; să se verifice că DB este tangentă acestui cerc.

c) Presupunînd că întreaga figură se rotește în jurul axei ABC, să se găsească aria și volumul generat de triunghiul curbiliniu BDC.

(La Institutul de petrol, gaze și geologie, București, 1963)

PROBLEME PROPUSE *

6416. Să se demonstreze că într-un triunghi oarecare ABC avem relațiile:

$$\frac{h_b + h_c}{r_a} + \frac{h_c + h_a}{r_b} + \frac{h_a + h_b}{r_c} = 6,$$

$$\frac{r_b + r_c - r_a}{h_a} + \frac{r_c + r_a - r_b}{h_b} + \frac{r_a + r_b - r_c}{h_c} = 3$$

notațiile fiind cele obișnuite.

G. G. Niculescu, elev, Roman

---

* VIII (6418, 6420, 6424); IX (6421, 6423, 6427, 6431); X (6416, 6417, 6422, 6425, 6428, 6430, 6433, 6434, 6436); XI (6419, 6426, 6429, 6432, 6435, 6437, 6438, 6439, 6440). Se primesc soluții pînă la 30 octombrie 1964.

6417. Un punct luminos M se află în interiorul unui triunghi echilateral ABC.

O rază de lumină care cade din M pe latura BC, apoi pe CA și AB, se reflectă în centrul triunghiului.

Se cere unghiul ascuțit format de raza de lumină și latura BC în funcție de m și n distanțele de la punctul M la laturile AB și BC.

C. V. Costăchescu

6418. Să se determine mulțimea punctelor din planul a două axe dreptunghiulare, xoy, ale căror coordonate satisfac relația:

$$|x+y|+|x-y| \leqslant 1,$$

unde s-a notat prin $|a|$ valoarea absolută a numărului a.

O. Sacter

6419. Se dă un triunghi isoscel ABC. Fie D mijlocul bazei BC, E proiecția lui D pe AC, iar F mijlocul lui DE. Să se arate că AF și BE sînt perpendiculare între ele.

The American Mathematical Monthly

6420. Se dă expresia

$$E=\frac{1}{(1+x)^3}+\frac{1}{(1-x)^3}+\frac{1}{2(1+x)^4}+\frac{1}{2(1-x)^4}.$$

a) Să se arate că dacă $x^2=1+\frac{2\sqrt{2}}{3}$, avem $E=\frac{9}{2}$.

b) Să se calculeze valoarea lui E pentru $x^2=1-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C.I.T.

6421. Definim operația dintre două numere reale notată cu * astfel:

$$ab=a-\alpha b+\alpha ab$$

unde α este un număr real, nenul dat. Dacă notăm cu x_1 soluția ecuației $x*a=0$, iar cu x_2 soluția ecuației $a*x=2a-(\alpha+1)x$, să se arate că:

$$x_1^n*(\alpha^{n-1}x_1^n)=x_1^{2n} \quad \text{și} \quad (\alpha^{n+1}x_2^n)*x_1^n=\alpha^2x_1^{2n},$$

unde n este un număr natural; $\alpha+1\neq 0$ și $1+a\alpha\neq 0$.

D. M. Bătinețu, student, București

6422. Să se rezolve ecuația

$$4x^3\sin a+6x^2\sin 2a+4x\sin 3a+\sin 4a=0.$$

* * *

6423. Se consideră un triunghi ABC și L_0 un punct în planul său. Dreptele BL_0, CL_0 taie AC și AB în B_1, C_1 respectiv. Dreapta AL_0 taie BC în L și B_1C_1 în L_1. Dreptele BL_1, CL_1 taie AC, AB în B_2, C_2 iar B_2C_2 taie AL_0 în L_2; BL_2, CL_2 taie AC, AB în B_3, C_3 etc. Se notează

σ_n = aria (AB_nC_n); s_n = aria (LB_nC_n). Se cere să se exprime $\frac{\sigma_n}{s_n}$ în funcție de $\frac{LA}{LL_0} = k$. (În legătură cu problema 5483).

Adrian Chisăliță, student, Cluj

6424. Să se arate că dacă $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$;

$$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0, \text{ atunci } \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1.$$

Matematika, Sofia, 1963

6425. Să se arate că expresia:

$$E=1-[a(2a-1)+b(2b-1)]n+ab(2a-1)(2b-1)n^2-(a+1)n+$$
$$+b(2b-1)n(a+1)^n-(b+1)^n+a(2a-1)n(b+1)^n+(a+1)^n(b+1)^n,$$

este un multiplu de $a^2 \cdot b^2$ pentru orice n întreg și pozitiv, unde a, b sînt numere naturale prime între ele. (Generalizarea problemei 3746).

Liviu Pirșan, student, București

6426. Să se construiască un triunghi ABC, cunoscînd cercul circumscris lui, poziția centrului de greutate G și cînd expresia $E=b^2+c^2-a^2$ este maximă. Idem, dacă E este minimă. Discuție.

Șerban I. Grigorescu, student matematici, București

6427. Să se construiască cercul care trece prin două puncte date și are tangenta, dusă dintr-un punct dat, de o mărime dată.

I. Brătulescu, profesor, Constanța

6428. Să se demonstreze că între elementele unui triunghi oarecare avem relația:

$$\sqrt{a \sin A}+\sqrt{b \sin B}+\sqrt{c \sin C}=\sqrt{2p(\sin A+\sin B+\sin C)}.$$

Udriște Constantin, prof., București

6429. Fie M mijlocul segmentului determinat de punctele de contact T_1 și T_2 ale tangentelor duse din punctul A la cercul de rază r cu centrul în punctul B.

Considerînd punctele A și B fixe iar r variabil, se cere:

a) Locul geometric al punctului M,

b) Locul geometric al punctului N, mijlocul segmentului AM.

Gh. Călugăriță, București

6430. Notăm cu lg$a$ logaritmul general al lui a. Să se demonstreze că: a) numărul x fiind pozitiv avem $\lg(x+1) > \frac{3}{10} + \lg x$ (în legătură cu problema 6194) și b) numărul n fiind natural avem întotdeauna:

$$\lg(n!) < \frac{3n}{10}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}\right).$$

Voiculescu Dan, elev, București

6431. Dintr-un punct T se duc la cercul O tangentele TA, TB, A și B fiind punctele de contact. Prin punctul A se duce dreapta AC paralelă cu tangenta TB, care întîlnește cercul în C. Dreapta TC întîlnește cercul a doua oară în punctul D, iar dreapta AD întîlnește tangenta TB în E.

a) Să se demonstreze că triunghiul AET este asemenea cu DET, și din această asemănare să se deducă relația $ET^2 = EA \cdot ED$.

b) Să se arate că AE este mediană în triunghiul TAB și să se calculeze lungimea ei cînd se dă raza r a cercului și lungimea tangentelor $TA = TB = a$.

c) Dacă tangentele TA, TB se iau perpendiculare să se afle mărimea coardelor AC, AD, DC cu ajutorul razei cercului.

I. Teodorescu, Galați

6432. Să se reprezinte grafic:

$$\sqrt{1-x}+\sqrt{y-1}=1;\ \sqrt{1+x}+\sqrt{1+y}=1;$$
$$\sqrt{1-x}+\sqrt{y-1}=0;\ \sqrt{1+x}-\sqrt{1-y}=0;$$
$$\sqrt{1+x}+\sqrt{1-y}=1;\ \sqrt{1-x}+\sqrt{1-y}=1.$$

C. Ionescu-Țiu

6433. Se consideră piramida $VA_1A_2\ldots A_n$ baza $A_1A_2\ldots A_n$ fiind un poligon regulat cu n laturi, $A_1A_2 = a$, iar $VA_1 = k$. Se cere unghiul diedrului format de către planele VA_1A_2 și VA_2A_3; b) invers, fiind dat unghiul diedrului format de planele VA_1A_2, VA_2A_3 și două din elementele a, k, n să se determine celălalt element. (Generalizarea problemelor 5914 și 5887).

Eugen I. Popa, elev, Iași

6434. Să se arate că dacă

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=a+b+c \quad \text{și} \quad \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=a^2+b^2+c^2$$

atunci

$$\frac{1}{a^n}+\frac{1}{b^n}+\frac{1}{c^n}=a^n+b^n+c^n.$$

(În legătură cu problema 5633).

Popa H. Alexandru, elev, Pucioasa

6435. Fie M un punct variabil al unei elipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0$, iar $F'(-c,O)$; $F(c, O)$ focarele sale. Se duce prin F o paralelă la tangenta în M, care taie normala în M în punctul P_1 și o paralelă la normală care taie tangenta în R_1.

a) Fie S_1 mijlocul segmentului P_1R_1. Să se găsească locul lui S_1 cînd M descrie elipsa.

b) Ducînd în S_1 tangenta și normala la locul găsit, iar prin F paralele ca mai sus, găsim punctele P_2 și R_2 și mijlocul segmentului P_2R_2 notat cu S_2. Găsim locul lui S_2 cînd M descrie elipsa și procedînd tot așa mai departe găsim $S_3, \ldots, S_n$. Să se găsească locul punctelor $S_2S_3 \ldots S_n$ cînd M descrie elipsa.

Petre Stavre, Craiova

6436. Se dă ecuația (1) $x^3+px+q=0$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3.

a) Să se formeze ecuația $f(x)=0$ cu rădăcinile $\frac{x_1}{x_2x_3}, \frac{x_2}{x_1x_3}, \frac{x_3}{x_1x_2}$;

b) să se determine relația dintre p și q astfel ca rădăcinile ecuației $f(x)=0$ să fie în progresie aritmetică. Să determine apoi rădăcinile ambelor ecuații ; c) caz particular $q=4$.

Șt. Musta, Oradea

6437. Se dă funcția $y=\frac{-3x+2}{x^2-3x+2}$.

a) Să se construiască curba reprezentativă și să se scrie ecuația tangentei în punctul de intersecție al curbei cu axa Ox.

b) Se consideră ecuația $\frac{-3x+2}{x^2-3x+2}=m$. Să se discute rădăcinile ecuației cînd parametrul m variază.

(Bacalaureat, America de Sud, 1962)

6438. a) Să se reprezinte grafic funcția

$$y=\frac{2x^2-4x+3}{x^2-4x+3}.$$

b) Folosind curba reprezentativă a funcției precedente să se discute rădăcinile ecuației

$$(m-2)x^2-4(m-1)x+3(m-1)=0.$$

c) Să se afle limita expresiei sec x—cosec$2x$, cînd x tinde către 90°.

(Bacalaureat, Cambodgia, 1963)

6439. Să se reprezinte funcțiile :

$$y=\sqrt{(x-1)^2}+\frac{1}{x} \text{ și } y=(x-1)+\frac{1}{\sqrt{x^2}}.$$

* * *

6440. Să se reprezinte grafic funcția : $y=\frac{2\sin^2 x}{\sin x+|\sin x|}$.

(Rozhledy, Praga, 1962)

6441. Să se arate că dacă $0 \leqslant x \leqslant 3°$, avem

$$\sin(5x + 37°)\cos(5x + 23°) \geqslant \sin(11x + 19°)\cos(11x + 5°)$$

C. Ionescu-Țiu

6442. a) Să se studieze variația funcției:

$$y = \frac{1}{x-1} - \frac{4}{x-2}$$

și să se construiască curba reprezentativă

b) Se consideră ecuația:

$$\frac{1}{x-1} - \frac{4}{x-2} = m.$$

Să se studieze numărul și semnul rădăcinilor acestei ecuații, în funcție de valorile parametrului m.

c) Să se arate că între rădăcinile x' și x'' ale acestei ecuații există o relație independentă de m.

d) Fie $\operatorname{tg}\beta = x$, ($x$ fiind o rădăcină diferită de zero a ecuației $y'(x) = 0$). Să se calculeze $\operatorname{tg} 4\beta$.

e) Presupunînd că $x = x_1$ și $y = x_2$ (x_1, x_2 fiind valorile pentru care funcția derivată n-are sens), reprezintă o soluție particulară a ecuației.

$$7x - 3y = 1$$

să se găsească toate soluțiile întregi ale acestei ecuații.

(*Bacalaureat Guineea*, 1963)

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII *

E : 2169. La jocurile olimpice de la Roma din 1960 U.R.S.S. a obținut 103 medalii de aur, argint și bronz. Medalii de argint a obținut cu 14 mai puține decît medalii de aur, iar medalii de bronz cu 5 mai puține decît jumătate din medaliile de aur și argint împreună.

Cîte medalii de aur, argint și bronz a obținut U.R.S.S. ?

Sulă Octavian, profesor, Vaslui

E : 2170. O G.A.C. a cultivat cu porumb 120 ha în trei tarlale și a obținut producții medii/ha după cum urmează : de pe prima tarla 32 q/ha,

* V (E : 2169, 2170, 2173) ; VI (E : 2172, 2176, 2182) ; VII (E : 2171, 2179, 2180) ; VIII (E : 2174, 2175, 2177, 2178, 2181, 2183). Se primesc soluții de la elevii claselor V—VIII pînă la 1 noiembrie 1964).

de pe a doua 41 q/ha iar de pe tarlaua experimentală 50 q/ha. Știind că prima tarla este de 3 ori mai mare decît cea experimentală și că în total s-au recoltat 4560 q porumb, să se afle suprafața fiecărei tarlale.

Munteanu Romeo, student, București

E : 2171. Robinetul A umple în 8 ore 2/3 dintr-un bazin, robinetul B umple în 6 ore 2/5 din același bazin, iar dacă acestora li se alătură și robinetul C, vor umple bazinul, curgînd împreună, în 4 ore. În cît timp robinetul C poate umple singur bazinul ?

* * *

E : 2172. O echipă de muncitori are de executat o lucrare. Dacă echipa ar avea cu 6 muncitori mai mult, lucrarea ar dura cu 7 zile mai puțin, iar dacă ar avea cu 2 muncitori mai puțin lucrarea ar dura cu 7 zile mai mult. Cîți muncitori avea echipa și cîte zile a durat lucrarea ?

Georgescu Marcel, elev, Ploiești

E : 2173. Fabrica de confecții Moldova, Iași, a dat la un loc peste plan într-o zi, 120 m stofă de 60 lei metrul și o țesătură de 30 lei metrul, obținînd o economie de 1760 lei. Știind că pentru 1 metru de stofă peste plan revine o economie de 2/5 din cost, iar pentru 1 metru de țesătură (peste plan) revine 1/3 din cost (economie) să se afle cîți metri de stofă și cîți de țesătură s-au dat peste plan în acea zi.

Ion Gurămultă, student

E : 2174. Să se arate că dacă

$$x+y+z=xy+xz+yz$$

atunci,

$$x^2(1-y^2)+y^2(1-z^2)+z^2(1-x^2)=2(x+y+z)(xyz-1),$$

I. Brătulescu, profesor Constanța

E : 2175. Se dă produsul

$$(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)$$

unde $2p=a+b+c+d$.

Care este valoarea produsului dacă $a^2+b^2=c^2+d^2$.

Teodorescu I., Galați

E : 2176. Reducînd timpul de deservire al locului său de muncă, un frezor a reușit să frezeze 41 pene pe schimb în loc de 40 pene, cît era norma de producție pe schimb. Știind că norma de timp a fost stabilită sporind cu 5% timpul necesar pentru executarea operației de frezare (timp operativ) să se afle la ce procent din timpul operativ a fost redus timpul de deservire

* * *

E : 2177. Să se arate că :

$$\frac{2(1-ax)}{a-\frac{1}{x}}+\frac{1+b(1+x)}{b+\frac{1}{1+x}}+\frac{1-b(1-x)}{b-\frac{1}{1-x}}=0;$$

$$\frac{1+ax}{1+a+\frac{1-x}{x}}+\frac{1+(a+1)x}{a+\frac{1}{1+x}}+\frac{1-b(1-x)}{b+\frac{1}{1+x}+1}+$$

$$+\frac{1-(b+1)(x+1)}{b+\frac{x}{1+x}}=0.$$

C. Ionescu-Țiu

E : 2178. Să se afle valoarea expresiei :

$$\frac{x^2+2xy+y^2}{y(x^2-y^2)}-\left[\left(1-\frac{y}{x}\right)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\right]:\left[\left(1-\frac{2y}{x}+\frac{y^2}{x^2}\right)\left(1+\frac{y}{x}\right)\right]$$

pentru

$$x=\frac{2,5+3\frac{2}{3}\left(5+0,4\cdot\frac{5}{8}\right)-0,5:2\frac{1}{2}}{24:6,4-\left(12:3\frac{3}{8}+\frac{2}{3}\right)\cdot 0,5-\sqrt{1,5625}}.$$

(La admiterea în cl. VIII, Constanța, 1962)

E : 2179. Elevii școlilor medii din orașul Constanța fac practică în producție după cum urmează : 50% din numărul total al elevilor au fost repartizați la gospodăriile agricole de stat și $\frac{3}{10}$ la diferite întreprinderi mai mici. Din numărul celor rămași $\frac{5}{8}$ au fost repartizați la S.N.C., 25 elevi la I.P.A.T., iar restul care reprezintă $\frac{1}{15}$ din numărul total al elevilor lucrează la uzina Ovidiu II. Câți elevi fac practică în producție?

E : 2180. Să se afle valoarea numerică a expresiei :

$$\left[\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^4}+\frac{2}{m-n^2}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m}\right)\right]:\frac{2mn^2+m^2+n^4}{m\cdot n^2}$$

pentru

$$m = \frac{\left(1{,}08 - \frac{2}{25}\right) : \frac{4}{7}}{\left(6\frac{5}{9} - 3\frac{1}{4}\right) \cdot 2\frac{2}{17}} + \left(4{,}5 - 3\frac{4}{7}\right) - \sqrt{44\frac{133}{169} + \frac{15}{28}}; \qquad n = 2.$$

(La admiterea în cl. VIII, Constanța 1963)

E : 2181. Să se rezolve sistemul :

$$\frac{7x - 9y}{11y - 7x} = \frac{8x - 7y}{9y - 8x}$$

$$\frac{9x - 5y}{5y - 11x} = \frac{6x - 3y}{3y - 8x}$$

Popescu Ovidiu, elev, Cîmpulung Moldovenesc

E : 2182. Un biciclist a plecat din București la ora 10 pentru a ajunge la Ploiești la ora 14 și a hotărît să meargă cu o viteză constantă. La kilometrul 15 i se defectează bicicleta și reparatul ei durează 1/2 h. Pentru a ajunge la timp el își mărește viteza. Știind că distanța București-Ploiești este de 60 km să se afle viteza cu care a mers pînă la kilometrul 15 și viteza cu care a mers de la kilometrul 15 pînă la Ploiești.

Băluță Tudor, elev, București

E : 2183. Să se arate că ecuațiile următoare au aceeași soluție :

$$(x - b)(x - c) + x(x - a) = bc,$$

$$(x - c)(x - a) + x(x - b) = ca,$$

$$(x - a)(x - b) + x(x - c) = ab.$$

Udrițe Constantin, București

CĂRȚI NOI ȘI PERIODICE

1. *Edmond Nicolau, Introducere în cibernetică*, Editura tehnică, 1964, Biblioteca Societății de științe matematice din R.P.R. nr. 62.

Lucrarea prezintă principalele probleme ale ciberneticii la un nivel mediu, recurgînd la un aparat matematic redus, care în principal se bazează pe cunoștințele predate în școala medie. Noțiunile suplimentare de matematică sînt expuse într-un mod accesibil, recurgîndu-se la exemple simple și intuitive.

Cartea cuprinde : Introducere, elemente de teoria mulțimilor, algebră booleană, modele, calculatoare digitale, algoritmi și programe, limbajul electronic, sisteme de comunicații, transmiterea informației, automate, cibernetica și lingvistica, inteligența artificială, teoria jocurilor, gîndirea și mașinile cibernetice.

Deşi problemele tratate sînt dificile, ele sînt expuse intuitiv şi uşor de înţeles, lucrarea putînd fi citită de un cerc larg de cititori.

Lucrarea se adresează cadrelor didactice din învăţămîntul mediu, elevilor din ultimele clase ale şcolii medii, studenţilor din primii ani şi tuturor persoanelor avînd un nivel mediu de cunoştinţe.

2. *Constantin Ionescu-Bujor, Elemente de transformări geometrice (partea a treia)*. Editura tehnică, 1964, Biblioteca Societăţii de ştiinţe matematice din R.P.R. nr. 63.

In acest al treilea volum (din seria de patru volume) sînt studiate transformările omologice (în plan şi în spaţiu) şi conicele prin metodele geometriei sintetice, dîndu-se o serie de aplicaţii şi de proprietăţi ale figurilor geometrice rezultate prin aplicarea transformărilor respective unor anumite figuri.

Ca şi în cele două volume precedente, transformările geometrice care fac obiectul lucrării sînt considerate din punct de vedere grupal.

Lucrarea se adresează elevilor înaintaţi din şcolile medii, studenţilor din primul an, cadrelor didactice din învăţămîntul de cultură generală şi unor anumite categorii de tehnicieni şi ingineri.

GAZETA MATEMATICĂ, SERIA A, nr. 4/1964.

Din sumar: *M. Nicolescu:* Figuri de matematicieni romîni; *S. Marcus:* Două probleme de teoria mulţimilor şi a funcţiilor din „American mathematical Monthly"; *R. Iordăchescu:* Asupra unei probleme de tangenţă, *O. Păläcianu:* Cîteva probleme cu caracter tehnic; * * *: Un exemplu de folosire a metodei euristice; * * * O şcoală specială de fizică şi matematică; *M. Haimovici:* Simion Sanielevici.

GAZETA MATEMATICĂ SERIA A, nr. 5/1964.

Din sumar: *O. Aramă:* Din activitatea Institutului de calcul al Academiei R.P.R.; *R. Iordănescu:* Unghiul a două drepte; *V. Băghină:* O problemă de geometrie analitică; *I. Hadîrcă:* Soluţia sintetică a aceleiaşi probleme; *C. Meghea:* Despre calculul diferenţial şi integral în şcoala medie.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Soluţii bune primite pînă la 15 aprilie 1964 (urmare).

BUCUREŞTI (urmare).

Ş.m. 37, cl. VIII. Secoşan Mihaela (E: 2084, 89, 91, 96, 98, 100, 05; 6139).

Ş.m. 39, cl. VI. Orzănescu Maria (E: 2071, 74, 80, 81, 90, 92, 104), Ursache Elena (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 83, 90).

Ş.m. 40, cl. VII. Constantin Cornel (E: 2067—71, 74, 77, 79).

Şc. 8 ani nr. 23, cl. VII. Georgescu Eugen (E: 2065, 68, 78, 80—84, 90).

Şc. 8 ani nr. 28, cl. VI. Cioică Niculae (E: 2080, 81, 90, 115).

Şc. 8 ani nr. 41, cl. VII. Stăticescu Ion (E: 2080—85, 90, 95, 96, 98, 99, 104), Stănescu Nicolae (E: 2081, 83, 90, 92, 95, 104, 08, 20).

Şc. 8 ani nr. 51, cl. V. Cuda Mihaela (E: 2067, 69, 71, 74, 79—81, 90).

Şc. 8 ani nr. 52, cl. VI. Caradima Adrian (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 80, 81, 83, 92).

Şc. 8 ani nr. 71, cl. VII. Serghiescu Vlad (E: 2080—86, 90—92, 96—98).

Şc. 8 ani nr. 76, cl. VII. Talianu Andruşca (E: 2064, 67, 69, 71, 75, 77, 79; 6126), Tiron Liviu (E: 2092, 93, 95, 96, 98, 100, 02—07).

Şc. 8 ani nr. 107, cl. VI. Botoacă Doru (E: 2080, 81, 83, 86, 90, 92, 93, 104, 15).

Şc. 8 ani nr. 128, cl. VI. Ciora Mihaela (E: 2069, 71, 74, 77—80). Cl. VII. Nasta Lucia (E: 2071, 75, 84, 90, 96—98), Nedelcu Irina (E: 2067, 75, 79—81, 83, 90). Cl. VII. Oprică Rodica (E: 2075—83), Şerban Corina (E: 2067—69, 71, 74—76).

Şc. 8 ani nr. 141, cl. VI. Zaharia Vlad (E: 2071, 74, 80, 81, 90, 92; 6126).

Şc. 8 ani nr. 145, cl. VII. Abălăbănoaiei Angela (E: 2064, 67—71, 74, 77, 79), Marin Liana (E: 2074, 77, 79—82, 90), Opriş Nicoleta (E: 2071, 74, 75, 77, 79—82, 90), Şerban Georgeta (E: 2065, 67, 74, 75, 77—79).

Şc. 8 ani nr. 146, cl. VI. Bădescu Smaranda (E: 2092, 93, 95—98, 100, 04, 06). Cl. VII. Atanasiu Traian (E: 2092, 95—98, 100, 04).

Şc. 8 ani nr. 171, cl. V. Alexandrescu Valentin (E: 2065, 74, 80, 81, 92, 93, 104), Bănulescu Cornel (E: 2065, 69, 74,

80, 84, 92, 93, 104), Rovenţa Cornelia (E: 2064, 65, 74, 80, 81, 92, 104). Cl. VII. Ştefancelmare Elena (E: 2090, 91, 96, 98, 99, 102, 04).

Şc. 8 ani nr. 174, cl. VI. Constantinescu Romulus (E: 2069, 71, 72, 74, 79, 80, 90).

BUDA BLĂGEŞTI (Bacău). Şc. 7 ani. Absolvent Merluşcă Gheorghe (E: 2080—83, 86, 90, 91). Cl. VII. Ghinea Aurica (E: 2068, 71, 80, 81, 90, 91, 115, 22).

BUFTEA (Bucureşti). Ş.m. cl. VIII. Andreiciuc Maria (E: 2082, 83, 86, 92, 96, 98, 104), Hagiescu Ion (E: 2082, 83, 86, 90, 97, 98, 104), Nistor Maria (E: 2082, 83, 86, 90, 92, 96—98), Pavel Constantin (E: 2083, 85, 90, 96—98, 104), Vasiliu Elena (E: 2080, 83, 86, 90, 92, 96, 98, 104).

BUZĂU. Ş.m. 1, cl. VII. Comănescu Mircea (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 77, 79), Ionescu Dan (E: 2080—82, 85, 90, 96, 99, 104).

Ş.m. 2, cl. VIII. Bogdan Ion (E: 2080—86, 92, 97, 98, 100, 04, 10, 21), Măleuţă Mariana (E: 2081—83, 85, 86, 88, 89, 91, 97, 98, 103, 04; 6149). Cl. X. **Cojan Marius** (6055, 118, 27, 29, 31, 32, 34, 35, 39, 42—46, 48, 51, 56, 58, 62, 63, 69, 71, 77, 79, 83, 86, 92, 99, 208, 09, 12, 13, 17, 19, 34, 37, 40, 43, 47), **Filipoiu Alexandru** (6101, 14, 27, 28, 31, 32, 34—36, 39, 41—46, 48—51, 55, 63, 64, 66, 71, 77, 79, 83, 86, 88, 90—92, 95, 99—201, 03, 08, 09, 13, 24, 32, 36, 40—43, 47).

BUZIAŞ. Ş.m. cl. VII. Albu Elena (E: 2069, 71, 74, 77—81, 90, 92, 104), Ungureanu Angelica (E: 2080, 81, 88, 90, 95, 96, 99). Cl. VIII. Telibaşa Lucreţia (E: 2080—86, 90, 92, 98).

CĂLAFAT. Şc. 8 ani, cl. VII. Niţescu Magdalena (E: 2081—86, 88, 90, 91, 95, 97, 100, 04, 08, 09, 13, 14, 16, 21, 22, 25). Cl. VIII. Baicon Toma (E: 2068, 82—84, 88, 91, 92, 96, 100, 04), Chifu Floarea (E: 2071, 82—84, 86, 88, 91, 92, 96—100), Cojocaru Aurelia (E: 2071, 82—84, 86, 88, 91, 92, 96—100, 04), Deca Georgeta (E: 2067, 68, 82—84, 86, 88, 91, 92, 95, 97, 99, 100, 04), Lascu Maria (E: 2082—84, 86, 88, 91, 96—98, 100, 02), Mitroi Elena Valeria (E: 2082, 83, 86, 90, 92, 93, 95, 98, 104, 14, 15), Pechianu Nicolae (E: 2068, 72, 75—78, 84, 88, 91, 96, 98, 100), Rotaru Arvanitopol (E: 2082—84, 96—98, 100, 08—10, 13—15, 21, 22), Ruiu Adrian (E: 2082—84, 91, 96, 98, 100, 09, 13—16, 21).

CĂLĂRAŞI. Şc. 8 ani nr. 5, cl. VI. Călin Marcela (E: 2080, 81, 90, 95, 96, 99, 104). Cl. VII. Moisescu Const. (E: 2080—84, 88, 90), Stan Monica (E: 2084, 86, 88, 90, 91, 95, 104), Vaciu Veronica (E: 2080—82, 88, 90, 92, 96).

CĂLIMĂNEŞTI. Ş.m. cl. VIII. Puchiu Cristina (E: 2080—84, 86, 90, 91).

CALVIN (Ploieşti). Şc. 8 ani, cl. VII. Boncu Elena (E: 2067, 68, 69, 71, 75—77, 81, 83, 90).

CĂPĂŢÎNENI (Argeş). Şc. 8 ani, cl. VII. Decher Liviu (E: 2080—82, 84, 87—91), Dumitraşcu Floarea (E: 2080—82, 84, 87—91), Ivan Marin (E: 2080—82, 84, 87—91), Piciovnic Nicolae (E: 2080, 81, 84, 87—91).

CARANSEBEŞ. Ş.m. cl. VIII. Bocicaru Monica (E: 2080—85, 92, 96—100), Budrugeac Petre (E: 2084, 88, 89, 91, 96, 98, 99, 107—09, 13, 18, 21), Feneş Ion (E: 2096, 98, 100, 09, 13, 18, 21), Geana Nistor Pavel (E: 2066, 68, 71, 73, 75, 84, 91), Hahui Const. (E: 2096, 98, 100, 09, 13, 18, 21), Lungu Ioan (E: 2067, 69, 74, 83, 84, 86, 92), Marinca Elisabeta (E: 2064—75, 77—79, 84, 88, 91, 96, 98—103; 6112; 39; 41; 42; 48), Nicolescu Ecaterina (E: 2066, 68, 91, 96, 99, 104; 6149), Puraciu Liviu (E: 2082—84, 92, 95, 96, 98, 99, 100, 04, 08, 21; 6187), Spaia Anania (E: 2094, 96, 98—100, 09, 22), Ştefănescu Mircea (E: 2064, 66, 70, 72, 73, 77, 80, 81, 85, 86, 90; 6103), Teghiu Liviu (E: 2084, 90, 97, 98, 100, 21; 6134). Cl. X. **Bena Dorin** (6055, 56, 58, 59, 63, 64, 66, 68, 71, 74—78, 90, 91, 94, 97, 100, 01, 04, 05, 10, 11, 14, 18, 27, 30—39, 41—43, 50, 51, 55, 56, 58—61, 64—66, 68, 69, 71, 73, 74, 77, 79, 81—84, 88—91, 93—95, 97, 98, 204—213, 17, 20, 23, 26, 27, 29, 32, 35, 36, 40, 41, 43, 44, 47, 54, 56—65, 67, 69, 71, 73—76, 80, 99, 301).

CIACOVA (Banat). Ş.m. cl. VII. Gheorghiciuc Mirela (E: 2080, 82, 84, 85, 88, 90, 91).

CIPĂU (Reg. Mureş Aut. Magh.). Ş.m. absolvent Stan Ion (6096, 108, 18, 30—34, 39, 42, 44, 46—48, 50, 58—63, 74, 77, 83).

CÎLNIC (Oltenia). Şc. 8 ani, cl. VI. Ciocîrlie Marioara (E: 2074, 80, 81, 83, 90, 92, 104).

CÎMPIA TURZII. Şc. profes. ucenici. Cîmpeanu Emil (E: 2066, 68, 69, 70, 71, 74, 75, 77—79).

CÎMPINA. Ş.m. 1, cl. VIII. Alexandru Doru (E: 2064—71, 73—79), Andrei I. Gh. (E: 2083, 96, 98, 109, 15, 16, 22), Mărăşescu Adrian (E: 2084, 96, 98, 99, 109—10, 18, 20, 21; 6139), Văcăroiu Ioana (E: 2096—99, 102, 09, 13, 21, 22). Cl. X. Rotaru Alex. (6131, 34, 36, 39, 42, 46, 49, 92, 209, 43).

CIMPULUNG MOLD. Ş.m. Dragoş-Vodă, cl. VIII. Capriuc Dorin (E: 2067—69, 71, 74, 77, 79, 80), Scherf Solomon (E: 2066—69, 71, 74, 75, 77—80), Ţăranu Gh. (E: 2067—69, 71, 74, 77, 79, 92). Cl. X. Achimenco Viorel (6131, 32, 34, 36, 39, 41, 42, 45—47, 50, 71, 79), Biltac Sabin (6100, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46—48), Cioancă Neculai (6071, 77, 78, 98, 131, 134, 41, 42, 44, 46, 63, 69, 79, 86).

CIMPULUNG MUSCEL. Ş.m. D. Golescu, cl. XI. Golescu Alex. (6063, 69, 179, 92, 99, 208, 10, 13, 18, 24), Nişică Ju. Gh. (6128—35, 39, 42, 46, 47, 50, 58, 63), **Ţăposu Iosif** (6127—36, 39, 39, 42—50, 55, 58—60, 63, 66, 68, 69, 71, 74, 76, 77, 79, 80, 82, 88, 91, 92—94, 99, 203, 08, 09, 11—16, 38, 42, 54).

CLUJ. Studenţi: Elekes Istvan (6130—34, 39, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 56, 58, 63), Munteanu Maria Gabriela (6071, 118, 30—34, 39, 42, 62).

Ş.m. G. Coşbuc, cl. VI. Mihălceanu Dan (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 104, 11, 15, 17, 22), Pop Adrian (E: 2080, 81, 83, 85, 88, 90, 95).

Ş.m. nr. 4 E. Racoviţă cl. VII. Bălosu Virgil (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 81, 90, 92, 96, 104), Boceanu Ana (E: 2080, 81, 86, 88, 90, 91—93, 103), Udrea Vasile (E: 2071, 74, 75, 83, 90, 92, 96). Cl. VIII. Gabriel Iuliu (E: 2065, 68, 73, 78, 82, 84, 91, 98, 100), Lascu Ion (E: 2080—93, 95—98, 100—09, 15—17, 19—22), Şandor Matei (E: 2067, 69, 71, 74, 76, 80, 81, 83, 88, 90; 6139). Cl. X. **Heipler Andrei** (6127, 29, 31—34, 36, 37, 39, 41, 42, 44—48, 50, 51, 55, 58, 61—64, 66, 69, 71, 77—79, 81, 83, 86, 88, 91, 92, 94, 95, 97, 99, 201, 08, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 23, 24, 26, 27, 29, 30, 32, 34, 36, 37, 40—43, 47, 54, 56), Mild Cornel (6127—29, 31, 32, 34, 39, 42, 44—48, 50, 51, 55, 63).

Ş.m. nr. 5, G. Bariţiu, cl. VI. Rădulescu Şerban (E: 2080—82, 90, 93, 96, 98, 100, 02, 04). Cl. VIII. Ardeleanu Adriana (E: 2080—82, 84, 90, 92, 97, 98, 100), Crişan Corneliu (E: 2066, 67, 69, 71, 74, 75—79), Gatt Marieta (E: 2088, 89, 91, 96, 97, 99; 6131, 49), Grigore Corneliu (E: 2108—10, 13, 16, 18, 20—22). Popa Marcel (E: 2080—83, 86, 90, 93, 95, 104, 06), Sasu Ioan (E: 2066, 67, 69, 71, 74, 75, 77—80, 83, 84, 88—100), Ranta Lucian (E: 2066—68, 71, 74, 75, 76, 79, 92, 93), Oprişoiu Mariana (E: 2066, 73, 76, 78, 84, 88, 91). Cl. XI. Man Eugen (6092, 96, 99, 107, 08, 11, 14, 15, 19, 30, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58, 66, 69, 71, 74, 77, 79, 83, 88, 91, 92, 97), **Călugăreanu Grigore** (6095, 98, 107, 08, 11, 28, 36, 41, 48, 51, 52, 57, 62, 66, 68, 69, 71, 74, 77, 79, 83, 88, 91, 92, 97, 99, 208—17, 19, 21, 24, 25, 27, 29, 40, 42, 43, 47, 51, 54, 55).

Ş.m. nr. 8 N. Bălcescu, cl. VI. Coldea Adrian (E: 2080, 81, 83, 86, 90, 92, 95, 96, 99, 104, 06), Meseşan Minodora (E: 2067, 69, 71, 80, 81, 90, 104), Soşa Teodor (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 81, 83, 90), Vigu Dan (E: 2067, 69, 71, 77, 80, 81, 83, 90). Cl. VII. Bejinaru Mircea (E: 2067, 69, 71, 79, 80, 81, 83, 90), Man Augustin (E: 2065, 68, 69, 74, 79, 83, 90), Moşeagu Lucian (E: 2086, 91, 92, 95, 104, 08, 14, 21), Tudoran Tudor (E: 2067—69, 71, 75, 79, 80). Cl. VIII. Damian Dorin (E: 2066, 68, 73, 78, 84, 91, 96, 89, 99, 113, 18, 21, 22; 6139), Ionescu Marian (E: 2066, 89, 91, 96, 98, 100; 6139), Lucaci Gh. (E: 2068, 78, 84, 91, 96, 98, 100; 6139), Negru Andrei (E: 2066, 68, 84, 91, 96, 98, 99), Stoian Daniela (E: 2084, 96, 98, 108, 09, 13, 21), Tulbure Valeria (E: 2067, 69, 71, 74, 77, 80, 81, 83, 86, 92, 104). Cl. X. Olaru Ana (6127, 29, 31, 32, 39, 42, 44, 46, 50, 69, 79, 243), Perl Toma (6118, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 55, 63), Cl. XI. Băjenaru Nicolae (6096, 111, 30, 31, 33, 39, 52, 58, 74, 82).

Ş.m. de arte plastice nr. 10, cl. V. Oprişoiu Adrian (E: 2069, 71, 74, 79, 80, 81, 85). Cl. VIII. Oprişoiu Mariana (E: 2066, 73, 76, 78, 84, 88, 91). Cl. X. Oprişoiu Nicolae (6059, 63, 71, 76, 77, 98, 105, 39, 42, 44, 63, 79).

Ş.m. 15, cl. VI. Iancău Marian (E: 2064, 65, 67, 68, 69, 71, 74).

CONSTANŢA. Şc. 8 ani nr. 12, cl. VI. Simota Cătălin (E: 2080—82, 84—86, 88, 90). Cl. VIII. Chiriac Călin (E: 2066—69, 71, 73, 74, 76, 78, 79, 84; 6105), Mărăşescu Mariana (E: 2080—84, 86, 89, 90; 6131, 39, 79), Roşca Iosif (E: 2084, 88, 96—98, 121, 22; 6131), Sandaclier Angela (E: 2080—86). Cl. X. **Chircu Teodor** (6127, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 41, 42, 44, 46, 47—50, 58, 63, 64, 66, 69, 71, 75, 77, 79, 82, 90, 92, 93, 95, 97, 99, 201), Neculce Cătălin (6129, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46—48, 50, 58), Prunişoara Dan (6127, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 48, 50, 69).

Ş.m. 3, cl. VIII. Blană Ionel (E: 2068, 88, 91, 96—98; 6139; 58). Cl. X. Boanţă Nicolae (6118, 32, 39, 42, 44, 50, 58, 66, 77, 78, 89, 95, 99)

Ş.m. 4, cl. XI. **Luca Ion** (6093, 95, 97—99, 101, 04, 05, 08, 10, 14, 18—20, 27—35, 39, 42, 44—49, 52, 55,

58, 64—71, 74, 77, 79, 82, 83, 85, 88, 91, 92, 95, 97, 99, 201).

Ş.m. 7, cl. VIII. Iosib Nicolae (E: 2080, 81, 84, 90, 91, 95, 104, 09, 13, 15, 17, 18, 21).

CRAIOVA. Absolvenţi: **Matecscu Lucian** (6095, 105, 11, 18, 19, 28—35, 39, 42, 46—48, 50, 55, 56, 63, 65, 69, 71, 74, 76, 77, 79, 83, 91, 92, 99, 208—10, 12, 15, 17, 29, 42, 43).

Ş.m. 1. N. Bălcescu, cl. VIII. Bălan Virgil (E: 2066, 68, 84, 88, 91, 96, 98; 6139), Ciobănescu Radu (E: 2068, 73, 76, 78, 84, 91, 99), Cumpănaşu Marg. Cristina (E: 2082, 83, 88, 90, 91, 6139, 91), Dragotă Gh. (E: 2068, 76, 78, 84, 91, 96, 98, 100), Ionescu Antoaneta (E: 2086, 88, 89, 91; 6139, 47, 91), Patra Cristian (E: 2065, 67, 69, 71, 74, 75, 78, 81—84, 86, 90—92, 96, 98, 99, 100, 04, 08—10, 15; 6158, 91), Popa Petre (E: 2068, 75, 78, 84, 91, 96, 98), Răduică Teodor (E: 2068, 76, 78, 84, 91, 96, 98), Romanţov (E: 2058, 75, 78, 84, 91, 96, 98), Văduvescu Gh. (E: 2091, 96—99, 109, 10, 13, 21), Turcu Ilie (E: 2064, 66—69, 71, 73—79; 6126), Zamfir Nicolae (E: 2066, 68, 73, 76, 84, 91; 6139, 47). Cl. X. Picu Ion (6127, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 48, 50), Popescu Virgil (6100, 18, 27, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58, 64), **Stăncuţ Lucia** (6093, 97—101, 110, 14, 16, 18, 20, 26, 27, 31, 32, 34, 36, 39, 42—46, 48—51, 56, 58, 61—63, 66, 69, 71, 77, 92, 95, 99, 205, 07). Cl. XI. **Georgescu George** (6055, 59, 62, 63, 65, 67, 68, 71, 74, 76, 78, 92, 94, 97, 100, 01, 04, 05, 13, 14, 18, 19, 26—36, 38—40, 42—46, 48, 50—52, 55, 56, 58, 61—64, 66, 69, 70, 77—80, 83, 85, 88, 90—93, 95, 98, 99, 201, 03, 04).

S.m. 2 Fraţii Buzeşti, cl. VIII. Luţă Rodica (E: 2080—86), Niţă Petre (E: 2066, 68, 76, 83, 84, 91; 6139). Cl. X. Babarada Ion (6105, 27, 31, 32, 34, 42, 44, 46, 69, 92), **Licoiu Dorian** (6093, 97, 98, 101, 14, 18, 27, 29, 31, 32, 34, 36, 37, 39, 40, 42—50, 56, 58, 62—64, 69, 71, 77—79, 83, 90—92, 94, 95, 97, 99, 201, 04, 07, 12, 13, 29, 42, 43, 47), Hotăranu Ion (6058, 71, 76, 78, 127, 31, 32, 34, 39, 42—44, 46, 49), Năstase Florea (6114, 18, 27, 31, 32, 34, 39, 42, 43, 44, 46, 49, 56, 58, 63).

Ş.m. 3, cl. VIII. Hobeanu Eugenia (E: 2065, 73, 94, 105; 6139, 49, 87), Mărăşescu Sebastian (E: 2067, 69, 71, 75—78, 86, 90, 92), Stancu Fănica (E: 2067—69, 74, 77—86). Cl. X. Andrei Silon (6071, 127, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 49), Cantil Ion (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 69, 71, 83), Ciuciu Doru (6097, 100, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 58), Diaconescu Mihaela (6131, 34, 39, 42, 44, 46, 58, 69, 92), Procop Elena (6100, 46, 50, 69, 71, 79, 92, 93, 209, 43). Cl. XI. Hanchievici Cristiana (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 47, 48, 58, 62, 69, 92), Săveanu Delia (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 48, 61, 62, 69, 71, 77, 92).

Ş.m. 4, cl. VIII. Purgariu M. Dănuţ (E: 2080—82, 84—86, 96—98, 100, 04). Cl. X. Chirea Augustin (6131, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 49, 71). Cl. XI. Badea Dumitru (6071, 108, 30, 31, 32, 33, 34, 42, 44, 46, 74), Buzatu Aurelia (6130—32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 63, 69, 71, 92), Cristescu Mărgărit (6096, 97, 101, 08, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 55, 69, 71, 74, 77, 92), Gavrilă Gh. (6096, 130—32, 34, 39, 42, 44, 47, 50, 58, 62, 69, 71, 74, 77, 88, 92, 99), Uţă Ion (6130—32, 34, 39, 42, 44, 46, 69, 71, 92), Boicescu Vlad (6093, 95, 99—101, 05, 07, 08, 11, 12, 14, 17—19, 27—36, 38, 39, 42, 44—46, 48, 50, 51, 56—58, 60, 62—66, 68, 69, 71, 74, 77—79, 82, 88, 90—92, 99).

Ş.m. de artă, cl. V. Ciocatura Hristo (E: 2080, 81, 85, 86, 92, 93, 104).

CURTICI (Banat). Ş.m. cl. VI. Bulboacă Lina (E: 2069, 72, 74, 81, 90, 92, 96), Don Floarea (E: 2069, 71, 74, 75, 80, 81, 83, 90, 92), Don Florica (E: 2069, 72, 74, 75, 80, 81, 83, 90, 92), Sîrvu Viorel (E: 2069, 71, 74, 75, 81, 83, 90, 92), Vaţi Floarea (E: 2069, 71, 74, 75, 80, 81, 83, 90, 92).

DEJ. Ş.m. cl. VII. Borsas Judith (E: 2066, 67, 71, 74, 80, 82—84). Cl. VIII. Daday Eniko (E: 2066, 68, 69, 74, 92, 96—99, 100), Iacob Remus (E: 2066, 68, 71, 74, 78, 81, 82, 86, 89, 90, 91), Incze Katalin (E: 2065, 69, 74, 78, 92, 96—98, 100), Safolvi Maria Antonia (E: 6067, 69, 71, 74, 77—79, 92, 93, 95, 96, 98—100), Zeng Iren (E: 2066, 71, 74, 76, 97—100). Cl. X. Barcsa Anamaria (6131, 34, 39, 42—44, 208, 09, 42, 45), Bercovitz Elena (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 47, 50, 213, 43), Bujor Elena (6131, 32, 34, 42, 44, 50, 208, 09, 17, 42, 43), Lucaci Marius (6131, 34, 39, 42, 44, 47, 50, 238, 42, 43).

DEVA. Ş.m. Decebal, cl. VIII. Duşa Dan (E: 2081—86, 92, 108), Staicu Melita (E: 2080—86, 90), Stratulat Adriana (E: 2080—86, 90, 92, 93, 96—100, 04). Cl. XI. Frenţoni Hortensia (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58, 62, 209, 12, 43), Marcu Grigore (6129, 34, 42, 50, 69, 71, 208, 09, 10, 15, 42, 43).

DRĂGĂNEŞTI-OLT. Ş.m. cl. VII. Dumitru Viorica (E: 2080, 81, 88, 90—92, 96). Cl. VIII. Cică (E: 2084, 91, 96—100,

06), Rotaru Al. Dan (E: 2075, 84, 91, 96—100, 05, 26, 39), Văduva Florea (E: 2065, 68, 73, 78, 84, 91, 96—99). Cl. X. Crăciun Gheorghe (6100, 05, 14, 26, 31, 39, 44, 46, 47, 58, 63, 79).

DOROHOI. Ş.m. cl. XI. Nacu Maria (6130, 31, 33—35, 42, 74, 216, 19, 43).

DĂENI. Şc. elem. 8 ani, cl. VII. Grigorescu Viorica (E: 2080—86, 90).

FĂGET. Ş.m. cl. VIII. Bulgan Grigore (E: 2081—86, 90, 91, 98).

FĂLTICENI. Ş.m. 1, cl. VII. Friedman Hedviga (E: 2080, 88, 90, 96, 99, 104, 09, 15), Polcac Elena (E: 2081, 89, 92, 95, 96, 99, 111, 21, 22).

FIENI. Ş.m. cl. VIII. Solomon Petre (E: 2079, 84—86, 90, 92, 95, 100).

FILIAŞI. Ş.m. cl. XI. Oprescu Gh. (6129—35, 39, 42, 44, 46, 48, 50, 58).

GALAŢI. Şc. elem. nr. 10, cl. VI. Berneanu M. (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 96, 99, 104), Ion Domnica (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 96, 99, 104), Scăneru Lenuţa (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 96, 99, 104).

Şc. elem. nr. 15, cl. VII. Sara Ion (E: 2080, 81, 83, 88, 90, 91, 96).

Şc. elem. nr. 16, cl. VII. Brînza Ioana (E: 2067, 68, 69, 71, 75, 80, 83, 90, 96, 104), Pandelea C. Maria (E: 2068, 69 74, 82, 83, 85, 88).

Şc. elem. nr. 20, cl. V. Susai Paul (E: 2065, 69, 83, 90, 92, 95, 104).

Şc. elem. nr. 21, cl. VII. Carabăţ Cornelia (E: 2076, 82, 83, 85, 88, 92, 95, 96, 104), Carabagjan Elena (E: 2067, 68, 71, 74, 75, 78, 79), Caraghiosu Angela (E: 2068, 74, 79, 80, 81, 90, 92, 96), Pătru Mioara (E: 2067—69, 71, 74, 76, 77, 79, 80—83, 90, 96), Tomulescu Lucia (E: 2067— 69, 71, 74, 77, 81). Wexler Adrian (E: 2080—82, 88, 90, 92, 96, 103).

Şc. elem. nr. 22, cl. VI. Ivanov Ion (E: 2069, 71, 80, 81, 90, 92, 104), Tăutu Paul (E: 2069, 71, 80, 81, 90, 92, 104).

Şc. elem. nr. 23, cl. V. Bejan Ovidiu E: 2069, 71, 80, 90, 92, 94, 95, 104), Fulger Iuliana (E: 2080, 81, 90, 92, 93, 95, 104). Cl. VI. Enache Vasile (E: 2067, 71, 74, 80, 81, 83, 90, 91), Gogu Cornel (E: 2080, 81, 90, 92, 93, 95, 104), Onu Costică (E: 2092, 96, 104, 14, 15, 21, 22), Podaru Angela (E: 2066, 67, 69, 74, 82, 83, 92), Thiel Valeriu (E: 2071, 82, 90, 92, 93, 95, 96, 97, 98, 104). Cl. VII. Ciobotaru Dorina (E: 2075, 80, 81, 83, 90, 92, 104), Danilov Dumitru (E: 2069, 71, 75, 83, 92, 96, 104), Gaiţă Paul (E: 2068, 69, 74—77, 79).

Şc. elem. nr. 24, cl. V. Costiniuc Florin (E: 2069, 74, 80, 81, 92, 93, 104). Cl. VII. Ludmer Belu (E: 2080, 81, 84, 86, 92, 93, 95, 99, 104).

Şc. elem. nr. 25, cl. VI. Roşca Daniela (E: 2071, 75, 80, 81, 82, 83, 88, 90). Cl. VII. Mateescu Nicu (E: 2064, 67, 71, 75, 92, 95, 104).

Şc. elem. nr. 26, cl. VII. Ionescu Fulger Mihai (E: 2064, 66—82).

Şc. elem. nr. 28, cl. VI. Voinescu Ionel (E: 2064, 67, 71, 74, 81, 83, 90, 92).

Ş.m. 1, cl. VIII. Armeni Cornelia (E: 2066, 68, 76, 91, 96, 98, 99; 6206), Manoliu Elena (E: 2065, 68, 73, 78, 84, 88, 89, 91), Rosenzvaig Niky (E: 2066, 68, 78, 84, 91, 96—98, 100). Cl. IX. Dragomir Dan Mihai (6098, 100, 15, 31, 39, 44, 47, 54, 55, 63). Cl. X. Luchian Iulia (6142, 44—46, 50, 69, 71, 79, 88, 91, 92), Neacşu Dumitru (6100, 18, 39, 42, 44, 45, 47, 50, 63, 69, 71, 88). Cl. XI. Dumitru Margareta (6127, 29, 31—34, 42, 44, 48, 69, 71), Pană Horia (6105, 08, 14, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 50, 69, 92).

Ş.m. 3, cl. VIII. Steinberg Bruno (E: 2064—69, 71, 73, 74, 80—84, 86, 90, 91). Cl. X. Codreanu Rodica (E: 2128, 29, 31, 33, 34—36, 39, 42, 44—46, 50, 58), Gălăţeanu Sofia (6129, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 50, 54, 63, 69).

Ş.m. 4, cl. VIII. Sternatis Camil (E: 2068, 73, 75, 78, 82—84).

Ş.m. 5, cl. VIII. Botez Mihai (E: 2066, 67, 71, 73, 77, 79, 80), Lupoaie Marian (E: 2066, 68, 73, 84—86, 90, 91, 92, 96, 98—100; 6126). Cl. X. Ene Adrian (6100, 18, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 69), Podaru Vasile (6097, 18, 34, 36, 39, 42, 63, 69, 93, 99), Susai Aurelia (6130, 31, 32, 34, 35, 39, 42—44, 46, 50, 58, 63, 70, 71, 75).

Ş.m. 6, cl. VIII. Vasiliu Ilie (E: 2080, 81, 84, 86, 90, 91, 96, 99).

Ş.m. 7, cl. VIII. Vartolomei Alexandru (E: 2066, 68, 73, 75, 76, 78, 84, 88, 89, 91, 96—102; 6105, 39, 49, 55).

GĂTAIA (Banat). Ş.m. cl. XI. Ciucă Niculina (6128, 30—32, 34, 36, 42, 47, 50, 63, 210, 43).

GĂUJANI (Bucureşti). Şc. 8 ani, cl. VIII. Voicu Gheorghe (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 95, 96, 98—100, 03, 04).

GHERLA. Cl. X. Bozga Dorel (6098, 105, 18, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 53). Cl. XI. Petrescu Mircea (6128—31, 34, 35, 39, 42, 46, 74).

GIURGIU. Şc. 8 ani, cl. VII. Isar Aurelian (E: 2080—82, 90, 92, 95, 96, 99, 100, 04).

Ş.m. cl. VIII. Cojocaru Dorin (E: 2080—86, 90), Gişca Iulia (E: 2069, 71, 74, 82, 84, 86, 88), Ştirbu Rodica (E: 2109, 110, 18, 21, 22, 29, 257, 71),

Trumbez Dumitra (E: 2080—86, 90, 92, 96, 98—100, 04). Cl. X. Oprea D. Ştefan (6114, 18, 27, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 49, 58), Păun Iulian (6118, 20, 27, 31, 32, 34, 36, 42, 44, 49, 50, 69, 71), Rada C. Mircea (6097, 101, 04, 05, 14, 27, 29, 32, 34, 36, 37, 41, 44—46, 48, 50, 53, 62, 63, 66, 69, 71, 79, 83, 92, 93, 99, 208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 37, 38, 42, 43). Cl. XI. Iliescu A. Lucian (6095, 108, 11, 31, 34, 35, 39, 42, 46, 58), Măcăneaţă Miron (6132, 36, 39, 41, 42, 44, 47, 49, 50, 55).

GURA HUMORULUI. Ş.m. cl. X. Ademniţei Constantin (6099, 118, 27, 28, 30, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 58, 64, 69, 71, 79, 83, 201), Ciolac Mihai (6100, 26, 31, 34, 39, 42, 45, 64, 79, 83).

HALEŞ. Şc. de 8 ani, cl. VI. Dogaru Vasilica (E: 2080—84, 86, 90). Cl. VII. Marinescu Maria (E: 2067, 69, 71, 74, 77, 79, 80).

HAŢEG. Ş.m. cl. VIII. Maftei Nicolae (E: 2064—72, 74—79). Cl. XI. Petriu Emil (6127—29, 31, 32, 34—36, 39, 42—48, 51, 58, 62—64, 69, 71, 77, 78, 83, 91, 92, 99, 208—10, 12—15, 17, 19, 23, 29, 40—43).

HIRLĂU. Ş.m. cl. VIII. Solomon Ady (E: 2065, 67, 77, 79—86, 88, 90—92, 95—98, 100, 03—05, 08, 09, 11, 13—15, 21).

HUŞI. Ş.m. cl. VIII. Bursuc Gh. Gheorghe (E: 2080, 81, 83, 84, 86, 90—92, 98, 100), Filip C. Dumitru (E: 2081—84, 86, 90, 92, 98; 6147), Nichifor Ionel (E: 2082—84, 91, 92, 97, 104), Spanache Ion (E: 2067, 61, 74, 80, 85, 92, 98). Cl. XI. Chiriţani Neculai (6130, 31, 34, 35, 39, 42, 44, 58, 69, 71).

HOREZU (Argeş). Ş.m. cl. VII. Hangiu Ştefan (E: 2067, 71, 74, 80, 82—84). Cl. VIII. Armăşescu Ion (E: 2080, 81, 84, 86, 92, 98, 104), Glogoveanu Elena (E: 2080—86, 90, 91), Mugescu Valeriu (E: 2080, 81, 84, 86, 92, 98, 104), Munteanu Maria (E: 2064, 66, 68, 70 71, 77, 80, 84, 86, 90, 91, 98, 104, 08, 09, 15).

HUEDIN. Ş.m. cl. VIII. Viteă Gavril (E: 2091, 96—99, 109, 18, 21, 22).

HUNEDOARA. Ş.m. cl. X. Lupu Alexandru (6131, 32, 39, 42—44, 58, 97, 209, 24).

IAŞI. Ş.c. 8 ani nr. 7, cl. VI. Bilanca Radu (E: 2080, 81, 83, 85, 86, 90, 92, 93, 95, 106), Dobre Emil (E: 2080, 81, 83, 85, 86, 90, 92, 93, 106), Drăgan Gheorghe (E: 2080, 81, 83, 85—87, 90, 92, 93, 95, 104), Drişcu Radu (E: 2080, 81, 83, 85, 86, 90, 92, 93, 95, 104, 06), Patrăchioaie Dorin (E: 2080, 81, 83, 85—87, 90, 92, 93, 95, 104, 06). Cl. VII. Caufman Claudia (E: 2080—85, 90—92, 96), Haimovici Maiel (E: 2080—86, 88, 90—93, 96—98, 100, 04, 06), Vexler Elias (E: 2080—86, 88—92, 95, 97, 100, 02, 03, 06, 07).

Şc. 8 ani nr. 12, cl. VI. Manea Dina (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 93, 115, 17), Joldescu Mitică (E: 2067, 69, 71, 74, 77—79, 81, 90), Susai Marcel (E: 2064, 66—74, 77—81, 83—88, 90—92, 96, 98).

Şc. experimentală de 8 ani, cl. VI. Cosetti Mariana (E: 2069, 77, 79—81, 83, 84, 86, 90, 92, 104), Dumitriu Radu (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 81, 88, 90, 92).

Ş.m. 1, cl. VI. Amălinei Neculai (E: 2068, 73, 83—85, 90—92), Fiorea Doru (E: 2069, 74, 80, 81, 92, 97, 104), Mirzanca Magda (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 77, 79—83, 86, 90, 92, 104), Purice Constantin (E: 2080—82, 84, 86, 87, 90). Cl. VII. Ioniţă Nicoleta (E: 2065, 67, 69, 71, 74, 75, 77—79), Istrate Nuşa (E: 2064, 67—69, 71, 74, 75, 77), Moscovici Iuri (E: 2067—69, 71, 74, 80—84, 90), Rusu Traian (E: 2065, 67—69, 71, 74—76, 79), Vitner Marius (E: 2067—69, 71, 74, 75, 77, 79, 80, 92). Cl. VIII. Mihai Marilena (E: 2080—86, 92; 6130).

Ş.m. 2, cl. VII. Berberu Virgil (E: 2082, 88, 91—93, 96—98, 104). Cl. X. Angelescu Ioana (6094, 97, 101, 04, 20, 30, 39, 43, 45, 49), Kogălniceanu Sinziana (6097, 100, 01, 04, 05, 18, 20, 27, 31, 32, 37, 39, 42—46, 54, 56, 75, 87, 97).

Ş.m. 3, cl. VI. Hafner Ilici (E: 2080—86, 90, 92, 96, 99, 104). Cl. VII. Linde Radu (E: 2080—84, 88, 90, 91). Cl. VIII. Baban Ştefan (E: 2082—84, 86, 97—100, 09, 13, 15, 18), Donca Dragoş (E: 2080—84, 86, 92, 95—99, 103—05, 07—10, 16, 21), Goldemberg Sergiu (E: 2082, 84, 86, 91, 92, 96—98, 104, 05, 07), Huşanu Virgil (E: 2084, 91, 96—99, 101, 03, 05, 07, 09, 15, 21), Irimia Constantin (E: 2083—85, 91, 92, 96—99, 105, 07, 09, 13), Mihailovici Manuela (E: 2064, 78—81, 83, 84, 90—92, 96; 6125), Nică Constantin (E: 2067—69, 71, 74, 80—84, 86, 90—92, 98), Popa I. Eugen (6168, 74, 203, 11—14, 19, 20, 30, 36, 37, 40, 42, 43, 45, 51, 54, 57—59, 62, 64, 71, 76, 81, 99; E: 2103, 07, 08—10, 13, 16, 18, 20, 21, 29, 34, P), Robu Octavian (E: 2068, 69, 74, 86, 89—92, 96, 99, 104, 05, 07, 09, 13, 14, 21), Rusu Mihai (E: 2067—69, 71, 74, 75, 77—86, 89—91, 96, 98; 6129), Surdu Mihai

(E: 2081—83, 86, 92, 97, 104, 05, 21; 6105), Țîrdea Ioan (E: 2082—83, 91, 92, 96, 98, 99, 104, 05, 07, 09, 21, 22).

Ș.m. 4, cl. V. Porcescu Liliana (E: 2065, 69, 74, 80—83, 85, 90, 92). Cl VI. Burdugă Emanuela (E: 2080, 83, 90, 92, 95, 104, 15, 21), Daneliuc Cristina (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 93, 95, 104), Lăpișneanu Lenuța (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 93, 104), Patrașcu Octavian (E: 2056, 69, 71, 80, 81, 83, 90, 92, 104), Vexler Paula (E: 2080, 81, 90, 92, 93, 95, 104, 15). Cl. VII. Ailioaiei Nicoleta (E: 2086, 88, 90, 91, 96, 100, 03), Angelescu Romulus (E: 2080—85, 90, 92, 95, 96, 98—100, 04), Popescu Daniela (E: 2081—83, 92, 96, 99, 104), Savin Laura (E: 2082—84, 89—91, 98; 6139, 49), Sălceanu Angelica (E: 2084, 91, 96, 99, 109, 18, 21, 22), Șerban Elena (E: 2096—102, 05, 08, 09, 10, 13, 16, 18, 20—22; 6191, 244), Sîrbu Rodica (E: 2064, 66—69, 71, 73—75, 77—79; 6126). Cl. VIII. Ureche Ana (E: 2068, 73, 82—84, 88, 91; 6126, 39).

Ș.m. 6, cl. V. Cruciulescu Adriana (E: 2069, 71, 74, 77, 79, 80, 90). Cl. VI. Marcovici Elza (E: 2069, 71, 74, 75, 79, 80—84).

Ș.m. 7, cl. VIII. Burdugea Gheorghe (E: 2080—86, 88, 90, 91), Lupu Pavel (E: 2080—84, 86, 90), Șofronie Corneliu (E: 2066, 68, 73, 79, 84, 88, 91, 96). Cl. X. Florescu Liviu (6101, 14, 20, 31, 32, 39, 42, 44, 46—48, 58), Tebeanu Theodor (6097, 98, 101, 03—05, 14, 16, 18, 27, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44—48, 50, 51, 54, 58, 62—64, 69, 71, 77, 79, 83, 86, 88, 90, 95, 99, 201).

Ș.m. 8, cl. VIII. Condurache Magdalena (E: 2066, 67, 71, 74, 80—82, 86, 92), Gavriliță Costică (E: 2063, 67, 74, 77, 78, 80, 81, 85, 90, 92, 98), Jurașcu Viorica (E: 2074, 80, 81, 83, 86, 90, 92), Rabadan Elena (E: 2066, 74, 78, 81, 84, 86, 90), Șoimu Viorica (E: 2065, 74, 77—79, 81, 86, 90—92, 97), Tinculescu Vasile (E: 2068, 69, 71, 77, 79, 92, 96, 97, 104).

INEU. Ș.m. cl. VIII. Alexa Nicolae (E: 2065, 68, 78, 84, 91, 96, 98—100), Cl. IX. Pop Marius (6127, 31, 39, 41, 43, 44, 46, 47, 49, 55, 58, 79, 91, 93, 95, 201, 23, 36).

INSURĂȚEI (Galați). Ș.m. cl. XI. Alexe D. Gheorghe (6131, 32, 34, 42, 44, 6 , 96, 209, 10, 13, 14, 16, 43).

LIPOVA. Ș.m. cl. VIII. Ianc Mariana (E: 2084, 88, 90, 91, 97, 98, 100; 6149).

LUGOJ. Ș.m. 2, cl. VI. Perii Silvia (E: 2067, 69, 71, 74, 77, 79, 80). Ș.m. 3, cl. VII. Bloch Ivan (E: 2077, 83—86, 92, 96, 99, 104), Marian Constantin (E: 2080, 81, 90, 92, 96, 99, 104), Marian Tiberiu (E: 2080, 81, 90, 92, 96, 99, 104).

Ș.m. 1, cl. V. Crăciun Sorina (E: 2069, 71, 74, 80, 81, 90, 92, 93, 104), (Cl. VI. Indrieș Elena (E: 2067, 69, 71, 74, 77, 79—81, 90, 92, 99, 104; 6126), Marcu S. Flavia (E: 2071, 74, 80, 81, 90, 92, 104). Cl. VII. Anghel Tiberiu (E: 2081—84, 86, 90, 92, 99, 104), Ghilezan Liana (E: 2068—71, 74, 77, 80, 81, 90, 92, 99, 104, 15, 22), Matei Mircea (E: 2081, 92, 96, 99, 104, 09, 15, 22). Cl. VIII. Apostolescu Ioan (E: 2068, 78, 79, 84, 96—98; 6126), Avram Carmen (E: 2080, 82, 84—86, 88, 91, 96, 98, 99). Borcănescu Florin (E: 2067, 68, 71, 74, 75, 78, 85, 92, 98, 100, 04), Buciu Adela (E: 2084, 92, 96—98, 110, 21), Daba Valerian (E: 2080—84, 86, 90, 92, 96—100, 04; 6139, 47), Dragomir Maria (E: 2064, 67—70, 74, 77, 80—84, 86, 90—92, 98, 103), Ehlinger Otto (E: 2067, 69, 71, 73, 75, 77—79, 81—84, 86, 90; 6126, 39, 47), Gunescu Mircea (E: 2066, 68, 78, 84, 91, 96, 98; 6139), Lobodă Ana (E: 2067, 82—84, 86, 92, 96, 98, 100), Maier Maria (E: 2066, 78, 84, 86, 88, 91, 96, 98), Mateica Dan (E: 2082, 86, 91, 92, 98, 100, 04; 6139), Neu Tiberiu (E: 2080—84, 86, 90, 92, 96, 98—100, 04; 6139, 47, 58), Orbulov Petru (E: 2066, 68, 76, 88, 91; 6139, 47, 58), Wingert Gerhard (E: 2067—69, 71, 73—75, 77—79, 81—84, 86, 90, 92, 98, 100, 03, 04, 08, 09, 13, 14, 21; 6139, 47—49). Cl. IX. Hăgăuș Ștefan (6127, 31, 35, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 58, 63). Cl. X. Brinda M. Rodica (6168, 69, 71, 74, 77, 79, 83, 86, 88, 91, 92, 94, 99, 201, 08—10, 12, 13, 15, 17, 23—25, 29, 34, 40, 42, 43, 54, 57, 59, 62, 65, 67, 70—74, 76, 80, 85, 97, 99, 301, 05), Friedlender Gh. (6093, 100, 10, 29, 43, 47, 48, 54, 62, 71, 88, 99, 201), Jurca Ioan (6101, 27, 29, 31, 34, 39, 42, 44—48, 55, 58, 63), Popovici Corneliu (6100, 01, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 64), Șerb Ioan (6090, 92, 97—101, 04, 05, 10, 14, 16, 18, 19, 27—32, 34—37, 39, 42—46, 50, 63).

MĂGURA (Ploiești). Șc. elem., cl. VII. Sorobontea Eugenia (E: 2067, 71, 74, 80, 81, 83, 90, 92, 93, 95, 100).

MĂRĂȘEȘTI. Cl. XI. Răduță Ion (6127—36, 38, 42—47, 49—52, 54, 57, 63—83, 91, 92, 99—101, 04, 05).

MEDIAȘ. Ș.m. 2, cl. IX. Georgescu Clement (6059, 68, 71, 75, 78, 97, 100, 29—31, 46, 50). Cl. X. Mărgineanu

Dan (6131, 39, 42, 44, 58, 93, 97, 209, 13, 43).

MEHADIA (Banat). Ş.m. cl. IX. Vrăjitoru Isac (6100, 14, 31, 35, 39, 43, 47, 49, 58, 63). Cl. X. Grozăvescu Toma (3131, 32, 34, 39, 46, 50, 54, 69, 71, 77, 92).

MEREI (Buzău). Şc. 8 ani, cl. VI. Ionaşcu (E: 2080—84, 90, 91).

MIERCUREA CIUC. Ş.m. cl. XI. Gall Lajos (6128, 30—35, 39, 42, 44, 46, 50, 63), Laszlo Pal (6130—34, 36, 39, 42, 44, 46, 57, 58).

MOINEŞTI (Bacău). Cl. VII. Poenaru Georgel (E: 2067, 68, 71, 74, 80, 81, 92), Tănase Anişoara (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 104, 21). Cl. VIII. Mihai Nicolae (E: 2084, 88, 96, 100, 09, 21, 22), Minoiu Costela (E: 2066, 68, 69, 73—76, 84; 6139), Oană Victor (E: 2066, 68, 71, 78, 79, 91, 92, 96, 99, 100, 04, 05, 07), Vrînceanu Gabriela (E: 2064, 80—84, 86, 88, 90).

NĂSĂUD. Absolvent Afrim Gheorghe (6094, 101, 18, 31, 39, 42, 44, 46, 47, 55, 58, 63).

Ş.m. G. Coşbuc, cl. VIII. Ceucă George (E: 2080—84, 88, 90, 97, 98, 108, 10, 13, 14, 21; 6139, 49, 58, 87), Timbulea Leon (E: 2081—86, 90—92, 96, 98, 100, 04; 6149). Cl. X. Bindea Maria (6112, 13, 28, 31, 32, 34, 39, 58, 68, 71, 74).

NOVACI (Oltenia). Ş.m. cl. VI. Comănescu Valentin (E: 2080—83, 90, 95, 104). Cl. VIII. Duţă Gh. Gh. (E: 2080—84, 86, 92, 96, 98, 100, 04). Cl. XI. Anghel A. Petre (6127—39, 41—44, 46—49, 51, 55, 58, 62, 63, 68—71, 74, 77, 79, 84, 85, 88, 91, 92, 95, 97, 200, 02, 07), Uţu Ion (6128—36, 39, 42, 44, 46, 55, 58, 62, 65, 68, 69, 71, 74, 77, 83, 91, 92, 99, 203, 08—17, 21, 24, 25, 27, 42, 43). Clasa a X-a: Teodosiu Nicolae (6127, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 45—48, 50, 58), Covalciuc Valentin (5913, 15, 17, 65, 70, 75, 83, 87, 6017, 20, 54, 55, 57, 58, 63, 65, 66, 68, 69, 71, 75—77, 92, 93, 95—97, 99, 102, 04—08, 11, 12, 14, 16, 18—20).

Ş.m. 5 Al. I. Cuza, cl. X. Cremenescu Gh. (6131, 34, 42, 44, 64, 83, 201, 09, 12, 43).

Ş.m. 6, cl. VI. Buxbaum Constantin (E: 2076, 77, 80, 81, 90, 92, 104). Cl. VIII. Nicolae Otilia (E: 2065—69, 73, 74, 78, 80—84, 86, 92, 97, 98, 100), Ştefan Stelian (E: 2065, 67, 71, 74, 80—82, 84, 86, 92, 98), Taraş Viorel (E: 2083, 92, 96, 98, 100, 04, 09, 15, 21).

OCNA DEJ. Ş.m. cl. VIII. Roman Virgil (E: 2056, 68, 75, 83, 84, 96, 97).

ODORHEI. Ş.m. cl. X. Varga Ferenc (6134, 39, 42, 44, 46, 69, 71, 83, 88, 92, 94, 97).

ONEŞTI. Ş.m. 1 cl. X. Timaru Theodor (6131, 32, 35, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 63), Şerban Nicolae (6128, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 63, 99, 209). Ş.m. 2 cl. X. Cucu Cornelius (E: 2066, 78; 6099—101, 18, 26, 31, 32, 34, 39, 42, 47, 69, 71).

OPRIŞANI (Turda). Şc. 8 ani nr. 6, cl. VI. Adam Laurenţiu (E: 2080, 81, 92, 95, 115, 18, 21, 22).

ORADEA. Ş.m. 1 cl. X. Negruţiu Ovidiu (6000, 06—08, 12, 20, 29, 34, 55, 62, 65, 71, 74, 76—78, 97, 100, 01, 05, 14, 16, 18, 27—35, 39, 42, 44, 46, 49, 50, 55, 60, 63). Ş.m. 2 cl. IX. Bologa Florin (6029, 34, 63, 76—78, 97, 100, 31, 39, 54, 58, 79, 201). Cl. X. Ianza Augustin (6129, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 97, 242, 43), Iszak Petru (5997, 98, 6007, 55, 58, 65, 141, 68, 78, 83). Ş.m. 4 cl. X. Fleischer Gheorghe (6127, 31, 32, 34, 39, 42, 44—48, 50, 56, 58, 61, 63, 64, 66, 69, 71, 77, 78, 81, 83, 86, 88, 90, 92, 95, 99, 204, 09, 30, 40, 43).

ORĂŞTIE. Ş.m. Aurel Vlaicu, cl. VIII. Iordache Ecaterina (E: 2080, 82, 86, 88, 91, 92, 96—98, 100, 03, 04). Cl. XI. Tivăruş Eugen (6131, 32, 36, 39, 42, 44, 48, 65, 71, 77, 79, 99, 203).

ORAVIŢA. Ş.m. cl. IX. Florescu Florian (6129—31, 46, 49, 54, 55, 74, 78, 207). Cl. XI. Balmuz Nicu Stelian (6099, 101, 08, 18, 29—34, 42, 69, 71, 74, 83, 92).

OSTROVENI (Oltenia). Şc. 8 ani cl. VI. Bogheanu Pandica (E: 2080—82, 86, 90, 92, 104), Mitrana F. Ion (E: 2080—82, 86, 90, 92, 93, 95, 104).

OŢELUL ROŞU. Ş.m. cl. VI. Tăroată Anghel (E: 2067, 80, 81, 90, 92, 93, 95, 104). Cl. VIII. Săbău Livia (E: 2067, 69, 71, 74, 83, 86, 92, 93, 96, 99, 104), Seiculescu Valentin (E: 2084, 89, 91, 97—99; 6147).

PANCIU. Ş.m. cl. VI. Cumpăneţ Mariana (E: 1093, 71, 80, 81, 90, 92, 104, 15), Drăgan Diana (E: 2071, 80, 81, 90, 93, 104, 12, 15, 22), Ioniţă Marin (E: 2067, 80, 92, 95, 100, 03, 04, 11, 15), Luca Georgeta (E: 2080, 86, 90, 92, 104, 06, 11, 15, 17, 21), Nichifor Rodica (E: 2080, 81, 90, 93, 96, 97, 115, 17, 21, 22), Rusu Traian (E: 2064, 70, 71, 80, 81, 83, 90, 95, 104), Vidraşcu Dorina (E: 2080, 81, 90, 93, 95, 96, 104, 11, 15, 22). Cl. VII. Cumpăneţ Elena (E: 2067, 75, 83, 86, 90, 95—98), Ghica Toader (E: 2064, 69, 71, 75, 80, 81, 83, 90, 95, 96), Hărîbor Aurelia

(E: 2080, 81, 90, 92, 93, 95, 98, 100, 04), Nistor Adriana (E: 2025, 80, 81, 90, 92, 93, 96, 98, 100, 04), Popa Marcel (E: 2071, 75, 80, 86, 90, 92, 95, 96, 98, 104), Trifu Felicia (E: 2064, 69, 71, 75, 80, 81, 83, 90, 95, 96). Cl. VIII. Minea Gheorghe (6149, 201; E: 2064—69, 71, 73, 75, 77, 78, 81—84, 86, 90, 94, 97). Cl. XI. Popa Valentin (6129, 31, 32, 34, 42, 49, 66, 69, 71, 82, 212—14, 19, 43).

PARVA (Năsăud). Șc. 8 ani cl. VII. Oproaie Grigore (E: 2080, 86, 90, 92, 95—100, 04, 06), Podobea Ana (E: 2080, 86, 90, 92, 95—97, 99, 100, 04, 06).

PAȘCANI. Ș.m. cl. VIII. Mihalache Corneliu (6139, 46, 49, 55, E: 2080—91). Cl. XI. Sandu Ion (6096, 98, 118—20, 27, 31, 32, 34, 35, 69, 71), Stavrache Virgil (6092, 95, 96, 98, 99, 118, 20, 30, 32, 34).

PĂTÎRLAGELE. Ș.m. cl. VIII. Mirică Nicolae (6076, 139; E: 2092, 96—100, 04, 09, 22). Cl. IX. Posoiu Constantin (6068, 76—78, 97, 100, 05, 31, 39, 58, 64, 201; E: 2048, 66). Cl. X Pavel Dumitru (6100, 27, 34, 49, 69, 86, 91, 92, 201, 12, 43).

PĂUNEȘTI (Bacău). Șc. 8 ani cl. VI. Berbece Maria (E: 2074, 80—83, 85, 90), Gheorghiu Gabriela (E: 2081—83, 85, 90, 92, 96), Novac Maria (E: 2082—86, 92, 96). Cl. VII. Bacalu Lucica (E: 2069, 82, 83, 86, 90, 92, 95), Berbece Maria (E: 2070, 83, 85, 86, 92, 93, 95), Duman Florica (E: 2074, 82, 83, 85, 86, 92, 96, 104), Gîdea Otilia (E: 2074, 77, 79, 83, 84, 95, 96, 104), Neagu Elena (E: 2082—86, 92, 95, 104), Sandu Victoria (E: 2070, 83—86, 92, 96).

PERIAM (Banat). Ș.m. cl. X. Albu Gheorghe (6055, 58, 60, 77, 78, 101, 05, 18, 31, 32, 34, 42, 44, 46), Peiov Petru (6059, 63, 75, 77, 131, 39, 41, 44, 46, 49, 53, 64, 91, 201).

PETRIȘ (Lipova). Șc. 8 ani cl. V. Iacob Valeria (E: 2080, 83, 85, 90—92, 104). Cl. VII. Bianga Maria (E: 2081, 88, 95, 96, 99, 103, 04).

PETROȘENI (Hunedoara). Ș.m. cl. VIII. Cîmpeanu Monica (E: 2067, 71, 80—84, 86, 88, 90, 91, 97, 98, 104), Filipovici Adrian (E: 2067, 69—71, 74, 77—80, 82—84, 86, 90, 92, 96—98, 100, 04), Mihăilescu Florin (E: 2067—69, 71, 74, 77—84, 86, 90, 91, 95, 98, 100, 04), Păișanu Viorel (E: 2066, 67, 69, 71, 74, 77, 79—83, 86, 90, 92, 95, 98, 104), Pricop Voicu (E: 2067, 69, 74, 77, 79—84, 86, 90—92, 95, 96, 98, 104), Ungur Magdalena (E: 2064, 65, 67, 68, 74, 75, 77, 80, 82, 83, 87, 93, 95, 97, 98, 104), Vladan Angela (E: 2066—69, 74, 77—79, 82—84, 86, 88, 90—92, 96, 98, 99, 104). Cl. X. Ardelean Rodica (6091, 92, 97—100, 04, 05, 10, 13, 14, 16, 18, 20, 27, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 42—48, 50, 51, 55).

PIATRA NEAMȚ. Șc. 8 ani cl. VI. Lamoș Constantin (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 95, 102). Cl. VII. Agavriloaiei Maria (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 97, 104), Ioinovici Adrian (E: 2080, 81, 83, 88, 90, 92, 96, 164). Ș.m. Petru Rareș, cl. VIII. Ichim Mircea (E: 2082—84, 88, 91, 96—98, 103, 05).

PITEȘTI. Ș.m. 1. cl. VII. Budan Octavian (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 83, 90)), Mihalașcu Gheorghe (E: 2080—83, 89, 90, 92, 96). Cl. VIII. Dumitrache Ion (6122, 201, 44; E: 2084, 88, 89, 91, 96—100, 08—10, 13, 16, 20, 21), Lazăr Mircea (6131; E: 2068, 71, 73, 78, 80—82), Lungulescu Bogdan Eugen (6100; E: 2064, 66—71, 73—75, 77—79), Rubinstein Magda (6139, 201; E: 2084, 91, 96, 98, 99, 102, 13). Cl. IX. Herăscu Gabriela (6100, 05, 14, 27, 31, 39, 49, 58, 64, 66, 79, 201), Savu Ion (6068, 76—78, 98, 100, 05, 14, 64, 79). Cl. X. Badea Vasilica (6071, 105, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 49, 69), Cerce Gabriela (6071, 100, 05, 32, 34, 36, 42, 44, 69, 77), Drăghici Miton (6127—29, 30, 32, 34, 39, 42—44, 46, 54, 55, 58, 66, 88), Maftei Victoria (6071, 99, 105, 34, 36, 39, 42—44, 46, 58, 69, 77, 79, 92), Moiceanu Cornel (6127, 31, 34, 36, 42, 44, 46, 77, 208, 12, 42, 43), Naum Mihaela (6066, 71, 100, 05, 14, 18, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 58, 69, 92, 201), Nicolescu Mironella (6071, 99, 134, 36, 39, 42, 44, 46, 58, 69, 77, 92), Rădulescu Florina (6071, 105, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 69, 92), Voiculescu Elena (6099, 105, 20, 29, 31, 32, 34, 42, 44, 46, 69). Ș.m. 2 cl. VIII. Apostol Cornel (E: 2066, 68, 78, 84, 91, 96, 98), Ciobanu Nicolae (E: 2066, 68, 82—84, 91, 96, 98), Delca Virgil (E: 2080—84, 86, 92, 96—98, 104), Dumitru Stelică (E: 2065, 68, 75, 82—84, 90, 96, 98, 100), Macovei Valentin (E: 2082—84, 91, 96, 98, 99), Mihai Elena (E: 2065, 74, 80, 83, 86, 92, 104), Oprea Mariana (E: 2080, 82—84, 96, 98, 103, 09, 18, 21), Penescu Camelia (E: 2068, 82, 83, 83, 95, 98, 99), Perianu Marian (E: 2084, 91, 96, 98—100, 07). Sima Maria (6191; E: 2080, 82, 86, 92, 96, 104), Soare Gh. Ioana (E: 2080, 86, 92, 96—99), Zimniceanu Victoria (6190; E: 2082—84, 91, 95, 99). Cl. X. Stănescu Petrișor (6131, 32, 34—36, 39, 42, 44, 45, 60, 91, 243). Cl. XI. Georgescu Nicolae (6054. 55, 59, 71, 77,

129—32, 34, 39, 42, 50, 58, 69, 71, 83, 85, 91, 92, 97, 207), Juga Adrian (6108, 18, 33, 35, 39, 44, 45, 64, 69, 71, 77, 91, 92, 97), Mainete Mircea (6059, 71, 77, 107, 29—32, 34, 39, 42, 69, 71, 83, 85, 92, 97). Ş.m. 3, cl. IX. Năsturescu C. (6129—31, 39, 46, 47, 49, 50, 55, 58, 64, 79, 91, 96, 201).

PINCOTA. Grup. şc. uzina Ilie Pintilie, anul III. Voinea I. Gheorghe (E: 2078, 80—86, 92, 95, 97, 104).

Ş.m. cl. VIII. Chebeleu Petru (6131; (E: 2073, 84, 89, 91, 96—100).

PLOIEŞTI. Absolvent şc. prof. Mirică Nicolae (E: 2080—84, 90, 95, 104). Abs. ş.m. Minculescu Gheorghe (6071, 101, 18, 29, 32, 34—36, 42, 44, 46, 69, 71, 79, 92, 99; E: 2065, 73).

Şc. 8 ani nr. 1, cl. VII. Brenner Mircea (E: 2067, 69, 70, 74, 77, 79—81, 90). Şc. 8 ani nr. 9, cl. VI. Chiru Dan (E: 2071, 74, 77, 80, 81, 90, 92, 104). Şc. 8 ani nr. 12, cl. VII. Chiriacescu Ana (E: 2080, 81, 90, 92, 96, 99, 104), Niţu Gabriel (E: 2080, 81, 83, 84, 90—92), Stănescu Daniela (E: 2080, 81, 83, 84, 90, 92, 95, 99), Steriu Alexandru (E: 2067—69, 71, 74, 77—79).

Ş.m. 1 I. L. Caragiale, cl. VI. Dodon Liana (E: 2071, 74, 80, 81, 90, 92, 95, 104), Gafineanu Liliana (E: 2065, 67, 72, 75, 82—84, 90), Necula Luiza (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 95, 104), Olteanu Gheorghe (E: 2069, 71, 77, 79, 83, 90, 104), Preda Oltea (E: 2080—84, 92, 93), Teodoru Mihai (E: 2071, 72, 75, 80, 81, 95, 104). Cl. VII. Boaldă Nicolae (E: 2092, 95—97, 99, 102, 04), Dobrescu Laurenţiu (E: 2092—97, 99, 104), Gafiţeanu Carmen (E: 2065, 67, 68, 72, 75, 80, 81, 83), Georgescu Octavian (E: 2080, 82, 84, 90, 93, 95, 96, 99), Iordache Sorin (E: 2064, 67—69, 71, 72, 74, 75, 77, 79—85, 87, 89, 90), Nuţescu Adrian (E: 2056, 62, 80, 81, 86, 90, 92, 95, 96, 99). Cl. VIII. Achim Constantin (E: 2092, 96, 98, 99, 104, 08, 09, 13, 14, 17, 18, 21, 22), Albulescu Constantin (6139, 47; E: 2088, 91, 97, 98, 105, 10, 13, 21), Barbu Nicolae (6139; E: 2088, 96—98, 109, 21, 22), Băicoianu Luciana (6139; E: 2084, 91, 97, 105, 13, 21), Bilciurescu Doina (E: 2080—86, 92, 96—99, 104), Diculescu Alina (6139, 47; E: 2088, 91, 97, 105, 22), Dragomirescu Cezar (E: 2080—82, 84—86, 90—92, 95, 100, 04), Dumitrescu Marian (6139, 58, 91; E: 2021, 80—86, 89—92, 95, 96—99, 100, 01, 04, 06, 08, 09, 13, 15, 20, 22), Dumitrescu Mihai (E: 2084, 91, 96, 98, 100, 08, 21, 22), Dumitrescu Ştefan (E: 2092, 93, 98, 104, 09, 10, 14, 21), Ionescu Lucian (6131, 39; E: 2080—86, 88—91), Ionescu Viorel (6139; E: 2088, 96, 97, 105, 09, 13, 21, 22), Lazăr Victoria (E: 2080—86, 92, 96, 98, 99, 110, 21), Lövensohn Marian (E: 2082—84, 90—92, 98, 100, 21), Lungeanu ... (6139, 47; E: 2082—84, 88, 92, 105, 13, 21), Lungu Ion (6139; E: 2083, 88, 91, 96—98, 104, 05, 21), Manta Valerian (E: 2082—84, 88, 90, 91, 96, 104, 09, 13, 15, 18), Marin Stelian (6139; E: 2074, 83, 88, 96—98, 121), Mihai Vasile (E: 2082—84, 91, 96, 98, 100, 14, 21), Miu Vasile (6139; E: 2092, 95—98, 105, 09, 10, 13, 14, 21, 22), Moraru Eleonora (6139, 47; E: 2066, 88, 91, 97, 105), Neguţ Gheorghe (6139, 47; E: 2084, 88, 91, 96, 98—100, 05, 09, 10, 13, 21), Nicolae Aureliu (E: 2080, 83, 86, 92, 96, 98, 99, 104, 09, 13, 18, 21, 22), Nicolae Florea (6139; E: 2086, 91, 92, 96, 105, 07, 08), Nicolescu Ana (6139, 47; E: 2084, 88, 91, 96, 97, 100, 07, 09), Niţă Ştefan (E: 2082, 83, 86, 91, 96, 98, 100, 14), Nuţu Mihai (6139; E: 2088, 91, 96—98, 100, 04, 09), Olteanu Raluca (6139, 47; E: 2082, 88, 91, 97, 105, 09), Patriciu Alexandra (E: 2066—69, 74, 84, 91), Predescu Mihaela (6139, 47; E: 2088, 91, 97, 105, 13), Radu Ana (6139, 47, 49; E: 2084, 91, 96—98, 109, 10, 21), Semencu Marina (E: 2096, 98, 109, 14, 18, 21, 22), State C. Adrian (6163; E: 2084, 88, 91, 96, 98, 99), Şchiopu Ion (6139, 49; E: 2080—84, 86, 88, 91, 95), Ştefănescu Carmen (E: 2096—98, 100, 09, 15, 22), Teodorescu Georgeta (E: 2084, 91, 96, 98, 113, 16, 21, 22), Toporan Ştefan (6139, 49, 58; E: 2060, 66, 68, 73, 84, 96—99, 108, 21), Zamfir Christian (6163, 91; E: 2084, 88, 91, 96—98, 107). Cl. IX. Alecu Georgeta (6093, 105, 31, 39, 47, 50, 54, 79, 201, 08), Bîzu Marius (6130, 31, 39, 47, 58, 64, 201, 08, 11, 20, 42), Butufei Sorina (6101, 31, 46, 50, 54, 208, 15, 23, 41, 42), Constantinescu Marian (6097, 100, 05, 26, 31, 39, 44, 46, 58; E: 2105, 07), Dăscălescu Adrian (6076, 78, 16, 27, 31, 39, 44, 58, 63, 79), Georgescu Melania (6063, 68, 76, 98, 100, 14, 31, 40, 41, 43, 49, 79, 80, 93), Ionaş Tudor (6131, 39, 41, 43, 47, 50, 55, 79, 91, 93), Ionescu Constanţa (6068, 76, 78, 97, 139, 41, 54, 57, 79, 93), Minculescu Octavian (6100, 05, 14, 27, 31, 39, 55, 58; E: 2073, 78), Nicolaescu Cristina (6068, 76—78, 100, 30, 31, 39, 41, 43, 44, 46, 47, 49, 50, 55, 58, 79), Petrescu Cornelia (6100, 27, 31, 39, 54, 58, 208, 11, 29, 42), Pîrvu Constantin (6093, 131, 39, 47, 50, 54, 79, 201, 08; E: 2105),

Popescu Lidia (6093, 94, 105, 31, 39, 47, 50, 79, 201, 08), Reghină Vasile (6068, 76—78, 97, 100, 27, 03, 14, 30, 31, 39, 41, 43, 79), Soare Constanța (6100, 27, 30, 31, 39, 54, 58, 208, 11, 29, 42), Stancu Gelu (6068, 76—78, 100, 30, 31, 39, 41, 43, 44, 46, 47, 49, 50, 55, 58, 79), **Stănescu Dan** (6127, 31, 34—36, 39—44, 46, 47, 49, 50, 54, 55, 58, 62—64, 66, 69, 75, 77, 79, 80, 83, 87, 91—93, 95, 201, 02, 08, 13, 23, 26, 29, 38, 41—43), Ungvari Adrian (6093, 131, 39, 47, 50, 54, 79, 201, 08, 11). Cl. X. Bart Liliana (6058, 68, 70, 71, 75, 76, 78, 100, 01, 05, 31, 39, 42, 44, 46, 57, 58, 60), Bucșa Viorel (5959, 78, 90, 6066, 97, 100, 10, 31, 32, 39), Chiriac Theodor (5975, 76, 79, 82, 87, 93, 6007, 20, 34, 78), Crăciun Dumitru (6030, 33, 68, 71, 75, 76, 78, 100, 01, 05, 18, 26, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 58), Florea Sorin (6068, 71, 75—78, 100, 01, 05, 18, 31, 32, 34, 42, 44, 46, 49, 58, 79), Mateescu Cezar (6026, 33, 58, 70, 77, 78, 101, 05, 18, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 57, 63, 79, 94), Stoica Cornelia (6068, 71, 75, 76, 78, 100, 60, 201, 31, 42), **Silaev Silvia** (6098, 100, 05, 14, 18—20, 27, 29, 31, 34, 36, 39, 41, 42, 44, 47, 54, 63, 69, 71, 77, 79, 88, 92, 208, 09, 12, 15, 23, 24, 32, 42, 43, 54), Ștefănescu Viorel (6068, 71, 76, 78, 80, 81, 6100, 01, 05, 22, 31, 39, 42, 48, 52, 58), Țurcanu Laurențiu (5808, 09, 987, 6029, 31, 39, 42, 44, 46, 58). Cl. X serală. Vasilescu Ion (6127—29, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 47, 55, 58, 63, 64, 71, 77, 83, 203). Cl. XI. Andronescu Gabriel (6127, 28, 30—35, 39, 42, 44, 46, 58), **Bucur Nicolae** (6020, 118, 19, 28—35, 39, 42, 44, 58, 60, 62, 68, 69, 77, 84, 85, 207, 08, 10—16, 21, 23, 35, 42, 43), Ionescu Pavel (6090, 95, 96, 108, 11, 12, 18, 31, 32, 34, 39, 44, 46, 50, 56, 60, 63, 65, 66, 203), **Nica Vasile** (6091, 93, 95—101, 04, 06, 08, 09, 12—14, 18, 19, 26—35, 39, 42—46, 48, 50—52, 56, 58, 60).

Ș.m. 2 **A. Toma**, cl. V. Lupulescu Livia (E: 2069, 71, 74, 77, 79—81, 90). Cl. VI. Lipănescu Costin (E: 2069, 71, 80, 81, 90, 96, 104), Nicolaescu Traian (E: 2080, 81, 83, 84, 88, 90, 92, 93, 95, 102—04), Nicolescu Ileana (E: 2080, 81, 90, 91, 96, 99, 115, 22), Petrașcu Mariana (E: 2080, 81, 83, 91, 96, 104, 15, 22), Simionescu Corina (E: 2080, 81, 90, 91, 96, 104, 15, 22), Stoica Mihai (E: 2080, 81, 91, 96, 104, 15, 22), încă un elev a dat soluții identice. Cl. VII. Ciorobea Daniela (E: 2080—84, 91, 93), Dima Doina (E: 2080, 81, 83, 84, 88, 90, 92), Hulubei Anca (E: 2080, 81, 83, 84, 86, 88, 90, 92), Hurban Jaqueline (E: 2080—86, 88, 90), Ionescu Doina (E: 2092, 96, 98, 100, 04—06), Militaru Maria (E: 2080, 81, 90, 92, 96, 104, 21), Moroianu Irina (E: 2080—85, 90). Cl. VIII. Boldescu Adrian (6029, 130, 58; E: 2043, 46, 48—50, 64—70, 73—79), Brătoiu Cristian (6139; E: 2082, 88—90, 96, 98—100), Cernat Laurențiu (6139; E: 2083, 84, 88, 91, 96—98, 100, 05), Cojocaru Eugen (E: 2080, 82—84, 86, 97, 98, 104), Constantinescu Afrodita (6131, 39, 44, 58; E: 2066—69, 71, 73—82), Constantinescu Elena (E: 2064, 67, 71, 74, 86, 92, 96, 98, 99, 103, 04), **Copoiu Florin** (6139, 47; E: 2066, 67, 69, 71, 74, 78, 80—84, 86, 88, 90, 91, 96—100, 05, 09, 10, 13, 14, 21), **Crăciun Lucian** (6147, 49; E: 2064, 66—69, 71, 74, 79, 80, 82—86, 88—93, 95—100, 04), Dabija Ion (6139, 47; E: 2085, 86, 97, 104, 21), Dănică Rozalia (6139, 54; E: 2082—84, 88, 91, 96—99), Dumitru Andrei (6007, 32; E: 2042—48, 55, 56, 60, 63, 69, 71, 73, 74, 77—79), Georgescu Alina (6139; E: 2082—84, 91, 96, 97, 100), Georgescu Cristian (6105; E: 2068, 73, 80, 81, 84, 86, 88, 91, 96), Georgescu Nicoleta (E: 2082, 83, 86, 93, 100, 14, 21), Iacovache Ștefania (6131, 39, 47, 58; E: 2066, 78, 84, 88, 91, 98), Miu Mihaela (E: 2080—84, 86, 90—92, 96, 99, 104), Neagoe Paulina (6139, 54; E: 2082—84, 88, 91, 96—100), Nemeș Tudorina (6191; E: 2066, 78, 82, 96—98), Nițoiu Valentin (E: 2081—83, 85, 86, 90, 104), Orășanu Laurențiu (6139, 47, 49, 54, 55; E: 2076, 80—82, 84—91, 96—100, 03, 05), Păpușoi Cezarina (E: 2082—84, 90, 96, 98, 100), Pîrlițeanu Eugenia (E: 2080—84, 92, 96—98), Popescu Andreia (E: 2064, 66, 67, 69—71, 74, 75, 77—80, 82, 83), Popic Miș a (E: 2080—86, 90, 91, 92, 95—100, 04), Poșta Teodora (E: 2067, 69, 82, 86, 95, 93, 104), Roșculeț Valeriu (E: 2055, 60, 67, 68, 69, 71, 74), Spiridon Maria (6139, 191; E: 2084, 88, 91, 96—99), Stoica Ion (6147, 49; E: 2064, 66—69, 71, 74, 75, 77—79, 82, 84, 90, 91, 96—98), Știul Miriam (E: 2082—84, 86, 95, 98, 100), Tănăsescu Cristina (E: 2066, 67, 69, 71, 73, 74, 77, 79, 96, 97, 99), Tudor Gheorghe (E: 2060, 66, 67, 69, 74, 77, 80, 82—84, 86, 90, 92, 104), Tudor V. Stelian (6147; E: 2058, 66, 67—69, 74, 77, 78, 82—84, 91, 96, 98), Vasile G. Costel (E: 2078, 80—84, 86, 91, 96, 98, 100, 201), Vasile S. Rodica (6131, 39, 47, 58; E: 2080, 86, 88, 91, 92, 95, 97,

98, 108, 09, 21). Cl. IX. Babonea Paul (6105, 31, 39, 42, 50, 54, 58, 62, 68, 76, 78), Dîmborniceanu Marinela (6103, 14, 93; E: 2065, 73, 78, 97, 100, 05, 07), Georgescu Marcel (5988, 90—93, 6023, 31, 32, 80, 122, 23, 26), Mazeda Lidia (6100, 05, 14, 31, 39, 40, 47, 54, 62, 202, 06; E: 6097), Stan Emil (6114, 15, 19, 27—31, 35, 39, 44, 46, 54, 62, 63; E: 2064, 66—71, 73—84, 86—91). Cl. X. Radu Vasile (6101, 12, 14, 18—20, 27, 29—36, 39—49, 54, 56, 58, 60—63, 66, 69—71, 75, 77, 79, 80, 82, 83, 86, 87, 90, 92—95, 99, 200, 02—04, 08, 09, 13, 37, 42, 43, 54; E: 6091, 95), Teodorescu P. Dan (6131, 34, 39, 42, 44, 46, 69, 79, 83, 209, 12, 43). Cl. XI. Constantinescu Luminița (6142, 44, 69, 71, 77, 92, 208, 09, 12, 42, 43), Costescu Dan (6006, 20, 55, 71, 77, 92, 95—97, 99, 100, 08, 11, 18—20, 28—36, 39, 41—44, 47, 55, 58, 63, 68, 71, 74, 77, 83, 91, 92), Crețu Fabiola (6101, 05, 07, 11, 18, 28, 30, 31, 33, 34, 42, 46, 49, 54), Dragomirescu Valentin (6093, 105, 18, 27—35, 39, 42, 44, 46—48, 50, 58), Drăgan Radu (6059, 92, 93, 95, 96, 108, 11, 18, 44, 71), Stoica Nicolae (5960, 98, 6006, 08, 20, 24, 30, 33, 34), Tudorică Viorica (6142, 44, 69, 71, 77, 92, 208, 09, 12, 42, 43), Vasile Constantin (6111, 69, 71, 83, 92, 99, 209, 10, 12, 16, 42, 43).

Ș.m. 3 **Mihai Viteazul**, cl. VI. Ciobanu Rodica (E: 2092, 95, 104, 08, 15, 17, 21), Climovici Mihaela (E: 2092, 95, 102, 04, 08, 16, 21), Dumitrescu Adrian (E: 2080, 81, 90, 92, 98, 115, 17). Cl. VII. Cardaș George (E: 2064, 70, 92, 96, 104, 08, 09, 13, 20, 21), Rotaru Florin (E: 2064, 67—69, 71, 74—77, 79—82, 84). Cl. VIII. Năstase Stelian (E: 2064, 69, 74, 80, 81, 90, 91, 104), Niță Doina (E: 2078, 80, 81, 85, 92, 96—98, 100), Popa Cornelia (E: 2066, 68, 91, 96, 98, 100, 02), Prunescu Liviu (E: 2067, 69, 71, 74, 80—85, 90), Stănescu Constantin (E: 2067—69, 71, 74, 78, 84, 86, 91, 96). Cl. IX. Dorneanu Augustin (6098, 100, 14, 39, 43, 49, 79, 95, 201, 02), Ivanovici Elena (6139, 43, 47, 49, 54, 55, 79, 91, 95, 201). Cl. XI. Profeta Lazăr (6128—35, 39, 40, 42, 55).

Ș.m. 4 **N. Bălcescu**, cl. VIII. Albulescu Mircea (6139, 47; E: 2084, 91, 95, 98—100), Arnăutu Carmen (6147, 55; E: 2091, 96, 98, 100, 01, 02, 07), Brăiloiu Marcel (6139, 47; E: 2084, 91, 96—100), Busnea Gretty (6155; E: 2084, 89, 91, 96—98, 100, 07), Dumitrescu Rodica (6155; E: 2066, 68, 73, 75, 78, 84, 91), Gheorghe Ion (6131, 39, 47; E: 2084, 96—100), Gheorghe Maria (E: 2084, 89, 91, 96, 98—100, 07), Grigorescu Maria (6139; E: 2084, 88, 91, 97—100, 07), Ionescu Elena (6139, 55; E: 2075, 76, 78, 84, 88, 91), Ioniță Domnica (6139, 55; E: 2096—100, 02), Mortoiu Tudorina (E: 2096—100, 02, 07), Nicolae Viorel (E: 2075, 79, 84, 91, 96—100, 07), Oprescu Cezar (6139; E: 2084, 91, 96—100), Oroviceanu Maria (6139, 47, 58; E: 2084, 88, 91, 96—99, 107), Pandele Mihaela (6131, 39, 47, 55, 91, 201; E: 2084, 88, 89, 91, 96—100), Pomîrlă Ioana (6100, 26; E: 2066, 68, 71, 74—76), Schelaric Dan (6114, 43, 50, 55, 79, 91, 229, 42; E: 2055, 56, 58—61, 65—71, 73—75, 77—86, 88, 90—92, 95—101, 103, 04, 06), Ștefan Roma (6126, 39, 55; E: 2066, 68, 78, 84, 88, 90), Tănase Adrian (6131, 39, 47, 55, 201; E:

PRISĂCANI (Iași). Șc. 8 ani cl. VII. Cristea Cecilia (E: 2077, 80—86, 88—91), Pîntea Maria (E: 2080, 81, 88—92, 98, 100, 03, 04).

PRUNDUL BÎRGĂULUI (Bistrița. Cluj). Ș.m. cl. VIII. Vrîncean Andrei (E: 2080, 81, 84, 86, 88, 90—92, 104, 07).

PUCIOASA (Ploiești). Ș.m. cl. VIII. Benea Corneliu (E: 2084, 88, 91, 96—99, 100), Cimpoca Gh. (6139, 55, 87, 91; E: 2084, 88, 91, 96—99), Diaconu Gh. (6105, 39, 91; E: 2068, 72, 73, 75, 76, 78, 84, 88, 89, 91, 96—98, 10, 02), Georgescu Alexandru (6139; E: 2068, 73, 75, 78, 84, 88, 91, 96, 98), Tănase Toma (6126, 39; E: 2068, 73, 75, 84, 91). Cl. X. **Bîrlog Corneliu** (6127—29, 31, 32, 34, 35, 39, 41—47, 50, 58, 63—66, 69, 71, 77, 79, 92, 93, 95, 99, 201, 08, 09, 12, 13, 17, 19, 23, 24, 29, 30, 36, 39, 42, 43, 54—56).

RĂCARI (București). Ș.m. cl. VIII. Dincă Gheorghe (6139; E: 2066, 73, 96—98, 101).

REȘIȚA. Șc. 8 ani nr. 1 cl. VII. Andrei Radu (E: 2080—86, 92, 96, 104), Oppelez Cristina (E: 2080—87, 90).

RÎMNICUL SĂRAT. Ș.m. Al. Vlahuță cl. VIII. Ghiță Mircea (E: 2065, 67, 69, 71, 74, 75, 77—79, 84), Vlaicu Aurel (E: 2065, 68, 73, 75, 78, 84, 90, 96—98, 101). Cl. IX. Vraciu Constantin (6127, 30, 39, 46, 47, 58, 64, 79, 91, 208, 29, 41).

Ș.m. 2 cl. VIII. Nagy Ana (6139; E: 2096—100, 09, 22).

RÎMNICUL VILCEA. Șc. 8 ani nr. 5 cl. VI. Florescu Ion (E: 2067, 77, 80, 82, 92, 93, 96, 99, 104), Isbășescu Georgel (E: 2055, 56, 69, 71, 74, 77, 79), Cl. VII. Isailă Rodica (E: 2064, 65, 67—69, 71, 74—77, 79—81, 88—93, 95, 96, 99, 103, 04), Tilivea Mihai (E: 2080, 81, 84, 90, 91, 96, 99, 104).

Ş.m. N. Bălcescu cl. X. Ghiţescu Gh. (6131, 32, 34, 39, 42, 46—48, 62, 63, 69, 208, 09, 12, 17, 19, 20, 27, 32, 38, 40, 42, 43), Nicolescu Elena (6131, 39, 42, 47, 90, 209, 12, 13, 17, 38), Niculicioiu Gh. (6100, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46—48, 62, 63, 69, 71, 92, 99, 207—09, 12, 17, 19, 20, 23, 24, 27, 32, 35, 40, 43, 56), Popa Maria (6147, 209, 12, 17, 19, 20, 29, 32, 36, 38, 43), Stanciu Maria (6147, 209, 12, 17, 19, 20, 29, 32, 36, 38, 43), Sîrbu Mihai (6131, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 62, 63, 99, 217, 19, 23, 38, 43), Sagorescu Vasile (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 52, 63), Tălmaciu Ioana (6134, 42, 47, 62, 69, 71, 92, 209, 15, 17, 20, 23, 24, 43), Tănase Constantin (6127, 44, 47, 48, 54, 58, 62, 63, 69, 79, 91, 209, 12, 17, 20, 23, 24, 29, 32, 36, 38), Tigmeanu Ion (6058, 76, 78, 98, 100, 10, 18, 49, 50, 55, 66, 79, 88, 90, 95, 209, 12, 13, 24, 29, 32, 38, 42, 43).

Ş.m. V. Roaită cl. VIII. Marinescu Silvian (E: 2092, 95, 96, 99, 100, 04, 06). Cl. X. Dina Marin (6118, 27, 29, 31, 32, 34, 39, 41—47, 50, 51, 56, 58), Munteanu Dumitru (6127, 29, 31, 32, 34, 39—51, 56, 58, 63).

RÎU ALB (Tîrgovişte). Şc. 8 ani cl. VI. Milea Mihai (E: 2080, 81, 90, 92, 96, 99, 11, 15, 21), Neagoe Eugenia (E: 2080, 81, 90, 92, 96, 99, 117). Cl. VII. Tudor Eugenia (E: 2080—82, 90, 92, 96, 103, 04).

ROMÂN. Absolvent Dolteanu Temistocle (6090—93, 97—101, 03—05, 09—11, 15, 16, 18). Ş.m. cl. X. Niculescu Marius (6100, 01, 05, 14, 27, 31, 32, 34, 36, 39).

ROŞIORII DE VEDE (Bucureşti). Ş.m. cl. VIII. Caragea Ion (E: 2055, 56, 58, 60, 64, 65, 67—72, 74—77, 105, 39, 58), Nagea Ştefan (E: 2082—84, 91, 96—100, 21), Popescu Teodor (E: 2080—84, 86, 91, 92, 95—98). Cl. IX. Ceapă Iancu (6068, 74, 76, 78, 100, 05, 14, 31, 39, 64), Săndulescu Ion (6098, 100, 14, 27, 31, 39, 47, 55, 64, 79, 95, 201). Cl. X. Călin Paul (6071, 75, 76, 97, 118, 31, 39, 42, 44, 50), Clipcea Rodica (6097, 118, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 207), Georgescu Mihai (6071, 75, 76, 97, 118, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 50).

ROZNOV (Bacău). Ş.m. cl. VIII. Manole Ion (6139, 47, E: 2084, 91, 96—98), Nicorescu Miluca (6139; E: 2084, 95—99, 107), Simion Violeta (6139, 91; E: 2084, 96, 97, 99, 101, 21).

RUNCU (Tîrgovişte). Şc. 8 ani cl. VII. Costescu Ilie (E: 2080—86, 90, 92, 95—98, 100).

RUPEA (Braşov). Ş.m. c. VII. Karda Zoltan (E: 2080, 81, 88, 90, 91, 96, 99), Marinovici Iuliana (E: 2080, 81, 88, 90—92, 96). Cl. VIII. Fuiorea Nic. (E: 2064, 67, 69, 70, 74, 77—84, 86, 90).

SALCIA (Bucureşti). Ş.m. cl. VIII. Dună Ion (E: 2092, 96—99, 102, 11, 13, 15), Vasile Nelu (6139; E: 2056, 73, 84, 89, 91, 96, 100).

SIBIU. Şc. 8 ani nr. 6, cl. VI. Balotă Ion (E: 2080—84, 86, 90, 92, 96—99).

Şc. 8 ani nr. 7 cl. VI. Mariuş Marin (E: 2069, 71, 80, 81, 90, 96, 99, 109, 15, 22).

Şc. 8 ani nr. 8 cl. VII. Pomăroc Nic. (E: 2043, 50, 56, 58, 59, 71, 76), Opriş Maria (E: 2067, 69, 71, 74, 77, 80, 81, 92).

Şc. 8 ani nr. 12 cl. VI. Munteanu Adrian (E: 2067, 71, 74, 81, 90, 92, 104), Nicu Olguţa (E: 2067, 68, 69, 71, 92, 96, 99, 110, 15, 17, 19, 22). Cl. VII. Filiă Nicolae (E: 2067, 69, 71, 75, 80, 81, 83, 84, 90), Senchea Alexandrina (E: 2071, 74, 75, 80, 81, 90, 92, 96, 99, 104), Stănilă Florentina (E: 2067, 69, 71, 75, 80, 81, 83, 84, 90), Trif Felicia (E: 2047, 62, 64, 67, 69—72, 74, 75).

Şc. 8 ani nr. 15, cl. V. Gutwirth Ingrid Roswitha (E: 2056, 62, 67, 69, 71, 74, 75, 79, 81, 82—84, 90, 92, 93, 111), Schindler Elke Wilhelmina (E: 2056, 62, 67, 69, 71, 74, 75, 79, 80, 82—84, 90, 92, 93, 111), Schuster Jürgen (E: 2069—71, 74, 80, 81, 90), Zauk Gerhard (E: 2067, 69, 71, 75, 80, 81, 90). Cl. VI. Bălaşa Adriana (E: 2067, 69, 71, 74, 77, 79, 90, 92, 104), Borcoş Mariana (E: 2067, 69, 71, 74, 81, 90, 92, 95, 96), Frum Dorina (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 81, 84, 90, 92). Grecu Mariana (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 81, 90), Sasu Rodica (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 77, 80, 81, 90), Werner Betsy (E: 2082—84, 92, 93, 95, 96, 99, 104). Cl. VII. Antou Elena (E: 2058, 67, 69—71, 74, 77, 79—81, 90, 92, 96), Kückel Annemarie (E: 2069, 71, 74, 75, 77, 80, 86, 90, 92, 93), Rintea Mariana (E: 2064, 67, 71, 77, 79, 90), Schuster Marieanne (E: 2082—84, 92, 93, 95, 96, 99, 104), Sevestrean Ion (E: 2027—29, 31, 33, 38, 46, 55, 56, 62, 67, 69, 71, 74, 79—81, 90, 95, 96), Ştefani Roswitha (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 77, 80, 85, 90), Totorcea Emilia (E: 2064, 71, 74—76, 80, 81, 84, 90).

Şc. 8 ani nr. 18, cl. V. Banu Adriana (E: 2055, 56, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 79), Neamţu Delia (E: 2080—83, 84, 86, 92, 97, 98, 100, 11, 15), Toţu Ion (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 75, 77, 80, 81, 90, 92, 104). Cl. VI. Albu Mircea

(E: 2080—84, 86, 90, 92, 97, 98). Cl. VII. Drăgan Maria (E: 2067, 71, 74, 80, 81, 89, 90, 92, 96, 104). Mîndrean Doina (E: 2080, 82, 86, 90, 92, 95, 97, 98, 111, 21), Vulpe Stela (E: 2067—69, 71, 74, 76, 77, 79—86, 90).

Ş.m. 1, cl. VIII. Codrea Maria (E: 2060, 68, 75, 82—84, 91), Ilie Nicolae (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 80, 82, 83, 90), Macrea Rodica (E: 2056, 64, 66—69, 71, 74, 76, 80, 82), Mitran Nicolae (E: 2083, 84, 96—100), Mureş Buzoianu (6126, 39; E: 2051, 84, 91, 96, 98, 100), Perişan Adela (E: 2066, 67, 69, 70, 74, 77—80, 82), Salvan Ligia (E: 2056, 64, 66—69, 71, 74, 76, 80, 82), Vasiloiu Coman (E: 2066, 86, 90, 92, 95, 97, 100, 09, 21). Cl. X. Lupu Mihai (6059, 68, 127, 29, 31, 39, 42, 44, 50, 58, 63), Rădoi Oliviu (6097, 100, 18, 31, 39, 41, 42, 44, 46, 79, 94, 99). Cl. XI. Boguş Mihai (6128, 31, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 50, 58, 61, 69, 208—10, 12, 14, 16, 42, 43), Galea Ioan (5998, 6007, 08, 17, 20, 25, 30, 33, 51, 55, 71, 118).

Ş.m. 2, cl. VIII. Hodor Liviu (E: 2065, 83, 84, 89, 91, 96—100, 08—10, 13—15, 21, 22), Marcu Doina (E: 2043, 56, 58, 60, 65—69, 71, 74), Nicu Maria Eugenia (E: 2063, 95, 98—100, 04, 07), Nicu Mariana (E: 2082, 83, 86, 99, 110, 14, 15, 21, 22), Oprean Mircea (E: 2065, 74, 83, 92, 96, 97, 99, 104). Cl. IX. Arhir Gabriela (5997, 6053, 65, 68, 74, 76—78, 100, 05), Bulea Alexandru (6065, 68, 76—78, 97, 100, 05, 26, 39), Eneşel Horea (6063—65, 68, 74, 76—78, 100, 27, 39, 47), Nechifor Elena (5976, 97, 98, 6006, 07, 11, 29, 65, 68, 74, 76—78, 100), Stănilă Ioan (5997, 98, 6006, 07, 09, 11, 26, 29, 34, 63, 74, 75, 78, 97, 100, 05). Cl. X. Meţiu Nicolae (6055, 58, 59, 65, 68, 71, 76, 78, 100, 18, 32, 34), Părău Ovidiu (6055, 65, 78, 100, 05, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46), Stoica Virgil (6055, 65, 78, 100, 05, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 46). Cl. XI. Trif Maria (6006, 12, 54, 56, 64—66, 68, 76, 77, 93, 95, 96, 100, 04, 11, 18, 27—35, 39, 42, 44, 46, 47, 49, 50, 55, 58, 62, 63, 79, 201, 03).

Ş.m. 3, cl. VIII. Bratu Ecaterina (E: 2092—84, 86, 91, 96—99), Lungu Gherghinica (E: 2083, 84, 91, 92, 96, 98—100, 04), Maniu Dan (6139, 63, 201; E: 2080—83, 96), Marmeliuc Mircea (E: 2083, 84, 86, 91, 92, 95, 98, 100), Naicu Cornel (E: 2080—84, 86, 90, 92, 97), Nicola Dan (E: 2065, 68, 75, 78, 84, 91, 96), Petric Elena (6147, 58; E: 2084, 86, 91, 92, 95, 98—100), Stoica Adriana (E: 2064, 67, 70, 74, 80—83, 86), Weiss Marietta (E: 2082—84, 86, 91, 92, 96, 98—100, 04). Cl. X. Beac Monica (6127, 29—32, 34, 39, 41, 42, 45—48, 55, 58, 62, 63, 68, 69, 71, 74, 77, 79, 81, 83, 88, 92, 93, 97, 98, 204, 05, 07, 08, 11—13, 15, 17, 29, 43), Bucur Liliana (5996, 98, 99, 6006—08, 12, 18, 20, 23, 26, 30, 33, 34, 43, 59, 65, 67, 71, 74, 76—78, 118), Ciopa Simona (6052, 101, 27, 31, 32, 34, 39, 42, 44—47, 50, 56, 58), Constantinescu E. (6030, 97, 131, 32, 34, 36, 42, 44, 45, 47, 50, 63), Daneş Emil (6097, 105, 14, 26, 31, 34, 39, 42, 44—47, 50, 63, 201), Dobrotă Marinella (6105, 31, 32, 34, 39—41, 45—47, 49, 53, 71), Galeriu Dan (6059—61, 74, 91, 93—97, 99, 100, 03—05, 08, 16, 18, 19, 27—32, 34—37, 39—43, 44—51, 55, 56, 58, 62—64, 68, 69, 71, 74, 77, 78, 86, 88, 92, 94, 95, 99, 203—03, 08—10, 12—15, 19, 23, 24, 27, 32, 34, 36—38, 40, 42, 43, 54—56), Gîlea Doina (6097, 100, 05, 31, 32, 39, 41, 42, 44, 46, 47, 50, 63), Gîlea Octavian (6097, 100, 05, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 58, 71), Ivănuţă Cornelia (5865, 73, 92, 49, 50, 68, 76, 77, 82, 84, 86, 87, 98, 6007, 18, 30, 33, 115, 50), Lefter Marilena (5865, 921, 49, 50, 68, 76, 77, 82, 86, 87, 98, 6018, 30, 33), Marcoci Constantin (6030, 127, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 49, 50, 63, 79), Marcu Cristina (6097, 126, 31, 34, 42, 44, 47, 50, 63, 68, 71), Marcu Grigore (6101, 31, 32, 34, 37, 39, 42—44, 46, 49, 88, 92, 99, 203—05), Marinuş Radu (6052, 101, 27, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 41, 42, 44—51, 55, 56, 58, 62—64, 68, 69, 71, 75, 77, 78, 83, 85, 89, 99, 208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 27, 32, 34, 36, 38—40, 42, 43, 50, 56), Matei Florentina (6139, 42, 46, 49, 63, 69, 71, 79, 88, 92, 242, 43), Mărtinuş St. (6126, 27, 31, 32, 34, 39, 41, 42, 44—47, 49, 50, 58, 63, 71, 83), Mihai Virginia (6030, 61, 97, 131, 32, 34, 44, 45, 47, 50 63, 79), Mihăilă Gh. (6097, 105, 26, 27, 31, 34, 39, 44—47, 50, 58, 71), Măigrădeanu Cornel (6126, 31, 34, 39, 44, 46, 47, 50, 53, 58, 71), Moldovan Rodica (6197, 105, 18, 25, 27, 31, 32, 35, 41, 44—46, 50, 58, 63, 71, 83), Munteanu Rodica (6051, 75, 115, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 49, 50, 63), Năstoiu Aneta (6051, 97, 105, 14, 18, 26, 27, 39, 42, 44—47), Oros Ioan (6097, 105, 28, 31, 32, 34, 35, 39, 41, 42, 44—47, 49, 50, 58, 63, 71, 83), Petraşcu Florica (5997—6000, 06—12, 17, 18, 20, 26, 27, 29, 30, 33, 34, 55,

59, 63, 66, 68, 71, 74, 76—78, 99—101, 03, 05, 16, 18, 26), Poenaru Daniela (6097, 118, 31, 32, 34, 39, 41, 42, 44—47, 49, 50), Popescu Adriana (6092, 94, 103, 15, 27, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44—47, 50, 58, 63, 64), Rosenfeld Corina (5921, 32, 42, 77, 79, 81, 83, 84, 87, 98, 6007, 18, 20, 27, 132, 34, 42, 44, 47), Sorici Rodica (6105, 28, 31, 34, 39, 41, 42, 44—47, 49), Stroe Florea (6097, 105, 18, 31, 34, 39, 41, 42, 44, 46, 47, 50), Tempea Mircea (6100, 26, 27, 31, 34, 42, 44, 46, 47, 50, 63, 71), Tereanu Teodora (6131, 34, 39, 41, 42, 45—47, 49, 63, 71), Vlăculescu Dan (6030, 131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 63). Cl. XI. **Dăncilă Ioan** (6061, 63, 76, 92, 96, 103, 07, 29, 37, 43, 49, 51, 52, 55, 57, 64—67, 69—71, 78, 79, 81, 88, 90—92, 95, 97, 99, 201, 08, 12, 13, 15, 17, 23, 34, 41—43, 47).

Ş.m. 4, cl. X. Facotă Horia (6127, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 58, 69, 99, 208, 42, 43), Oprişor Simion (6127, 31, 32, 34, 37, 39, 41, 42, 44, 46, 50, 56, 58, 61, 69, 79).

SIGHIŞOARA. Şc. 8 ani nr. 2, cl. VI. Moraru Cristian (E: 2064, 70, 80—87, 90, 92, 93, 95, 103, 04, 06).

Ş.m. 2, cl. XI. Komerth Christian (6119, 28, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 58, 63, 69).

Ş.m. seral, cl. XI. Constantinescu Marin (6131, 32, 34, 42, 69, 71, 208—10, 12, 38, 43).

SIMERIA. Cl. V. Ghiura Stela (E: 2056, 74, 77, 80, 81, 85, 86, 92, 93, 104). Cl. X. Fuerea Ludovic (6131, 32, 34, 36, 42, 44, 48, 69, 71, 79, 83, 208, 09, 43), Gostal Mircea (6131, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46—48), Mateevici Nicolae (6127, 31, 32, 34—36, 39, 42, 44—49, 58), Pepenaru Neluţu (6127—29, 31, 32, 34—36, 39, 42, 44—49, 58). Cl. XI. Albon V. (6071, 111, 18, 27—36, 39, 42, 44, 45, 49, 58, 69, 71, 74), Codinoiu Dumitru (6129—31, 34, 42, 44, 48, 65, 71, 72), Moldovan Gheorghe (6131, 34, 42, 69, 71, 74, 77, 210, 12, 14, 16, 17, 21, 42, 43).

SINAIA. Ş.m. cl. VII. Simionescu Cristian (E: 2080—82, 90, 92, 95—98, 100, 04). Cl. VIII. Ionescu Adrian (6139, 49; E: 2080—85, 88, 89, 91, 96, 99). Cl. XI. Cornescu Cinthia (6095, 96, 105, 31—34, 42, 44, 46, 58, 71).

SIRET. Ş.m. cl. XI. Vasileniuc Dumitru (6128, 29, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 47, 69, 71, 83, 92, 99).

SILHA (Banat). Ş.m. cl. VIII. Ştefănescu Cornel (E: 2068, 74, 83, 84, 86, 91, 92, 96, 97).

SINNICOLAUL MARE (Banat). Ş.m. cl. VIII. Năsuia Constantin (E: 2066, 67, 71, 73, 74, 77—79, 84, 100), Sarafolean Petru (E: 2065, 73, 74, 77—79, 81, 84, 92, 98).

SÎNTANA (Crişana). Ş.m. cl. IX. Budean Teodor (6131, 35, 41, 238, 42; E: 2082—84, 91, 97, 100). Cl. X. Deznan Ion (6030—34, 35, 42, 44, 46, 69, 71, 77, 83, 92).

SLATINA. Ş.m. 1, cl. VIII. Cernucan Maria (6131; E: 2080, 82—84, 91, 96, 98, 100, 03). Cl. IX. Buicescu Radu (6127, 29—31, 35, 39, 49, 62, 71, 79), Verescu Sergiu (6063, 76—78, 95, 97, 98, 100, 31, 32, 34, 42, 50, 74, 201; E: 2060, 66, 73, 105). Cl. XI. **Popescu Mihai** (6093, 99, 100, 03, 04, 08, 18, 19, 26—29, 31, 32, 34—36, 39, 42, 44—46, 49, 50, 58, 62, 66, 69—71, 75, 77, 78, 83, 85, 92, 99, 200, 04, 08—10, 12, 14, 15, 36, 37, 42, 43, 54, 56).

Ş.m. 2, cl. X. Păun Maximilian (6070, 76, 131, 32, 34, 39, 42, 46, 209, 12, 13, 42, 43, 47).

SLĂNIC (Ploieşti). Ş.m. cl. XI. Şoimaru Liviu (6128—36, 39, 42—44, 63—66, 68, 69, 71, 74, 77, 82, 85, 88, 92, 208—14, 16, 17, 21, 22, 24, 29, 42, 43).

STREHAIA (Oltenia). Ş.m. cl. XI. Cărbunescu Maria (6128, 30—34, 39, 42, 44, 46, 49, 58, 60, 64, 68, 69, 74, 77, 79).

SUBCETATE. Ş.m. cl. X. Roşca Ion (6130—32, 34, 39, 42, 44, 46, 49, 50, 55, 58, 63).

SUCEAVA. Şc. 8 ani nr. 5, cl. VI. Cosmin Decebal (E: 2067, 69, 71, 74, 76, 79, 81, 104), Ghiţă Gheorghe (E: 2067, 69, 71, 74, 79, 80, 92, 93, 104), Vizitiu Cornelia (E: 2071, 72, 74, 77, 92, 93, 104). Cl. VII. Cosmin Mircea (E: 2067, 71, 74, 76, 81, 90, 93, 96), Găitan Virgil (E: 2067, 69, 71, 74, 79, 80, 83, 90, 104), Maer Vladimir (E: 2067, 71, 74, 76, 81, 90, 92, 93, 96), Olaru Maria, Erhan Jean (E: 2042, 47, 56, 61, 62, 67—69, 71, 74, 76, 77, 79, 80, 83, 86, 89, 90, 92, 96), Răuţ Angela (E: 2060, 62, 67—69, 71, 74, 76, 81, 90, 96), Titiene Ion (E: 2067, 69, 71, 74, 76, 77, 81, 90, 96).

Ş.m. 1, cl. IX. Caminski Corneliu (6131, 39, 43, 47, 58, 62, 74, 76—79; E: 2066, 73, 78).

ŞIMLEUL SILVANIEI (Crişana). Ş.m. cl. XI. Pop Ioan (6095, 96, 99, 101, 08, 11, 18, 19, 20, 21).

ŞOMCUŢA MARE (Maramureş). Ş.m. cl. VII. Hener Herman (E: 2067, 68, 71, 74, 92, 93, 104). Cl. VIII. Răzmaş Flo-

rian (6139, 49, 58, 200; E: 2066, 73, 112, 21). Cl. X. David Vasile (6127, 29, 32, 56, 64, 69, 79, 88, 95, 97, 201, 08, 09, 13, 17, 19, 29, 32, 42, 43, 47).

ŞTEFĂNEŞTI (Argeş). Şc. 8 ani, cl. V. Patriche Dorinel (E: 2071, 74, 75, 77, 90, 92, 93, 104), Popa Laurenţiu (E: 2014, 71, 74, 75, 77, 90, 92, 93), Popescu Cristian (E: 2069, 71, 74, 75, 77, 79, 82, 83, 90, 92, 93, 95, 104), Tuţuianu Rodica (E: 2071, 74, 75, 90, 92, 93, 104). Cl. VI. Buricel Victoria (E: 2065, 69, 74, 77, 79—81, 90), Picol Gheorghe (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 81, 90, 92, 95, 106), Ioan Alexandra (E: 2067, 69—71, 74, 92, 104), Mitu Simona (E: 2064, 67, 69, 71, 92, 95, 104), Niţă Marta (E: 2067, 71, 74, 90—92, 104). Cl. VII. Burlacu Gh. (E: 2067, 71, 74, 80, 81, 92, 95, 96, 104), Căpăţînă Nic. (E: 2080—85, 90, 95), Mocanu Margareta (E: 2067, 71, 74, 80, 81, 92, 95, 96, 104), Răducu Aurel (E: 2067—69, 71, 74, 80, 81, 90, 92, 104), Sofronie Cecilia (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 96, 99, 104), Teianu Filofteia (E: 2056, 71, 81, 82, 84, 96, 98), Vida Maria (E: 2067, 71, 74, 75, 81, 92, 96, 104).

SUSANII DE SUS (Argeş). Şc. 8 ani, cl. VII. Cîrstea Gheorghe (E: 2068, 69, 71, 74, 79—81, 92, 96, 99, 104).

TĂLPIGI (Tecuci). Şc. 8 ani, cl. VI. Savin Mândiţa (E: 2056, 81, 90, 92, 96, 99, 104, 22), Sălăvăstru Virgil (E: 2081, 84, 90, 92, 96, 99, 104, 22), Vătavu Vasilica (E: 2056, 81, 90, 92, 96, 99, 104, 22). Cl. VII. Bobu Margareta (E: 2056, 81, 85, 90, 92, 96, 99, 104, 21, 22), Bobu Rodica (E: 2056, 81, 84, 86, 92, 96, 104, 22), Neagu Lenuţa (E: 2056, 81, 86, 90, 92, 96, 99, 104), Oancea Simina (E: 2056, 81, 85, 90, 92, 96, 99, 104, 09, 22).

TEACA (Bistriţa). Ş.m. cl. VIII. Cătană Alex. (6149, 55, 62, 201; E: 2089, 96—100).

TECUCI. Ş.m. 1, cl. VIII. Caloianu Iulia (E: 2042, 46, 56, 58, 62, 67, 69, 71, 74, 75), Dumitriu Adrian (6139; E: 2073, 82, 84, 88, 91, 92, 96—100), Toti Emilia (E: 2091, 94, 96—98, 100; 6139, 47, 91). Cl. X. Fulger Mihail (6114, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 46, 58, 61, 77, 86, 93). Cl. XI. Nadler Ady (6131—35, 39, 42, 69, 71, 209, 12, 43).

Ş.m. 2, cl. IX. Baniţă Mihai (6029, 87, 100, 14, 25, 26, 30, 87, 93, 201; E: 2060, 66, 73, 78, 105). Cl. X. Cozea Ion (6129, 31, 32, 34, 39, 42, 46, 68, 83, 242, 43), Croitoru Petrică (6131, 32, 34, 44, 71, 99, 208, 42, 43, 44), Marcel (6129, 31, 32, 34, 39, 42, 46, 58, 68, 83, 242, 43), Marian Ştefania (6129, 31, 32, 34, 39, 42, 46, 68, 242, 43), Meiu Minodora (6129, 31, 34, 39, 42, 46, 68, 242, 43); alţi doi elevi au dat soluţii identice.

TIMIŞOARA. Studenţi: Bejancu Aurel (6117—20, 27, 28, 30—40, 42—52, 55, 57—63, 208—13), Chilim Sever (6033, 71, 93, 95, 99, 111, 13, 19, 28, 30—36, 38, 39, 41, 42, 44, 46, 58).

Şc. 8 ani nr. 8, cl. VI. Halalai Lucreţia (E: 2069, 71, 74, 77, 79, 92, 85).

Ş.m. 1, cl. VI. Priboescu Carmen (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 96, 99, 104). Cl. VII. Radoslav Radu (E: 2067, 68, 75, 88, 99, 96, 104), Teleagă Maria (E: 2067, 71, 74, 90, 92, 96, 98, 104). Cl. VIII. Anton Anton (E: 2080—86, 88, 90—93, 95—100, 03—07), Cazacu Mărioara (E: 2082, 84, 86, 92, 96, 98—100, 09, 16, 22), Răduţă Robert (E: 2066, 68, 71, 86, 88—90, 92, 96, 97, 99). Cl. IX. **Gheorghiu Doina** (6127, 29 31, 39, 42—44, 46, 47, 50, 51, 58, 60, 63, 64, 66, 75, 79, 83, 91, 95, 97, 201, 08, 10, 13, 15, 19, 20, 23, 26, 29, 32, 36, 37, 40—43, 49, P).

Cl. X. Costea Ana (6127, 31, 32, 34, 42, 44, 46, 63, 99, 243), Diaconescu Ana (6127, 31, 32, 34, 42, 44, 46, 48, 63, 99), Mihăileanu Rodica (6131, 32, 34, 42, 44, 46, 63, 97, 99), Wieder Iudita (6131, 32, 34, 42, 46, 63, 64, 97, 99, 201). Cl. XI. Cosariu Adrian (6127, 29, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 47, 69, 71, 92), Crişan Dorel (6075, 129, 32, 34, 44, 69, 71, 85, 92, 209, 10, 12, 13, 42, 43), Ionescu Dan (6128, 31, 34—36, 39, 42, 46, 63, 71, 77, 91), Mihăilescu Gh. (6095, 96, 100, 08, 14, 18, 19, 27, 28, 31, 32, 34, 39, 42, 46), Poştaru Mihai (6118, 27, 29, 30, 31, 34, 35, 39, 42, 63, 69, 71, 92, 99), Precupaş Mircea (6118, 27—32, 34—36, 41, 48), Sechei Adalbert (6128, 29, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 46, 63, 229), Şişman Alice (6127—32, 34—36, 39, 42, 46).

Ş.m. 2, cl. VII. Blaga Ioana (E: 2092, 93, 95, 96, 98, 99, 104), Cihandru Diana E: 2071, 80, 92, 93, 96, 99, 104), Czeiler Vera (E: 2067, 71, 74, 90, 92, 93, 95, 96, 98, 104), Filip Alexandru (E: 2092, 93, 95—97, 99, 104), Iacobescu Alexandra (E: 2092, 93, 95—99), Rohrlich Monika (E: 2074, 80, 92, 93, 96, 99, 104). Cl. VIII. Boldea Elena (E: 2080—84, 86, 88, 90, 91, 92, 96—100, 03, 04). Cl. X. Ciuhandru Gh. (6105, 10, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 71, 92), Deheleanu Dan (6101, 10, 18, 21, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 71, 77, 79, 92), Fritz Georg (6105, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58, 71), Rusu Radu (6058, 63,

98, 100, 05, 18, 31, 39, 44, 46), Sehr Richard (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58, 69, 71, 92). Cl. XI. Popescu Viorela (6130, 33, 65—69, 74, 77, 84).

Ş.m. 3, cl. VII. Constandis Brînduşa, (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 95, 96, 104), Coratcă Liviu (E: 2067, 69, 71, 74, 77, 79, 81). Cl. XI. Basch Ioan (6129, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 43, 51, 58, 62, 71, 207), Weiss Agneta (6118, 19, 27—35, 39, 42, 44, 46, 58, 63).

Ş.m. 7, cl. VI. Ardeleanu Romeo (E: 2067, 71, 74, 80, 90, 92, 96).

TÎRGOVIŞTE. Şc. prof. petrol-chimie an I. Mortici Petre (E: 2092—95, 98, 100, 04).

Ş.m. 1, cl. VIII. Andrei Aurelian (6139; E: 2064, 66—69, 71, 74, 77, 78, 82—84, 91, 96, 99), Badea Gh. Mariana (E: 2084, 95, 103—10, 16, 21), Frăţiloiu Nicolae (6139, 49; E: 2066—68, 71, 73, 74, 77—79, 84, 91, 96, 98—100, 03), Marinache Ion (6131, 39; E: 2066—69, 80—83, 86).

Ş.m. 2, cl. IX. Enache Gheorghe (6097, 100, 01, 03, 05, 15, 18, 27, 29, 31, 35, 36, 39, 41, 43—47, 49, 50, 51, 54, 55, 58, 60, 62—64, 66, 79, 87, 91, 201, 07; E: 2065, 73, 78, 101, 05, 07), Veselina Georgeta (6007, 20, 30, 33, 71, 75, 31, 32, 34, 36, 42, 44).

Ş.m. 2 serală, cl. X. Bratu Constantin (6105; E: 2064, 66—71, 73—75, 77, 79—86, 90—93, 95, 97, 103, 04). Cl. IX. Stanciu Virgil (6131, 39, 43, 44, 46, 47, 49, 55, 64, 79, 91, 93, 201, 08, 13, 38, 39, 41, 42). Cl. X. Niculescu Constantin (6127, 30—32, 34—36, 39, 42, 44—46, 58, 65, 69, 71, 91, 99, 208, 12, 29, 40, 42, 43, 54).

TÎRGU CĂRBUNEŞTI. Ş.m. cl. VIII. Bîru Constantin (E: 2090, 92, 95, 97, 98, 100, 06). Cl. X. Mutu Dumitru (6098, 100, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 88, 91, 208, 09, 19, 43).

TÎRGU JIU. Ş.m. 1, cl. VIII. Cocheci Maria (6097, 103, 39; E: 2080—84, 90—96—98), Galepu Marcel (E: 2066, 68—72, 80—84, 86, 90, 92, 95, 96, 98—100, 04), Olaru Onisifor (E: 2081—84, 86, 90, 97), Popescu Ecaterina (6097, 139, 41; E: 2080—84, 90, 96, 98, 99). Cl. IX. Baros Ion (6007, 92, 97, 128, 30, 35, 39, 58, 61, 63), Buşe Florian (6068, 97, 130, 31, 39, 49, 58; E: 2065, 73, 95, 98), Curcanu George (6003, 123, 35, 55, 62, 64, 90, 95, 201, 02; E: 2101, 05, 07), Haranciu Adrian (E: 2065, 73, 78; 6007, 78, 93, 100, 31, 39, 49, 58), Pestroiu Daniel (6142, 44, 45, 49, 63, 79, 91, 201, 08, 42, 43, 54), Stănculescu Mihai (6097, 123, 30, 31, 39, 58, 64; E: 2066, 73, 82—84, 95, 98, 99), Vişan Ion (6068, 93, 97, 100, 31, 39, 58; E: 2065, 73, 78), Vlădoianu Antoaneta (6097, 103, 39, 41; E: 2080—84, 90, 96, 98).

Ş.m. 2, cl. VIII. Adam Vasile (E: 2080—84, 86, 90, 92, 98), Ceauşescu Mihai (E: 2092, 93, 96—98, 100, 04, 05), Cosma Dumitru (E: 2066—69, 71, 74, 76, 77, 79, 81, 82, 84, 86, 90, 92, 96, 98, 99, 104), Gîrniceanu Ion (E: 2075, 79, 80, 81, 84, 92, 96—98, 100, 04), Lera Doina (E: 2064, 77—79, 87, 92, 97, 98, 104), Nanu Elisabeta (E: 2080—84, 86, 92, 95, 104), Pîrvuleţ Maria (E: 2080—84, 86, 92, 97), Purcaru Paulina (E: 2080, 82—84, 92, 96—98, 100, 04), Ruşescu Emilia (E: 2092, 96, 98, 99, 104, 14, 15, 18, 21), Vlădoianu Vasile (E: 2080, 82—84, 86, 90, 92, 98).

TÎRGU LĂPUŞ. Ş.m. cl. VIII. Belu Ion (E: 2065, 68, 82—84, 91, 96—98, 109, 13, 21, 22), Bogza Liviu (E: 2085, 91, 92, 98, 99, 103—10, 14, 15, 18, 21, 22), Burza Teodor (6131, 39; E: 2033, 43, 46, 56, 66—70, 74, 90, 91, 96, 113, 21, 22), Chira Raveca (E: 2066, 80—84, 86, 90), Danciu Olimpiu E: 2067, 80—83, 86, 91, 92, 95, 99, 104), Filip Aurel (E: 2060, 67, 68, 71, 80—84, 86, 92, 96, 99, 104, 05), Herţa Gheorghe (E: 2074, 81, 83, 84, 90, 96, 98), Iluc Viorica (E: 2067, 69, 70, 72, 77—79, 83, 84, 92, 96, 98), Leşe Aurel (E: 2080—84, 90, 91, 92, 95—98, 100, 04), Man Zamfira (6131; 2066, 80—83, 86, 90), Moş Raveca (6147, 49; E: 2060, 80, 82, 83, 86, 91, 98), Oprişor Onişor (E: 2029, 33, 38, 56, 67, 74, 86), Petrehuş Mircea (E: (6131; E: 2066—68, 70, 74, 91, 96, 113, 21, 22), Petrenciuc Alexa (E: 2071, 80—84, 86, 92, 96, 99, 104), Rapan Gavril (6147, 49; E: 2066, 68, 74, 85, 90, 91, 96), Sigartău Grigore (E: 2067, 78, 82—84, 85, 100, 08, 21), Thira Florica (E: 2065, 70, 71, 74, 80, 81, 86, 89, 95), Toma Zamfira (E: 2065, 67, 69, 71, 74, 77, 79, 83, 85, 92, 96, 104, 21), Santa Augustin (E: 2074, 80, 82—84, 85, 90, 92, 96, 98), Santa Viorel (E: 2073, 78, 85, 89, 92, 95—100, 03, 04, 06), Simon Carolina (6131; E: 2060, 65, 68, 75, 80—84, 86, 88, 90), Simon Iudita (E: 2080—84, 88—91). Cl. IX. Bozga Grigore (6076, 78, 93, 131, 39, 46, 47, 55, 58, 79, 93, 201), Filip Ion (idem), Filip Nicolae (6068, 76, 78, 92, 100, 29, 30, 31, 35, 39, 46, 47, 55, 79), Hurducaş Iuliu (6063, 68, 76—78, 131, 39, 46, 47, 49), Kerekes Iosif (6063, 68, 76—78, 93, 128, 30, 31, 39, 46, 47, 55, 58), Man Ion (6076, 78, 93, 131, 39, 47,

50, 55, 58, 79), Marchiș Ion (6063, 68, 76, 78, 123, 39, 46, 47, 55, 58, 79, 201), Mureșan Roman (6068, 76—78, 98, 100, 14, 27, 31, 39), Nechita Ileana (6100, 30, 39, 47, 49, 58, 62, 79, 211, 42; E: 2078, 113), Podea Nicolae (6093, 100, 26, 28, 30, 31, 39, 46, 47, 50, 55, 58, 79, 201). Cl. X. Bridea Adalbert (6127, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 55, 58), Greble Gavril (6131, 34, 39, 42, 46, 47, 49, 50, 55), Man Valer (6129, 31, 34, 39, 42, 44, 47, 49, 50, 55), Nechita Horia (6131, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 55, 58), Repilat Augustin (6131, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 49, 50, 55).

TIRGU MUREȘ. Ș.m. Al. Papiu, cl. VI. Huszar Martin (E: 2055, 56, 67, 69, 74, 80, 81). Cl. VII. Simovici Ion (E: 2055, 56, 58, 59, 67, 68, 71, 74, 75, 77), Purcu Ion (E: 2092, 93, 95, 96, 98, 102, 04), Vamoș Vasile (E: 2085, 89, 92, 93, 95—100, 02, 04, 06, 08, 14, 16, 21).

Ș.m. Unirea, cl. VIII. Aștelean Anton (E: 2070—84, 86, 92, 95—98, 104), Hartstein Ernest (6139; E: 2092, 95—98, 100, 04, 07). Cl. X. Sarchiz Dorin (6071, 118, 32, 39, 42, 44, 46, 56—58).

Ș.m. 4, cl. VIII. Laszlo Alexandru (E: 2081—83, 86, 91, 92, 95, 103, 13, 17, 21). Cl. X. Gersch Egon (5998—6000, 07, 08, 18, 20, 26, 28—30, 33, 34, 55, 58, 59, 61, 63—65, 68, 71, 75, 76, 78), Stratan Alex. (6055, 58, 59, 61—65, 68, 71, 75, 76, 78). Cl. XI. Cistelecan Mihai (6057, 58, 60, 62, 68, 93, 96, 97, 103, 18, 19, 27—36, 39, 42, 44—46, 50, 52).

Ș.m. 5, cl. VIII. Alexa Maria (E: 2066—69, 73, 74, 105).

TIRGU NEAMȚ. Ș.m. cl. VI. Amzulescu Gabriela (E: 2069, 71, 79, 80, 85, 90), Lateș Marcela (E: 2069, 71, 75, 80—83), Vasiliu Doina (E: 2067, 69, 71, 74, 75, 80—82). Cl. VIII. Agapie Ion (6139; E: 2056, 67, 69, 71, 74, 77, 79). Cl. X. Ana Dumitru (6131, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 63, 79, 99), Gheorghiță Gabriela (6128, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 63, 79, 99), Sofia Victoria (6100, 28—32, 34, 35, 42, 44, 46, 63).

TRUSEȘTI (Suceava). Ș.m. cl. VIII. Hoidrag Didina (E: 2080, 81, 83, 84, 86, 90, 95, 96, 98, 101, 08, 09, 14, 15, 21, 22). Cl. IX. Șchiopu Constantin (6093, 100, 05, 14, 31, 47, 64, 229, 42; E: 2066). Simion Constantin (6076, 93, 100, 31, 39, 43, 47, 55, 201, 29, 36, 42). Cl. X. Corneschi Ion (6037, 39, 44, 100, 24, 26, 30—32, 34, 39, 42—44, 46, 47, 55, 66, 71).

TURDA. Șc. 8 ani nr. 6, cl. VI. Radu Ion (E: 2080—84, 86, 87).

Ș.m. 1, cl. X. Pop Gheorghe (6023, 32, 43, 84, 85, 130, 41, 47, 50, 54, 56).

Ș.m. 2, cl. X. Șerban Petru (6127, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 47, 54—56, 58, 63). Cl. XI. Bereș Francisca (6100, 29, 30—32, 34, 42, 44, 49, 50, 63, 69, 77).

TURNU SEVERIN. Șc. 8 ani nr. 1, cl. VII. Georgescu Radu (E: 2080—84, 86, 90, 91).

Șc. 8 ani nr. 2, cl. VII. Popescu Angela (E: 2081, 83, 90, 92, 96, 102, 04).

Șc. 8 ani nr. 9, cl. VII. Grecu Petre (E: 2067—69, 71, 75, 83, 90).

Ș.m. 1, cl. V. Ciucă Valentin (E: 2071, 74, 85, 90, 92, 93, 104), Lupu Florin (E: 2071, 75, 80, 92, 93, 95, 104). Cl. VII. Stăiculescu Gheorghe (E: 2067—69, 71, 80, 81, 84). Cl. VIII. Popescu Constantin (6147, 49; E: 2080—86, 88—91), Popescu Marcel (6139, 47, 49; E: 2073—91). Cl. IX. Armulescu Dumitru (6100, 03, 14, 31, 39, 41, 47, 49, 55, 58), Gihat Viorel (6131, 32, 34, 42, 44, 69, 71, 77, 85, 92). Cl. XI. Ionescu Ștefan (6097, 100, 18, 29, 34, 35, 47, 50, 64, 69, 71, 97), Osnaga Mihai (6129, 31, 32, 34—36, 39, 42, 44, 47, 50, 62, 63).

Ș.m. 2, cl. VI. Borcilă Mariana (E: 2067, 61, 71, 74, 80, 81, 90, 92), Grecu Paula (E: 2079, 71, 74, 75, 80, 81, 90, 92), Semenescu Elena (E: 2067, 69, 71, 74, 80, 81, 90, 92). Cl. VIII. Ceaușu Ligia (6126; E: 2066—69, 71, 73, 74, 77, 78, 80—86, 88, 90—92, 96, 98, 100, 04).

Ș.m. 3, cl. VIII. Lupulescu Adriana (E: 2067, 69, 74, 78, 83, 84, 92, 97, 98, 104).

VASLUI. Ș.m. cl. XI. Corcoțoi Ion (6071, 95, 96, 101, 08, 14, 18, 27—35, 39, 42, 44—46, 48, 50, 52, 58, 63, 69, 77).

VASCĂU. Ș.m. cl. VIII. Sabău Adriana (E: 2081—84, 86, 92, 98, 100).

VALEA LUNGĂ CRICOV (Cîmpina). Șc. 8 ani, cl. VI. Chițu Ion (E: 2069, 71, 74, 77, 79, 80, 83, 90), Grigoraș Elena (E: 2069, 71, 74, 80, 83, 90, 92, 104). Cl. VII. Șerban Gheorghe (E: 2064, 67, 68, 70, 71, 74, 75, 76, 79).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 35—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.-B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate, corect rezolvate și citeț semnate. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit odată cel puțin 8 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E : VII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

•

În vederea stimulării elevilor clasei XI premiați la olimpiadele internaționale de matematici și olimpiadele interne, care devin studenți ai facultății de matematică-mecanică sau fizică de la Universități, conducerea Ministerului Învățămîntului a hotărît să li se acorde următoarele forme de sprijin material:

a) bursă în primul an de studii, indiferent de situația lor materială. În următorii ani de studii bursa să fie menținută în aceleași condiții dacă obțin media generală cel puțin 9,00.

b) la începutul primului an de studii să li se acorde cărți și manuale de specialitate în valoare de 500 lei.

c) în vacanțele anului I de studii să fie trimiși cu prioritate la odihnă în taberele studențești (iarna sau vara la alegerea studentului) dacă rezultatele școlare sînt foarte bune.

•

Tirajul fiind limitat, gazetele se trimit mai întîi abonaților și de aceia rugăm colaboratorii noștri să se aboneze pentru restul numerelor din 1964. Prețul este de 1,50 lei exemplarul.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscut această publicație și altor colegi, pentru a se abona din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

— Abonamentele se pot face prin oficiile poștale locale.

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 9089

Index 41601

Lei 1,50

E1426

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) august 1964

8

GAZETA MATEMATICĂ
(SERIA B)
Anul XV (I), nr. 8 — august 1964

SUMARUL

pag.

1. A douăzecea aniversare a eliberării patriei noastre 337
2. Aplicaţiile nomografiei în fizică şi tehnică de Maria Vidraşcu, Braşov 339
3. Note matematice de I. Munteanu, Leningrad şi C. Pîrşan, Bucureşti 348
4. Caleidoscop matematic 351
5. Probleme rezolvate (5852, 5873, 5889, 5901, 5907, 5936, E : 2002, 2027) 353
6. Chestiuni de examen (6443—6466) 359
7. Probleme propuse (6467—6496) 364
8. Exerciţii şi probleme pentru clasele V—VIII (E : 2184—2196) 369
9. Subiectele lucrărilor scrise date la cea de a VI-a olimpiadă internaţională de matematică ţinută la Moscova la 4 şi 5 iulie 1964 (6497—6502) 372
10. Poşta redacţiei 373
11. Rubrica rezolvitorilor de probleme 374

ANUL XV (I) 8 AUGUST

COMITETUL DE REDACŢIE

Cristea I., asistent; *Dincă M.*, profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kiss E.*, conf. univ. (Cluj); *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Muşat I.* prof.; *Ottescu C.*, profesor; *Păvăluţa M.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Ţene L.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) nr. 8 august 1964

A DOUĂZECEA ANIVERSARE A ELIBERĂRII PATRIEI NOASTRE

Patria noastră îmbracă haina de sărbătoare pentru aniversarea eliberării sale de fasciștii germani cotropitori. Acum douăzeci de ani, la 23 August, poporul romîn, avînd în frunte clasa muncitoare, condus de Partidul Comunist și-a cucerit libertatea cu arma în mînă, răsturnînd guvernul trădător fascist antonescian de la cîrma țării, luptînd plin de avînt împotriva sălbatecelor hoarde hitleriste.

La 23 August 1944 s-au deschis filele măreței epopei a independenței depline a patriei, a eliberării depline de exploatare și a construirii unei vieți noi, fericite, pe care poporul nostru, îndrumat cu înțelepciune de partidul clasei muncitoare, o înscrie cu entuziasm în cartea istoriei.

Setea de independență și de libertate a poporului romîn, pentru care el și-a dat îndîrjit sîngele în trecut, la Rovine, la Podul Înalt, la Călugăreni și-a găsit adevăratul izvor abia după 23 August pe calea luminoasă a construirii socialismului, deschisă și trasată de partid. Ca un uriaș de poveste, poporul a zguduit țara din hotar în hotar și clasele exploatatoare au fost prăbușite. Cei ce muncesc au devenit stăpîni ai bogățiilor țării, stăpîni ai vieții lor, iar munca a devenit o datorie de onoare, pentru că poporul muncește pentru belșugul său. Partidul a dat poporului sămînță rodnică scoasă din înțelepciunea marxist-leninistă, brațele și mințile s-au încordat iar pe întinsul patriei au crescut uzine și fabrici moderne, construite de popor, pentru viața sa mai fericită. Adîncuri ale pămîntului au fost deschise și din ele s-a scos mai mult țiței, mai mult cărbune, gaze naturale și minereuri. S-au creat hidrocentrale puternice izvoarele de apă au fost transformate în fluvii de energie electrică de energia omului nou, ca la Bicaz, ca la Sadu, cum va fi în curînd sus pe Argeș ori la Porțile de Fier. Industria socialistă crește continuu în patria noastră. Cetățile de foc de la Hunedoara, de la Reșița și din atîtea alte centre dau fluvii de oțel, din care mîna harnică și mintea iscusită a muncitorilor, a maeștrilor și a inginerilor crează mașini moderne pentru economia țării, pentru cerințele de peste hotare.

Altădată eram tributari ai străinătății pentru mașini. Acum vindem mașini în multe alte țări. Mărcile de fabricație românești sînt prezente și solicitate pe piața mondială.

O industrie nouă, industria chimică, se dezvoltă vertiginos în toate regiunile țării (ca la Brazi, Borzești, Onești, Săvinești, Govora și București) valorificînd atîtea materii prime cu care pămîntul patriei noastre este înzestrat.

Pe drumurile de fier trec rapid, trenurile remorcate de locomotivele Diesel fabricate la Craiova și Reșița. Pe asfaltul șoselelor din țară și

străinătate rulează în mare viteză autocamioanele Carpați, autobuzele „Tudor Vladimirescu". Pe străzile orașelor și pe litoral trec siluetele elegante ale troleibuzelor românești.

Arhitecții și constructorii jalonează an după an zeci de mii de construcții elegante, moderne, în ansambluri urbanistice confortabile.

Numeroase alte creații are industria noastră socialistă și aripile ei se întind spre viitor tot mai sus. Acest avînt este rezultatul politicii înțelepte marxist-leniniste a partidului nostru, urmată cu încredere și elan de oamenii muncii.

Și ogoarele patriei au altă față. Pe ele nu mai trudesc țărani flămînzi pentru moșieri lacomi și cruzi, tablou sumbru de trecut, scris cu sîngele țăranilor pe filele istoriei. Urmînd politica partidului, țărănimea a organizat întinsele gospodării colective care împreună cu gospodăriile de stat acoperă teritoriul țării. Astfel se înfăptuește agricultura intensivă, bazată pe mecanizare, chimizare, pe agrotehnica modernă. Pe ogoarele întinse ale gospodăriilor agricole socialiste lucrează tractoarele, semănătoarele, combinele fabricate în țară. Prin creșterea producției agricole și a calității ei au sporit veniturile țăranilor, s-a ridicat nivelul de viață. Satul și viața lui se schimbă. Se estompează treptat deosebirile dintre sat și oraș.

În pas cu marile schimbări economice și sociale înfăptuite de poporul nostru după 23 August sub conducerea partidului s-a dezvoltat cultura.

Dacă ne referim numai la științele matematice, constatăm că în această perioadă, ele s-au afirmat prin lucrări valoroase apreciate pe plan mondial. Matematica de astăzi continuă frumoasele tradiții ale matematicii românești de dinainte de 23 August 1944.

În opera de răspîndire a gustului pentru matematică și fizică, ca și în cea de popularizare a metodelor avansate de predare a lor, Societatea de științe matematice și fizice (din care s-au format în ianuarie 1964 Societatea de matematică respectiv Societatea de fizică și chimie) a adus o contribuție remarcabilă.

Înainte de 23 August 1944, publicația de matematică pentru elevi apărea într-un tiraj de aproximativ 1 000 exemplare.

Larga difuzare a Gazetei matematice și fizice seria B înființată în 1950, (care apare din ianuarie 1964 în două periodice distincte: Gazeta matematică seria B și Revista de fizică și chimie seria B cu tiraje lunare atingînd 32 000 respectiv 9 000 exemplare) exprimă limpede larga popularitate a acestor reviste printre elevi.

La aceste două periodice colaborează aproximativ 10 000 elevi.

La realizările revistei noastre, Societatea de științe matematice din R.P.R. adaugă și alte înfăptuiri de largă răspîndire printre elevi ca: olimpiadele de matematici, broșurile apărute în „Biblioteca Societății", cercurile de elevi pe orașe etc.

Elevii din școlile patriei noastre urmează o școală nouă, modernă, bogată în mijloace de învățătură și de educație. Ei văd cum se înalță spre culmi tot mai înalte viața patriei și se pregătesc să continue în viitor acest mers ascendent. Ei mulțumesc partidului pentru această cale luminoasă, strălucitoare, pe care călăuzește poporul nostru.

APLICAȚIILE NOMOGRAFIEI ÎN FIZICĂ ȘI TEHNICĂ

de *MARIA VIDRAȘCU*
Institutul Politehnic Brașov

Înainte de a arăta aplicațiile nomografiei în fizică și tehnică, vom prezenta, bazați pe considerațiuni geometrice, cîteva tipuri de nomograme cu puncte aliniate *) urmate apoi de aplicații.

Ca încheiere vom căuta apoi să răspundem la întrebarea ce se pune: care sînt formele relațiilor cu trei variabile pentru care se pot construi nomograme cu puncte aliniate?

I. *Nomograme cu scări paralele neechidistante.*

Să considerăm trei drepte paralele neechidistante și să ducem două secante oarecare (AC) și $(A'C')$ (fig. 1). Să notăm:

$$\frac{AB}{BC}=\frac{m_1}{m_2}. \qquad (1)$$

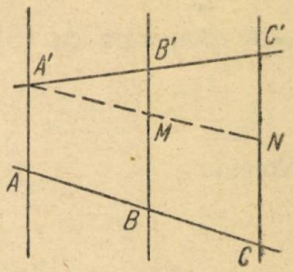


Fig. 1

Din (1) avem:

$$\frac{AB+BC}{AB}=\frac{m_1+m_2}{m_1}$$

sau

$$\frac{AC}{AB}=\frac{m_1+m_2}{m_1} \qquad (2)$$

Să ducem din A' o paralelă $A'N$ la AC. Din triunghiul $A'NC'$ avem:

$$\frac{C'N}{B'M}=\frac{A'N}{A'M}$$

sau

$$\frac{CC'-AA'}{BB'-AA'}=\frac{AC}{AB}$$

ținînd seama de (2), obținem:

$$\frac{CC'-AA'}{BB'-AA'}=\frac{m_1+m_2}{m_1}$$

de unde:

$$\frac{AA'}{m_1}+\frac{CC'}{m_2}=BB'\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right) \qquad (3)$$

Dacă notăm: $AA'=x$; $BB'=z$; $CC'=y$, (3) se va putea scrie:

$$\frac{x}{m_1}+\frac{y}{m_2}=z\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right) \qquad (4)$$

---

*) A se vedea articolul „Ce este nomografia" din G.M.-B nr. 1/1964 pag. 5.

Relația geometrică (4) ne arată că dacă avem o relație aditivă cu variabile separate, de forma:

$$f_1(u) + f_2(v) = f_3(w) \tag{5}$$

ei i se va putea construi o nomogramă cu suporți paraleli neechidistanți.

Într-adevăr, dacă luăm:

$$\begin{aligned} x &= m_1 \cdot f_1(u) \\ y &= m_2 \cdot f_2(v) \end{aligned} \tag{6}$$

relația (4) devine:

$$f_1(u) + f_2(v) = z\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)$$

care comparată cu (5), ne dă:

$$f_3(w) = z\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right).$$

Notînd:

$$\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \frac{1}{m_3} \tag{7}$$

avem:

$$z = m_3 \cdot f_3(w).$$

Acest rezultat asociat cu (6) ne conduce la:

$$\begin{aligned} x &= m_1 \cdot f_1(u), \\ y &= m_2 \cdot f_2(v), \\ z &= m_3 \cdot f_3(w). \end{aligned} \tag{8}$$

Ecuațiile (8) pot fi deci considerate ca ecuațiile scărilor funcțiilor $f_1(u)$, $f_2(v)$ și $f_3(w)$; m_1 și m_2 fiind modulele funcțiilor $f_1(u)$ și $f_2(v)$ iar m_3 urmează să se calculeze cu ajutorul relației (7), după ce m_1 și m_2 au fost dați sau calculați.

Odată cunoscuți m_1 și m_2 suportul scării funcției $f_3(w)$ nu mai poate ocupa orice poziție, poziția lui fiind determinată de raportul:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{m_1}{m_2}.$$

Ca aplicație s-a construit, în figura 5, nomograma ecuației:

$$t = \frac{K}{R} \tag{9}$$

folosită în probleme de rezistența materialelor și unde, t este torsiunea în răsuciturî/metru,

K, este coeficientul de torsiune;
R, este numărul de dinți al unei roți dințate.
Nomograma s-a construit pentru:

$$125 \leqslant t \leqslant 4000;\ 10.000 \leqslant K \leqslant 100.000;\ 25 \leqslant R \leqslant 80.$$

Pentru a putea construi nomograma, ecuației (9) i se va aplica logaritmii, și avem:

$$\log t = \log K - \log R \qquad (10)$$

Modulii nefiind dați, se vor calcula cu relația:

$$m = \frac{\text{lung. scării}}{f(u)_{\text{Max}} - f(u)_{\text{min}}}$$

În cazul de față, avem:

$$m_t = \frac{180\ mm}{\lg 4000 - \lg 125} = 120\ mm;\quad m_R = \frac{180\ mm}{\lg 80 - \lg 25} = 360\ mm$$

și

$$m_k = \frac{180\ mm}{\lg 100.000 - \lg 10.00} = 180\ mm.$$

Apoi $\frac{m_k}{m_R} = \frac{1}{2}$, ceea ce înseamnă că raportul distanțelor între suporții paraleli va fi egal cu $\frac{1}{2}$.

Întrucît $\log R$ se scade în ecuația (10), sensul pe suportul scării variabilei R va fi invers față de sensurile de pe suporții scărilor variabilelor K și t.

S au construit apoi scările variabilelor t, K și R după ecuațiile:

$x = 18$ cm. $\log K$, pentru, $10\,000 \leqslant K \leqslant 100\,000$

$y = 36$ cm. $\log R$, pentru, $25 \leqslant R \leqslant 80$

$z = 12$ cm. $\log t$ pentru, $125 \leqslant t \leqslant 4000$

așezînd valorile corespunzătoare numerelor $K = 10\,000$, $t = 125$ și $R = 80$ să fie în partea cea mai de jos a nomogramei, ele verificînd ecuația (9).

Verificare: pentru $K = 40\,000$, $R = 1000$, se citește $t = 40$; sau pentru, $t = 400$, $K = 20\,000$ se citește $R = 50$ și pentru $R = 30$, $t = 1000$, se citește $K = 30\,000$.

II. *Nomogramă cu scări concurente*

Să ducem trei drepte concurente, dintre care una să fie bisectoarea unghiului format de celelalte două drepte (fig. 2).

Să ducem o secantă (AC) și din A o paralelă (AD) la (OC). Din triunghiurile asemenea OBC și ABD, avem:

$$\frac{AD}{OC}=\frac{BD}{OB} \quad \text{sau} \quad \frac{AD}{OC}=\frac{OD-OB}{OB}. \tag{11}$$

Dar:

$$OD=2\,OA\cos\theta$$

și deci (11) devine:

$$\frac{AD}{OC}=\frac{2\cdot OA\cdot\cos\theta-OB}{OB} \tag{12}$$

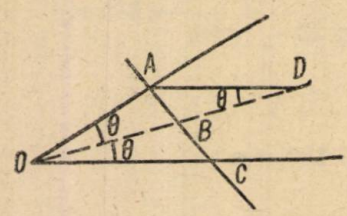


Fig. 2

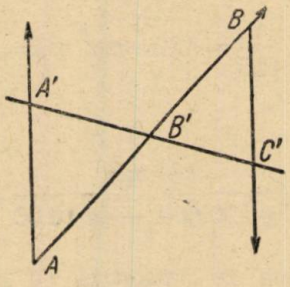


Fig. 3

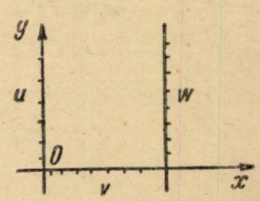


Fig. 4

Să notăm: $OA=x$; $OB=z$; $OC=y$. În acest caz (12) devine:

$$\frac{x}{y}=\frac{2x\cdot\cos\theta-z}{z} \quad \text{sau} \quad \frac{x}{y}=\frac{2x\cdot\cos\theta}{z}-1.$$

De unde, prin împărțire cu x, obținem:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2\cos\theta}{z}$$

sau:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{\frac{z}{2\cos\theta}} \tag{13}$$

Dacă, $\theta=\frac{\pi}{3}$, atunci (13) devine:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z}. \tag{14}$$

Relația geometrică (14), ne arată că, dacă avem relația funcțională de forma:

$$\frac{1}{f_1(u)}+\frac{1}{f_2(v)}=\frac{1}{f_3(w)} \tag{15}$$

ei i se poate construi o nomogramă cu suporți concurenți.

Dacă punem:

$$x = mf_1(u),\quad y = mf_2(v) \tag{16}$$

relația (14) devine:

$$\frac{1}{mf_1(u)}+\frac{1}{mf_2(v)}=\frac{1}{z}$$

sau

$$\frac{1}{f_1(u)}+\frac{1}{f_2(v)}=\frac{m}{z}.$$

Comparînd-o cu (15) obținem:

$$\frac{1}{f_3(w)}=\frac{m}{z}$$

sau

$$z = mf_3(w) \tag{17}$$

care asociată cu (16) ne dă:

$$x = mf_1(u);$$

$$y = mf_2(v);\quad z = mf_3(w). \tag{18}$$

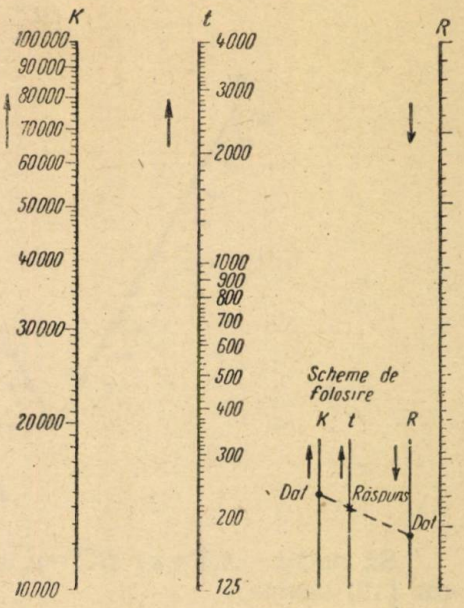


Fig. 5

Ecuațiile (18) pot fi deci considerate ca ecuațiile scărilor funcțiilor $f_1(u)$, $f_2(v)$ și $f_3(w)$ și deci relației (15) i se poate construi o nomogramă cu trei suporți concurenți, dintre care unul să fie bisectoarea unghiului format de ceilalți doi.

Practic, pe dreptele laterale se vor construi scările funcțiilor $f_1(u)$ și $f_2(v)$ iar pe dreapta de la mijloc se va construi scara funcției $f_3(w)$ după ecuațiile (18).

Acest fel de nomogramă își găsește aplicații în fizică și tehnică pentru relații de forma (15).

Ca aplicație, în figura 6, s-a construit o nomogramă pentru relația:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

folosită în electricitate și optică, pentru $0\leqslant R\leqslant 8$; $0\leqslant R_1\leqslant 12$; $0\leqslant R_2\leqslant 12$; construindu-se pe suporții laterali scările funcțiilor R_1 și R_2 și pe suportul de la mijloc scara funcției R, după ecuațiile:

$x = 1\text{ cm}\ R_1$; $y = 1\text{ cm}\ R_2$; $z = 1\text{ cm}\ R$ și unghiul $\theta = \frac{\pi}{3}$.

Verificare, pentru $R_1=4$; $R_2=4$ se citeşte, $R=2$; sau pentru $R_1=2{,}5$; $R=0{,}9$ se citeşte, $R_2=1{,}4$ şi pentru $R_2=6{,}5$ $R=4$ se citeşte, $R_1=10{,}5$.

III. *Nomograma în „N"*, este tot o nomogramă cu suporţi concurenţi. Să considerăm două drepte paralele intersectate de dreapta (AB) şi cu sensurile indicate în figura 3. Să notăm $AB=1$ şi să ducem o secantă oarecare $A'C'$. Triunghiurile asemenea $AA'B'$ şi $BB'C'$, dau :

$$\frac{AA'}{BC'}=\frac{AB'}{B'B}. \tag{19}$$

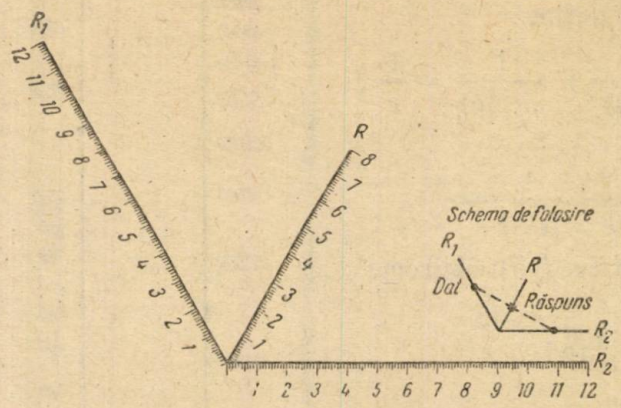


Fig. 6

Să notăm : $AA'=x$; $BC'=y$, şi $AB'=z$ de unde $BB'=l-z$, în acest caz (19) devine :

$$\frac{x}{y}=\frac{z}{l-z} \quad \text{sau} \quad x=y\frac{z}{l-z}. \tag{20}$$

Relaţia geometrică (20) ne arată că, dacă acem o relaţie funcţională, de formă multiplicativă, cu variabile separate, de forma :

$$f_1(u)=f_2(v)\cdot f_3(w) \tag{21}$$

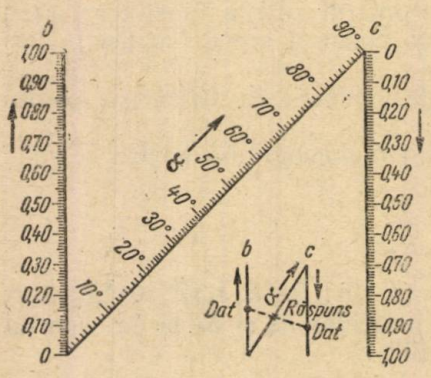


Fig. 7

acestei relaţii i se poate construi o nomogramă cu suporţi concurenţi în „N". Dacă notăm :

$$x=m_1\cdot f_1(u)\,; \quad y=m_2\cdot f_2(v). \tag{22}$$

Relaţia (20) devine :

$$f_1(u)=\frac{m_1}{m_2}\cdot f_2(v)\,\frac{z}{l-z}.$$

Din compararea ei cu (21) rezultă :

$$f_3(w)=\frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{z}{l-z}$$

de unde:

$$z = l \frac{f_3(w)}{f_3(w) + \frac{m_2}{m_1}}. \qquad (13)$$

Asociind acest rezultat cu (22) avem:

$$x = m_1 \cdot f_1(u),\ y = m_2 \cdot f_2(v),\ z = l \frac{f_3(w)}{f_3(w) + \frac{m_2}{m_1}}. \qquad (24)$$

Ecuațiile (24) pot fi deci considerate ca ecuațiile scărilor funcțiilor $f_1(u)$, $f_2(v)$ și $f_3(w)$ și deci relației (21) i se poate construi o nomogramă în formă de „N".

Practic, pe dreptele paralele se construiesc scările funcțiilor $f_1(u)$ și $f_2(v)$ iar pe suportul secant se construiește scara funcției $f_3(w)$, ecuațiile scărilor fiind ecuațiile (35).

În figura (7) s-a construit nomograma relației $\operatorname{tg}\alpha = \frac{b}{c}$

din trigonometrie, pentru $0 \leqslant b \leqslant 1\ m$; $0 \leqslant c \leqslant 1\ m$ și $0 \leqslant \alpha < \frac{\pi}{2}$;

construindu-se pe suporții paraleli scările funcțiilor b și c iar pe suportul secant scara funcției tg α, după ecuațiile:

$$x = 1\ \text{cm} \cdot b;\ y = 1\ \text{cm} \cdot c;\ z = l \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}\alpha} \qquad (25)$$

l, fiind lungimea suportului secant.

Verificare, pentru $b=0{,}5$ m și $c=0{,}5$ m se citește $\alpha = 45°$.

O observație pe care o facem pentru această nomogramă este că, ea poate fi folosită și atunci cînd una din catete sau ambele catete au o lungime mai mare decît 1 m.

Ambele catete vor fi micșorate de un același număr de ori în așa fel, ca amîndouă să devină mai mici ca unitatea.

Împărțirea trebuie să se facă cu 10, 100, 1000.

Evident, valoarea tgα nu se va modifica, deoarece valoarea raportului $\frac{b}{c}$ se păstrează.

De exemplu, să se determine unghiul α, dacă $b=85$ m și $c=72$ m. Pe nomogramă vom lua $b=0{,}85$ m și $c=0{,}72$ m, adică am împărțit valorile date ale catetelor cu 100 și citim $\alpha = 49°30'$.

Bazați tot pe considerațiuni geometrice se pot construi nomograme cu suporți curbilinii, de exemplu, nomograme cu doi suporți așezați pe același cerc, iar al treilea fie pe diametrul cercului, fie pe o tangentă la cerc.

Dacă construim o astfel de nomogramă și anume o nomogramă cu două scări pe același cerc pentru adunarea de forma $x+y=p$ și o nomogramă cu două scări pe același cerc pentru produsul de forma $xy=q$, vom putea să citim rădăcinile unei ecuații de gradul doi de forma $z^2+pz+q=0$.

Cele spuse mai sus, desigur că nu epuizează nici pe departe toate posibilitățile construirii nomogramelor pe baza geometriei elementare și ne putem da seama de diversitatea nomogramelor ce se pot construi.

Din prezentarea nomogramelor cu puncte aliniate și construite, s-a putut vedea că relațiile care au fost nomografiate s-au prezentat sub forma:

$$(1)\quad f(u, v, w) = 0$$

cu variabile separate.

Să vedem acum care din formele $f(u, v, w) = 0$ pot fi nomografiate.

Dacă în planul nomogramei este trasat un sistem ortogonal de axe de coordonate, atunci ecuațiile suporturilor scărilor variabilelor u, v și w vor apare sub formă parametrică și anume:

$$u:\begin{cases} x = \varphi_1(u) \\ y = \psi_1(u) \end{cases} \quad v:\begin{cases} x = \varphi_2(v) \\ y = \psi_2(v) \end{cases} \quad w:\begin{cases} x = \varphi_3(w) \\ y = \psi_3(w) \end{cases} \tag{26}$$

Fie u, v și w trei valori care verifică ecuația (1).

Lor le corespund pe nomogramă trei puncte în linie dreaptă. Din condiția de colinearitate a trei puncte avem:

$$\begin{vmatrix} 1 & \varphi_1(u) & \psi_1(u) \\ 1 & \varphi_2(v) & \psi_2(v) \\ 1 & \varphi_3(w) & \psi_3(w) \end{vmatrix} = 0 \tag{27}$$

Ecuația (28) va fi satisfăcută de toate tripletele de numere u, v și w care sînt cote ale punctelor nomogramei aflate pe o aceeași dreaptă.

Aceste triplete de numere constituie însă soluțiile cele mai diferite ale ecuației (1).

Deci ecuația (27) conține printre soluțiile sale toate soluțiile ecuației (1).

Dacă se poate găsi o ecuație de forma (27) care conține toate soluțiile ecuației (1), atunci se poate construi pentru ecuația (1) o nomogramă cu puncte aliniate. Ecuațiile scărilor vor fi determinate de ecuațiile (25).

Ecuația (27) se numește ecuația *Soreau*.

Deci dacă pentru ecuația (1), se poate găsi o ecuație de forma 27, adică o ecuație Soreau, atunci vom spune că ecuației (1) i se poate construi o nomogramă cu puncte aliniate. Din ecuația (27) apoi se pot citi ecuațiile parametrice ale curbelor suport pentru scările celor trei variabile.

Soluțiile ecuației (27) care nu sînt soluții ale ecuației (1) se exclud ușor pe nomogramă.

De obicei este suficient să desenăm pentru aceasta numai părțile necesare ale scărilor ei.

Se vede deci că nu orice ecuație de forma (1) se poate pune sub forma (27).

Condițiile necesare și suficiente pentru ca să se întîmple acest lucru, sînt destul de complicate ca utilizare pentru a fi încadrate în acest articol.

Ecuațiile care sînt nomografiabile se deosebesc între ele prin *ordinul de nomografiere*, înțelegînd prin aceasta numărul cel mai mic de funcții liniar independente de cîte o variabilă, cu care se poate exprima membrul întîi al ecuației (1).

Ordinul de nomografiere nu poate fi mai mic ca III și mai mare ca VI.

Nomogramele se deosebesc și după *genul* (gradul) lor, înțelegînd prin aceasta, numărul scărilor curbilinii ale nomogramei. Există deci nomograme de genul 0, 1, 2, 3.

Prin diferite transformări ecuațiile de ordinul III de nomografiere pot fi aduse la una din următoarele forme canonice:

$$\text{(I)} \quad f_3(w) = f_1(u) \cdot f_2(v)$$

$$\text{(II)} \quad f_3(w) = f_1(u) + f_2(v)$$

$$\text{(III)} \quad f_1(u) \cdot f_2(v) \cdot f_3(w) = f_1(u) + f_2(v) + f_3(w).$$

Ecuațiile de ordinul IV de nomografiere pot fi aduse la una din formele canonice:

$$f_1(u) \cdot f_3(w) + f_2(v)\, g_3(w) + h_3(w) = 0$$

numită și forma canonică a lui Cauchy, și

$$f_1(u),\ f_2(v) \cdot f_3(w) + [f_1(u) + f_2(v)]\, g_3(w) + h_3(w) = 0$$

numită și forma canonică a lui Clark.

Ecuațiile de ordinul V pot fi aduse la forma:

$$f_1(u) = \frac{f_2(v) + f_3(w)}{g_2(v) + g_3(w)}$$

iar cele de ordinul VI pot fi aduse la forma:

$$\frac{f_1(u) + f_2(v)}{f_1(u) + f_3(w)} = \frac{g_1(u) + g_2(v)}{g_1(u) + g_3(w)}.$$

Ca aplicație, să găsim ecuația Soreau, pentru o nomogramă de genul zero, la forma canonică:

$$f_3(w) = f_1(u) \cdot f_2(v). \tag{28}$$

Notăm:

$$x = f_1(u);\ y = f_3(w)$$

și în acest caz ecuația (28) este echivalentă cu sistemul:

$$x - f_1(u) = 0;\ y - f_2(v) \cdot x = 0;\ y - f_3(w) = 0. \tag{29}$$

Cum acest sistem are soluții pe $f_1(u)$ și $f_3(w)$, rezultă că pentru orice u, v, w, care satisfac ecuația (28), avem:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -f_1(u) \\ f_2(v) & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -f_3(w) \end{vmatrix} = 0. \tag{30}$$

Observație: Dezvoltînd determinantul (30) obținem ecuația (28).

Folosind proprietăţile determinanţilor, din (30) ajungem la

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & f_1(u) \\ 1 & \dfrac{1}{1-f_2(v)} & 0 \\ 1 & 1 & f_3(w) \end{vmatrix} = 0 \qquad (31)$$

tocmai ecuaţia Soreau pentru ecuaţia (28).

Din (30) obţinem apoi ecuaţiile parametrice ale suporţilor scărilor celor trei funcţii şi anume:

$$(u)\begin{cases} x = 0 \\ y = f_1(u) \end{cases} ; \quad (v)\begin{cases} x = \dfrac{1}{1-f_2(v)} \\ y = 0 \end{cases} ; \quad (w)\begin{cases} x = 1 \\ y = f_3(w) \end{cases}$$

Se vede că scara variabilei u va fi pe axa oy, scara variabilei v va fi pe axa ox, iar scara variabilei w va fi paralelă cu axa oy (fig. 4).

Desigur că pentru o nomogramă de genul I sau II va trebui să se găsească alte forme ale ecuaţiei Soreau pentru ecuaţia (28).

Ne-am ocupat numai de o parte din posibilităţile de nomografiere a ecuaţiilor (1).

Dacă ecuaţia conţine mai mult de trei variabile, pentru construirea nomogramelor corespunzătoare, nomografia dispune de mijloace destul de numeroase ca să răspundă şi la această problemă.

După cum am mai spus, nu am epuizat toate problemele puse de nomografie, există încă probleme interesante de matematică legate de nomografie, răspunsul fiind obţinut fie apelînd la cunoştinţele din geometrie şi geometrie analitică fie la cunoştinţele din analiza matematică.

La cercurile de elevi se pot construi nomograme pentru relaţii simple din fizică şi geometrie, recomandînd pentru studiu cărţile trecute în bibliografie.

BIBLIOGRAFIE

L. Bal şi *Fr. Rado* — Lecţii de nomografie" — Editura tehnică — 1956 — Bucureşti.

M. V. Pentcovschi — „Nomografia" — Editura tehnică — 1952 — Bucureşti.

M. V. Pentcovschi — „Nomograme" — Editura tehnică — 1956 — Bucureşti.

NOTE MATEMATICE

GENERALIZAREA PROBLEMELOR 4568 ŞI 4678

Dacă a_i^j, $(i=1,2,\ldots, n\,;\ j=1,2,\ldots, m)$ sînt numere reale şi pozitive atunci are loc inegalitatea:

$$\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{m} a_i^j\right)} \geqslant \sum_{j=1}^{m}\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} a_i^j} \qquad (1)$$

Soluția. Se observă că (1) se mai poate scrie:

$$\sum_{j=1}^{m} \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i^j}{\sum_{j=1}^{m} a_i^j}\right)} \leqslant 1$$

Ținînd seama de faptul că media geometrică a mai multor numere pozitive este mai mică sau cel mult egală cu media aritmetică putem scrie:

$$\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i^1}{\sum_{j=1}^{m} a_i^j}\right)} \leqslant \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i^1}{\sum_{j=1}^{m} a_i^j}\right) \tag{3,1}$$

$$\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i^2}{\sum_{j=1}^{m} a_i^j}\right)} \leqslant \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i^2}{\sum_{j=1}^{m} a_i^j}\right) \tag{3,2}$$

$$\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i^m}{\sum_{j=1}^{m} a_i^j}\right)} \leqslant \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i^m}{\sum_{j=1}^{m} a_i^j}\right) \tag{3,m}$$

Adunînd inegalitățile (3,1), (3,2), ..., 3,m) membru cu membru avem:

$$\sum_{j=1}^{m} \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i^j}{\sum_{j=1}^{m} a_i^j}\right)} \leqslant \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i^j}{\sum_{j=1}^{m} a_i^j}\right) \tag{4}$$

Dar

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i^j}{\sum_{j=1}^{m} a_i^j}\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{a_i^j}{\sum_{j=1}^{m} a_i^j}\right) = n$$

deci (4) devine:

$$\sum_{j=1}^{m} \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i^j}{\sum_{j=1}^{m} a_i^j}\right)} \leqslant \frac{1}{n}\cdot n = 1.$$

adică tocmai ceea ce trebuia demonstrat.

Cazuri particulare. 1. Dacă $m=2$ inegalitatea (1) ia forma:

$$\sqrt[n]{(a_1^1+a_1^2)(a_2^1+a_2^2)\dots(a_n^1+a_n^2)} \geqslant \sqrt[n]{a_1^1\cdot a_2^1\dots a_n^1}+ \\ +\sqrt[n]{a_1^2\cdot a_2^2\dots a_n^2} \tag{6}$$

care este enunțul problemei 4678 din G.M.F.-B 5/1961.

2. Dacă în (1) luăm $m=2$, iar $a_i^2=1$, $(i=1,2,\dots,n)$ obținem:

$$\sqrt[n]{(1+a_1^1)(1+a_2^1)\dots(1+a_n^1)} \geqslant 1+\sqrt[n]{a_1^1\cdot a_2^1\dots a_n^1} \tag{7}$$

Ridicînd inegalitatea (7) la puterea n, avem:

$$(1+a_1^1)(1+a_2^1)\dots(1+a_n^1)=\left(1+\sqrt[n]{a_1^1\cdot a_2^1\dots a_n^1}\right)^n$$

ceea ce formează enunțul problemei 4568 din G.M.F.-B 2/1961.

Aplicație. Să se demonstreze dubla inegalitate:

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^n \geqslant n! \geqslant \frac{1}{(\sqrt[n]{n+1}-1)^n} \tag{8}$$

Soluție. În (6) făcînd $a_i^1=i$ și $a_i^2=n+1-i$, $(i=1,2,\dots,n)$ avem:

$$(n+1) \geqslant 2\sqrt[n]{n!} \text{ sau: } \left(\frac{n+1}{2}\right)^n \geqslant n! \tag{9}$$

Dacă în (7) luăm $a_i=i$, $(i=1,2,\dots,n)$ obținem:

$$\sqrt[n]{(n+1)!} \geqslant 1+\sqrt[n]{n!} \text{ sau: } \sqrt[n]{n!}\,(\sqrt[n]{n+1-1}) \geqslant 1$$

iar de aici se obține:

$$n! \geqslant \frac{1}{(\sqrt[n]{n+1}-1)^n} \tag{10}$$

Comparînd (9) cu (10) rezultă relația (8).

Munteanu I. Ioan, student, Leningrad

CALCULUL BISECTOARELOR INTERIOARE

1° Fie triunghiul oarecare ABC și $AD=i_a$ bisectoarea interioară corespunzătoare laturii BC. Avem: $2S_{ABD}+2S_{ADC}=2S_{ABC}$. Ținînd seama de relația $S=\dfrac{ab\sin C}{2}$ dintre elementele unui triunghi, obținem:

$$ci_a\sin\frac{A}{2}+bi_a\sin\frac{A}{2}=bc\sin A \text{ sau}$$

$$(b+c)\,i_a\sin\frac{A}{2}=2bc\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2},$$

de unde:

$$i_a = \frac{2}{b+c} \cdot bc \cos\frac{A}{2} = \frac{2}{b+c}\sqrt{bcp(p-a)}$$

și analoagele.

2° Considerăm triunghiul oarecare ABC și ceviana de rang n corespunzătoare AA'. Deoarece AA' determină relația $\frac{BA'}{A'C} = \frac{c^n}{b^n}$ (prin definiție) deducem:

$$BA' = \frac{ac^n}{b^n + c^n}; \quad A'C = \frac{ab^n}{b^n + c^n}. \tag{1}$$

Aplicînd relația lui *Stewart* configurației punctelor A, B, A', C obținem: $c^2 \cdot A'C + b^2 \cdot BA' - AA'^2 \cdot a = BA' \cdot A'C \cdot a$. Înlocuind valorile din (1) obținem:

$$c^2 \frac{ab^n}{b^n + c^n} + b^2 \frac{ac^n}{b^n + c^n} - AA'^2 \cdot a = \frac{a^2 b^n c^n}{(b^n + c^n)^2},$$

sau

$$AA'^2 = \frac{b^2 c^n + b^n c^2}{b^n + c^n} - \frac{a^2 b^n c^n}{(b^n + c^n)^2}$$

Cazuri particulare. a) În cazul cînd $n=0$ obținem pătratul medianei, adică: $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$ și analoagele.

b) Pentru $n = 1$ obținem bisectoarea interioară:

$$i_a^2 = \frac{l_c^2 + b_c^2}{b+c} - \frac{a^2 bc}{(b+c)^2} = \frac{bc}{(b+c)^2}[(b+c)^2 - a^2] =$$

$$= \frac{4bcp(p-a)}{(b+c)^2}$$

sau $i_a = \frac{2}{b+c}\sqrt{bcp(p-a)}$, și analoagele.

Pirșan Liviu, student matematici București

CALEIDOSCOP MATEMATIC

1. *Cel mai mare număr care se poate forma cu trei cifre identice.* Să scriem, fără a folosi semnele operațiilor, un număr cu trei cifre a care să fie cît mai mare posibil.

Numerele scrise cu trei cifre a, sînt:

$$aaa; \quad a^{aa}, \quad aa^a, \quad a^{a^a}$$

Dacă $a = 1$, este evident că cel mai mare dintre ele este 111. Să vedem care este situația în celelalte cazuri cînd $a = 2; 3; 4; \ldots; 9$.

Cele mai mari numere par să fie

$$a^{a^a} \text{ și } a^{aa}$$

observînd însă că $2^{22} > 2^{2^2}$ ne punem întrebarea cînd avem

$$a^{a^a} > a^{aa}. \tag{1}$$

Inegalitatea (1) are loc cînd avem $a^a >$ aa, sau $a^a > 10\,a + a = 11\,a$, ceea ce atrage condiția $a^{a-1} > 11$. Această inegalitate este adevărată numai cînd $a \geqslant 4$. Rezultă că ordinea de mărime, de la cel mai mic la cel mai mare, este

$$aaa,\ aa^a,\ a^{a^a},\ a^{aa}$$

atunci cînd $a = 2$ sau 3 și

$$aaa,\ aa^a,\ a^{aa},\ a^{a^a}$$

pentru toate celelalte cazuri $a = 4; 5; 6; \ldots; 9$.

Dintre toate numerele scrise cu trei cifre identice cel mai mare este numărul

$$A = 9^{9^9},$$

acesta este un număr care se scrie cu 369693061 cifre.

Primele cifre ale numărul A sînt 428124773175747048036987118, iar ultimele două cifre sînt 89.

2. *Numere cu aceleași ultime două cifre care se mențin în produsul lor.* Observăm că

$$176 \cdot 2476 = 435776.$$

Ne punem întrebarea, există și alte numere care au această proprietate, care sînt aceste numere?

Notînd cu a numărul format de ultimele două cifre a două numere B, C acestea se pot scrie

$$B = 100\,m + a \text{ și } C = 100\,n + a.$$

Deoarece și produsul BC trebuie să aibă aceeași terminație a, rezultă egalitatea de forma:

$$(100\,m + a)\ (100\,n + a) = 100\,p + a.$$

Pentru ca această egalitate să fie satisfăcută, este necesar ca

$$a^2 - a = a\,(a-1)$$

să fie un multiplu de $100 = 4.25$.

Rezultă că numerele a, de două cifre, trebuie căutate printre numerele consecutive dintre care unul să fie divizibil cu 25 și celălalt prin 4.

Perechile de numere consecutive dintre care unul este divizibil prin 25 sînt:

(24; 25), (25; 26), (49; 50), (50; 51), (74; 75), 75; 76).

Dintre aceste perechi numai

$$(24; 25) \text{ și } (75; 76)$$

conțin un termen divizibil și prin 4; de aceea a poate fi 25 sau 76.

Deducem că există o infinitate de perechi de numere cu aceeași terminație de două cifre care se menține și în produsul perechilor. Astfel de perechi sînt numerele terminate cu 25 sau 76.

3. *O demonstrație a teoremei lui Pitagora.* Sînt cunoscute numeroase demonstrații pentru mult folosita teoremă de către elevi. Dăm în continuare o demonstrație care se bazează pe o evidentă relație dintre arii și pe expresia razei cercului înscris într-un triunghi dreptunghic.

Considerăm cercul cu centrul în I înscris în triunghiul dreptunghic ABC de laturi $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ a cărui rază este r și care este tangent respectiv laturilor în punctele D, E, F.

Ținînd seama că tangentele duse dintr-un punct exterior, la un cerc, sînt egale în lungime, avem, $BD = BF = c - r$ și $CD = CE = b - r$, iar din egalitatea

$$BD + DC = (c - r) + (b - r) = BC = a$$

deducem

$$r = \frac{b + c + a}{2}.$$

Scriind

$$\text{aria } AIC + \text{aria } AIB + \text{aria } BIC = \text{aria } ABC$$

sau

$$\frac{br}{2} + \frac{cr}{2} + \frac{ar}{2} = \frac{bc}{2}$$

unde substituim

$$r = \frac{b + c - a}{2}, \text{ deducem:}$$

$$(b + c + a)(b + c - a) = 2bc$$

sau $b^2 + c^2 = a^2$, care exprimă relația dintre laturi.

O. S.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5852

a) *Să se discute rădăcinile ecuației* $x^2 + mx + 2m - 3 = 0$, *unde* m *este un parametru real; b) Să se exprime minimul* V *al trinomului* $f(x) = x^2 - mx + 2m - 3$ *în funcție de* m; *c) Să se afle valoarea lui* m *pentru care* V *este maxim; d) Să se afle valorile lui* m *pentru care* $f(x) \geq 0$ *oricare ar fi* x *real.*

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de *Popa I. Eugen*, elev Iași. a) Calculăm discriminantul:

$$\Delta = m^2 - 4(2m - 3) = m^2 - 8m + 12,$$

Discriminantul se anulează pentru $m = 2$ și $m = 6$. Pentru $m<2$ și $m>6$ discriminantul este pozitiv, deci ecuația are rădăcini reale. Pentru $2<m<6$ discriminantul este negativ, deci ecuația are rădăcini imaginare. Pe intervalul în care ecuația are rădăcini reale se poate discuta semnul rădăcinilor. Calculăm suma S și produsul P al rădăcinilor. $S=m$ și $P = 2m - 3$, deci, pentru $m < 0$ rădăcinile sînt de semne contrare, cea negativă mai mare în valoare absolută; pentru $m = 0$ rădăcinile sînt egale în valoare absolută și de semne contrare; pentru $0 < m < \frac{3}{2}$ rădăcinile sînt de semne contrare, cea pozitivă mai mare în valoare absolută; pentru $m = \frac{3}{2}$, o rădăcină este nulă; pentru $\frac{3}{2} < m < 2$ rădăcinile sînt pozitive; pentru $m = 2$ rădăcinile sînt confundate; pentru $2 < m < 6$ avem rădăcini imaginare; pentru $m = 6$ avem rădăcini confundate iar pentru $m > 6$ avem rădăcini pozitive.

b) Minimul trinomului are loc pentru $x = -\frac{b}{2a}$, în cazul nostru $x = \frac{m}{2}$. Avem $V = f\left(\frac{m}{2}\right) = \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + 2m - 3 = \frac{-m^2 + 8m - 12}{4}$.

c) Maximul trinomului V obținut are loc pentru $m = -\frac{b}{2a}$, adică $m = \frac{-8}{-2} = 4$, deci V este maxim pentru $m = 4$.

d) Deoarece coeficientul lui x este pozitiv rezultă că discriminantul trebuie să fie negativ pentru ca $f(x) \geqslant 0$ pentru orice x real. După cum s-a văzut mai sus aceasta se întîmplă pentru $2 \leqslant m \leqslant 6$.

Problema 5873

Notăm cu T mulțimea tripletelor de numere de forma $(a; b; c)$ unde a, b, c sînt numere reale. Prin definiție $(a_1; b_1; c_1) = (a_2; b_2; c_2)$ dacă $a_1 = a_2$; $b_1 = b_2$; $c_1 = c_2$. În mulțimea T definim operația de înmulțire în felul următor:

$$(a_1; b_1; c_1) \cdot (a_2; b_2; c_2) = (a_1 \cdot a_2; a_1 \cdot b_2 + b_1 \cdot c_2; c_1 \cdot c_2)$$

a) *Să se arate că înmulțirea astfel definită nu este comutativă, dar este asociativă.*

b) *Să se arate că $(1; 0; 1)$ este elementul unitate în mulțimea T.*

c) *Să se găsească inversul elementului $(a; b; c)$ în T.*

d) *Să se calculeze valoarea $(1; 1; 1)^n$ (prin care înțelegem efectuarea înmulțirii de n ori).*

Kiss Elemer, Tg. Mureș

Soluția autorului. a) Fie $(a_1 ; b_1 ; c_1)$; $(a_2 ; b_2 ; c_2)$ și $(a_3 ; b_3 ; c_3)$ trei elemente ale mulțimii T. Dacă efectuăm următoarele înmulțiri:

$$(a_1 ; b_1 ; c_1)\cdot(a_2 ; b_2 ; c_2) = (a_1a_2 ; a_1b_2 + b_1c_2 ; c_1c_2)$$
$$(a_2 ; b_2 ; c_2)\cdot(a_1 ; b_1 ; c_1) = (a_2a_1 ; a_2b_1 + b_2c_1 ; c_2c_1)$$

și

$$[(a_1; b_1; c_1)\cdot(a_2; b_2; c_2)]\cdot(a_3 ; b_3; c_3) = (a_1a_2; a_1b_2 + b_1c_2; c_1c_2)\cdot(a_3; b_3; c_3) =$$
$$= (a_1a_2a_3 ; a_1a_2b_3 + a_1b_2c_3 + b_1c_2c_3 ; c_1c_2c_3)$$
$$(a_1; b_1; c_1)\cdot[(a_2; b_2; c_2)(a_3; b_3; c_3)] = (a_1; b_1; c_1)(a_2a_3; a_2b_3 + b_2c_3; c_2c_3) =$$
$$= (a_1a_2a_3 ; a_1a_2b_3 + a_1b_2c_3 + b_1c_2c_3 ; c_1c_2c_3).$$

Observăm că într-adevăr, înmulțirea introdusă nu este comutativă, dar este asociativă.

b) Dacă $(a ; b ; c)$ este un element oarecare în mulțimea T atunci ne putem convinge ușor că:

$(a ; b ; c)\ (1 ; 0 ; 1) = (a ; b ; c)$ și $(1 ; 0 ; 1)\ (a ; b ; c) = (a ; b ; c)$

adică, $(1 ; 0 ; 1)$ este elementul unitate în T.

c) Elementul $(x ; y ; z)$ este inversul elementului $(a ; b ; c)$ adică:

$(\ ; b ; c)\ (x ; y ; z) = (1 ; 0 ; 1)$; $(ax ; ay ; + bz ; cz) = (1 ; 0 ; 1)$

sau

$ax = 1$; $ay + bz = 0$; $cz = 1$, de unde dacă $a \neq 0$, $c \neq 0$ găsim

$$x = \frac{1}{a} = \frac{c}{ac} ; \quad y = -\frac{b}{ac} ; \quad z = \frac{1}{c} = \frac{a}{ac}$$

adică inversul elementului $(a ; b ; c)$ este $\left(\frac{c}{ac} ; -\frac{b}{ac} ; \frac{a}{ac}\right)$.

Observăm că într-adevăr,

$$(a ; b ; c)\left(\frac{c}{ac} ; -\frac{b}{ac} ; \frac{a}{ac}\right) = (1 ; 0 ; 1) \text{ și}$$

$$\left(\frac{c}{ac} ; \frac{b}{ac} ; \frac{a}{ac}\right)(a ; b ; c) = (1 ; 0 ; 1).$$

d) Calculăm valoarea $(1 ; 1 ; 1)^n$ pentru cîteva valori ale lui n:

$(1 ; 1 : 1)^1 = (1 ; 1 ; 1)$; $(1 ; 1 ; 1)^2 = (1 ; 1 ; 1)(1 ; 1 ; 1) = (1 ; 2 ; 1)$

$(1 ; 1 ; 1)^3 = (1 ; 1 ; 1)(1 ; 1 ; 1)(1 ; 1 ; 1) = (1 ; 2 ; 1)(1 ; 1 ; 1) = (1 ; 3 ; 1)$

Presupunem că: $(1 ; 1 ; 1)^{n-1} = (1 ; n - 1 ; 1)$; atunci avem:

$(1 ; 1 ; 1)^n = (1 ; 1 ; 1)^{n-1}\cdot(1 ; 1 ; 1) = (1 ; n - 1 ; 1)(1 ; 1 ; 1) = (1 ; n ; 1)$

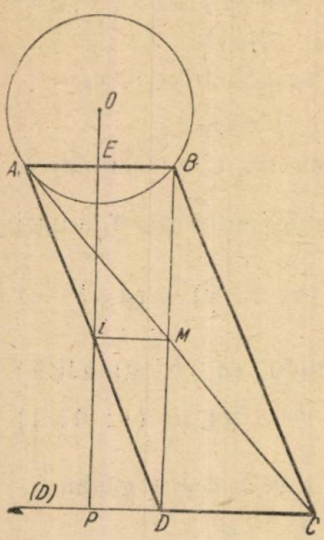
deci:

$$(1 ; 1 ; 1)^n = (1 ; n ; 1).$$

Problema 5889

Se dă un cerc de rază 5 cm și o dreaptă (D) la distanța de 21 cm de 0, centrul cercului. Fie P piciorul perpendicularei din 0 pe dreapta (D). Pe OP se ia OI egală cu 12 cm. Se duce IM = 4 cm perpendiculară pe OI. Să se construiască un paralelogram avînd centrul în punctul M, două din vîrfuri pe cerc și două din vîrfuri pe dreapta (D). Să se calculeze aria paralelogramului.

C. Ionescu-Țiu



Soluție dată de *Popescu Eleodor*, cl. X s.m.l Tr. Severin. Pe *IO* luăm segmentul $IE=IP=21-12=9$ cm. Prin *E* ducem paralela la *(D)* care taie cercul în *A* și *B*. Dreptele *AM* și respectiv *BM* intersectează pe *(D)* în *C* și respectiv *D*. Patrulaterul *ABCD* este chiar paralelogramul cerut.

Justificarea construcției. În trapezul *PDBE*, *I* fiind mijlocul lui *PE*, iar *IM* și *PD* fiind paralele rezultă că *IM* este linie mijlocie. Deci, *BM* și *MD* sînt egale.

Triunghiurile *ABM* și *CDM* sînt evident egale. Deducem că: $AB=CD$ și $AM=MC$. Dar cum *AB* și *(D)* sînt paralele rezultă că patrulaterul *ABCD* este paralelogram cu centrul în *M*. Aria acestui paralelogram este $A=PE\cdot DC=18\cdot AB$.

Dar, din triunghiul dreptunghic *BOE* reiese $BE^2=BO^2-OE^2$ și cum $BO=5$ cm, iar $OE=21$ cm $-$ 18 cm $=3$ cm, avem $BE^2=25-9=16$. Deci, $BE=4$ cm, iar $AB=2\cdot BE=8$ cm. Atunci, $A=18\cdot 8$ cm $=144$ cm^2.

Observație. Rezultă că $EB=IM=PD=4$ cm și deci, patrulaterul *PDBE* este dreptunghi, iar *AD* trece prin *I*.

Problema 5901

Să se demonstreze că toate triunghiurile în care $a+c=2b$ și $b+2c=5a$ sînt asemenea.

* * *

Soluție dată de *Popescu Eleodor*, cl. X Tr. Severin.

Folosim prima relație pentru a deduce pe rînd valoarea lui a și c în funcție de celelalte două laturi ale triunghiului. Apoi, dacă substituim $a=2b-c$ în a doua relație obținem printr-un calcul simplu $7c=9b$ sau $\frac{b}{7}=\frac{c}{9}$. Analog, substituind $c=2b-a$ în a doua relație, găsim $7a=5b$ sau $\frac{a}{5}=\frac{b}{7}$. Rezultă că laturile a, b, c sînt proporționale cu numerele 6, 7, 9. Evident că toate triunghiurile cu astfel de laturi sînt asemenea.

Problema 5907

Fie a, b, c numere reale oarecare între care cel puțin două să fie diferite de zero. Să se demonstreze că:

$$\frac{a^2}{b^2+c^2}+\frac{b^2}{c^2+a^2}+\frac{c^2}{a^2+b^2}\geqslant\frac{3}{2}.$$

În ce caz avem egalitate?

Soluție dată de *Popovici Cornel*, cl. X liceul 1 Lugoj. Egalitatea o vom avea cînd $a^2=b^2=c^2$. Punem $a^2=x$, $b^2=y$, $c^2=z$. Avem de arătat că:

$$\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}\geqslant\frac{3}{2}. \tag{1}$$

Notăm $x+y=u$; $y+z=v$; $z+x=w$.
Din acest sistem obținem:

$$x=\frac{u-v+w}{2};\ y=\frac{u+v-w}{2};\ z=\frac{-u+v+w}{2}.$$

Înlocuind aceste valori în egalitatea (1) rămîne de arătat:

$$\sum\frac{u+v}{w}\geqslant 6 \text{ sau } \sum\left(\frac{u}{v}+\frac{v}{u}\right)\geqslant 6$$

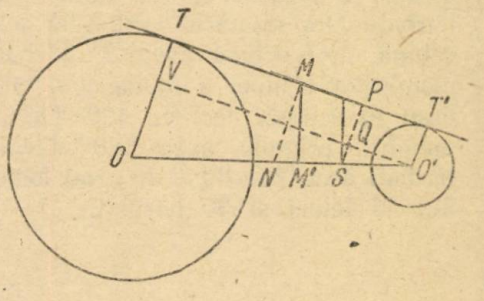
ceea ce este adevărat în baza inegalității cunoscute: $\frac{u}{v}+\frac{v}{u}\geqslant 2$.

Problema 5936

Considerăm două cercuri de raze r și r' și fie S centrul lor interior de similitudine, iar T, T' contactele unei tangente exterioare. Notăm cu u distanța de la mijlocul segmentului TT' la linia centrelor și cu u' lungimea perpendicularei din S pe linia centrelor pînă la intersecția cu tangenta TT'. Să se arate că: uu'=rr'.

N. Mihăileanu

Soluție dată de *Popescu Eleodor*, Tr. Severin. Fie (O) și (O') cercurile, $SS'=u'$ și $MM'=u$, M fiind mijlocul lui TT'. Fie NM și SP perpendiculare pe TT'. Prin O' ducem $O'V$ (V se găsește pe OT) paralelă cu TT' care taie în Q pe SP. Evident că:



$$\frac{SO}{SO}=\frac{r'}{r} \text{ sau } \frac{SO'}{OO'}=\frac{r'}{r+r'}.$$

Dar avem

$$\frac{SQ'}{OV}=\frac{SO'}{OO'}, \text{ adică } \frac{SP-r'}{r-r'}=$$

$$=\frac{r'}{r+r'}, \text{ de unde } SP=\frac{2rr'}{r+r'}.$$

Se mai observă că: $MN = \frac{r+r'}{2}$.

Din triunghiurile asemenea $MM'N$ și $SS'P$ deducem $\frac{MN}{SS'} = \frac{MM'}{PS}$

sau $uu' = MN \cdot PS$. Deci, $uu' = \frac{r+r'}{2} \cdot \frac{2rr'}{r+r'} = rr'$.

Problema E : 2002

Să se determine cifra x astfel ca numărul 38x54 să se dividă prin 31.

Simon Petru, Tg. Mureș

Soluție dată de *E. Popa*, elev Iași. Numărul 38054 lasă la împărțirea prin 31 rest 17. Deoarece x reprezintă cifra sutelor, trebuie ca $100x + 17$ să se dividă prin 31. Eliminînd multiplii de 31 rezultă că $7x + 17$ trebuie să se dividă prin 31. Deoarece x este o cifră, rezultă că $(7x + 17)$ trebuie să ia una din valorile 31 sau 62. Dacă $7x + 17 = 31$ avem $7x = 14$, deci $x = 2$. Dacă $7x + 17 = 62$ avem $7x = 45$, ceea ce nu ne dă x întreg. Deci, singura soluție este $x = 2$, care dă numărul 38254 și care se divide prin 31.

Problema E : 2027

Mărind suprafața grădinii de zarzavat, conducerea unei gospodării agricole colective a mai repartizat echipei însărcinată cu cultivarea grădinei, 34 femei și $1/3$ din numărul bărbaților pe care-l avea echipa, așa că numărul membrilor echipei a crescut cu 44, ajungînd egal cu de patru ori numărul bărbaților pe care-l avea echipa la început. Din cîte femei și cîți bărbați era compusă echipa la început?

Florea I. Dumitrescu

Soluție dată de *Popa Lucia*, elevă Petroșeni. Numărul membrilor echipei a crescut cu 44, dintre care 34 femei, deci cu 34 femei și 10 bărbați. Dar numărul bărbaților aduși reprezintă $1/3$ din cei care erau în echipă, deci echipa avea 30 bărbați. După ce a crescut cu 44, numărul membrilor echipei a ajuns egal cu de patru ori numărul bărbaților care erau în echipă, deci cu 120. Deci, înainte de aducerea celor 44 de noi membri, brigada avea $120 - 44 = 76$ membri. Dintre aceștia 30 erau bărbați deci, $76 - 30 = 46$ erau femei. Deci, echipa era compusă la început din 46 femei și 30 bărbați.

CHESTIUNI DE EXAMEN*

Subiectele date la lucrările scrise la olimpiada de matematică — etapa finală din 17 mai 1964

Clasa a VIII-a

6443. a) Să se rezolve sistemul:

$$ax + by + cz = 2(a + b + c)$$
$$a^2x + b^2y + c^2z = 2(ab + bc + ca)$$
$$a(b - c)x + b(c - a)y + c(a - b)z = 0.$$

b) Dacă a, b, c sînt numere pozitive și x, y, z rădăcinile sistemului dat să se arate că există relația $x + y + z > 6$.

c) Să se deducă o relație între rădăcinile ecuației care să nu conțină pe a, b, c exprimîndu-se mai întîi $x + 1$, $y + 1$ și $z + 1$.

* * *

6444. Se dă un triunghi dreptunghic ABC cu unghiul drept în A. Notăm cu A' simetricul lui A față de mijlocul ipotenuzei și cu A'' simetricul lui A față de ipotenuză, iar cu A_1 piciorul înălțimei dusă din A. Punctele B, C sînt fixe și punctul A descrie semicercul BCA.

a) Să se arate că mediatoarele segmentelor CA' și BA'' trec printr-un punct fix.

b) Să se afle locul geometric al punctului M, mijlocul segmentului $A'A''$, cînd punctul A se mișcă pe semicercul BAC.

c) Să se afle locul geometric al punctului P mijlocul segmentului A_1M.

Elena Flondor, București

Clasa a IX-a

6445. Se dă funcția $f(x) = ax^2 + bx + c$ și două numere variabile strict pozitive și diferite p și q, legate prin relația $p + q = x_1 + x_2$, unde x_1 și x_2 sînt rădăcinile funcției date.

a) Să se calculeze $f(p) - f(q)$.

b) Să se studieze în ce caz expresia $f(p) + f(q)$ admite un maximum sau minimum și să se exprime acel maxim sau minim în funcție de a, b, c.

Lucian Mănescu, R.-Vîlcea

6446. a) Să se determine valorile lui x pentru care avem:

$$m^{\sqrt{2x-3}-\sqrt{x-2}} < m^2, \text{ unde } 0 < m < 1.$$

b) Se dă $\log_{168} 3 = a$ și $\log_{168} 7 = b$. Să se exprime $\log_{24} 2$ în funcție de a și b.

Augustin Matei, Cluj

---

* Se primesc soluții pînă la 30 noiembrie 1964.
La orice trimitere trebuie cel puțin 12 probleme bine rezolvate.

6447. a) Să se construiască cu rigla și compasul, un triunghi ABC cunoscînd unghiul A, raza cercului înscris r și raza cercului circumscris R. Desenul se va face în cazul particular $A = 45°$, $r = 2$ cm, $R = 5$ cm.

b) Să se arate că $\frac{1}{R-d} + \frac{1}{R+d} = \frac{1}{r}$, unde $d = OI$, O fiind centrul cercului circumscris și I centrul cercului înscris.

c) Se dă unghiul ascuțit xOy și un punct A interior lui. Prin A se duce o dreaptă care taie laturile Ox, Oy respectiv în M și P; tot prin A se duce o perpendiculară pe MP, care taie aceleași laturi în N și Q. Fie H proiecția lui A pe NP și I proiecția lui A pe MQ. Să se demonstreze că $\frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AI^2} = \text{constant}$.

* * *

Clasa a X-a

6448. a) Fiind dată ecuația $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ cu coeficienți reali, ale cărei rădăcini sînt x_1, x_2, x_3 să se calculeze $x_1^2x_2^2 + x_1^2x_3^2 + x_2^2x_3^2$ în funcție de coeficienți.

b) Să se demonstreze că dacă ecuația $ax^2 + 2bx + 2c = 0$ are rădăcini imaginare, atunci ecuația de gradul al treilea de la punctul precedent, are o singură rădăcină reală.

c) Presupunînd a, b, c reali și raționali să se determine relația dintre coeficienți, astfel ca

$$\sqrt{x_1^2x_2^2 + x_1^3x_3^2 + x_2^4x_3^2}$$

să fie un număr rațional.

O. Sacter

6449. a) Să se stabilească identitatea:

$$E = \sin(4x - 10°)\cos(4x - 30°) + \sin(11x + 40°)\cos(11x + 60°) = \\ = \sin(15x - 150°)\sin(7x - 20°).$$

b) Dacă $12° \leqslant x \leqslant 20°$ să se arate că $E \geqslant \frac{\sqrt{3}}{4}$.

c) Să se arate fără tabele, că pentru $x = 20°$ avem $E = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. Ionescu-Țiu

6450. Să se considere triedrul $Oxyz$ și punctele fixe D și F, respectiv pe Oz și Oy. În planul xOz considerăm punctul M mobil, astfel ca proiecția lui pe Ox să fie punctul fix A. Din M ducem perpendiculara MC pe FB, B fiind intersecția dreptelor MD și Ox.

a) Să se afle locul geometric al punctului C.

b) Dacă unghiul planelor (xOy) și (FMB) este n, $\sphericalangle OFD=m$ și $\sphericalangle OBD=p$, să se arate că $tg^2m+tg^2p=tg^2n$.

c) Dacă $OA=a$, $OF=b$, $OD=c$ să se determine poziția punctului M astfel ca

$$V_{FABD}=\frac{abc}{3}.$$

Ilie Stănescu, Sibiu

Clasa a XI-a

6451. Se consideră funcția $f(x)$ definită pe segmentul $[a, b]$ și x interior segmentului. Definim

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{2h}$$

dacă există și este finită, și o numim derivata simetrică a lui $f(x)$ în x_0 și o notăm cu $\lambda(x_0)$.

a) Să se demonstreze că este suficient ca funcția $f(x)$ să admită în x_0 derivate laterale distincte, pentru ca $f(x)$ să admită în x_0 derivată simetrică. Ce devine derivata simetrică, dacă derivatele laterale în x_0 sînt egale?

b) Să se arate că dacă $f(x)$ este strict crescătoare pe $[a, b]$ și admite pe (a, b) derivată simetrică, atunci aceasta este pozitivă pe (a, b).

c) Să se studieze existența derivatelor laterale și a derivatei simetrice în punctul $x=0$ pentru funcțiile:

$$f(x)=2x+|x|;\ g(x)=\begin{cases}x\sin\dfrac{1}{x} & \text{pentru } x\neq 0\\ 0 & \text{„ } x=0.\end{cases}$$

Corneliu Popescu, București

6452. Se dă funcția $f(x)=\operatorname{arc\,tg}\sqrt{x^2-1}+\arcsin\dfrac{1}{x}$ și se cere:

a) Mulțimea valorilor lui x pentru care funcția este o constantă.

b) Reprezentarea grafică a funcției pe domeniul ei maxim de definiție.

Gh. D. Simionescu

6453. Se dă parabola $y^2-2px=0$, unde $p>0$.

a) Să se demonstreze că dacă F este focarul parabolei și M un punct oarecare de pe parabolă, cercul de diametru FM este tangent axei Oy într-un punct N.

b) Fie P al doilea punct de intersecție al cercului de diametru FM, cu axa Ox. Să se afle locul geometric al mijlocului segmentului PN, cînd M descrie parabola dată.

c) Să se generalizeze rezultatul de la punctul b) pentru cazul cînd în loc de mijlocul segmentului se consideră punctul care împarte seg-

mentul într-un raport dat k. Pentru ce valori ale lui k se obține ca loc geometric, chiar parabola dată?

d) Dîndu-se punctul M_1 $(2p, 2p)$ să se determine punctul M_2 pe parabola dată astfel ca cercurile de diametre FM_1, FM_2 să fie ortogonale.

(Se admit și soluții prin metodele geometriei sintetice).

Mircea Dabija, Cîmpina

Anul IV școli pedagogice.

6454. Orașele A și B sînt legate printr-o linie dublă de cale ferată. Un tren personal a plecat din A spre B la orele 4 h 48 min, iar la 7 h 24 min a plecat un accelerat din B spre A, avînd o viteză medie cu $11\frac{7}{23}$ km/oră mai mare decît aceea a personalului. Știind că trenurile s-au întîlnit la orele 12 și că personalul a ajuns în B la orele $17\frac{24}{35}$ să se afle:

a) distanța dintre orașele A și B; b) viteza fiecărui tren; c) care dintre cele două trenuri a ajuns mai tîrziu la destinație și cu cîte minute.

Gh. Achiței, Deva

6455. O întreprindere minieră a extras în primul trimestru 384 tone minereu, din care 78% de calitatea întîia; în trimestrul al doilea 420 tone, din care 82% de calitatea întîia; în trimestrul al treilea, 452 tone, din care 88% de calitatea întîia, iar în trimestrul al patrulea 470 tone. Ce procent din minereul extras în trimestrul al patrulea este de calitatea întîia, dacă media anuală de minereu de această calitate este de 83%?

Între ce limite poate varia procentul anual de minereu de prima calitate?

6456. a) Să se demonstreze că, dacă x este unghiul dat de relația $\cos x = \cos\alpha \cos\beta$ atunci are loc egalitatea:

$$E = \operatorname{tg}\frac{x+\alpha}{2}\operatorname{tg}\frac{x-\alpha}{2} + \operatorname{tg}\frac{x+\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{x-\beta}{2} = \operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg}^2\frac{\beta}{2}.$$

b) Unghiurile ascuțite ale unui triunghi ABC dreptunghic în A, fiind $\alpha = B$, $\beta = C$, să se demonstreze că unghiul x de la punctul precedent este dat de relația $2\cos x = \cos(B-C)$ și că expresia E devine:

$$E = \frac{b^2}{(a+c)^2} + \frac{c^2}{(a+b)^2}$$

O. Sacter

Anul I școli profesionale

6457. O garnitură pentru etanșeitate are forma unui cerc cu raza R. Din ea se decupează un triunghi echilateral cu latura l, al cărui centru este în centrul cercului. Raza cercului circumscris triunghiului este r

și înălțimea lui h. Știind că $\frac{R}{r}=2$ și $l+h=\frac{9}{2}$ să se afle latura triunghiului și diametrul garniturii.

6458. Dintr-o tablă triunghiulară ABC, cu aria 822 cm și latura $BC=68{,}5$ cm se taie un trapez cu baza mică paralelă cu latura BC. Să se afle înălțimea trapezului știind că aria lui este $\frac{4}{3}$ din aria triunghiului ABC.

6459. Să se aducă la forma cea mai simplă expresia

$$E=\left(\frac{(x+y)^2+2y^2}{x^3-y^3}\cdot\frac{1}{x-y}+\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}\right)\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right).$$

6460. Două vase conțin fiecare cîte o cantitate de apă. Dacă se toarnă din primul vas într-al doilea o cantitate de apă egală cu cantitatea care se găsea în el, apoi dintr-al doilea se toarnă în primul o cantitate egală cu cea rămasă în el și se repetă operația turnînd din primul vas într-al doilea, se obține în ambele vase aceiași cantitate de apă, 72 litri. Cîtă apă a avut fiecare vas?

Anul II școli profesionale

6461. a) Să se rezolve ecuația $abx^2-(a+b)^2x+(a+b)^2=0$.

b) Să se arate că suma inverselor rădăcinilor acestei ecuații este egală cu 1.

c) Să se calculeze expresia $E=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$.

6462. Un con circular drept are raza cercului de bază $r=1$ metri și aria laterală $S_l=6\pi$ metri pătrați.

a) Desfășurînd conul se obține un sector circular. Să se afle cîte astfel de conuri se pot construi din cercul întreg, din care face parte sectorul.

b) Secționînd conul dat cu un plan paralel cu baza la $\frac{1}{3}$ din înălțime, de la vîrf și înlăturînd conul mic, se obține un trunchi de con. Să se afle volumul acestui trunchi de con.

6463. Să se determine unghiurile cuprinse între $0°$ și $360°$ care sînt soluțiile ecuației

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{12}\right)=1.$$

6464. Un corp este alcătuit dintr-o prismă dreaptă cu baza pătrată și o piramidă regulată care are bază comună cu una din bazele prismei. Știind că muchia laterală a piramidei este egală cu muchia verticală a prismei și are o mărime dată l, să se determine dimensiunile corpului în în cazul cînd are volumul maxim.

6465. Să se reprezinte grafic funcția $y = \frac{2}{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$.

6466. Să se afle

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2 + a^2x + a^3} - x}{\sqrt{4x^2 + a^3x + a^4} - 2x}$$

PROBLEME PROPUSE *

6467. Să se arate că:

$$\frac{1 - |\cos x|}{1 + |\cos x|} \leqslant \sin^2 x$$

egalitatea avînd loc pentru $x = \frac{k\pi}{2}$, unde k este un întreg.

C. Ionescu-Țiu

6468. Să se arate că într-o elipsă, locul geometric al mijloacelor coardelor care trec printr-un punct fix, este o elipsă a cărei excentritate este aceeași cu a elipsei date.

* * *

6469. Să se rezolve ecuația

$$4\sin^5 x = \cos x.$$

Corneliu N. Popescu, profesor București

6470. Se dă un segment fix AB. Prin punctele A și B se duc două drepte variabile perpendiculare care se taie în punctul M. Se consideră P și Q simetricele punctelor B și respectiv A față de M. Fie P' simetricul punctului P față de A.

a) Să se găsească locul geometric al punctelor P și Q.

b) Să se arate că dreapta $P'Q$ trece printr-un punct fix.

---

* VIII (6482, 6489, 6496); IX (6475, 6476, 6479, 6483, 6488); X (6467, 6469, 6472, 6474, 6480, 6484, 6485, 6486, 6487, 6492, 6493, 6495, 6496); XI (6468, 6470, 6471, 6473, 6477, 6478, 6481, 6491, 6494). Se primesc soluții pînă la 30 noiembrie 1964, fiecare trimitere să conțină cel puțin 12 probleme bine rezolvate.

c) Să se găsească locul geometric al intersecției dreptelor $P'Q$ și MB.
d) Să se arate că dreapta $P'M$ trece printr-un punct fix.

Leonte Alexandru, student matematică, București

6471. Se dă șirul de n numere pozitive cu legea de formare $a_k = a_{k-1}^r$, unde a_1 și r sînt date, iar k ia valorile $2,3,\ldots, n$

a) Să se demonstreze că : $a_n = a_1^{r^{n-1}}$;

$$\log_{a_1} a_p \cdot \log_{a_1} a_{n-p+1} = \log_{a_1} a_n ;$$

b) Să se găsească produsul termenilor acestui șir.

Goldenberg Adina, elevă, Iași

6472. În triunghiul ABC mediana m_a este perpendiculară pe AB. Să se determine între ce arce sînt cuprinse unghiurile triunghiului, apoi să se calculeze aria în funcție de latura AB și unghiul C.

N. Păun, profesor, Rm. Vîlcea

6473. Să se calculeze limita șirului :

$$u_n = (-2)^{n+1} \cdot \left[1 - \sqrt{2 - \sqrt{2 - \sqrt{2 - \ldots \sqrt{2}}}} \right],$$

unde numărul radicalilor suprapuși este n.

Benone Săvulescu, profesor Buzău

6474. În triunghiul ABC prin vîrfurile A,B,C se duc paralele respectiv la laturile BC, CA, AB care taie cercul circumscris triunghiului în A', B', C'.

Se cere :

a) Să se calculeze unghiurile triunghiului $A'B'C'$ în funcție de ale triunghiului dat.

b) Să se calculeze laturile triunghiului $A'B'C'$ în funcție de ale triunghiului dat.

Miron Oprea, Ploiești

6475. Se dă un cerc O de diametru AB și un punct L pe acest diametru. Se construiesc cercurile O_1 și O_2 de diametre AL și LB. Perpendiculara ridicată în L pe AB taie cercul O în P. Dreptele PA și PB taie din nou cercurile O_1 și O_2 în M și respectiv N.

a) Să se demonstreze că dreapta MN este tangentă comună cercurilor O_1 și O_2 ; b) Notînd razele cercurilor înscrise în triunghiurile PAB și PMN cu r și respectiv r' să se demonstreze relația $\frac{r}{r'} = \frac{AB}{MN}$; c) Dacă S este punctul în care tangenta comună MN se intersectează cu AB, atunci există relația $\frac{SA}{LA} - \frac{SB}{BL} = 1$.

Gh. Popescu, Lugoj

6476. Fie ecuația de gradul II în t:

$$t^2 - 2(x+y)t + (y-2)(y+2x+1) = 0$$

astfel că fiecărui punct M din planul coordonatelor x, y îi corespunde ecuația dată. Să se afle curba descrisă de punctul M pentru ca această ecuație să admită numai rădăcini reale și egale.

Maria Ungureanu, profesoară Brașov

6477. Se consideră un cerc O de rază r și un diametru fix. Să se afle locul punctelor M care satisfac relația $MT = k.MD$, în care MT este lungimea tangentei la cerc, iar MD este distanța la diametrul fix. Discuție.

Gh. Călugăriță, București

6478. Să se traseze în același sistem de axe dreptunghiulare, curbele reprezentative ale funcțiilor

$$f(x) = -\left(\frac{x}{x-1}\right)^2 \text{ și } y = e^{f(x)}.$$

Să se arate că punctul asimptotic de la infinit al lui $f(x)$ este transformat pentru y în punct de *minim asimptotic* (în legătură cu articolul din G.M.B., nr. 3/1964 pag. 100).

M. I. Focșeneanu

6479. Se dau două numere pozitive distincte a_0 și a_1, unde $a_0 < a_1$. Se formează șirul $a_0, a_1, a_2, a_3 \ldots$, definit astfel $a_2 = 3a_1 - 2a_0$; $a_3 = 3a_2 - 2a_1 \ldots a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1}$. Să se demonstreze că $a_{100} > 2^{99}$.

(Matematica v școle, Moscova, 1964)

6480. Să se calculeze fără tabele, suma:

$$\operatorname{tg}\frac{\pi}{8} + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{8} + \operatorname{tg}\frac{\pi}{16} - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{16} + \operatorname{tg}\frac{\pi}{24} + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{24}$$

* * *

6481. Utilizînd diferențiala, să se calculeze pentru $x = 1{,}001$ o valoare apropiată a funcției

$$y = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 3x + 5}$$

* * *

6482. Să se rezolve ecuația:

$$|x^2 - 1| + |4 - x^2| = 2x$$

O. Saeter

6483. Dacă în triunghiul ABC dreptele AF, BE și CG sînt concurente în P și dacă prin A ducem o dreaptă oarecare care taie pe BC în S, iar ea este tăiată de EG și EF, respectiv în punctele M și N, atunci $MA.MS = AN.MS$. (În legătură cu problema 4802).

Munteanu I. Ion, student Leningrad

6484. Știind că $\operatorname{tg}\frac{x}{2} - \operatorname{ctg} x = \frac{3m-1}{2\sqrt{m}}$ și $0° < x < 90°$, $m \neq 0$, $m \neq -1$, să se demonstreze că: $\operatorname{tg}^2\frac{x}{2} \cdot \cos x + \sin x \cdot \operatorname{ctg}\frac{x}{2} = 2 - m$.

Aron Duca, Plopeni, Ploiești

6485. *Fie* $A_1A_2A_3A_4$ un tetraedru ale cărui înălțimi de lungimi h_1, h_2, h_3, h_4 sînt concurente și M un punct interior tetraedrului, să se arate că:

$$\frac{A_1M_1}{h_1} + \frac{A_2M_2}{h_2} + \frac{A_3M_3}{h_3} + \frac{A_4M_4}{h_4} = 3.$$

unde M_1, M_2, M_3, M_4 sînt proiecțiile lui M pe fețele tetraedrului.
(În legătură cu problemele 5358, 5603, 6156).

D. M. Bătineț, student București

6486. Să se discute ecuația:

$$(m - \sin\alpha)x^2 + (1 - \sin\alpha)x + m = 0$$

unde m și α sînt parametri.
Între ce valori va trebui să varieze m pentru ca suma și produsul rădăcinilor ecuației date să fie egale?

Udrițe Constantin

6487. Să se arate că

$$(1.2.3\ldots n)^2 > n^n$$

unde n este un întreg pozitiv mai mare ca 2.

* * *

6488. Să se rezolve sistemul

$$\sqrt{x^2+5x+2y-3} + \sqrt{x^2+x+y+2} = \sqrt{x^2+4x+3y-2} + \sqrt{x^2+2y+3}\ ,\quad x^{x-y} = 2y-1$$

(Matematika Tanitasa, Budapesta)

6489. Dacă p este un număr impar care nu se divide cu 3, atunci suma patratelor a p numere consecutive este divizibilă prin p, iar suma

cuburilor a p numere consecutive se divide prin pN unde N este media aritmetică a celor p numere.
(Generalizarea problemelor *E*: 1468 și *E*: 1844).

Acu Dumitru, student Cluj

6490. Pe laturile unui triunghi oarecare ABC se construiesc în afară triunghiurile echilaterale A_1BC, AB_1C, ABC_1. Fie α, β, γ mijloacele segmentelor B_1C_1 respectiv A_1C_1, A_1B_1. Să se demonstreze că perpendicularele din α pe BC, din β pe AC și din γ pe AB sînt concurente.

Dan Voiculescu, cl. VIII București

6491. Se dă un cerc de ecuație $x^2+y^2-r^2=0$. O tangentă variabilă la cercul dat taie axa Ox în punctul A iar axa Oy în punctul B. Fie O originea axelor de coordonate. Coarda comună a cercului dat și a cercului circumscris triunghiului AOB taie axa Ox în C și Oy în D. Să se afle locul geometric al mijlocului segmentului CD.

Iancu Ioan, student București

6492. Să se arate egalitatea:

$$\frac{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)\operatorname{tg}(\alpha-\beta)}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)+\operatorname{tg}(\alpha-\beta)}+\frac{\operatorname{ctg}(\alpha+\beta)\operatorname{ctg}(\alpha-\beta)}{\operatorname{ctg}(\alpha+\beta)+\operatorname{ctg}(\alpha-\beta)}=\frac{\cos 2\beta}{\sin 2\alpha}$$

Stănoiu Leonida, student București

6493. Să se arate că dacă $0° \leqslant x \leqslant 30°$, avem:

$$2\sin 15° \geqslant \sin x+\cos(x+60°) \geqslant \sin 30°$$

$$\operatorname{tg} 30° \geqslant \operatorname{tg} x+\operatorname{cotg}(x+60°) \geqslant 2\operatorname{tg} 15°.$$

b) dacă $0<x<\frac{\pi}{2}$, avem: $\operatorname{tg}\frac{x}{2}<\frac{2x}{\pi}<\sin x$.

C. Ionescu-Țiu

6494. Să se reprezinte grafic funcția

$$y=\frac{e^x}{x+1}.$$

Folosind curba reprezentativă a funcției y, să se arate ce poziție ocupă rădăcinile ecuației $e^x-m(x+1)=0$ în raport cu numerele -1 și e cînd parametrul m variază.

(Bacalaureat, Franța 1963).

6495. A. Se notează prin m, A, B imaginile, în planul complex a trei numere complexe, z, a, b. Să se interpreteze geometric modulul și argumentul numărului complex $Z=\frac{z-a}{z-b}$.

B. Se consideră transformarea care, în planul complex, face să corespundă unui punct oarecare m de afix z, punctul M avînd drept afix:

$$(1) \qquad Z = f(z) = \frac{1+z}{1-z}.$$

1. Prin calcul să se determine punctele duble ale acestei transformări.

2. Să se calculeze în funcție de z,

$$Z_1 = f(Z),\ Z_2 = f(Z_1),\ Z_3 = f(Z_2).$$

3. Presupunem că numărul z este real și $z = \operatorname{tg}\theta$. Să se dea pentru Z, Z_1 și Z_2 expresii simple în funcție de θ.

Plecînd de la punctul m, să se construiască unghiul θ, apoi imaginile lui Z, Z_1 și Z_2.

4. Să se demonstreze că relația (1) este echivalentă cu următoarea

$$(2) \qquad \frac{Z-i}{Z+i} = i\,\frac{z-i}{z+i}.$$

5. Presupunînd că m este un punct dat, să se arate că utilizînd egalitatea modulelor, apoi a argumentelor celor doi membri ai egalității (2), punctul M corespunzător, este determinat ca intersecția unui cerc cu un arc de cerc.

(Annales de Bacc. 1963, série math. élém. Paris)

6496. Fie AB și CD două generatoare fixe ale unei suprafețe cilindrice de rotație situate în plane axiale perpendiculare. Se consideră de asemenea alte două generatoare variabile $\triangle_1$ și $\triangle_2$, astfel încît planele axiale în care sînt situate aceste generatoare să rămînă perpendiculare. Se cere locul geometric al intersecției planelor $(AB, \triangle_1)$ și $(CD, \triangle_2)$. Discuție.

Udriște Constantin

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII *

E : 2184. O G.A.C. a recoltat de pe două loturi semănate cu secară și grîu 1510 q de cereale. Folosind îngrășăminte chimice, în al doilea an producția de grîu a crescut cu $\frac{1}{5}$, iar cea de secară cu 15%, recoltîndu-se astfel 1799 q cereale. Cîte qintale de grîu și secară s-au recoltat în anul al doilea ?

(La admiterea în clasa a VIII-a, Oltenia, 1963)

*) V (E : 2192, 2193, 2195, 2196) ; VI (E : 2185, 2190, 2194) ; VII (E : 2184, 2188, 2191) ; VIII (E : 2186, 2187, 2189). *Se primesc soluții pînă la 30 noiembrie 1964, de la elevii din clasele V—VIII în număr de cel puțin 8 soluții bune, din ultimele trei gazete apărute.*

E : 2185. Să se efectueze :

$$\frac{\left(2\frac{1}{2}-1\right)\cdot\frac{2}{5}+2\left(1{,}08-\frac{2}{25}\right):\frac{2}{3}}{\left(5\frac{1}{3}-3\frac{3}{4}\right):1\frac{7}{12}+2}\cdot\left(2-0{,}8:2\frac{2}{5}\right)\cdot\sqrt{156{,}25}$$

(La admiterea în clasa a VIII-a, Oltenia, 1963)

E : 2186. Să se arate că :

$$(a+b)(b+c)(2b-c-a)+(b+c)(c+a)(2c-c-b)+(c+a)(a+b)(2a-b-c)+$$
$$+8(a+b)(b+c)(c+a)=(2a+b+c)(a+2b+c)(a+b+2c).$$

D. Stemer, profesor Galați

E : 2187. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC, cu unghiul drept în A, iar M un punct mobil pe ipotenuza BC. Fie punctele P și R simetricele lui M față de catete.

a) Să se arate că punctele P, A, R, sînt pe aceeași dreaptă și A este mijlocul segmentului PR. b) Să se găsească pozițiile lui M între B și C, astfel încît MA și PR să fie perpendiculare.

D. Stan, profesor Breaza

E : 2188. Să se arate că dacă $a(1+b)=b(1+c)=c(1+a)$, sau dacă $a(1-b)=b(1-c)=c(1-a)$, atunci

$$(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3+24abc.$$

C. Ionescu-Țiu

E : 2189. Să se arate că dacă $(1-a)\,b=(1-b)\,c=(1-c)\,a$, atunci

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{a}+\frac{c}{b}=\frac{1-a}{1-b}+\frac{1-b}{1-c}+\frac{1-c}{1-a}=3,$$

iar dacă $(1+a)b=(1+b)c=(1+c)a$, atunci

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{a}+\frac{c}{b}=\frac{1+a}{1+b}+\frac{1+b}{1+c}+\frac{1+c}{1+a}=3.$$

C. Ionescu-Țiu

E : 2190 : La o G.A.C., $\frac{1}{3}$ din numărul vițeilor este egală cu $\frac{1}{8}$ din numărul purceilor și cu $\frac{1}{75}$ din numărul găinilor. Știind că $\frac{1}{5}$ din numărul vițeilor adunat cu $\frac{1}{12}$ din numărul purceilor și cu $\frac{2}{15}$ din numărul găinilor fac 676, să se afle cîți viței, purcei și găini are G.A.C.

I. Albescu, profesor Făgăraș

E : 2191. Două brigăzi de S.M.T. având împreună 35 de tractoriști ară în 24 de zile 4 800 ha. Un tractorist din prima brigadă ară $5\frac{1}{2}$ ha., iar un tractorist din a doua brigadă 6 ha. pe zi. Cîți tractoriști sînt în fiecare brigadă ?

(La admitere în clasa a VIII-a, Suceava, 1962)

E : 2192. Să se efectueze

$$\frac{14\frac{1}{16} - 0{,}0025 \cdot 25}{4\frac{1}{4} : 0{,}85 + 1 : 0{,}5} : 0{,}2 + \left(4\frac{1}{8} - 0{,}004 \cdot 300\right) : 0{,}015.$$

(La admitere în clasa a VIII-a, Suceava, 1962)

E : 2193. Care a fost numărul de întreprinderi și de secții noi, date în funcțiune în industria republicană în perioada 1960—1963, cunoscînd că numărul secțiilor întrece numărul întreprinderilor cu 85 și că numărul întreprinderilor reprezintă $\frac{13}{30}$ din numărul secțiilor ?

Ioan Bucur, profesor Sibiu

E : 2194. Să se efectueze :

$$\frac{\left(16 - 4\frac{3}{5}\right) : 3\frac{4}{5} + 4\frac{1}{4} : 0{,}85 + 1 : \sqrt{0{,}25}}{5 + 11{,}5 - 4\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4} + 4{,}8 : \frac{6}{25}} + \frac{9{,}72 - 6\frac{13}{25}}{\sqrt{1640{,}25} \cdot \frac{2}{9} : 9}$$

(La admiterea în clasa a VIII-a Oltenia, 1962)

E : 2195. Terenul unei gospodării colective a fost împărțit astfel : $\frac{1}{3}$ din teren plus 10 ha, pentru semănat cartofi ; $\frac{4}{5}$ din rest pentru zarzavat și $\frac{1}{8}$ din teren pentru varză.

Să se afle aria terenului cultivat cu cartofi, cu zarzavat și cu varză.

(La admiterea în clasa a VIII-a Oltenia, 1962)

E : 2196. Să se calculeze valoarea numerică a expresiei următoare :

$$\frac{3}{4} + \frac{(3x-2)}{4} - \frac{(2x-3)(3x-4)}{12}$$

pentru $x = \frac{2}{3}$.

(La admiterea în clasa a VIII-a, Oltenia, 1963)

SUBIECTELE LUCRĂRILOR SCRISE DATE LA CEA DE A VI-a OLIMPIADĂ INTERNAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ ȚINUTĂ LA MOSCOVA, 4 și 5 IULIE 1964 *)

6497. a) Să se determine numerele naturale n pentru care numărul $2^n - 1$ este divizibil cu 7.

b) Să se demonstreze că numărul $2^n + 1$ nu-i divizibil cu 7.

(propusă de R.S.C.)

6498. Fie a, b, c lungimile laturilor unui triunghi oarecare. Să se arate că are loc relația

$$a^2(b + c - a) + b^2(a + c - b) + c^2(a + b - c) \leqslant 3abc.$$

(propusă de R.P.U.)

6499. În triunghiul ABC ale cărui laturi au lungimile a, b, c se înscrie un cerc. Tangentele duse la acest cerc, paralele la laturile triunghiului se limitează de aceste laturi, determinînd trei triunghiuri noi. Se înscrie apoi cîte un cerc în fiecare din aceste triunghiuri. Să se determine suma ariilor acestor patru cercuri.

(propusă de R.S.F.I.)

6500. 17 oameni de știință sînt în corespondență fiecare cu ceilalți 16. Corespondența lor se referă doar la trei subiecte diferite; doi savanți oarecare au un singur subiect de corespondență. Să se demonstreze că cel puțin trei savanți au numai același subiect de corespondență.

(propusă de R.P.U.)

6501. Se dau într-un plan 5 puncte. Printre dreptele care unesc aceste cinci puncte cîte 2, nu se află drepte paralele, perpendiculare sau coincidente. Prin fiecare dintre punctele date se duc perpendiculare pe toate dreptele ce se pot construi cu celelalte patru puncte date. Care este numărul maxim de puncte de intersecție a acestor perpendiculare, în afara punctelor date?

(propusă de R.P.R.)

6502. Fie $ABCD$ o piramidă triunghiulară și D_1 centrul de greutate (punctul de întîlnire a medianelor) al bazei ABC. Paralelele la DD_1 duse prin A, B, C intersectează fețele opuse în punctele A_1, respectiv B_1, C_1; Să se demonstreze că volumul piramidei $A_1B_1C_1D_1$ este triplul volumului piramidei $ABCD$. Rămîne valabil rezultatul dacă punctul D_1 este oarecare în interiorul triunghiului ABC?

(propusă de R.P.R.)

POȘTA REDACȚIEI

Bena I. Dorin, Caransebeș. Observațiile d-tră sînt juste: problema 6058 se află și în „Curs de matematică" de Suvorov pag. 259; problema 6076 reunește două probleme din manualul de clasa a IX-a; problemele 5446 și 6144 sînt identice.

Crișan I. Victor, Aiud și *Spircu Tiberiu,* Arad. Redactarea problemelor rezolvate pe care le-ați trimis este bună, în afară de faptul că nu evitați prescurtările de genul AB || CD, AB ⊥ CD în locul cărora ar trebui scris AB și CD sînt paralele, respectiv perpendiculare. Pentru redactarea soluțiilor trimise redacției, luați model de la rubrica „probleme rezolvate". Nu se vor trimite propuneri de probleme fără soluții complete și bine redactate.

Chircu Theodor, Constanța, Popovici Cornel, Lugoj. Observațiile pe care le-ați făcut asupra problemelor 6188, 6191, 6234 și 6247 sînt juste. La problema 6206 enunțul s-a publicat corect.

Mateevici N., Simeria. Relația care exprimă lungimea segmentului din mediatoarea unei laturi, cuprins între două laturi ale triunghiului, este cunoscută.

Kopan Sandor, Sighișoara. Ne semnalați că în problema 6247 trebuie schimbat sinus cu cosinus. Observația este justă. Puteți trimite soluții la problemele din M.F.L. redactate în limba romînă, redacției G.M.-B, București.

Platon Maria, Timișoara. Pentru a vă putea anunța la rubrica rezolvitorilor, trebuie ca soluțiile trimise să fie însoțite de adresa exactă a școlii și clasa din care faceți parte.

Mihalache Mariana, Suceava. E necesar să transcrieți enunțul problemelor, iar rezolvările să fie făcute cu grije.

Ghidu Ion, Gura Văii, raionul Buhuși. Vă sfătuim ca mai întîi să rezolvați un mare număr de probleme și apoi, după ce veți cîștiga experiență, să faceți propuneri. Problemele propuse sînt prea simple.

Hincu Marius, Oradea. Vom ține seama de propunerile dumneavoastră. Pe viitor vă rugăm să ne mai dați și alte sugestii. Abonamentele se fac printr-un oficiu poștal, iar procurarea broșurilor apărute și menționate la rubrica „cărți noi" se pot procura numai de la librării.

Ioniță Mircea, Tecuci. În loc de probleme rezolvate, ați trimis în plic cîteva foi dintr-un manual de geografie.

Georgescu Marcel, elev Ploiești. Activitatea depusă ca rezolvitor în anul 1963 nu a fost suficientă pentru a vă putea premia.

Vasilescu Ion, Ploiești. La problemele propuse și la chestiunile de examen se primesc soluții timp de trei luni de la publicarea enunțului, după cum mai este anunțat și pe coperta a IV-a a Gazetei matematice.

Mai multor elevi din Sibiu. Tg. Lăpuș, Turda. Soluțiile trimise fiind identice între ele nu se pot anunța la rubrica rezolvitorilor. Pentru neprimirea revistelor vă adresați mai întîi oficiului poștal local. Probleme propuse, note matematice, articole, observații cu privire la originalitate, diferite cereri și sugestii, semnalarea unor erori să fie trimise separat redacției.

Pentru o evidențiere a rezolvitorilor de probleme trebuie ca rezolvitorul să apară într-un număr al G.M.B. cu cel puțin 35—40 probleme bine rezolvate și îngrijit redactate; problemele să fie din cele propuse în ultimele trei gazete apărute. Pentru a lua parte la clasificarea elevilor premiați pentru rezolvări de probleme, pe lîngă calitatea soluțiilor, rezolvitorul să fi fost evidențiat în cursul anului de cel puțin trei ori, iar în total să fi apărut în cele 12 numere din acest an cu un minim de 200 probleme bine rezolvate și îngrijit redactate. La clasificare se ține seama și dacă soluțiile au fost date problemelor mai dificile cu soluții mai interesante.

(urmare). Soluții bune primite pînă la 15 aprilie 1964, de la:

VALENII DE MUNTE (Ploiești). Șc. 8 ani, cl. VII. Voiculescu Emil (E: 2075—77, 80—84, 91).

VEDEA. Ș.m. cl. XI. Cîrstea Constantin (6054, 55, 71, 75, 76, 96, 128, 29, 31, 32, 34—36, 39, 42, 44, 45, 50, 55, 56, 63).

VICOVUL DE SUS (Suceava). Ș.m. cl. VIII. Bodale Ana (E: 2092, 93, 95—98, 100, 04, 07), Burlă Iosif (6139; E: 2091, 92, 96—99, 104, 05), Calancea Vasile (6139; 2080—84, 86, 88, 90, 91, 97—100), Costea Virgil (E: 2080—84, 86, 90, 91, 95, 97—99, 100, 05), Gheorghiță Elena (E: 2092, 93, 95—98, 100, 04, 05, 07), Săndulean Vasile (6093, 139; E: 2080—84, 86, 90, 91, 96—100, 03, 05), Petruneac Vasile (6139; E: 2090, 81, 83, 84, 86, 90, 91, 95—100, 03, 05), Schipor Ana a Ion (E: 2092, 93, 95—98, 100, 04, 05, 07), Schipor Gavril (6139; E: 2091, 92, 96—99, 104, 05).

VLAHII (Dobrogea). Șc. 8 ani, cl. VII. Dumitru Stana (E: 2042—56, 58—60, 62, 64—79), Niculescu Veronica (6105; E: 2042—60, 62, 64—79), Poenaru Paraschiva (E: 2042—56, 58—60, 62, 64—79).

VLĂSINEȘTI (Suceava). Șc. 8 ani, cl. VI. Ariciuc Mihai (E: 2067, 69, 71, 74, 81, 90, 104), Axinciuc Marcel (E: 2071, 84, 90, 96—97, 104), Botic Traian (E: 2067, 69, 71, 74, 81, 90, 104).

VULCAN. Ș.m. cl. VIII. Brînzău Petronale (E: 2065—68, 73, 74, 77—79, 82—84, 90, 100, 05), Kelemen Elisabeta (E: 2067, 73, 74, 76—79, 82—84, 98, 100, 03).

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 15 mai 1964 s-au mai evidențiat ca rezolvitori de probleme din G.M.B. după cum urmează:

1. **Luca Ion**, cl. XI ș.m. 4 Constanța; 2. **Niculescu G. G.** student matematici București, 3. **Cosuleț Dan**, cl. XI Ș.m. 1 Brașov, 4. **Popovici Cornel**, cl. X Liceul nr. 1 Lugoj, 5. **Gonciar Ștefan** cl. X Ș.m. Fetești, 6. **Depărățeanu Dan**, cl. X Ș.m. Costești, 7. **Ioniță Georgeta** cl. VIII Ș.m. 39 București, 8. **Corcalciuc Valentin** cl. XI Ș.m. 2 Ploiești, 9. **Nicolescu Rodica**, cl. VIII Ș.m. 1 Ploiești. 10. **Vrînceanu Vasile** cl. X Ș.m. 1 Ploiești, 11. **Spătaru Aurel**, cl. XI Ș.m. Pucioasa, 12. **Maftei Eugen** cl. X Ș.m. Vaslui, 13. **Conache Petru** cl. XI Ș.n. 30 București, 14. **Florea Florin**, cl. XI Ș.m. 2 Ploiești, 15. **Popescu Dumitru**, cl. X Ș.m. 1 Oradea, 16. **Măciucă Ion** cl. XI Ș.m. Pucioasa, 17. **Simion Gh.** cl. IX Ș.m. 1 Ploiești, 18. **Papuc Ilie** cl. XI Ș.m. 2 Ploiești, 19. **Simplăceanu Virgil** cl. XI Ș.m. Blaj, 20. **Stănescu C. Constantin** cl. X Ș.m. Frații Buzești Craiova, 21. **Niculescu Cecilia** cl. IX Ș.m. Răcari, 22. **Prucu Petre** cl. X Lic. Militar Breaza, 23. **Rolescu Dan**, cl. VIII Ș.m. 12 București, 24. **Nuță Ștefan** cl. XI Ș.m. 2 Frații Buzești Craiova, 25. **Rădulnea Nicolae** cl. X Ș.m. 3 Constanța, 26. **Lazăr Mircea** cl. VIII Ș.m. 1 Pitești, 27. **Lungulescu Eugen** cl. VIII Ș.m. 1 Pitești, 28. **Ștefănescu Mircea** cl. VIII Ș.m. 1 Caransebeș, 29. **Ilieși Florin** cl. X Ș.m. 1 Ploiești. 30. **Memetea Ovidiu** cl. X Ș.m. 1 Oradea, 31. **Tincu Laurențiu** cl. VII Ș.m. 2 Botoșani, 32. **Chivu Ileana** cl. X Ș.m. 12 București. 33. **Stan Emil** cl. IX Ș.m. 2 Ploiești, 34. **Rotaru Adrian** cl. VII Ș.m. 2 Botoșani, 35. **Brădiceanu Smaranda** cl. VIII Ș.m. Mediaș, 36. **Popescu Ovidiu**, cl. VIII Ș.m. Cîmpulung Moldovenesc, 37. **Farkaș Petru** cl. IX Ș.m. de muzică Cluj, 38. **Nicolae Ilie** cl. X Ș.m. Giurgiu, 39. **Botez Dan** cl. IX Ș.m. 17 București, 40. **Sandu Darius**, cl. X Ș.m. 1 Craiova, 41. **Dănilă Ion** cl. X Ș.m. 3 Sibiu, 42. **Popescu Eleodor**, cl. XI Ș.m. 1 Tr. Severin, 43. **Castelean Mihai**, cl. XI Ș.m. 4 Tg. Mureș, 44. **Trif Nicolae** cl. IX Ș.m. 2 Sibiu, 45. **Zăgan Dumitru** cl. IX Ș.m. 3 Sibiu, 46. **Fulea Ilie** cl. X Ș.m. 2 Sibiu, 47 **Metiu Nicolae** cl. X Ș.m. 2 Sibiu, 48. **Orlov Zinaida** cl. X Ș.m. Petroșeni-Hunedoara, 49. **Perjaru Emil** cl. XI Ș.m. Petroșani-Hunedoara, 50. **Popa Alexandru**, absolvent Pucioasa, 51. **Popa N. Lucia** cl. VIII Ș.m. Petroșeni-Hunedoara, 52. **Ursulescu Octavian** cl. XI Ș.m. 11 București, 53. **Lași ă Ileana** cl. X Ș.m. 3 Sibiu, 54. **Bucur Liliana** cl. X Ș.m. 3 Sibiu, 55. **Bucur Delia** cl. X Ș.m. 1 Sibiu, 56. **Pop Gheorghe** cl. X Ș.m. Turda, 57. **Wallachy Doina** cl. IX, Ș.m. 1 Timișoara, 58. **Csapa Gheorghe** cl. XI Ș.m. 4 Timișoara, 59. **Gheorghiu Doina** cl. IX Ș.m. 1 Timișoara, 60. **Catană Ilie**, cl. X Ș.m. Smaia, 61. **Constantinescu Maria** cl. XI Ș.m. Sighișoara, 62. **Matu Constantin** cl. VIII Ș.m. Salcia, București.

Pînă la 15 mai 1964 s-au mai primit soluții bune la problemele din G.M.-B de la:

ADJUD. Ș.m.m. cl. VIII. Barbu Ionel (E: 2083, 84, 93, 98, 103, 10, 21, 22), Georgescu Florica (E: 2084, 96—98, 108—10, 21). Cl. X. Călin Ion (6141, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58, 83, 91, 202, 07, 13, 24, 42, 43), Clauşoglu Nicolae (6131, 32, 34, 39, 42, 46, 49, 58, 207, 13, 42, 43), Donciu Constantin (6130—32, 34, 39, 42, 43, 44, 46, 49, 205).

AGNITA. Ș.m. cl. VIII. Ticuşan Valerica (E: 2096, 98, 99, 105, 08—10, 13). Cl. IX. Henning Herman (6131, 79, 91, 95, 201, 08, 23, 29, 36, 38, 42).

AIUD. Ș.m. 1, cl. XI. Crişan Victor (6209, 24, 34, 36, 52, 62, 77, 80, 84, 85, 90, 97, 99, 302, 03, P).

Ș.m. 2, cl. IX. Hamorsky Iosif (6183, 88, 99, 204, 12, 24, 29, 32, 36, 43).

ALBA IULIA. Ș.m. cl. VIII. Miclea Cornel (E: 2092, 97, 98, 100, 03, 04, 07, 08, 10, 13, 14, 16, 20, 21), Racoviţan Dan (E: 2084, 89, 91; 6131, 39, 47, 49, 58).

ALBOTEȘTI (Bacău). Șc. 8 ani cl. VII. Badea Manuela (E: 2111, 13—16, 19—22).

ARAD. Șc. 8 ani nr. 14, cl. V. Groza Dorina (E: 2069, 71, 74, 85, 86, 92, 93), Stoinescu Grigore (E: 2080, 81, 98, 104, 15, 17, 21).

Ș.m. I. Slavici nr. 1, cl. VIII. Bella Ioan (E: 2083, 89, 96, 98, 99, 210; 6141, 47, 49), Betea Dan (E: 2094, 97—100, 08—10, 13, 14, 21), Kuligovsky Iosif (E: 2091, 96, 98—100, 09, 10, 16, 21, 22), Lucuţa Petru (E: 2095—100, 02, 08—10, 13, 21, 22; 6147, 49, 87, 201). Cl. X. Săcui Mircea (6169, 71, 77, 79, 92, 223, 24, 41—43).

Ș.m. 2, cl. VIII. Chighizan Dorina (E: 2084, 89, 91, 99, 109, 18, 21).

ARMĂȘOAIA (Vaslui). Șc. 8 ani cl. VII. Sîrvu Georgeta (E: 2067, 69, 71, 74, 77, 84—86, 92, 97, 93, 104).

AVRIG (Braşov). Ș.m. Gheorghe Lazăr, cl. VIII. Halmaghi Mircea (E: 2096, 98, 109, 14, 21, 22, 29). Cl. IX. Zamfirescu Daniela (6065, 68, 76, 78, 100, 14, 27, 31, 39, 46, 79, 201).

BACĂU. Șc. 8 ani nr. 5, cl. VII. Corneliuc Lucian (E: 2080, 92, 97, 98, 100, 04, 09, 15).

Ș.m. 1, cl. VI. Cartaş Radu (E: 2092, 104, 13, 15, 17, 30, 33). Cl. VII. Olteanu Mirela (E: 2083, 89, 93, 95, 102, 03, 12). Cl. X. Kaufman Eugen (6142, 69, 71, 77, 79, 92, 99, 209, 12, 13, 15, 17, 43), Nicău Antonel (6127, 29, 36, 45, 58, 79, 83,, 90, 92, 97, 242, 43), Slobozeanu Alexandru (6131, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 79, 99, 201, 42, 43).

Ș.m. 4, cl. VIII. Biriş Dorina (E: 2082—84, 96, 98, 100, 08, 16, 21). Cl. X. Buruiană Marcel (6131, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 79, 209, 12, 43), Simsinsohn Arthur (6203, 09, 12, 13, 23, 24, 26, 32, 34, 36, 41—43).

BAIA MARE. Student Nichita Grigore (6130, 31, 33—35, 42, 46, 47, 63, 71, 77, 83, 91, 210, 12, 39).

Șc. 8 ani nr. 3, cl. VII. Krausz Ioan (E: 2083, 90, 92, 93, 95, 100, 04, 06).

Ș.m. nr. 1, cl. VIII. Sabou Ioan (E: 2091, 96, 98—100, 07, 09, 21, 22). Cl. X. Botaş Clara (6169, 79, 208, 15, 23, 43, 57, 62, 67, 71), Samuel Ijac (6139, 42, 44, 46, 77, 79, 83, 224, 32, 43), Sîrbu Gheorghe (6139, 42, 44, 46, 77, 79, 83, 224, 32, 43).

Ș.m. 3, cl. VII. Apşan Dan (E: 2097, 99, 100, 02, 05, 07, 18, 22).

BALOTEȘTI (Bucureşti). Șc. 8 ani cl. VII. Ionescu Adrian (E: 2067, 69, 71, 80, 81, 90, 91)), Liznic I. Marcel (E: 2067, 69, 71, 80, 81, 90, 91).

BALȘ (Cltenia). Ș.m. cl. VIII. Răduţ Gheorghe (E: 2092, 96, 98, 104, 09, 14, 15, 18, 21, 22).

BALTENI. Ș.m. cl. XI. Constantin Paul (6127, 28, 132, 35, 45, 60, 62, 66, 68, 69, 74, 77, 82, 87, 92, 95, 97, 99).

BAICOI. Șc. 8 ani cl. VII. Coman Ion (E: 2084, 88, 89, 91, 95, 99, 105).

BEIUȘ. Ș.m. 1, cl. VIII. Gavruţă Pascu (E: 2083, 92, 96, 98, 100, 01, 03, 04).

BICAZ. Ș.m. cl. VIII. Butnariu Alexandru (E: 2091, 96, 97, 104, 10, 13, 21, 23; 6139, 58), Iacob Octavian (E: 2084, 91, 96—98, 100, 03, 10, 13, 21; 6139, 58), Pascu Mihai (E: 2084, 88, 96—98, 100, 10, 13, 21; 6139, 58), Rusu Nicolae (E: 2084, 96—98, 100, 04, 21; 6138, 39), Teodorescu Victoria (E: 2084, 91, 96—98, 100, 04, 08, 10, 21; 6138, 39).

BISTRIȚA (Cluj). Șc. 8 ani cl. VII. Gliga Cucicş (E: 2065, 67—69, 71, 74—77, 79). Ș.m.m. cl. IX. Fucă Sergiu (6139, 46, 47, 49, 58, 64, 79, 208, 26, 29, 42). Cl. X. Pleşa Constantin (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 86, 211, 13, 24, 43)).

BÎRLAD. Ș.m. 2, cl. VII. Duda Doina (E: 2075, 82—84, 92, 93, 95, 96, 104, 08, 21), Minteanski Bogdan (E: 2084, 91, 93, 95, 99, 104, 09, 12, 15, 21, 22). Cl. VIII. Ichim Elena (E: 2096, 100, 04, 13, 18, 21, 57; 6253), Steinberg Suzi (E: 2098, 108, 13, 18, 25, 29; 6257, 58). Cl. IX. Pîslaru Victoria (6127, 31, 36, 39, 42, 43, 46, 49, 201, 21). Cl. X. Chiorpec Magda (6130, 242, 43,

57—62, 71), Creţu Claudiu (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 69, 71, 242, 43), Damian Ana (6164, 83, 203, 08, 13, 29, 43, 57—62, 71, 80, 90), Rudeanu Gabriela (6183, 201, 09, 11, 26, 42, 43, 61, 62, 71).

Complexul şcolar cl. VIII. Calciu Cornelia (E: 2086, 88, 91, 96—99, 109, 16, 21, 22), Catinca Ioan (E: 2084, 98, 107, 09, 13, 18, 21, 25, 34), Ciolan Aneta (E: 2080, 81, 83, 84, 86, 87, 109, 10, 21), Cînepă Victor (E: 2084, 88, 89, 91, 96—98, 101, 08—10, 16, 21; 6139, 44, 48), Ghiur Gheorghe (E: 2084, 88, 97, 98, 101, 10, 29; 6257, 58), Grigoraş Georgeta (E: 2092, 96, 97, 104, 13, 15, 21—23, 29, 30), Grumeza Elena (E: 2080, 92, 97, 98, 110, 16, 21), Hobincu Anişoara (E: 2084, 86, 88, 91, 96—98, 109, 10, 16, 21, 22), Holban Dumitru (E: 2098, 109, 13, 18, 21, 29; 6191), Mande Aurelian (E: 2084, 88, 91, 108, 13, 20, 21, 29, 32, 34; 6147), Nichifor Ionel (E: 2080—82, 84, 86, 88, 91, 96—98, 108—10, 16, 21), Pîrciu Lucreţia (E: 2092, 97, 98, 102, 04, 09, 18, 21, 29, 30), Popa Doina (E: 2107, 09, 13, 18, 21, 29, 34), Ulnic Maria (E: 2084, 96—98, 108—10, 16, 18, 21), Ursu Ioana (E: 2084, 98, 107, 13, 21, 29, 34), Velicu Viorica (E: 2092, 96—98, 104, 09, 21, 29, 30), Vlad Angela (E: 2092, 96, 97, 104, 09, 13, 15, 18, 21, 22, 29, 30).

BLAJ. Ş.m. Andrei Mureşanu, cl. XI. Arion Natalia (6109, 31, 33, 39, 62, 71, 78, 79, 83, 85, 88, 91—93, 219), Barbat Ana (6129, 31, 33, 39, 42, 44, 58, 62, 69, 71, 82, 83, 91), Brînză Roman (6127—32, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 48, 50), Danciu Ştefan (6127, 30—32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 58, 63), Doranga Veronica (6128, 31, 33, 39, 42, 44, 58, 62, 69, 71, 83, 216, 29), Mărculeţ Anuţa (6131, 39, 42, 44, 47, 69, 71, 78, 83, 91, 92, 242, 44), Morar Gh. (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58, 62, 82, 92), Mureşan Dorin (6127, 28, 34, 39, 44, 65, 66, 68, 69, 71, 85, 91, 92), Opincaru Teodor (6131, 32, 39, 42, 46, 50, 82, 83, 213, 14, 29, 42, 43), Sîrbu Livia (6128—35, 39, 42, 44, 46, 63, 71, 79, 83, 208—10, 12, 13, 42, 43, 54, 56, 97, 99), Socol Minerva (6130, 32, 42, 44, 79, 82, 83, 210, 12, 13, 42, 97, 99). Cl. XI. Simplăceanu Virgil (6165, 66, 68—72, 74, 76—80, 82, 83, 88, 91—93, 95, 99, 208—15, 17, 19—21, 23—25, 34—36, 40, 42—45, 47, 54).

BOLINTINUL DIN VALE (Bucureşti). Ş.m. cl. VIII. Costache Tudor (E: 2080, 81, 83—86, 98, 100, 21), Dumitrache Niculae (E: 2082—84, 86, 94, 97, 113, 21), Paraschiv Florica (E: 2084, 95, 96, 98, 108, 09, 22). Cl. XI. Ionescu Gheorghe (6127—29, 31—35, 39, 42, 44, 46, 58).

BORŞA (Maramureş). Ş.m. cl. VIII. Vlad Gheorghe (E: 2083, 90, 104, 21, 29, 30; 6139).

BOTOŞANI. Şc. 8 ani cl. VI. Babei Luminiţa (E: 2080, 81, 83, 90—92, 95, 96, 104, 21), Pîrvu Petru (E: 2080, 81, 90—92, 95, 96, 104, 15), Sin Leiba Heimic (E: 2080, 81, 83, 90—92, 95, 96, 104, 21), Vasilache Teodora (E: 2080, 81, 90—92, 95, 96, 104). Cl. VII. Asaftei Gheorghe (E: 2080, 81, 83, 85—87, 90—93, 95, 96, 104, 09, 13, 15, 21, 22), Barich Abraham (E: 2080, 81, 83—87, 90—92, 95, 96, 98, 99, 104, 09, 15, 17, 21, 22), Brote Ovidiu (E: 2080, 81, 83—87, 90—93, 95, 96, 98, 104, 09, 13, 15)), Bucur Velica (E: 2080, 81, 84—86, 90, 91, 96, 97, 99, 103, 04, 09, 15, 22), Herghelegiu Ortansa (E: 2080, 81, 83—86, 88, 90—92, 96, 97, 99, 103, 04, 09, 15, 22), Mereuţă Viorica (E: 2080, 81, 83, 90—92, 95, 96, 104, 21), Ungureanu Corina (E: 2081, 83—86, 90—92, 96, 97, 99, 103, 04, 09, 15, 22).

Ş.m. 1, cl. IX. Lazarovici Hary (6131, 39, 43, 47, 49, 54, 55, 63, 95, 208, 29, 42). Cl. X. Segal Sorin (6131, 39, 42, 44, 47, 50, 99, 209, 13, 29, 42, 43). Cl. XI. Scutaru Cornelia (6127—35, 39, 42, 44, 46).

Ş.m. 2 Mihail Eminescu, cl. VII. Acatrinei Valeriu (E: 2080—87, 90—92, 96, 103, 04, 08, 10, 14, 21, 22), Berman Libertuţa (E: 2080—88, 90—92, 95—99, 103, 04, 08—10, 13—16, 20, 21). Buchi Grigore (E: 2080—87, 90—92, 96—98, 104, 10, 21, 22), Filip Mircea (E: 2080—83, 91, 96, 110, 14), Krumholtz Anuţa (E: 2080—88, 90—92, 95—99, 103, 04, 08—10, 13—16, 21), Manoliu Liliana Tania (E: 2080, 81, 83, 88, 90—92, 95, 103, 04, 20, 21), Munteanu Romeo (E: 2080—86, 88, 90—92, 95, 96, 98, 100, 04, 08, 15, 19, 21; 6147), Postolache Mircea (E: 2080, 82—88, 90—92, 97, 98, 103, 04, 10, 19—22; 6147), Rotaru Adrian (E: 2081—88, 90—92, 95—99, 103, 04, 08—10, 13—16, 20—22; 6147, 63), Segal Mandi (E: 2080—88, 90, 92, 96—98, 103, 04, 08—10, 14, 15, 21), Topală Constantin (E: 2080, 81, 83, 84, 90—92, 96, 104, 10, 14), Tincu Laurenţiu (E: 2080—88, 90—92, 95—99, 104, 08—10, 13—17, 20—22; 6147, 49, 55, 63), Vizitiu Viorica (E: 2080—83, 85—88, 90—92, 96, 98, 99, 104, 08, 15, 16, 21; 6147).

BRAD (Hunedoara). Şc. 8 ani cl. VII. Cordonescu Gabriel (E: 2092, 93, 104, 15, 17, 19—22).

S.m. „Avram Iancu" cl. IX. Fornade Corneliu (6131, 39, 43, 47, 49, 55, 79, 80, 91, 93, 208, 23, 36, 42, 44).

BRAŞOV. S.m.1 cl. XI. Coşuleţ Dan (6093, 120, 27—31, 33—37, 39, 42—52, 54—58, 60—63, 69, 71, 81, 84, 89—92, 94, 95, 99, 204, 08—13, 20, 27, 29, 36, 40, 42, 56). Cl. XI. Smărăndescu Gheorghe (6095—102, 05, 08, 10—20, 27—39, 42—52, 55—58, 60—63, 65, 66, 68, 69, 71, 77, 99, 302), Munteanu Gh. Mihai (6165, 79, 92, 96, 97, 99, 212, 13, 19, 42, 43, 45).

Cl. VII. Florescu Gabriel (E: 2084, 96—98, 100, 08—10, 21, 22; 6139), Zsido Agnes (E: 2080—86, 88—91; 6139, 47, 48, 58). Cl. IX. Vătui Florin (6127, 30—32, 35, 39, 44, 46, 47, 50, 58, 62, 63), Zsido G. (6127, 31, 32, 39, 42, 44, 45, 47, 58, 63).

Ş.m. 3 cl. IX. Andreescu Rodica (6127, 28, 31, 35, 39, 44, 46, 50, 58, 60, 63, 83, 201).

S.m.4 cl. VI. Neamţu Mircea (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 133, 33), Şerban Mihai (E: 2080, 81, 90, 98, 104, 15, 30). Cl. X. Ma inov Corn l (6127, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 55, 58, 63, 64, 69, 77, 79, 83, 90—92, 208, 09, 13, 16, 17, 24, 30, 42, 43).

Şc. 8 ani nr. 13 cl. V. Ursu I. Marian (E: 2065, 69, 74, 77, 79—81, 85, 86, 92, 93, 104). Cl. VI. Chiloflischi Gh. (E: 2095, 115, 21, 22, 28, 30, 33), Pîndaru Constantin (E: 2080 82—84, 90, 120, 30).

S.m.5 Unirea cl VIII. Greavu Alexandru (E: 2084, 88, 89, 91, 96, 98; 6139, 58). Săndulescu Magdalena (E: 2091, 96, 98, 109, 13, 18, 21, 39, 58, 244).

BRĂILA. Sc. 8 ani nr. 4 cl. VII, Cărbunaru Mihai (E: 2092, 95, 96, 99, 103, 04, 08, 09, 20, 21).

Ş.m.1 cl. VIII. Băiaşu Adrian (E: 2109, 10, 14, 17, 19, 21, 23—25, 29, 30). Cl. IX. Grosu George (6132, 34, 42, 44, 46, 50, 99, 209, 17, 42, 43).

S.m.2 cl. X. Lăzărescu Vasile (6141, 49, 79, 209, 13, 15, 16, 19, 42, 43).

S.m.3 cl. VIII. Barindel Elena (E: 2082, 84, 97, 110, 21, 22), Bucur Cornelia (E: 2081, 88, 97—100, 09), Hainichi Rene (E: 2080, 82, 83, 85, 86, 92, 93, 98, 100, 04), Ionescu Dragoş (E: 2084, 96—98, 100, 08, 13, 16, 21; 6139), Nicolescu Gabriel (E: 2092, 95, 100, 04, 09, 10, 13, 18), Stanciu Maria (E: 2092, 95—100, 04, 06), Vasile Victoria (E: 2080, 82, 83, 86, 92, 95, 98, 100, 04, 10, 22, 24).

BRĂNEŞTI (Bucureşti). Ş.m. cl. VIII. Anton Simona Marilena (6257, 58, 73; E: 2108—10, 12, 13, 16, 20, 21 29, 30, 34), Corbu Adina Mihaela (6258, 72; E: 2109, 13, 21, 22, 29, 30). Dumitru Constantin (6271, 73; E: 2109, 10, 13, 17, 21, 22, 29, 30), Neda Maria (E: 2108, 10, 13, 20, 21, 25, 29, 34; 6277, 92). Cl. X. Dinescu Gabriela Elena (6128, 30—32, 34, 39, 40, 42, 44, 49, 79, 201, 08, 09, 13, 17, 24, 29, 42, 43).

BREAZA. S.m. Aurel Vlaicu cl. VIII. Cîrtoaje I. Vasile (E: 2084, 89, 91, 95, 98, 100, 02), Iernuţeanu Eugen (E: 2065, 68, 84, 91, 118, 20, 21). Tăleanu A. Constantin (E: 2096—99, 105, 07, 91, 101, 08, 09, 13, 18, 20, 21, 22).

Liceul militar cl. X. Babonea Gh. (6094, 97, 99, 101, 20, 27—29, 31, 32, 34—36, 39, 44—46, 48, 50, 55, 58, 63, 64, 68, 69, 71, 75, 77, 79, 83, 88, 91, 92, 97), Berceanu Const. (6127, 44, 47, 50, 58, 62, 69, 71, 88, 92, 203, 13, 15, 24, 43), Costea N. Mihai (6127, 29, 34—36, 42, 44—48, 50, 56, 58, 63), Cracă Ilie (6209, 12, 13, 55, 23, 24, 29, 36, 43, 58, 71, 72, 72, 75, 90), Moşoiu Traian (6147, 48, 50, 69, 71, 77, 99, 209, 12, 13), Preda Lavinia (6131, 42, 44, 45, 50, 54, 63, 79, 83, 97, 243), Predescu Gh. (6127, 28, 31, 32, 34—36, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 58, 63), Puiu Petre (6127, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44—48, 50, 56, 58, 61, 63, 64, 69, 71, 75, 77, 79, 83, 86, 88, 90—92, 95, 97, 99, 201, 08, 12, 24, 32, 36, 43), Toma Ion (6131, 32, 34, 36, 39, 46, 69, 71, 83, 92, 213, 24, 36, 42, 43).

BUCUREŞTI. Studenţi: Nicul scu G. G. (fac. matematică) (6127, 31, 32, 34, 39, 42, 44—46, 48, 50, 58, 63, 64, 69, 71 77, 83, 91, 92, 94, 210, 17, 19, 32, 34, 36, 43, 56, 61, 62, 87, 99, P), Baras Robert (IPB) (6127, 30—32, 32, 34, 35, 39, 42, 44—48, 50, 52, 60, 62, 63).

Absolvenţi: Anca I. Tănase (6127, 28, 37, 38, 44, 48, 49, 51, 52, 54, 58, 74, 97, 203, 07, 27, 30, 42, 62, 65, 81, 92), Mihai Vasile (6127—36, 39, 42, 44—48, 50, 55, 58, 63).

S.m.1 cl. VIII. Brăileanu Ana (E: 2074, 82, 83, 89, 94, 96, 98—103, 05, 07; 6131, 39, 46, 47, 49, 54, 55, 56, 58, 63, 91, 201), Culinschi Maria (E: 2084, 91, 98, 109, 13, 21, 29), Jifcovici Vladimir (E: 2110, 11, 12, 21, 23, 26, 30), Munteanu Corneliu (E: 2066—69, 71, 74, 76, 77, 79), Tuliu Doina (E: 2109—11, 13—16, 18, 20, 22—25, 27, 29, 30—32).

S.m.4 cl. XI. Ciuchi Liliana Ştefana (6139, 44, 46, 71, 209—12, 17, 19, 29, 42, 43), Draica Dumitru (6146, 47, 70,

74, 76, 78, 82, 83, 90—92, 208—15, 17, 19, 25, 29, 30, 42, 43), Martin Eugenia (6127, 30—32, 39, 44, 50, 69, 71, 78), Nicolau Maria Elena (6123, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 45, 50, 210).

S.m. 5 cl. VIII. Belotu Mihaela (E: 2084, 88, 89, 91, 95, 109, 13, 31; 6149), Horia Liviu (E: 2104, 08—10, 13, 14, 21, 23, 29), Tun Marilena (E: 2080—86, 90, 92, 98, 104).

S.m. 6 cl. IX. Frăţilă Eliade (6129, 30, 31, 34, 39, 42, 44, 45, 49, 55, 65).

S.m. 7 cl. VII. Hîncu Eugenia (E: 2080—84, 88—90), Popa Radu (E: 2080—82, 84, 87, 90, 91). Cl. IX. Opriş Valentina (6208, 10, 12, 14, 15, 17, 19, 35, 40, 42, 43, 45, 55, 81).

S.m. 11 cl. VIII. Bădescu Constantin (E: 2116, 29; 6257, 58, 71—73, 75), Donciu Nicolae (E: 2080—84, 86, 99, 100, 21). Cl. IX. Vasiliu Şerban (6063, 64, 68, 74, 76—78, 97, 98, 103).

S.m. 12 cl. VIII. Ralescu Dan (6208, 12, 15, 23, 29, 54, 56—59, 65, 67, 71—75, 80, 85, 90, 303, 04, 10, 11, 16—18, 28, 36, 39, 43—49, 51, 52; E: 2123—26, 29—32, 34). Cl. X. Chivu Ileana (6132, 34, 35, 39, 42—46, 54, 63, 64, 69, 71, 77, 79, 83, 95, 97, 99, 204, 05, 07, 09, 12, 19, 24, 27, 31, 36, 42, 47). Cl. XI. Aronovici Sergiu (6127—30, 32—36, 39, 42, 44—45, 50, 62, 63), Frangopol Dan (6127, 28, 31—35, 39, 42, 44—46, 48, 50, 51, 54, 65, 66, 68, 69, 71, 77, 79, 83, 84, 91, 92, 95, 97, 201, 08—12, 14, 16, 17, 21, 24, 30, 32, 40, 42, 43, 51).

Ş.m. 13 cl. VIII. Arapu Bogdan (E: 2084, 88, 89, 91; 6130, 47, 55, 49), Lăzărescu Răducu (E: 2065, 68, 78, 84, 88, 89, 91, 96—98, 100; 6139, 49).

S.m. 15 cl. XI. Mereuţă Doina Anca (6127—35, 39, 42, 44—48, 52, 53, 65, 68, 69, 71, 74, 77, 92, 97, 99, 203, 42).

S.m. 17 cl. IX. Botez Dan (6127—29, 31, 35, 39, 42, 43, 46, 49, 54, 55, 58, 64, 66, 78, 79, 85, 91, 95, 201, 08, 13, 15, 20, 23, 25, 29, 42, 43), Suciu Paul (6127, 43, 44, 47, 54, 55, 58, 62—64, 79, 95, 213, 29). Cl. X. Abramovici Eugen (6127, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50), Almer David (6127, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 47, 50, 55, 58, 63, 69, 71, 77, 79, 83, 91, 92, 95, 99, 208, 12, 15, 42, 43, 54), Fuchs Iosif (6134, 42, 44, 69, 209, 12, 17, 24, 29, 41—43), Postolache Sorin (6131, 39, 42, 44, 46, 48, 50, 63, 229, 30, 35, 42, 43).

Ş.m. 18 cl. X. Iordache Florin (6127, 31, 42—46, 50, 54, 58, 61, 71, 79, 92, 201, 09, 31, 41—43, 56).

S.m. 19 cl. X. Sterian Cornel (6134, 42, 43, 46, 57, 69, 92, 209, 212, 15).

S.m. 20 cl. VIII. Alexe Ion (E: 2092, 96—98, 100, 04, 08, 10, 21, 29, 30), Munteanu Maria (E: 2092, 96—98, 100, 21, 30), Ionescu Livia (E: 2092, 96—98, 100, 04, 10, 18, 21, 29, 30), Mătăsaru Nicolae (E: 2092, 96—98, 100, 04, 10, 21, 29, 30), Negoiţă Ştefan (E: 2092, 96—98, 100, 04, 10, 21, 29, 30), Rotaru Anghel (E: 2092, 96—98, 100, 04, 10, 21, 29, 30). Sternberg (E: 2084, 96, 108, 10, 13, 15, 21). Cl. X. Diaconescu Nicolae (6127, 30—34, 35, 39, 41—50, 61, 63).

S.m. 21 cl. VIII. Singer Claude (E: 2096, 98—100, 08, 13, 15, 18, 20, 21, 29; 6267, 71, 72).

S.m. 22 cl. VIII. Buiculescu Valentin (E: 2095, 99, 105, 07, 09, 13, 21). Cl. IX. Stoian M. Liviu (6179, 219, 29, 42, 57, 58, 60, 67, 71, 73). Ifrim Stan Daniel (6127, 29, 31, 32, 34—37, 39, 41, 42, 44—48, 50, 51, 61—63), Zamfirescu Cristina (6164, 65, 72, 82, 86, 201, 08, 11, 13, 14, P).

S.m. 23 cl. X Duca Ilie (6203, 09, 13, 24, 36, 42—44, 71—73, 75, 99).

S.m. 25 cl. XI. Manaşiu Dan (6222, 25, 54, 57, 58—62, 65—67, 69—73, 75, 76, 81, 85, 85, 301, 07).

S.m. 26 cl. X. Filip Florin (6127, 31, 32, 42, 44, 45, 61, 64, 201, 17, 45).

S.m. 28 cl. VI. Ceuca Dan (E: 2080—82, 84, 90, 92, 93, 95, 104, 15, 17), Turcu Cristina (E: 2080, 81, 83, 84, 90, 92, 95, 104). Cl. VII. Mureşanu Mihaela (E: 2080—84, 86, 87, 89—91), Vaida Vera (E: 2092, 95, 96, 104, 21, 30, 33). Cl. VIII. Aldea Enăchescu Maria (E: 2096, 98, 102, 09, 14, 18, 29), Bîrău Valentina (E: 2096, 97, 107, 09, 10, 18, 29), Bojan Vera (E: 2097—99, 113, 21, 22, 29; 6258), Deleanu Dan (E: 2084, 88, 91, 96—99, 113, 21, 22, 29), Ionescu Alina (E: 2080—84, 90, 92, 93, 95, 104, 09, 14), Kotovski Andrei (E: 2084, 88, 89, 91, 96—99, 113, 20—22, 25, 29, 52; 6258), Rodan Carol (E: 2095, 98, 108—10, 13, 16, 18, 20, 21; 6244), Roitman Beni (E: 2096—98, 100, 03, 09, 15, 18, 20, 21), Smirnova Lili (E: 2080, 81, 84, 86, 88, 89, 100, 10, 13; 6149), Stan Gh. (E: 2082—84, 95, 98, 108, 10, 13, 21, 22, 25, 29; 6258—71). Cl. IX. Măicănescu Al. (6127—36, 71, 84).

Ş.m. 30 cl. XI. Conache Petru (6127—36, 38, 39, 42—44, 45, 60, 62, 65, 69, 71, 74, 77, 80, 82, 83, 92, 95, 99, 205, 07—17, 25, 27, 35, 36, 43, 45).

S.m. 32 cl. V. Dumitrescu Anca (E: 2082—85, 90, 92, 93, 97, 98, 100, 104;

6163), Popovici Liviu (E: 2093, 95—97, 99, 104).

S.m. 36 cl. VII. Georgescu Radu (E: 2071, 80—84, 90). Cl. X. Julea Maria (6169, 77, 78, 83, 91, 92, 202, 08, 09, 19, 27, 36, 40). Tămăduianu Emanuel (6123, 29, 69, 71, 74, 77, 82, 92, 97, 201, 08—10, 12, 14, 23).

Ş.m. 39 cl. VI. Raţă Anişoara (E: 2087, 90, 92, 95, 104, 21, 30), State Florica (E: 2081, 92, 95, 104, 11, 19, 21), Avram Anca (E: 2032—34, 86, 90, 91), Gaciu Nimfodora (E: 2033, 91, 96, 98, 99, 107, 21), Gora Niculina (E: 2108, 10, 18, 21, 25, 25, 26). **Ioniţă Georgeta** (E: 2030—86, 88—95, 98—100, 02—11, 13—15, 17—21; 6127—29, 31, 35, 49, 63, 64, 65, 68, 70, 201, 08, 11, 13, 15, 20, 23, 42), Teodorolu Rodica (E: 2084, 86, 91, 95, 97, 98, 212, 22).

Ş.m. 40 cl. VIII. Georgescu Virgil (E: 2084, 91, 95, 93, 99, 113, 21).

Şc. 8 ani nr. 5 cl. VI. Burducea Corina (E: 2080—87, 90), Cornea Maria (E: 2080—84, 90, 91), Cl. VII. Gheleşel Cristina (E: 2080, 81, 83, 84, 90—92, 96, 104), Ruginoiu Carmen (E: 2090, 96, 104, 08, 09, 15, 21, 22, 30).

Şc. 8 ani nr. 23 cl. VII. Georgescu M. Eug. (E: 2085, 86, 83, 89, 91—93, 95, 96, 99, 104), Ştefănescu Bogdan (E: 2096, 99, 102, 08—10, 16, 21, 22, 23, 32).

Şc. 8 ani nr. 71 cl. VI. Mahalnischi Andrei (E: 2080—85, 90, 92, 95).

Şc. 8 ani nr. 76 cl. VII. Tiron Liviu (E: 2064—72, 74—79; 6125).

Şc. 8 ani nr. 95 cl. VII. Tiner Ernest (E: 2080—91; 6147, 55).

Şc. 8 ani nr. 123 cl. VI. Ciontea Mariana (E: 2080—85, 87), Ciora Mihaela (E: 2081—85, 87, 90, 92), Gruia Vladimir (E: 2080—85, 87, 90), Nedelcu Irina (E: 2082, 84, 85, 91, 92, 95, 104). Cl. VII. Calaicioglu Mihaela (E: 2080, 81, 83, 84, 90, 91, 104), Gheorghiu Mihaela (E: 2080, 81, 90—92, 96, 104), Şerban Corina (E: 2080, 81, 83, 84, 90—92), Urzică Corina (E: 2080, 82, 90, 91, 99, 102, 04).

Şc. 8 ani nr. 145 cl. VII. Bărbosu Constanţa (E: 2081, 83, 85, 83, 89, 91, 96, 99, 109, 15), Drăgan Zenaida (E: 2080—84, 86, 88—91), Fleanu Maria (E: 2080—83, 86, 88—92), Marin Iulius (E: 2080—83, 86, 88, 90, 91, 104), Şerban Georgeta (E: 2080—81, 83, 86, 88, 90—92, 96, 99, 115), Şerban Valentina (E: 2080—83, 86, 88—92), Vlădăreanu Camelia (E: 2080, 81, 83, 85, 83, 90—92, 96).

Şc. 8 ani nr. 146 cl. VI Bădescu Smaranda (E: 2099, 108, 11, 14—18, 21, 23, 22). Cl. VII. Silivăşanu Mihai (E: 2092, 95, 96, 102, 04, 08, 09, 15, 17, 20—22).

Şc. 8 ani nr. 147 Petre Ispirescu cl. VII. Adam Mioara (E: 2082—84, 88—91, 96, 99, 108, 16).

EUDILA (Mureş). Şc. 8 ani cl. VII. Creangă Aurelia (E: 2080, 81, 84, 90, 92, 104, 21, 22), Endrai Elena (E: 2080, 81, 84, 90, 92, 104, 21, 22), Pană Corneliu (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 98, 104, 21, 22).

EUHUŞI. Ş.m. cl. IX. Schmidt Gabriel (6131, 32, 34, 36, 39, 42, 46, 83, 92, 96).

EUZĂU. Ş.m. 1 B. P. Haşdeu cl. VIII. Andreescu Florin (E: 2084, 91, 98, 107, 13, 21; 6139), Ifrim Paul (E: 2084, 91, 96, 107, 13; 6131, 39, 46, 58, 91). Panu Silvia (E: 2109, 13, 25, 29, 52; 6258, 71), Stănescu Aurel (E: 2090, 92, 98, 100, 04, 13, 21), Tache Viorel (E: 2081—84, 92, 98, 100, 04), Cl. X. Păltînea Cornel (6129, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 58, 63, 203). Cl. XI. Negruţ Ionel (6129, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 50, 58, 69, 71, 77, 84, 92, 208—10, 12—15, 17, 19, 21, 22, 42, 43).

Ş.m. 2 cl. VIII. Ispas Lucian (E: 2083, 86, 91, 92, 100, 03, 04).

EUZIAŞ Ş.m. cl. VII. Adamescu Nicola (E: 2071, 74, 79, 81, 90, 92, 104), Ticleanu Dorina (E: 2080, 81, 90, 92, 93, 96, 121).

CALAFAT. Ş.m. cl. VIII. Balu P. Marin (E: 2071, 82—84, 85, 91, 92, 97, 98, 100, 04), Dirman A. Sterie (E: 2068, 82—84 88, 90, 92, 96, 87, 99, 100, 04), Tatiu M. Marcel (E: 2068, 82—84, 88, 91, 92, 96—100, 04); cl. X. Ghinea Maria (6130—32, 34, 35, 42, 69, 71, 92, 96), Urziceanu Maria (6130—32, 34, 35, 42, 69, 71, 92, 99).

CARACAL. Ş.m. 1 cl. VIII. Chirea Nicolae (E: 2093, 100, 10, 13—15, 21, 29, 30).

CARANSEBEŞ. Ş.m. 1 cl. VIII. Mur Ion (E: 2096, 98—100, 03, 10, 18, 21, 22, 29, M 6257, 53, 67, 71, 75), Ştefănescu Mircea (E: 2082—84, 88, 89, 91, 92, 95, 96, 98—100, 04—06, 08—10, 13—15, 20—22, M 6130—32, 34, 35, 39, 42, 49, 55, 93, 209, 12, 43), cl. X. Man Carol (6129, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 55, 58, 63, 69, 77).

CAREI. Ş.m. cl. VIII. Gnandt Arpad (E: 2086, 92, 100, 12, 16, M: 6139, 58).

CĂLĂRAŞI. Ş. de 8 ani cl. VII. Costăchescu A. Dumitru (E: 2080, 81, 90, 99, 104, 15, 20), cl. VIII. Farmache Constantin (E: 2084, 88, 89, 91, 96, 105, 07, 13, 20, 21, M 6131, 39). Muţa T. Gheorghe (E: 2084, 88, 91, 96—98, 100, 05, 07—10, 13, 18, 20—22, 29, M 6131, 39, 201, 57, 58, 71, 72), Sorici Ion (E:

2096—98, 10, 13, 16, 19, 21, 22, 29). Vasile Eugen (E: 2084, 88, 89, 91, 96, 108—10, 13, 16, 18, 20—22).

CALIENI-GALAȚI. Ș. de 8 ani cl. VII Balaşin C. Marin (E: 2083, 86, 92, 13, 98, 96, 99, 100, 02—04, 06).

CILNIC — TG. JIU. Ș. de 8 ani cl. VII Cîlniceanu V. Ion (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 95, 104, 21) Draică A. Ion (E: 2080, 18, 83, 90, 92, 95, 104, 17, 21), Enăşteanu V. Victor (E: 2081, 83, 90, 92, 93 95, 103, 04), Mărăşescu Pantelimon (E: 2081, 90, 92, 95, 100, 11, 17, 21).

CERNA-VODA. Ș.m. cl 10. Isăroiu Ion (6131, 39, 42, 44, 49, 64, 209, 29, 32, 43).

CHIȘINEU-CRIȘ-CRIȘANA. S.m. cl. XI Ciul Mihai (6131, 33, 34, 35, 39, 42, 44, 58, 62, 71, 92, 208—11, 16, 43).

CIMPINA. S.m. nr. 1 cl. VIII Alexandriu D. Ioan (E: 2084, 88, 89, 91, 96—99, 101, 05, M 6131, 39, 47, 55, 58), Andrei Gheorghe (E: 2025, 29, M: 6257, 67, 71, 73, 75), Cordeanu Ludmişa (E: 2082, 86, 92, 96, 98, 100, 21), Dumitrescu Ruxandra (E: 2084, 83, 89, 91, 96—99, 104, 22, 29, M: 6130, 47, 49, 55), Georgescu Horia (E: 2103, 09, 13, 20, 21, 29, M: 6225, 91), Ionescu Constantin Cicerone (E: 2096, 98, 100, 09, 21, 25, 29), Ionescu Florin (E: 2084, 88, 91, 98, 100, 01, 08, 09, 13, 21), Văcăroiu Ioana (E: 2007, 08, 10, 16, 18, 25, 29, 31, M: 6258, 71) cl. X Blateș Raluca (6169, 71, 77, 99, 200, 12, 13, 39, 32, 42, 43, 61, 62, 71, 72), Dumitru Mariana (6129, 31, 42, 43, 62, 74, 83, 201, 08, 212, 13, 18).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Ș. m. Dragoș Vodă cl. VIII Carpiu Dorin (E: 2081, 82, 84, 90, 91, 92, 104), Popescu Ovidiu (E: 2092, 93, 95—98, 100, 01, 03—08, 10—13, M: 6119, 27, 64, 66, 79, 95, 201, 03, 14, 16, 20, 25, 41), Schörf Solomon (E: 2081—84, 86, 90—93), Liceul militar cl. X Fetica Emil (6169, 71, 79, 92, 209, 12, 23, 24, 29, 30, 38, 42, 43), Mascan Marius (1166, 69, 71, 79, 83, 92, 93, 95, 201, 08, 12, 13, 19, 23, 24, 29, 30, 36, 38, 42, 43, 47, 57—59, 62, 71—74, 99, 301). Muntoiu Alexandru (6131, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 63, 69, 209, 17, 29, 43), Nicşa Florin (6131, 32, 34, 35, 39, 42, 43, 69, 71, 95, 212), Schiopu Paul (6131, 32, 34, 36, 39, 42, 69, 71, 92, 243).

CIMPULUNG MUSCEL. Ș.m. Dinicu Golescu cl. IX Filipovici Constantin (6127, 31, 39, 46, 47, 50, 55, 58, 64, 79, 95, 201, 08, 15, 19, 20, 23, 36), cl. X Dinculescu Cornelia (6098, 131, 42—44, 46, 47, 209, 32, 34), Ș.m. nr. 44 Emil Racoviță cl. VII, Joca Ioan (E: 2081, 90, 92, 93, 104, 11, 17, 21), cl. VIII, Bera Adrian (E: 2097, 05, 07, 10, 13, 20, 21, 29, M: 6244, 77), Bartas Ioan (2098, 2108, 2108—10, 13, 21, 29, M: 6244), Constantinescu Maria-Liana (E: 2096—98, 100, 05, 07, 20, 21, 25, 29), Mureşan Andrei (E: 2080—82, 84, 86, 90—92, 98, 110, 14), Mozes Gyul (2113, 18, 21, 23, 29, 31, M: 6244, 57), Rădulescu F. Adrian Florin (E: 2080—86, 88, 90, 91, 98, 104), Suciu Viorel (E: 2080—88, 90, 91, M: 6139), Ș.m. Gh. Barițiu cl. VII, Bicsikovski Elisabeta (E: 2081—85, 90, 115, 17, 22), Gate Marieta (E: 2098, 108—10, 13, 16, 20, 21), Grigore Cornel (E: 2084, 88, 89, 96—99, M: 6139), Sasu Ioan (E: 2108—10, 13, 16, 18, 20—22). Ș.m. N. Bălcescu nr. 8 cl. VII, Bejunaru Mircea (E: 2092, 95, 96, 98—100, 04), Hollai Tania (E: 2080, 81, 90—93, 96, 104), Man Augustin (E: 2080, 82, 92, 95, 103, 04, 21), Pop Livia (E: 2090, 92, 96, 109, 15, 20, 21), Rozenkranț Silvia (E: 2080—82, 90, 92, 108, 21), Stadler Elisabeta (E: 2080, 81, 90, 96, 104, 16, 20), Teuşan Ovidiu (E: 2091—93, 95—97, 104, 08, 09, 14, 15, 21, 23, 30, 33). Tudorescu Tudor (E: 2092, 95, 96, 99, 104, 20, 21), cl. VIII Beca Ioan (E: 2065, 78, 84, 91, 96, 98, 100), Lazăr Aurel (E: 2065, 68, 73, 78, 84, 91, M: 6139). Rusu Dorel (E: 2098, 108, 10, 13, 18, 20, 21, 25, 29, M: 6244), Stoian Daniela (E: 2099, 110, 22, 25, 29, M: 6257, 71), Ș.m. de muzică cl. IX Farkaș Petru (6127, 31, 39, 42—44, 45, 47, 56, 58, 62—64, 79, 91, 95, 201, 07, 08, 13, 20, 23, 27—29, 39, 41—44).

COLILIA — SLOBOZIA — BUCUREȘTI Șc. de 8 ani cl. VII Neacșu Gheorghe (E: 2092, 93, 95—98 104), Simion Constantin (E: 2092, 93, 95—98, 100, 03, 04).

COMĂRNIC. Șc. de 8 ani cl. VII, Barbu Elena (E: 2067, 69, 71, 80, 84, 99, 102), Bidiuță Rodica (E: 2075, 80, 81, 92, 95, 96, 102), Ș.m. cl. Neagu Gheorghe (6130—32, 34, 35, 39, 42, 44—46, 48).

CONSTANȚA. Ș.m. nr. 1 cl. VIII Mîndruță Rodica (E: 2080, 82—84, 86, 96—98, 100, 101, 10, 13, 14, 21, 22, M: 6149), Mehmet Sema (E: 2080, 81, 83, 84, 86, 88—95, M: 6131, 39, 49), cl. XI Leu Mihai (6129—35, 39, 71, 74, 208—10, 16), S.m. nr. 2 cl. VIII Ioan Adrian (E: 2080—85, 92, 98, 104, 05, 07, 08, M: 6139), cl. X Chiru Doina (6131, 32, 34, 42, 44, 63, 209, 19, 42, 43), S.m. nr. 3 cl. X Răduinea Nicolae (6127, 29, 31, 32, 34—36, 39, 41—48, 50, 54, 58, 62, 64, 68, 69, 71, 74, 77, 88, 92, 97, 207—09, 12, 24, 29, 30, 32, 42, 43),

Ş.m. 4 cl. XI Luca Ion (6208—10, 12, 17, 19—26, 30, 32, 34—36, 39—43, 45, 47, 51, 54, 55, 57—65, 67, 69—76, 81, 82, 85, 87, 99, 301), Ş.m. nr. 8 cl. VII Bumbac Camelia (E: 2092, 98, 121, 23, 25, 29, 30), Fetică Doina (E: 2067, 71, 73, 74, 76, 77, 79—83, 86, 88, 90, 101, 03, M: 6129, 39, 47).

CORABIA. S.m. cl. VIII Bălteanu Iulian (E: 2080—86, 90—92, 95—99, 103), Vasile Ilie (E: 2082, 83, 86, 90—92, 96, 99), cl. X. Delu Maria (6131, 34, 39, 40, 42, 44, 46, 47, 49, 50).

CORNU-BĂILEŞTI. S.m. Cornu cl. VIII Dalea D. Fănică (E: 2082, 84, 88, 89, 91, 96, 99, 109, 10, 14, 15, 21).

COSABA-RACOI-BUCUREŞTI. S. de 8 ani cl. VI Constantin Maria (E: 2069, 71, 74, 75, 80, 31, 90, 92, 104), Ghiţă C. Maria (E: 2069, 71, 74, 75, 80, 81, 90, 92, 104), Ilie Virginia (E: 2071, 74, 75, 80, 81, 90, 92), Pavel Valeriu (E: 2069, 71, 74, 90, 92, 104, M: 6126).

COSTEŞTI. S.m. Costeşti cl. VIII Dragomir I. Aurel (E: 2085, 90, 92, 96, 98, 100, 01, 04, 08, 14, 21, 30, M: 6258, 72), cl. X Anghel M. Mircea (6127, 31, 34, 39, 42, 44, 50, 58, 64, 83, 91, 201, 08, 17, 34, 42, 43), Depărăţeanu Dan (6091, 92, 97—100, 05, 14, 16, 18, 20—29, 31, 32, 34—36, 39, 41—50, 55, 58, 63, 64, 66, 69, 71, 77, 88, 90—92, 95, 97, 99, 201).

COTNARI-IAŞI. S. de 8 ani absolventa Glodeanu Paraschiva (E: 2068, 69, 71, 74, 79, 80, 81, 84, 91).

CRAIOVA. Şc. de 8 ani cl. VII Cosma Antonel (E: 2080, 81, 88—92, 95, 107, 04, 13, 20—22), student Nicula Năstase (6132, 34, 39, 42, 50, 52, 58, 69, 71, 77, 91, 92, 103, 12, 17, 42, 43), S.m. nr. 1 cl. VIII Balan Virgil (E: 2084, 88, 91, 96, 98, 109, 13, M: 139), Dincă Vasile Vally (E: 2084, 88, 91, 96, 108—10, M: 131, 39, 47), Păun Ion (E: 2066, 67, 71, 74, 77, 79, 80—84, 90—92, 98, 100, 04, 08, 14, 15, 21, M: 6139, 58), Răducanu Mircea (E: 2084, 88, 91, 96—98, 100, 21), Purcărelu Mircea (E: 2084, 88, 91, 96—98, 109, 21), Turcu Ilie (E: 2084, 88, 89, 91, M: 6127, 31, 39, 44, 46, 47, 49, 59, 63), cl. IX Dediu Luminiţa (6131, 39, 47, 49, 55, 63, 79, 208, 23, 29, 42), cl. X Bîscă Octavian (6164—69, 71, 77—79, 83, 86, 89—95, 97, 99, 207), Popescu Felicia (6127, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 48, 50, 51, 56, 58, 62, 63, 69, 71, 79, 90, 92, 95, 99, 207, 08), Sandu Darius (6127, 29, 31, 32, 34—36, 39, 42, 44, 46, 48, 50, 55, 56, 58, 62—64, 69, 71, 83, 86, 91, 92, 208, 09, 12, 13, 15, 20, 39, 40, 42, 43, 47), Ş.m. nr. 2 Fraţii Buzeşti cl. VIII Guran Tiberiu (E: 2066—69, 71, 73, 77, 80—81, M: 6139), Ghera Harian (E: 2096, 98, 100, 02, 09, 13, 21, 22, 29, M: 6271). Stănciul·scu Ioan (E: 2096, 98—100, 09, 13, 21), Vica Ion (E: 2096—98, 100, 09, 10, 16, 21, 22), cl. X Cojocaru Mariana (6129, 31, 32, 34, 39, 42, 44—48, 56), Dobrovalschi Ioana (6131, 32, 34, 39, 42, 44—46, 49, 64, 68, 77, 85), Stănescu C. Constantin (6127, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 41—46, 48, 50, 56, 58, 64, 66, 69, 71, 78, 78, 83, 90, 91, 92, 95, 92, 99, 201, 08, 09, 12, 13, 15, 17, 24, 34, 38, 40, 42, 43, 47), Cidumac Pericle (6127, 31, 32, 34, 39, 42, 43, 46, 49, 243), cl. XI Nuţă Ştefan (6127—36, 38, 39, 42, 44, 45, 52, 64, 68, 69, 71, 74, 77, 79, 82, 83, 92, 208—17, 23, 27, 35, 42, 46), Petrescu Ioana (6127—32, 34—36, 42, 44, 48, 65, 66, 69, 71, 72, 82, 83, 92, 208—16, 21, 65), S.m. nr. 3 cl. X Ghiţulescu Dan (6164, 66, 69, 71, 79, 83, 85, 92, 95, 201, 02), cl. XI Rădulescu Aurora (6130, 32, 34, 35, 42, 77, 82, 92, 208, 12, 14—16, 21, 35, 42, 77, 82, 92, 208, 12, 14—16, 21, 35, 42, 43), S.m. nr. 4 cl. VIII Purgariu Aurel (E: 2109, 10, 14, 15, 21—23, 25, 29, 30, M: 6187), cl. XI Dragotescu Gheorghe (6130—34, 42, 46, 50, 69, 71, 74, 83, 92), Gavrilă Gheorghe (6108, 23, 29, 35, 36, 63, 75, 97, 208—14, 17, 24, 24, 25, 29, 42, 43, 54), Jenaru Mircea (6130, 32, 34, 42, 47, 50, 52, 74, 83, 86, 209, 11—13, 17, 19, 42, 43, 54, 56), Zamfirescu Costinel (6129, 31, 33, 34, 42, 50, 69, 74, 209, 43)

CRICOV-CIMPINA. Ş. de 8 ani cl. VII Aldea Elena (E: 2064, 65, 67, 71, 74, 75, 77, 83, 90), Anton Nadia (E: 2065, 69, 71, 77, 79, 80), Avramescu Elena (E: 2064, 67, 69, 71, 76, 83, 91, 92), Cîrnaru Rodica (E: 2064, 67, 79, 71, 74, 80, 81, 90, 91), Radu Elena (E: 2064, 65, 67, 71, 75, 77, 83, 90), Şerban Gheorghe (E: 2080, 81, 83, 90—93, 95, 104), Tudor Irina (E: 2064, 67, 69—71, 75, 77, 79), Voinea Doina (E: 2069, 77, 79, 80, 83, 92, 95, 104).

CUMPĂNA — NEGRU VODĂ — DOBROGEA. Şc. de 8 ani cl. VII Puiu Anastase (E: 2080—83, 89—91, 95, 98, 103, 04, 06).

CUPTOARE-ORŞOVA. Şc. de 8 ani cl. VII Jurescu Petra (E: 2080, 81, 83, 84, 90, 92, 96, 104), Stolotescu Constantin (2080, 81, 84, 90, 92, 95, 96, 104), Ursulescu Ion (E: 2080, 81, 84, 90, 92, 96, 104).

CURTEA DE ARGEŞ. Ş.m. cl. VIII Mircescu Gr. Gheorghe (E: 2084, 91, 96, 98, 100, 01, 20, 21, M: 6149), Niţulescu Gheorghe (E: 2084, 91, 96, 98, 109, 20,

21, M: 6149), Pantaş Mihail (E: 2080, 82—86, 94, 105, 13, 21), Stancu Luiza (E: 2067, 69, 74, 80—84, 86, 90, 92, 96, 97), cl. X. Apostolescu Nicolae (6129—34, 39, 42, 44, 46—48, 58, 63, 74), Botnărescu Vasiliu Vasiliu (6127, 30—32, 34—36, 39, 42, 44, 45, 48, 58, 62, 63, 69, 71, 91, 92, 208—10, 12, 17, 19, 32, 40, 42, 43, 47).

DĂENI. Ş. de 8 ani cl. VI, Şerban G. Victoria (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 104), cl. VII, Bădău Aneta (E: 2080—84, 90—92), Mariucca Aurelia (E: 2080—86, 90, 91), Pascu Elena (E: 2081—83, 90, 92, 96, 104), Stemate Dumitra (E: 2080—83, 88, 90, 92, 96, 104), Stoica Elena (E: 208—86, 90, 91), Stroe Rădiţa (E: 2080—84, 88, 90, 91).

DEJ. Ş.m. Dej cl. VIII Bruja Liviu (E: 2092, 96—98, 100, 104), Bujor Mariana (E: 2092, 96—98, 100, 07, 08), Costea Elena (E: 2092, 96—98, 100, 04, 13), Farago Aurel (E: 2092, 95, 96, 98, 100, 104, 08), Goran Mircea (E: 2092, 96—98, 104, 08, 21), Hosu Lucian (E: 2092, 95, 96—98, 100, 104), Ilieş Livia (E: 2092, 96—100, 09), Ilieş Nicolae (E: 2096—98, 100, 08—10), Marţian Lucia (E: 2092, 93, 96, 99, 100, 04, 07), Mitrea Iuliana (E: 2092, 93, 96—99, 104), Mîrza Rodica (E: 2092, 96—98, 100, 04, 09), Ş.m. cl. VIII Mureşan Doina (E: 2092, 2096, 2103, 10, 13, 31), Onofrei I. M. Nicolae (E: 2092, 96—98, 100, 08, 10), Oraş Lazăr (E: 2092, 96, 98, 100, 03, 13, 21), Pacol Otilia (E: 2092, 96—98, 100, 07, 10), Pop Delia (E: 2092, 96, 97, 107, 08, 10, 16, 21), Pop Monia (E: 2095, 97, 107, 08, 10, 16, 21), Rădulescu Ion (E: 2092, 98, 100, 04, 08, 16, 21), Rusu Nicolae (E: 2092, 3. 95, 96, 98, 100, 03). Sabadiş Maria (E: 2096—98, 100, 07, 08, 10), Someşan Maria (E: 2092, 97, 98, 100, 80, 14, 21), Suciu Mihai (E: 2092, 97, 100, 04, 08, 10, 21), Tocaci Florica (E: 2092, 96, 97, 108, 10, 13, 21), Vaida Gh. (E: 2092, 96, 98—100, 04, 08), cl. IX, Smărăndescu Cecilia (6131, 39, 47, 48, 51, 53, 201, 03, 11, 42), cl. X Chivdriş Mircea (6131, 32, 34, 39, 41, 42, 44, 47, 50, 213, 43), Vasile Alex. (6139, 42, 44—46, 49, 50, 55, 61, 85).

DEVA. Ş.m. Decebal cl. VIII Staicu Matilda (E: 2092, 93, 96—98, 100, 02, 04), cl. X Bejan Ion (6139, 32, 34, 39, 42, 46, 58, 79, 204, 43), Gosman Rodica (6131, 32, 35, 39, 42, 44, 46, 79, 208, 09, 43), Munteanu Ovidiu (6129, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 46, 50, 79, 209, 13, 42, 43), Şerban Mircea (6132, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 58, 79, 209, 42, 43). cl. XI Opriţoiu Joan (6129 30—32, 34, 39, 42, 46, 50, 59, 71, 209, 12, 13, 17, 24, 29, 43).

DOROHOI. Ş.m. nr. 1 cl. X Ivănescu Stefan (6131, 34, 42, 44, 45, 50, 63, 71, 79, 83, 92, 212, 19, 33, 42, 43).

DRĂGĂŞANI. Ş.m. cl. XI Rîmniceanu Maria (6131, 33, 42, 90; 210, 14, 43, 65, 67, 71, 81).

FĂGEŢ—BANAT. Ş.m. Făget cl. VIII Sava Petre (E: 2096—100, 05, 07—10, 13, 16, 18, 20—22, M. 6153, 201), cl. IX Serău Axente (6130—32, 34, 35, 39, 42, 44, 49, 58, 91, 212, 43).

FĂLTICENI. Ş.m. cl. VII Asaftei Tiberiu (E: 2081, 86, 90, 91—93, 96), Carpovici Alex. (E: 2081, 91—93, 95, 96, 99).

FETEŞTI. Ş.m. cl. X Sandiar Ştefan (6127, 29, 31, 32, 34, 39, 42—47, 49, 50, 55, 60, 64, 65, 69, 77, 79, 83, 86, 88, 90, 92, 95, 201, 04, 14—16, 19, 20, 24, 25, 29, 31, 34, 39, 41—44, 47, 52). Tudorache Niculina (6127, 64, 131, 132, 134, 142; 97, 201, 209, 29, 42—43).

FILIAŞI. Abs. Făunescu Viorel (6208, 12, 13, 57, 62, 71, 74, 75, 91, 92). Ş.m. nr. 1 cl. XI Oprescu Gh. (6164, 65, 68—71, 73, 74, 75, 77, 79, 80, 82, 85, 86, 91, 92, 93, 95).

FOCŞANI. Ş. de 8 ani nr. 3, Belşoiu Gabriel (E: 2080—82, 90, 92, 121, 122), Ş.m. Unirea cl. VI Baner Alex. (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 104, 21, 22), cl. VIII Maier Silvian (E: 2067, 69, 77, 79, 92, 96, 97, 98, 104), cl. IX Alexandrescu Rodica (6132, 34, 35, 39, 42, 44, 47, 50, 62, 71, 209, 12, 17, 42, 43), Vatră Fănică (6131, 39, 47, 53, 79, 201, 08, 29 38, 42), cl. X. Avramescu Cornelia (6136, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 62, 71, 204, 09, 12, 17, 19, 42, 43), Popa Dan (6131, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 47, 60, 62, 63, 69, 71, 79, 209, 12, 17, 29, 58, 42), Ş.m. 2 Al. Cuza cl. VIII Tomozei Maria (E: 2081, 83, 84, 86, 90, 92, 98 104).

GALAŢI. Ş. de 8 ani nr. 10 cl. VII Butunoi Florica (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 96—100, 04, 06), Nedelcu Victoria (E: 2080, 81, 92, 95, 96—100, 03, 04, 06), Ş.m. nr. 2 cl. V Susai Paul (E: 2080—82, 85, 108, 12, 21), Ş.m. 21, cl. VII, Carabogdan Elena (E: 2080—82, 91, 92, 96, 98, 104, 21, 22), Ş.m. 23 cl. VI Bejan Ovidiu (E: 2074, 77, 83, 88, 91, 103, 11) Chitic Ştefan (E: 2080—82, 86, 87, 91, 92), cl. VII Cărăbăţ Cornelia (E: 2089, 99, 108, 09, 15, 20—22), Drăgan Georgeta (E: 2094, 96—100, 20), Gaiţă Paul (E: 3080—84, 90, 91), Thiel Victor (E: 2086, 95, 102, 03, 15, 20, 22), Ş.m. 1 cl. VIII Calapod Florin (E: 2084, 96, 98—100, 22, 25, 23, 29), Herşco-

vici Isaia (E: 2097—101, 13, 21), Katz Corni (E: 2038—10, 13, 16, 18, 21, 22), cl. IX, Bejan Adrian (6127, 31, 39, 44, 50, 54, 63, 64, 91, 93), Dragomir Dan (6127, 50, 64, 79, 85, 91, 92, 95, 201, 12), cl. X Dimache Anişoara (6139, 42, 44, 46, 47, 50, 55, 58, 71, 79, 92), Petruş V. (6139, 42, 44, 45, 57, 71, 79, 92, 204, 43), Tulai Ion (6134, 39, 46, 47, 50, 55, 58, 60, 71, 72, 92, 99), Ş.m. nr. 2 cl. VII Crăciun George Dan (E: 2080, 82, 84, 85, 92, 97, 99, 100, 04), cl. VIII Coloiana Lucia (E: 2080, 82, 92, 93, 96, 97, 99, 104, 09, 22) Savin Alexandru (E: 2080, 82—84, 86, 92, 96—100, 04), Ş.m. nr. 3 cl. VIII, Corciovei Cecilia (E: 2084, 83, 91, 92, 98, 102, 21), Ş.m. nr. 4 cl. V Anton Petrică (E: 2061, 71, 80, 83, 90, 95, 104), cl. VI Buruiană Eugen (E: 2069, 71, 80, 81, 83, 90, 93), Gheorghiu Liliana (E: 2069, 71, 80, 81, 83, 90, 104), cl. VIII, Sosai Petru (2065, 68, 73, 75, 78, 84, 91, 93, M. 6130), Tilici Octavian (E: 2068, 75, 84, 91, 96—98, 100 M: 6139), cl. X Neguţ Sorin (6131, 32, 34, 39, 42—44, 46, 50, 71, 92), Petrescu Octavian (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 62, 69, 71), Ş.m. nr. 5 cl. VIII, Argintescu Mariana (E: 2092, 95, 97, 98, 104, 29, M: 6257), Bejan Ortansa (E: 2092, 96—98, 100, 04, 09, 29), Horceag Ecaterina (E: 2092, 95, 97, 100, 14, 21, 29), Ijdelea Profiţa (E: 2092, 95, 97, 100, 62, 21, 29), Lupoaie Marian (E: 2103, 09, 14, 15, 20, 21, 22), Marinescu Veronica (E: 2092, 96, 99, 109, 21, 23, 29, 30), Niculescu Gheorghe (E: 2092, 96, 99, 121—23, 29, 30), Ş.m. nr. 6 cl. VI Tudoran Mircea (E: 2071, 74, 77, 79, 80, 81, 83, 90), S.m. nr. 7 cl VII Arşic Mioara (E: 2080—85, 95), Barbu Hailpern (E: 2107, 13, 20, 26, 29, M: 2608, 42, 57, 58, 60, 64, 71, 73, 75, 77), Guruţa Ecaterina (E: 2082, 90, 92, 104, 11, 15, 22).

GATAIA — DETA — Banat Ş.m. Gătaia cl. X Zipcsek Iosif (6131, 36, 39, 46, 71, 201, 12, 15, 41, 43).

GHERLA — CLUJ. Ş.m. Ana Ipătescu cl. VIII Baumgarten Alexandru (E: 2084, 91, 96, 98—100, 07—10, 13, 16, 18, 20, 21, 39, 49), Mircea Lobonţiu (E: 2095, 98, 109, 18, 20, 21, 29), Mureşan Adrian (E: 2084, 96—98, 100, 13, 21, 29), Spătaru Maria (E: 2096—98, 109, 13, 21, 221, 29), cl. X Roman Cornel (6127, 31, 32, 39, 41, 42, 44, 46, 48—50, 55, 58, 63).

GHEORGHENI. Ş.m. cl. VI Kólló Esaber (E: 2080—82, 84, 85, 90, 91, 104), Ilyes Albert (E: 208—82, 84, 85, 90, 91, 104).

CIOROCUŢA — CAREI. Ş. de 8 ani cl. VII. Palincaş Martha (E: 2080, 81, 88, 90, 92, 96, 99, 103—05).

GURGIU. S. de 8 ani cl. VII Călinescu Gh. Mihail (E: 2080, 81, 83, 84, 90, 92, 95, 96, 98, 104, 14, 21—23, 30, 35), Ş.m. cl. VIII Căciulan Vasile (E: 2065, 68, 78, 84, 83, 91, 96—100, 08, 10, 13, 16, 17, 21, 22), Marinescu Nicolae (E: 2096—98, 108, 09, 13, 18, 21, 22, 29, M: 6257, 53, 72), Mărăcineanu Eugen (E: 2080—86, 88—92, 95, 96, 98, 100, 01, 03, 09, 12, M: 6139, 63), cl. IX Măcăneaţă Miron (6148, 63, 69, 83, 208, 09, 12, 15, 24, 43), cl. X Nicolae Ilie (6129, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 49, 50, 55, 58, 61, 71; 77, 79, 82, 88, 92, 203, 09, 12, 13, 15, 17, 23, 42, 43, 44, 58, 59, 61, 62), Radu Mircea (6143, 49, 54, 83, 241, 53, 59, 67, 71, 76, 83, 301), Răbîncă Emil Nicolae (6139, 42, 44, 50, 63, 87, 99, 209, 70, 73) cl. XI Scraba A. Dumitru (6131, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 45, 60, 92, 99), Stoian Paul (6130, 45, 69, 77, 82, 83, 92, 208, 09, 11, 12, 14, 15, 17, 21, 22, 43), Ţîrcovnicu Gheorghe (6129, 30—32, 35, 39, 41, 42, 44, 45, 50, 58, 78, 85).

GIRBOVA — DEJ. Ş. de 8 ani cl. VII Szekely Alexandru (E: 2064, 69, 71, 75, 80, 81, 90).

GLĂVILE — DRĂGĂŞANI. Ş. de 8 ani cl. VII Nedeluţ Elvira (E: 2067—69, 71, 74, 108, 12, 21).

GAGOANELE — BUZĂU. Ş.m. cl. X Dumitrescu Constantin (6123, 31, 32, 34, 39, 42, 47, 63, 83, 243).

GROSI — BAIA MARE. Ş. de 8 ani Graşi cl. VII. Libotean Voichiţa (E: 2080, 81, 91, 93, 95, 96, 102).

GURABARZĂ — BRAD. Ş. profesională anul III Tripa Gheorghe (E: 2098, 115, 23—25, M: 6206, 71, 73).

GURA HUMORULUI. Ş. de 8 ani cl. VII Zofota Radu (E: 2067—69, 71, 74, 75, 77, 92, 96), Ş.m. cl. X Adomniţei Constantin (6209, 10, 12, 13, 15, 19, 42, 43, 72, 301).

GURA VITIOAREI — TELEAJEN. Ş. de 8 ani cl. VII Cernat I. Eugenia (E: 2068, 71, 74, 81, 92, 95, 99).

HAŢEG. Ş.m. cl. VIII Berghian Ion E: 2080—86, 88—92, 95, 96, 98, 100, M: 6131), Maftei Nicolae (E: 2080—86, 88—90, 92, 93, 95—98, 100, 102—04).

HAIŞEŞTI — P. NEAMŢ. Ş. de 8 ani cl. VII Scurtu Neculai (E: 2057, 68, 71, 74, 80—84, 90, 92, 95, 104).

HOREZU. Ş.m. Horezu cl. VII Hangiu D. Ştefan (E: 2090, 92, 95—97, 99, 121), cl. VIII Glogoveanu Elena (E: 2108, 09, 13—15, 21, 22), Munteanu I. Ion (E:

2081, 95, 105, 23—25, 30), Munteanu I. Maria (E: 2081, 85, 105, 23—25, 30), Tertici A. Ion (E: 2092, 94, 95, 97, 98, 100, 03, 06, 27—31, 33—35, M: 6291).

HUEDIN. Ş.m. Huedin cl. VIII Ginscă Ioan (E: 2080—83, 90, 92, 96, 99, 121).

HUNEDOARA. Ş.m. nr. 1 cl. VIII Ciotescu Ion (E: 2096—99, 109, 21, 22, 29, 31). Marinescu Alexandru (E: 2067, 71, 71, 74, 83, 84, 88, 91, 97, 98, 100, 21), Postelnicu Reti Ileana (E: 2084, 88, 97, 98, 100, 21, M: 6147, 87).

HUŞI. S.m. Kogălniceanu cl. VIII, Popa V. Elena (E: 2097—99, 104, 18, 22, 31).

IAŞI. Ş. de 8 ani nr. 7 cl. VII Bădiliţă Viorel (E: 2080—83, 88—92, 95—99, 103), Builă Horia (2080, 91, 90, 92, 93, 96, 99, 104), Dancov Liliana (E: 2080—82— 88— 90—92, 96, 99, 99, 104, 23, 30, 33), Gilca Mariana (E: 2080—84, 86, 88, 90—95, 97, 98, 103, 04), Sachter Basi (E: 2080—84, 86, 88, 90—92, 95, 96, 98, 99, 103, 04), Ş. nr. 14 cl. VII Topor Vasile (E: 2064, 67, 69, 71, 74, 75, 79, 80, 83, 84, 90), student Ionescu Cătălin (6111, 29—35, 42, 46, 49, 69, 71, 92), Ş.m. nr. 1 cl. VI Blidaru Viorel (E: 2092, 95, 96, 99, 104, 65, 21), Frunză Mioara (E: 2080—83, 85, 90, 92, 104), Grigoriu Cornelia (E: 2080—86, 90), Mirtez Puiu (E: 2080—83, 85, 90, 92, 95, 104), Poncu Constantin (E: 2071, 79—82, 86, 90), Similovici Tania (E: 2080—83, 88, 90, 92, 93, 104), Stătache Militina (E: 2075, 80, 81, 83, 90, 92, 104), Tighineanu Zamfira (E: 2075, 80, 81, 83, 90, 92, 104), Ş.m. nr. 1 cl. VII Buzdugan Virgil (E: 2080, 81, 86, 90, 92, 95, 99, 104), Dumitriu Cristina (E: 2080—83, 90, 93, 96—98), Ioniţă Nicoleta (E: 2081—83, 90, 92, 95—100, 104), Rusu Traian (E: 2080—85, 90, 91, 92, 104), Zgardan Costel (2080—84, 90, 92, 104, 08, 10), Ş.m. nr. 2 cl. VI Negoiţă Ana (2071, 74, 77, 79, 80, 81, 90), cl. VIII Iancu Judith (E: 2080, 81, 83, 85, 86, 90, 92, 96, 98—100, 04, 06, 08, 09, 13—15, 21, 22, 29), Lazăr Dolores (2080—84, 91, 13, 14, 21), Mihailovici Manuela (E: 2095, 106, 08, 14—16, 20, 22, 23, 30), Ş.m. nr. 3 cl. VII Linde Radu (E: 2108, 09, 11, 12, 14, 15, 17, 20—22), Niţă C-tin (E: 2085, 96—98, 99, 104—07, 09, 13, 21, 22, M: 6147), cl. VIII Păun Corneliu (E: 2083, 84, 88, 90—92, 96, 105, 07, 09), Precul Radu (E: 2082, 84, 91, 92, 96—99, 104, 05, 07, 09, 14), Profirie Sterian (E: 2082—84, 91, 92, 96, 98, 99, 104, 05, 07, 09, 21), S.m. nr. 3 cl. VIII Rusu Mihai (E: 2097, 99, 100, 05, 07—09, 13, 18, 21, 22), cl. X Rădulescu Sorin (6097, 101, 31, 32, 34, 42, 44, 46, 56, 63), Ş.m. nr. 4 cl. VI Chirilă Elena (E: 2080, 81, 83, 85, 86, 90, 92, 93), Gheorghiu Viorica (E: 2092, 95, 104, 05, 17, 23, 30, 33), Rusu Dorina (E: 2092, 93, 95, 104, 14, 19, 21), Wechsler Paula (E: 2111, 12, 17, 23, 24, 30, 33, 35), cl. VII Popescu Daniela (E: 2090, 95, 96, 99, 10, 04, 08), Săveanu Sanda (E: 2092, 95, 96, 99, 109, 11, 15, 16), cl. VIII Oprea Rosemarie (E: 2080—86, 90, 92, 93), Ş.m. nr. 6 cl. VIII Rabinovici Paul (E: 2084, 88, 89, 91, 96—100, 08—12, 13, 20, 21), Ş.m. nr. 7 cl. VIII Breaur Gh. Neculai (E: 2100, 08, 13, 20, M: 6139, 201, 26, 41), Ş.m. nr. 8 cl. VIII Bordeianu Florea (E: 2080—83, 86, 90, 92, 121), Cristea Aurica (E: 2069, 82, 98, 92, 97, 100, 04), Dateş Teodor (E: 2097, 98, 121, 23, 25, 29, 30).

IŢCANI. Ş. de 8 ani cl. VII. Aitoaie Doina (E: 2092, 95—98, 100, 03, 04).

LIPOVA. tr. M. Ionescu I. Constantin (6165, 69, 70—72, 74, 77, 82, 85, 99, 200, 08, 09, 12, 13, 15, 17, 42, 54, 56).

LUGOJ. S. de 8 ani nr. 3 cl. VI Bloch Ivan (2067, 69, 71, 74, 75, 79, 80, 81, 90). S.m. nr. 1 cl. VI Sorap R. Dan (2080—82, 90, 92, 102, 04, 21), cl. VIII Friedländer Alexandru (E: 2096, 98—100, 08, 13, 16, 20—22), cl. IX Tudoroiu Lucian (6127, 28, 35, 39, 41, 47, 54, 58, 64, 66, 79, 20, 08). Mărăguş Ştefan (E: 2105, 20, M: 6174, 77, 86, 95, 203), cl. X Friedländer Gheorghe (6169, 77, 83, 209, 12, 17, 24, 30, 32, 36, 38, 40, 42, 43), Popovi i Co nel (6024, 62, 92, 98, 127, 29, 40, 43, 56, 64, 69, 71, 77, 86, 88, 90—92, 95, 97, 99, 208—10, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 29, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 43, 47, 49, 54, 62), Lilaschi Ioan (6127—29, 31, 32, 35, 39, 42, 44, 49, 63, 69, 71, 91, 92, 94, 212, 13, 15, 42).

MALOVAŢ — TR. SEVERIN. Ş. de 8 ani cl. VII Luca Alexandru (E: 2074, 88, 90, 92, 96, 99, 103, 04), Osiac S. Ştefan (E: 2088—92, 96, 99, 104).

MEDIAŞ. Ş.m. nr. 2 cl. VIII Brădişteanu Smaranda (E: 2080—87, 89—93, 95—100, 03—06, 09, 10, 14, 20, 21, M: 6131, 39, 47, 50, 55, 58, 242), cl. X Georgescu Clement (6127, 34, 35, 39, 42, 49, 58, 64, 71, 72, 79), Prban Elek (6129, 31, 32, 34, 42, 43, 46, 71, 99, 208, 09, 42, 43), Şerbu Lucia (6127, 29, 33, 34, 39, 42, 44, 46, 56, 209, 13, 15, 17, 43), Voichiţa Sireteanu (6127, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50).

MOINEȘTI. Ș.m. cl. VII Vrînceanu Gabriela (2065, 67, 68, 71, 74, 77, 79), cl. VIII Fedeleș Aurel (E: 2066, 68, 73, 75, 76, 78, 84, 89, 91), Mărăcin Florica (E: 2066—69, 71, 73, 74, 77, 79).

MORENI. Ș. de 8 ani nr. 3 cl. VI Sabău Dan (E: 2080—83, 90, 19, 21). Ș.m. cl. VIII Leu Constantin (E: 2084, 96—98, 113, 18, 21, M: 6191, 201), Ștefănescu Alexandru-Dacia (2084, 88, 89, 91, 96—98, 109, 13, 18, 22, M: 6139, 201).

NĂSĂUD. Ș.m. G. Coșbuc, cl. VIII Rusu Toader (E: 2092, 96—98, 104, 21, 22), Scurtu Vasile (E: 2092, 96—98, 100, 03, 04, 19, 14, 15, 18, 22, M: 6131), Vălean Emil (E: 2084, 89, 91, 96—98, 108, 09, 21, M: 6139, 47, 55, 58), cl. IX Vălean Aurora (6131, 39, 47, 49, 55, 58, 79, 208, 13, 42), cl. X Scridonesi Valer (6127, 29, 31, 32, 34—36, 39, 41—44, 46, 47, 49, 55, 58, 60, 62, 63, 66, 68, 70, 77, 81, 83, 97, 203).

NEGREȘTI-OAȘ. Ș.m. cl. X Big Mihai (6129, 31, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 69, 71, 79, 83, 99, 203, 09, 12, 13, 15, 36, 43).

NEGRU VODĂ — DOBROGEA. Ș.m. Ng. Vodă cl. IX Ciornei Virgil (6127, 29, 31, 39, 46, 50, 54, 58, 59, 79, 91, 213, 42), Cotoban Elena (6127, 29, 31, 34, 39, 42, 46, 50, 58, 91, 208, 13, 42, 43), cl. X Dincă Ion (6127, 29, 31, 32, 34, 42, 44, 46, 47, 50, 54, 58, 63, 71, 77, 79, 83, 1, 92, 203, 09, 12, 13, 15, 17, 36, 42, 43, 47).

NOVACI. Ș.m. cl. VII Tița I. Constantin (E: 2080—86, 90—92, 96).

ORĂȘTIE. Ș.m. cl. X Hîmdorean Constantin (6129, 31, 32, 34, 39, 42—44, 46, 55, 63). Lupu Ioan (6131, 34, 39, 42, 46, 71, 83, 209, 13, 42, 43), Ripean Aurel (6134, 42, 44, 46, 71, 83, 92, 209, 42, 43).

ORBEASCA DE JOS (București). Ș.: 8 ani cl. VII. Badea I. Iulia (E: 2083, 88, 90—93, 95, 104, 08, 11, 13, 20—22).

OȚELUL ROȘU. Ș.m. cl. VIII. Tarotă Gheorghe (E: 2064, 65, 67—69, 74, 76). Tuican Floare (E: 2096, 98—100, 05, 08—10, 13, 16, 21, 22; 6027, 66), Seiculescu Valentin (E: 2096, 100, 05, 07—09, 13, 16, 20).

OCNA MUREȘ. Ș.m. cl. VII. Grămadă Bazil (E: 2067, 69, 71, 72, 74, 78, 79, 84, 91, 96, 98, 109, 20, 21; 6191).

ONEȘTI. Ș.m. 1 cl. X. Șerban Nicolae (6136, 69, 71, 77, 83, 88, 92, 97, 206, 12, 17, 24, 29, 42), Timaru Teodor (1634, 58, 64, 69, 72, 83, 92, 209, 12, 13, 15).

ORADEA. Ș.m. 1 cl. X. Memetea Ovidiu (6098, 100, 01, 05, 14, 18, 24, 31, 32, 34—36, 39, 42, 44—48, 50, 55, 58, 63, 64, 66, 69, 71, 77, 79, 86, 88, 90, 92, 95, 99, 201, 03), Popescu Dumitru (5995, 99—6001, 32, 64, 67, 74, 77, 941, 98, 105, 18, 19, 28—32, 34—36, 39, 42—46, 63, 68, 69, 71, 83—85, 88, 90, 94, 99).

Ș.m. 2 cl. VIII. Maghiar Ioan (6166, 201; E: 2096, 105, 07, 21, 29, 32, 34). Cl. X. Iamza Augustin (6169, 77, 80, 92, 208, 12, 13, 61, 71, 72, 301).

Ș.m. 5 cl. X. Sereș Ioan (6131, 32, 39, 42, 44—46, 49, 58, 63, 64, 79, 209, 43).

ORȘOVA. Ș.m. cl. VIII. Drăghici Ion (E: 2092, 96—100, 04, 08, 21, 22). cl. X. Herzal Eugen (6134, 39, 42, 44, 46, 49, 64, 69, 83 201, 09, 43).

PANCIU. Șc. 8 ani cl. V. Minea Dumitru (E: 2092, 93, 96, 104, 08, 11, 12, 14—16), cl. VI. Cazacu Maria (E: 2092, 93, 96, 104, 15, 17, 30, 32, 33), Luca Georgeta (E: 2093, 95—97, 100, 10, 22, 27, 30, 33). Cl. VII Abon Silviu (E: 2092, 97, 98, 104, 10—12, 16, 17, 20), Gabor Dan (E: 2095, 96, 98, 103, 04, 13, 15, 17, 22). Cl. VIII. Hărăbov Gheorghiță (6131, 39, 41, 47, 49, E: 2096, 97, 101, 09, 21, 22), Minculescu Mihai (E: 2084, 91, 96—98, 100, 08, 10, 21), Minea Gheorghe (E: 2096, 98, 99, 101, 05, 08, 10, 16, 21, 25, 28). Cl. X. Hărăbov Constantin (6127, 31, 32, 34, 39, 41—44, 46, 47, 49, 209, 12, 17, 43), Marcu Constantin (6059, 68, 71, 75, 93, 132, 39, 42, 44, 46, 50, 209, 42, 43), Tudorache Ion (6166, 69, 70, 77, 79, 83, 92, 204, 08, 13, 62; E: 2101, 05, 07, 29).

PĂLTINOASA. Șc. 8 ani cl. VII. Adomniții Eusebie (6139; E: 2067, 68, 82, 86, 88, 91, 96—99, 103, 04, 06—10, 13—15, 20—22).

PĂTÎRLAGELE. Ș.m. cl. VIII. Ghiță Ezgeb (6131, 49, 201; E: 2084, 88, 89, 91, 96—98, 100, 02, 05, 07, 09, 13, 21), Neacșu Dumitru (E: 2096—98, 100, 09, 10, 21, 25), Vîlcu Ion (E: 2080—91, 96, 98, 109, 09, 13, 18, 21, 22). Cl. IX. Boncu Luigi (6097, 100, 05, 31, 39, 58, 64, 79, 91, 95, 201). Cl. X. Pavel Dumitru (6171, 83, 88, 92, 208, 09, 11, 13, 24, 29, 42, 67).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 35—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.-B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate, corect rezolvate și citeț semnate. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit odată cel puțin 8 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E : VII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

★

În vederea stimulării elevilor clasei XI premiați la olimpiadele internaționale de matematici și olimpiadele interne, care devin studenți ai facultății de matematică-mecanică sau fizică de la Universități, conducerea Ministerului Învățămîntului a hotărît să li se acorde următoarele forme de sprijin material:

a) bursă în primul an de studii, indiferent de situația lor materială. În următorii ani de studii bursa să fie menținută în aceleași condiții dacă obțin media generală cel puțin 9,00.

b) la începutul primului an de studii să li se acorde cărți și manuale de specialitate în valoare de 600 lei.

c) în vacanțele anului I de studii să fie trimiși cu prioritate la odihnă în taberele studențești (iarna sau vara la alegerea studentului) dacă rezultatele școlare sînt foarte bune.

★

Tirajul fiind limitat, gazetele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștri să se aboneze pentru restul numerelor din 1964. Prețul este de 1,50 lei exemplarul.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscut această publicație și altor colegi, pentru a se abona din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

— Abonamentele se pot face prin oficiile poștale locale.

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 9792

Index 41601

Lei 1,50

E1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) septembrie 1964

9

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

Anul XV (I), nr. 9 — septembrie 1964

SUMARUL

pag.

1. La început de nou an şcolar 385
2. Asupra descompunerii conicelor în drepte de *I. Loziciu*, Timişoara 387
3. Folosirea noţiunii de vector în geometria elementară de *B. Barna*, Reşiţa 390
4. Sofisme în matematică de *V. Kiseleff*, Timişoara . 394
5. Note matematice de *M. Zegrea*, Lugoj; *T. Spircu* Arad; *M. Rosenfeld*, Arad; *I. Loziciu*, Timişoara . 397
6. Probleme rezolvate (5940; 5942; 5943; 5969; 5970; 5975; 5979; 5982; E: 1986) 404
7. Chestiuni de examen (6503—6524) 411
8. Probleme propuse (6525—6548) 415
9. Exerciţii şi probleme propuse pentru cl. V—VIII (E: 2197—2209) 420
10. Poşta redacţiei 422
11. Rubrica rezolvitorilor de probleme 423

ANUL XV (I) **9** SEPTEMBRIE

O mare parte din materialele publicate în acest număr a fost asigurată de către filiala Banat a Societăţii de ştiinţe matematice din R.P.R.

COMITETUL DE REDACŢIE

Cristea I., asistent; *Dincă N.*, profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct; *Kiss E.*, conf. univ. (Cluj); *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Mușat I.* prof. *Ottescu C.*, profesor; *Plăviţu M.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu Gh.*, conf. univ.; *Ţene L.*, profesoară.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

(SERIA B)

Anul XV (I) nr. 9 septembrie 1964

LA ÎNCEPUT DE NOU AN ȘCOLAR

de *EUGEN BLIDEANU*, director general adjunct
în Ministerul Învățământului

A intrat în tradiția școlii noastre sărbătoarea deschiderii noului an școlar. Această sărbătoare are un caracter deosebit. Ea este o cinstire a muncii care începe, o muncă ale cărei rezultate sînt urmărite cu un deosebit interes și cu multă grijă de elevi și profesori, de părinți, de întregul popor.

In procesul acestei munci se formează omul de mîine al patriei noastre socialiste, un om care trebuie să aibă o temeinică pregătire științifică, un orizont larg de cultură, înalte trăsături morale, dezvoltat armonios și multilateral.

Partidul și guvernul nostru au creat școli de la an la an, condiții tot mai bune pentru ca ea să-și poată îndeplini această nobilă misiune. Copiii și tineretul patriei pot să-și realizeze visurile cele mai îndrăznețe, în fața lor stau larg deschise orizonturi nemărginite.

Doar din filele cărților și din amintirile părinților află ei de alte vremuri — apuse pentru totdeauna în țara noastră — cînd tineretul în marea lui majoritate era lipsit de bucuria de a învăța carte, sau de a urma o altă școală după ce cu greutăți mari reușeau să termine doar cele patru clase primare.

Astăzi, în timpul regimului nostru fiecare început de an școlar este în același timp o dovadă grăitoare a grijii pe care partidul și statul nostru o poartă instruirii și educării tineretului.

Pentru nevoile învățămîntului a fost alocat în anul acesta suma de 6.209 milioane lei, cu aproape 700 milioane mai mult decît în anul trecut.

Numai între anii 1960/1963 s-au construit pentru învățămîntul de cultură generală 15.250 săli de clasă, iar în acest an se vor da în folosință încă 4.600 noi săli.

Insemnate fonduri au fost alocate pentru asigurarea mobilierului și materialului didactic menit să satisfacă cerințele învățămîntului modern. Pentru anul 1964/1965 sumele alocate în acest scop se ridică la aproape 200 milioane. Pentru elevii școlilor de cultură generală s-au tipărit în acest an 377 titluri de manuale în tiraj de 24 milioane exemplare. Elevilor din clasele I—VIII la deschiderea acestui an școlar li se distribuie gratuit peste 20 milioane cărți școlare, a căror valoare depășește suma de 103 milioane lei.

Aceste condiții create școlii noastre, care la fiecare început de an școlar se prezintă mereu sporite, constituie garanția reală pentru toți cetățenii țării de a se bucura efectiv de dreptul la învățătură — drept înscris în Constituția țării.

Pe porțile școlilor de toate gradele vor păși la începutul acestui an școlar, 4 milioane de copii și tineri, ceea ce reprezintă aproape un sfert din populația țării. Acest fapt pune în evidență caracterul larg democratic al învățămîntului din patria noastră și rolul pe care acesta îl deține în ridicarea nivelului de cultură al poporului.

Partidul și guvernul au încredințat instruirea și educarea tinerei generații, cadrelor didactice care muncesc cu pricepere, devotament și pasiune pentru îndeplinirea acestei sarcini nobile și plină de răspundere.

Cu fiecare lecție predată ei transmit elevilor experiența adunată de omenire de-a lungul mileniilor, se îngrijesc ca aceste cunoștințe să fie însușite profund de elevi, să devină un bun al lor de care să se poată folosi în munca lor școlară și după aceea în viață, în activitatea lor profesională. In același timp, în fiecare oră, în fiecare moment petrecut cu elevii, profesorii lucrează cu răbdare pentru modelarea caracterului, pentru formarea personalității elevilor, încît ei să devină cetățeni de nădejde ai patriei noastre socialiste.

Munca neobosită pe care o desfășoară profesorii noștri poate da roade, poate fi încununată de succes numai în măsura în care elevii răspund printr-o activitate susținută, participînd cu toate forțele, cu toată personalitatea lor la propria lor formare. Dorința de a cunoaște, hotărîrea de a învinge greutățile, eforturile permanente asigură mersul avîntat spre culmile luminoase ale științei, constituie garanția succeselor la învățătură ca și a tuturor realizărilor omenești.

In epoca noastră are loc o dezvoltare nemaiîntîlnită a științei și tehnicii. In orînduirea socialistă toate cuceririle științei și tehnicii, toate realizările culturii sînt puse în folosul oamenilor, ușurîndu-le munca și îmbunătățindu-le continuu condițiile lor de viață.

Toate obiectele de învățămînt își aduc contribuția în dezvoltarea intelectuală și morală a elevilor, în pregătirea lor pentru viață și de aceea studierea lor temeinică constituie îndatorirea principală a elevilor.

In ansamblul disciplinelor care se predau în școală, matematica deține un loc dintre cele mai importante, dat fiind rolul ei în formarea orizontului de cultură generală a omului societății noastre, a multiplelor sale aplicații în viață, în practică. Astăzi aproape nu există domeniu de activitate umană în care să nu fie necesare cunoștințe de matematică.

In același timp, studiul matematicii contribuie într-o mare măsură la dezvoltarea proceselor psihice și a trăsăturilor personalității elevului. Raționamentul, judecata, atenția, puterea de investigație sînt intens activizate în procesul însușirii cunoștințelor de matematică care necesită în același timp eforturi de voință, exerciții, muncă perseverentă. Toate acestea sînt însușiri prețioase care permit omului să desfășoare o activitate rodnică în diverse domenii.

Sînt multe alte motive care ne îndreptățesc să cerem tuturor elevilor noștri să studieze cît mai profund matematica, care laolaltă cu celelalte obiecte de învățămînt formează profilul omului cult și multilateral dezvoltat de care are nevoie patria noastră.

La început de an școlar urăm elevilor și profesorilor succese tot mai mari în activitatea lor.

ASUPRA DESCOMPUNERII CONICELOR ÎN DREPTE

I. LOZICIU, Timişoara

În rezolvarea unor probleme de loc geometric la capitolul Dreapta, din Geometria analitică pentru clasa a XI-a sîntem conduşi la ecuaţii algebrice de grad superior care se descompun în ecuaţii de grad mai mic. Aceasta înseamnă că este vorba de curbe care se descompun în altele de ordin mai mic printre care sînt şi dreptele.

Exemplu. Se dau două axe ortogonale Ox, Oy şi un punct $M(a, b)$. Prin acest punct se duc două drepte perpendiculare variabile, dintre care una întîlneşte pe Ox în A, iar cealaltă pe Oy în B. Se cere locul geometric al proiecţiei punctului M pe AB *). Notînd cu m coeficientul unghiular al dreptei MB şi ţinînd seama de condiţiile problemei se exprimă ecuaţiile dreptei AB şi a perpendicularei din M pe AB, apoi se elimină parametrul m. Se obţine o ecuaţie de gradul III care se poate pune sub forma $(bx+ay-ab)[(x-a)^2+(y-b)^2]=0$ de unde deducem că locul căutat este dreapta de ecuaţie $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}-1=0$.

În cele ce urmează ne vom ocupa de cazul cînd ecuaţia care se obţine este de gradul II şi se descompune în două ecuaţii lineare, adică în cazul în care o conică se descompune în două drepte.

Cazul I. Ecuaţia de gradul II este omogenă în raport cu cele două variabile. Să rezolvăm problema următoare. În planul unui sistem de coordonate cartezian se consideră un punct P. Prin P se duce o secantă variabilă care taie axa x-ilor în A, iar axa y-lor în B. Se uneşte punctul A cu mijlocul C al lui OP şi prin punctul D, unde AC întîlneşte pe $y'y$ se duce paralela la OP care taie secanta PAB într-un punct M. Să se afle locul punctului M **). Însemnînd cu a şi b coordonatele punctului P şi rezolvînd problema, în mod obişnuit, obţinem ecuaţia locului:

$$2b^2x^2+a^2y^2-3abxy=0.$$

Forma generală a unei ecuaţii omogene de gradul II este $Ax^2+Bxy+Cy^2=0$.

Se ştie că această ecuaţie se descompune întotdeauna în două ecuaţii lineare. Într-adevăr, punînd $y=mx$, rezolvînd ecuaţia obţinută în m şi notînd rădăcinile cu m_1 şi m_2 obţinem

$$C\left(\frac{y}{x}-m_1\right)\left(\frac{y}{x}-m_2\right)=0,$$

care arată că ecuaţia se descompune în două ecuaţii lineare, adică curba de gradul II, respectivă, se descompune în două drepte. Dreptele sînt reale şi distincte, dacă $B^2-4AC>0$; sînt reale şi confundate dacă $B^2-4AC=0$ şi sînt imaginare dacă $B^2-4AC<0$. În cazul problemei noastre se găsesc

*) Culegere de probleme de geometrie analitică şi proiectivă, Ediţia 1962, pag. 26. Postelnicu T., Stoka M., Vrănceanu G. G.

**) Geometria analitică pentru clasa a VIII-a ştiinţifică, 1946, pag. 68, de A. Myller.

ușor dreptele în care se descompune conica obținută ca loc. Una este dreapta de ecuație $y = \frac{b}{a}x$. Este chiar OP. Ea corespunde cazului cînd AB și DM se confundă cu OP și deci un loc singular. Locul geometric este dreapta $y = \frac{2b}{a}x$.

Cazul II. Ecuația de gradul II nu conține termeni în x^2 și y^2. Pentru ca o asemenea ecuație să se descompună în ecuații lineare trebuie să avem evident:

$$Axy + Bx + Cy + D \equiv (ax + b)(a'x + b').$$

Procedînd prin identificare se determină coeficienții a, b, a', b' și se găsește condiția de posibilitate a problemei: $BC = AD$.

Cazul III. Ecuația de gradul II conține o singură variabilă. În acest caz curba se descompune în două drepte paralele cu axa respectivă sau se descompune în două drepte imaginare.

Cazul IV. Să considerăm acum, cazul general,

$$f(x, y) = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0.$$

Să presupunem că ecuația se descompune în două ecuații lineare. Se pune problema găsirii celor două ecuații adică găsirii celor două drepte în care se descompune conica respectivă. Vom da acestei probleme o soluție simplă.

Trebuie să avem:

$$f(x, y) = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F =$$
$$= (ax + by + c)(a'x + b'y + c').$$

Descompunem mai departe produsul într-o diferență de două patrate:

$$f(x, y) = \frac{[(a + a')x + (b + b')y + c + c']^2}{4} -$$
$$- \frac{[(a - a')x + (b - b')y + c - c']^2}{4}$$

folosind identitatea $uv = \frac{(u + v)^2}{4} - \frac{(u - v)^2}{4}$.

Deci, dacă polinomul $f(x, y)$ se descompune în doi factori lineari atunci el se poate pune sub forma unei sume algebrice formată din patratele a doi termeni lineari. Invers, dacă polinomul dat se poate pune sub forma unei sume algebrice de două patrate atunci el se descompune în doi factori lineari și anume, dacă termenii sînt de același semn, factorii sînt imaginari, iar dacă sînt de semn contrar atunci factorii sînt reali.

Vom transforma polinomul $f(x, y)$ formînd pătrate — după cum urmează. Avem:

$$f(x,y) = Ax^2 + (By + D)x + Cy^2 + Ey + F =$$

$$= A\left[\left(x + \frac{By + D}{2A}\right)^2 - \frac{(By + D)^2}{4A^2}\right] + Cy^2 + Ey + F =$$

$$= A\left(x + \frac{By + D}{2B}\right)^2 - \frac{(By + D)^2}{4A} + Cy^2 + Ey + F = \ldots =$$

$$= A\left(x + \frac{By + D}{2A}\right)^2 - \frac{B^2 - 4AC}{4A}\left(y + \frac{BD - 2AE}{B^2 - 4AC}\right)^2 +$$

$$+ \frac{1}{4A(B^2 - 4AC)}[(BD - 2AE)^2 - (B^2 - 4AC)(D^2 - 4AF)].$$

In condițiile problemei, trebuie să existe relația:

$$(BD - 2AE)^2 - (B^2 - 4AC)(D^2 - 4AF) = 0. \quad (1)$$

Mai departe se vede imediat că pentru ca $f(x, y)$ să se poată descompune în factori reali distincți trebuie ca $B^2 - 4AC > 0$. (2)

După unele transformări găsim ecuația curbei în condițiile (1) și (2):

$$f(x,y) = (B^2 - 4AC)(2Ax + By + D)^2 - [(B^2 - 4AC)y + BD - 2AE]^2 = 0. \quad (3$$

Evident, se putea transforma polinomul începînd cu cealaltă variabilă. Se ajunge la aceleași condiții.

Descompunerea ecuației (3) în două ecuații lineare este imediată.

Observare. Pentru o mai mare simetrie a rezultatelor se obișnuiește a se scrie ecuația generală de gradul II cu două variabile sub forma:

$$f(x,y) = Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

In acest caz, relațiile (1) și (2) devin:

$$(BD - AE)^2 - (B^2 - AC)(D^2 - AF) = 0 \text{ și } B^2 - AC > 0.$$

Prima dintre aceste două relații, după cum se știe, se poate pune sub forma

$$\begin{vmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{vmatrix} = 0$$

astfel mai ușor de reținut.

Ca aplicație, să rezolvăm următoarea problemă a lui *Salmon*. Se dau punctele fixe A și B, unul pe Ox și celălalt pe Oy. Se iau apoi, pe axe, punctele variabile A' și B' astfel ca $OA' + OB' = OA + OB$. Să se găsească locul geometric al intersecției dreptelor AB' cu $A'B$ *)

*) Manual de geometrie analitică, cl. XI, 1962, probl. 137, de Gh. D. Simionescu.

Notînd $OA' = \alpha$ și $OB' = \beta$ sîntem conduși la eliminarea acestor doi parametri din ecuațiile:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{\beta} - 1 = 0; \frac{x}{\alpha} + \frac{y}{b} - 1 = 0; \alpha + \beta = a + b.$$

Obținem ecuația locului:

$$f(x, y) = bx^2 + ay^2 + (a + b)xy - b(2a + b)x - a(a + 2b)y + ab(a + b) = 0$$

Găsim:

$$B^2 - 4AC = (a - b)^2; D^2 - 4AF = b; BD - 2AE = b^2(a - b).$$

Efectuînd calculele se constată că sînt verificate condițiile (1) și (2). Deci, curba se descompune în două drepte reale. Pentru determinarea lor vom folosi ecuația (3). Avem:

$$f(x, y) = (a - b)^2[2bx + (a + b)y - b(b + 2a)]^2 - [(a - b)^2 y + b^2(a - b)]^2 =$$

$$= (a - b)^2[2bx + (a + b)y - b^2 + 2ab]^2 - (a - b)^2[(a - b)y + b^2]^2 = 0.$$

Împărțind cu $(a - b)^2$ și descompunînd în factori diferența de patrate obținem în sfîrșit:

$$(bx + ay - ab)(x + y - a - b) = 0$$

Prima dreaptă are ecuația $bx + ay - ab = 0$ sau $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0$, tocmai dreapta AB. Este un loc singular. Locul veritabil este dreapta de ecuație $x + y = a + b$.

Ilie Loziciu, profesor Timișoara

PENTRU CERCURILE DE ELEVI AI CLASELOR A VIII-a

FOLOSIREA NOȚIUNII DE VECTOR ÎN GEOMETRIA ELEMENTARĂ

BARBARA BARNA, Reșița

De-a lungul timpurilor, matematicile, ca și oricare altă știință și-a perfecționat mereu metodele de cercetare, a descoperit sau a inventat noțiuni noi, pe baza cărora se puteau efectua operații pînă atunci imposibile sau au fost găsite metode noi de demonstrație, mai simple și mai elegante. Cele mai multe din operațiile cu care operează matematica reprezintă abstractizări ale unor obiecte din natură, pentru care au fost găsite operații specifice, dezvoltîndu-se apoi pe baza lor, ramuri noi ale matematicii.

Una dintre ramurile relativ noi ale matematicii este și calculul vectorial, introdus în matematică de circa 100 de ani.

Noțiunea de vector reprezintă o abstractizare a unor mărimi fizice, ca de exemplu forța, viteza, accelerația etc., pentru caracterizarea cărora este

necesară cunoașterea a trei elemente: valoarea numerică (mărimea vectorului), direcția și sensul. Spre deosebire de mărimile vectoriale, mărimile fizice care pot fi caracterizate printr-un singur număr (lucrul mecanic, temperatura etc.) au fost numite mărimi scalare sau scalari.

Vom numi vector orice mărime care este deci, complet determinată dacă i se cunoaște valoarea numerică, direcția și sensul. Să cercetăm de pildă, dacă latura unui triunghi ABC (fig. 1) poate fi considerată vector. Ea are o anumită lungime (valoare numerică), o anumită direcție

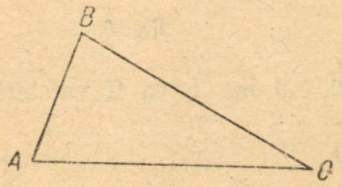


Fig. 1

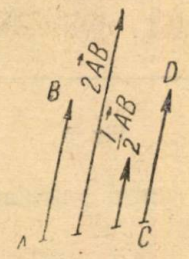


Fig. 2

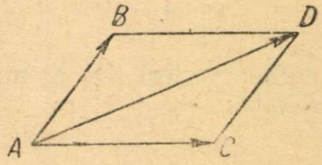


Fig. 3

și îi putem atribui și un anumit sens: latura AB poate fi considerată ca avînd sensul de la A la B, și atunci vom scrie $\overline{AB}$, sau de la B la A și atunci vom scrie $\overline{BA}$.

Vom conveni a scrie: $\overline{AB} = -\overline{BA}$, relația care trebuie înțeleasă în sensul că vectorii $\overline{AB}$ și $\overline{BA}$ au aceeași mărime, aceeași direcție, dar sînt de sens contrar. Să observăm că $-\overline{BA}$ înseamnă de fapt, $(-1)\overline{BA}$. Se pune atunci în mod firesc, întrebarea: ce reprezintă $m\overline{AB}$, unde m este un scalar, iar $\overline{AB}$ un vector?

Produsul $m\overline{AB}$ reprezintă tot un vector, de aceeași direcție cu vectorul $\overline{AB}$, de același sens dacă $m > 0$ și de sens contrar dacă $m < 0$, noul vector avînd valoarea numerică de m ori mai mare dacă $|m| > 1$, sau de m ori mai mic, dacă $|m| < 1$.

Doi vectori vor fi egali dacă au aceeași mărime, aceeași direcție și același sens, dreptele pe care sînt situați — drepte suport — putînd fi diferite, cu condiția să fie paralele. În fig. 2 am reprezentat de exemplu, vectorii: $\overline{AB}$, $2\overline{AB}$, $\frac{1}{2}\overline{AB}$ și $\overline{CD} = \overline{AB}$.

Pentru compunerea (adunarea) a doi vectori vom folosi regula paralelogramului, cunoscută din fizică. Vectorul sumă a doi vectori va fi reprezentat de diagonala unui paralelogram construit pe cei doi vectori drept laturi și avînd aceeași origine. De exemplu, în fig. 3 am reprezentat prin $\overline{AD}$ vectorul sumă a vectorilor $\overline{AB}$ și $\overline{AC}$. Vom scrie $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{AC}$. Să observăm că pentru a obține vectorul $\overline{AD}$ nu era nevoie să construim

paralelogramul în întregime. Putem proceda și în felul următor: construim un vector egal cu $\overline{AC}$, avînd originea în punctul B, extremitatea vectorului $\overline{AB}$. Pentru a obține vectorul sumă unim originea primului vector cu extremitatea celui de-al doilea (fig. 4). În acest sens vom putea scrie următoarea relație între laturile triunghiului ABC (fig. 1), considerate vectori: $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$. Acest procedeu poate fi extins în adunarea mai

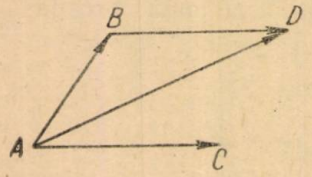


Fig. 4

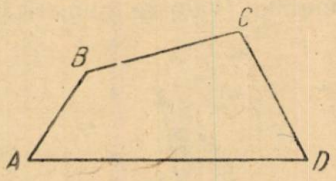


Fig. 5

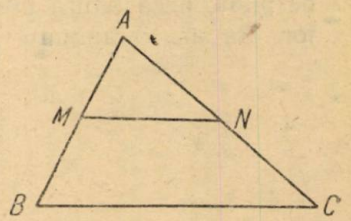


Fig. 6

multor vectori. De exemplu, pentru patrulaterul din fig. 5 va fi valabilă relația:

$$\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}.$$

Dacă în urma acestei construcții se întîmplă ca extremitatea ultimului vector al sumei să coincidă cu originea primului vector, suma va reprezenta vectorul nul, adică, un vector cu mărimea egală cu zero, cu direcția și sensul nedeterminate. Pentru triunghiul ABC (fig. 1) vom putea deci scrie: $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 0$, care va fi totodată condiția ca trei segmente AB, BC și CA să poată fi laturile unui triunghi.

II.

Să folosim noțiunile precedente pentru demonstrarea unor proprietăți simple, cunoscute din geometria elementară.

1. Să se demonstreze că linia care unește mijloacele a două laturi ale unui triunghi este paralelă cu a treia latură și egală cu jumătatea ei.

Construim triunghiul ABC și notăm cu M și N mijloacele laturilor AB, respectiv AC (fig. 6). Avem deci din ipoteză:

$$\overline{BC} = \overline{BA} + \overline{AC}\,;\ \overline{MA} = \frac{1}{2}\,\overline{BA}\,;\ \overline{AN} = \frac{1}{2}\,\overline{AC} \qquad (1)$$

În triunghiul MAN putem scrie:

$$\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AN}$$

și ținînd seama de relațiile (1) obținem:

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\,(\overline{BA} + \overline{AC}) = \frac{1}{2}\,\overline{BC}$$

relație care înseamnă că vectorii $\overline{MN}$ și $\overline{BC}$ au aceeași direcție, deci sînt paraleli, iar $\overline{MN}$ are mărimea egală cu jumătatea mărimii vectorului $\overline{BC}$, ceea ce era de demonstrat.

2. Să se demonstreze că linia care unește mijloacele laturilor neparalele ale unui trapez este paralelă cu bazele și egală cu semisuma bazelor.

În trapezul $ABCD$ (fig. 7) am notat cu M și N mijloacele laturilor AB, respectiv CD. Avem:

$$\overline{MB} = -\overline{MA}, \text{ deci } \overline{MB} + \overline{MA} = 0 \text{ și } \overline{CN} = -\overline{DN}, \text{ deci } \overline{CN} + \overline{DN} = 0 \quad (2)$$

În patrulaterul $MBCN$ putem scrie:

$$\overline{MN} = \overline{MB} + \overline{BC} + \overline{CN} \quad (3)$$

iar în patrulaterul $MADN$:

$$\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AD} + \overline{DN} \quad (4)$$

Adunînd membru cu membru relațiile (3) și (4) și ținînd seama de relațiile (2) obținem: $2\overline{MN} = \overline{BC} + \overline{AD}$, rezultat care se interpretează ca și cel de la problema 1.

3. Să se demonstreze că se poate construi un triunghi care să aibă drept laturi medianele unui triunghi dat.

În triunghiul ABC (fig. 8) am trasat medianele AA', BB', CC'. În triunghiul $BB'A$ se poate scrie:

$$\overline{BB'} = \frac{1}{2}\overline{CA} + \overline{AB}.$$

În mod analog obținem din triunghiurile $A'AC$ și $C'CB$ relațiile:

$$\overline{A'A} = \frac{1}{2}\overline{BC} + \overline{CA}; \quad \overline{C'C} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \overline{BC}$$

Adunînd membru cu membru cele trei relații obținute rezultă:

$$\overline{B'B} + \overline{A'A} + \overline{C'C} = \frac{1}{2}(\overline{CA} + \overline{BC} + \overline{AB}) + \overline{AB} + \overline{CA} + \overline{BC} = 0,$$

întrucît vectorii $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ și $\overline{BC}$ fiind laturile triunghiului au suma nulă. Rezultă că și suma vectorială a medianelor este nulă și deci, medianele pot fi laturile unui triunghi.

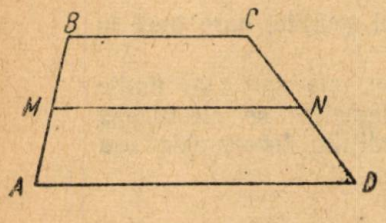


Fig. 7

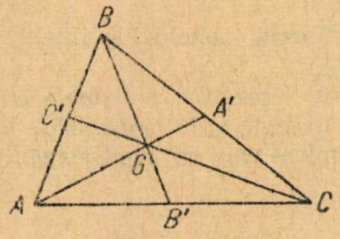


Fig. 8

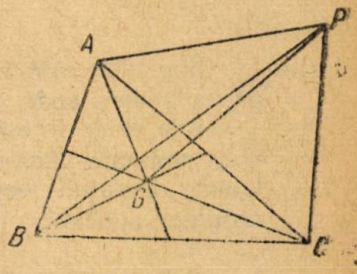


Fig. 9

Consecință. Dacă înmulțim cu $\frac{2}{3}$ suma vectorială a medianelor obținem:

$$\frac{2}{3}(\overline{B'B} + \overline{A'A} + \overline{C'C}) = \overline{GB} + \overline{GA} + \overline{GC} = 0, \quad (5)$$

deci și segmentele care unesc centrul de greutate al unui triunghi cu vîrfurile sale pot forma un triunghi.

4. Fiind dat un triunghi ABC, un punct exterior triunghiului, P și notînd cu G centrul de greutate al triunghiului există relația vectorială:

$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = 3\overline{PG}.$$

În triunghiurile PAG, PEG și PCG (fig. 9) putem scrie relațiile:

$$\overline{PA} = \overline{PG} + \overline{GA},$$

$$\overline{PB} = \overline{PG} + \overline{GB},$$

$$\overline{PC} = \overline{PG} + \overline{GC}$$

și adunîndu-le membru cu membru:

$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = 3\overline{PG} + (\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC}) = 3\overline{PG}$$

suma din paranteză fiind nulă, conform consecinței din problema precedentă. Se mai pot da și alte exemple de demonstrații care se fac relativ ușor, folosind proprietățile sumei vectoriale. Cu vectorii se mai pot efectua și alte operații, cum ar fi de exemplu, produsul scalar *), produsul vectorial *), produsul mixt *) etc. cu care se pot rezolva și alte probleme de geometrie.

Iată deci, cum calculul vectorial preluat din fizică și dezvoltat de matematică a devenit un instrument util, atît fizicii cît și matematicii.

CALEIDOSCOP MATEMATIC

SOFISME ÎN MATEMATICĂ

Victor Kiseleff, Timișoara

Sofismele sînt în general, concluziile intenționat greșite, care însă la prima vedere apar juste.

Sub orice formă s-ar prezenta, sofismele conțin una sau mai multe erori mascate. Adesea în categoria sofismelor matematice se efectuează latent, operațiile nepermise sau se neglijează condițiile teoremelor sau regulilor aplicate.

*) A se vedea articolul din G.M.F.B., 1963, pag. 129.

În istoria dezvoltării matematicii sofismele au jucat un rol considerabil prin mărirea strictețiii raționamentelor, contribuind la aprofundarea noțiunilor și metodelor de matematică.

Ce folos poate aduce elevilor cunoașterea sofismelor ?

Descifrarea sofismelor dezvoltă, în primul rînd, raționamentul logic, adică imprimă elevilor, deprinderea de a gîndi logic, lucru atît de necesar în viață. A descoperi greșala într-un sofism înseamnă a o percepe și deci, pe viitor, a o evita.

Rezolvarea sofismelor contribuie la asimilarea cunoștințelor și aprofundarea materialului matematic studiat, dezvoltă spiritul de observație la elevi și oferă ajutor la tratare, critică a materialului de studiu.

Iată cîteva exemple de sofisme :

1) ne propunem să arătăm că 4 lei = 40 000 bani.

Egalitatea evidentă 2 lei = 200 bani o ridicăm la patrat membru cu membru și obținem 4 lei = 40 000 bani.

2) Să demonstrăm că $2 = 3$.

La ambii membri ai egalității evidente $4-10=9-15$ adunăm 25/4 obținînd $4-10+25/4=9-15+25/4$ sau

$$\left(2-\frac{5}{2}\right)^2=\left(3-\frac{5}{2}\right)^2, \text{ de unde : } 2-\frac{5}{2}=3-\frac{5}{2}$$

și reducînd pe $-5/2$ obținem $2 = 3$.

3. Să arătăm că $3<2$.

Inegalitatea evidentă $\frac{1}{8}<\frac{1}{4}$ o scriem sub forma $\frac{1}{2^3}<\frac{1}{2^2}$ sau

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3<\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

Logaritmînd și simplificînd cu $\log \frac{1}{2}$ obținem succesiv :

$$3 \log \frac{1}{2} < 2 \log \frac{1}{2}, \text{ de unde } 3<2.$$

4. Rezolvînd prin metoda substituției sistemul :

$$2x + y = 8 \; ; \; x = 2 - \frac{y}{2}$$

avem :

$$4 - y + y = 8 \text{ sau } 4 = 8.$$

5) Vom încerca acum, să „demonstrăm" că toate numerele sînt egale între ele. Fie două numere $m = n$.

Din identitatea $m^2 - 2mm + n^2 = n^2 - 2nm + m^2$ putem obține :

$$(m - n)^2 = (n - m)^2$$

de unde :

$$m - n = n - m$$

sau

$$2n = 2m, \text{ de unde } n = m.$$

6. Să arătăm că orice număr diferit de zero „este egal" cu opusul său. Fie un număr $a \neq 0$ pe care îl notăm cu x:

$$x = a.$$

Înmulțind în ambii membri cu $-4a$ obținem:

$$-4ax = -4a^2 \text{ sau } -4ax + 4a^2 = 0.$$

Adunăm în ambii membri x^2:

$$x^2 - 4ax + 4a^2 = x^2$$

sau

$$(x - 2a)^2 = x^2$$

deci:

$$x - 2a = x.$$

Dar, $x = a$ și deci obținem:

$$a - 2a = a \text{ sau } -a = a.$$

7. Altă „demonstrație" pentru problema de mai sus:
Știm că pentru orice număr a sînt valabile identitățile:

$$(+a)^2 = a^2 \text{ și } (-a)^2 = a^2,$$

deci,

$$(+a)^2 = (-a)^2, \text{ de unde: } +a = -a.$$

8. Orice număr este egal cu jumătatea lui!
Considerăm două numere egale $a = b$. Înmulțim ambii membri ai acestei egalități cu a și scădem b^2:

$$a^2 - b^2 = ab - b^2$$

sau

$$(a - b)(a + b) = b(a - b)$$

de unde:

$$a + b = b$$

Sau, deoarece $a = b$,

$$a + a = a$$

deci,

$$2a = a$$

sau

$$a = \frac{a}{2}.$$

9. Ne propunem să arătăm cu un număr negativ este mai mare decît un număr pozitiv. Pentru aceasta considerăm două numere pozitive a și b. Rapoartele $\frac{a}{-b}$ și $\frac{-a}{b}$ vor fi evident, egale. Scriem deci proporția:

$$\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b}$$

Dacă într-o proporție numărătorul primului raport este mai mare ca numitorul, atunci și numărătorul celui de-al doilea raport va fi mai mare ca numitorul său. În cazul nostru:

$$a > -b$$

deci, trebuie să avem:

$$-a > b$$

Propunem ca cititorii acestui articol să arate care sînt erorile de raționament care s-au strecurat în cele nouă exemple de sofisme.

BIBLIOGRAFIE

Rîbkin — Matematiceskaia șcatulka, Moscova.
I. Perelman — Zanimatelnaia algebra.

NOTE MATEMATICE

Asupra problemei 5006

Problema 5006 are următorul text: *Orice punct M de pe ipotenuza BC a triunghiului dreptunghic ABC verifică relația:*

$$MB^2 \cdot AC^2 + MC^2 \cdot AB^2 = AM^2 \cdot BC^2.$$

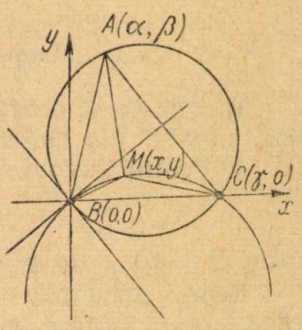
În cele ce urmează vom extinde proprietatea la un triunghi oarecare și vom demonstra următoarele proprietăți: I° Mulțimea punctelor M care satisfac una din relațiile:

a) $MA^2 \cdot BC^2 + MB^2 \cdot AC^2 = MC^2 \cdot AB^2$

b) $MB^2 \cdot AC^2 + MC^2 \cdot AB^2 = MA^2 \cdot BC^2$

c) $MC^2 \cdot AB^2 + MA^2 \cdot BC^2 = MB^2 \cdot AC^2$

este un cerc ortogonal cercului circumscris triunghiului ABC.



Vom demonstra proprietatea în cazul (b). Pentru aceasta considerăm ca axă (Ox), latura BC și perpendiculara în B pe BC, axa (Oy). Notăm $A(\alpha, \beta)$; $B(0,0)$; $C(\delta, O)$ și fie $M(x, y)$ un punct din mulțime. Transcriind analitic proprietatea se obține ecuația locului lui M:

$$(x^2 + y^2)[(\alpha - y)^2 + \beta^2] + [(x - \gamma)^2 + y^2](\alpha^2 + \beta^2) =$$
$$= [(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2]\gamma^2$$

sau:

$$(x^2 + y^2)(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\gamma) - \gamma x(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\gamma) + y\beta\gamma^2 = 0$$

Această ecuație reprezintă un cerc ce trece prin vîrfurile B și C. Ecuația cercului circumscris triunghiului ABC este:

$$\beta(x^2 + y^2) - \beta\gamma x - y(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\gamma) = 0.$$

Aducînd cele două cercuri la forma normală se observă că este verificată relația de ortogonalitate

$$\gamma^2 - \frac{\beta\gamma^2}{\alpha^2+\beta^2-\alpha\gamma} \cdot \frac{\alpha^2+\beta^2-\alpha\gamma}{\beta} = 0$$

deci, cercurile sînt ortogonale.

2° Dacă unul din unghiurile triunghiului ABC este drept, locul geometric al punctelor M care verifică una din relațiile (a), (b), (c) este ipotenuza triunghiului. De exemplu, în cazul (b) presupunem unghiul A drept. Avem : $AB^2 + AC^2 = BC^2$, adică :

$$\alpha^2+\beta^2+(\alpha-\gamma)^2+\beta^2=\gamma^2 \text{ sau } \alpha^2+\beta^2-\alpha\gamma=0$$

deci, ecuația cercului de la punctul (1°) devine $y\beta\gamma^2 = 0$ și cum $\beta\gamma^2 \neq 0$ urmează că M descrie axa (Ox), adică ipotenuza BC.

3° Dacă un punct al mulțimii M diferit de vîrfuri se găsește pe una din laturile triunghiului, unghiul opus laturii este drept. Presupunem că pe BC se află un punct $Q(\lambda, O)$ diferit de B și C aparținînd mulțimii, deci $\lambda \neq 0$ și $\lambda \neq \gamma$. Punctul trebuie să verifice ecuația cercului de la punctul (1°), deci :

$$\lambda^2(\alpha^2+\beta^2-\alpha\gamma)-\lambda\gamma(\alpha^2+\beta^2-\alpha\gamma)=0$$

sau :

$$\lambda(\alpha^2+\beta^2-\alpha\gamma)(\lambda-\gamma)=0.$$

Rezultă singura posibilitate : $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\gamma = 0$ adică, $AB^2 + AC^2 = BC^2$ și proprietatea e demonstrată.

Marius Zegrea, cl. XI-a liceul 1 Lugoj

Asupra problemelor 6162, 6207, 6227

În cele ce urmează vom da soluția generalizată a problemelor 6162, 6207 și 6227 din Gazeta Matematică seria B.

1° Pentru început, să reprezentăm grafic funcția :

$$z = f(x, y) = D + |D'| = 0 \qquad (1)$$

unde $D = mx + ny + p$ și $D' = m'x + n'y + p'$.

Reprezentăm într-un sistem de axe rectangulare xOy dreapta (D'), $D' = 0$, care împarte planul în două semiplane pe care le notăm I și II. Studiem separat, în fiecare din cele două regiuni, funcția (1) :

— considerăm în regiunea întîia, că $D' > 0$; atunci funcția devine : $D + D' = 0$, care intersectează dreapta (D') în M. Coordonatele acestui punct se află rezolvînd sistemul

$$D + D' = 0 \; ; \; D' = 0 \text{ sau sistemul echivalent } D = 0 \; ; \; D' = 0 \; ;$$

— considerăm în regiunea a doua, că $D' < 0$; atunci funcția devine : $D - D' = 0$, care intersectează dreapta (D') în N. Coordonatele lui N se află rezolvînd sistemul :

$$D = 0 \; ; \; D' = 0.$$

Se observă că M e identic cu N, adică graficul funcției (1) este alcătuit din (v. fig. 1) două semidrepte, avînd aceiași origină punctul M, de coordonate:

$$x_M = \frac{\begin{vmatrix} n & -p \\ n' & -p' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} m & n \\ M' & n' \end{vmatrix}}; \quad y_M = \frac{\begin{vmatrix} m & -p \\ m' & -p' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} m & n \\ m' & n' \end{vmatrix}}$$

Dacă avem un sistem

$$D_1 + |D'_1| = 0; \quad D_2 + |D'_2| = 0$$

putem trage următoarea concluzie: dacă oricare două semidrepte nu se suprapun (adică $D_1 \pm D'_1 \neq D_2 \pm D'_2$), atunci sistemul poate avea un număr de 0—4 soluții (aceasta depinde de numărul de puncte în care se intersectează laturile celor două unghiuri care formează graficele funcțiilor care alcătuiesc sistemul).

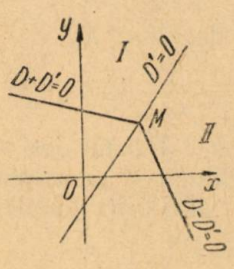


Fig. 1

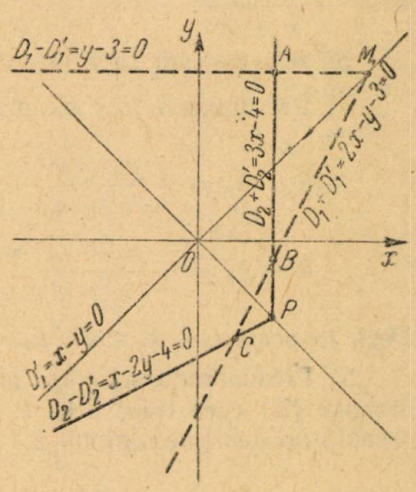


Fig. 2

În cazul problemei 6227 vom avea: $D_1 = x - 3$; $D'_1 = x - y$; $D_2 = 2x - y - 4$; $D'_2 = x + y$. Sistemul:

$$x - 3 + |x - y| = 0; \quad 2x - y - 4 + |x + y| = 0$$

va admite 3 soluții, aceasta reieșind clar din figura 2. Coordonatele punctelor A, B, C verifică simultan sistemul. Reiese ușor că

$$A\left(\frac{4}{3}, 3\right), \quad B\left(\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}\right), \quad C\left(\frac{2}{3}, -\frac{5}{3}\right).$$

2° Să reprezentăm acum grafic funcția:

$$z = f(x, y) = |D| + |D'| - A = 0 \qquad (2)$$

unde A este o constantă pozitivă și $D=mx+ny+p$, $D'=m'x+n'y+p'$, unde $n>0$ și $n'>0$.

Reprezentăm într-un sistem de axe rectangulare xOy dreptele: $(D)\equiv D=0$ și $(D')\equiv D'=0$. Punînd condiția $mn'-m'n\neq 0$, pe care o considerăm îndeplinită, obținem două drepte concurente în P, care împart planul în patru regiuni: I, II, III, IV. Studiem funcția dată separat în fiecare din cele patru regiuni.

— Considerăm regiunea I în care $D>0$, $D'>0$ (v. fig. 3). În acest caz, $f(x,y)=D+D'-A=0$ (3), sau,

$$(m+m')x+(n+n')y+p+p'-A=0. \qquad (3')$$

Coeficienții unghiulari ai dreptelor (D) și (D') sînt respectiv:

$k_1=-\frac{m}{n}$, $k_2=-\frac{m'}{n}$, iar coeficientul unghiular al dreptei (2') este

$k=-\frac{m+m'}{n+n'}$.

Să demonstrăm că k este cuprins între k_1 și k_2.

a) Presupunem $k_1<k_2$ atunci $-\frac{m}{n}<-\frac{m'}{n'}$, adică $mn'-m'n>0$,

$$k-k_1=-\frac{m+m'}{n+n'}+\frac{m}{n}=\frac{mn'-m'n}{n(n+n')}>0, \text{ deci } k>k_1,$$

$$k-k_2=-\frac{m+m'}{n+n'}+\frac{m'}{n'}=\frac{mn'-m'n}{n(n+n')}<0, \text{ deci } k<k_2.$$

Deci, în acest caz, $k_1<k<k_2$.

b) Presupunînd $k_1>k_2$, arătăm la fel, $k_1>k>k_2$. Există deci, o dreaptă (Δ) care trece prin P și are coeficientul unghiular k și această dreaptă nu aparține regiunii a I (nici opusei ei la vîrf); deci orice paralelă

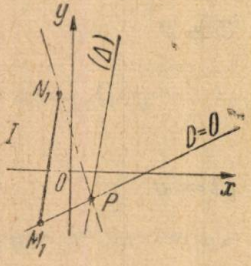


Fig. 3

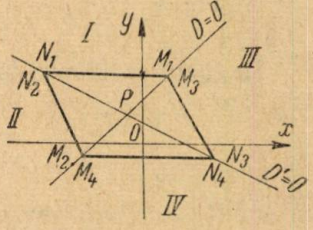


Fig. 4

la (Δ) evident, și funcția (3), are un segment de dreaptă cuprins în regiunea I. Deci, în regiunea I graficul funcției (2) este un segment de dreaptă mărginit de punctele $M\in(D)$ și $N\in(D')$. Coordonatele lui M_1 se află rezolvînd sistemul $D+D'-A=0$; $D=0$ sau sistemul echivalent $D=0$; $D'-A=0$.

Analog, coordonatele lui N se află rezolvînd sistemul $D'=0$; $D-A=0$.

Fie în regiunea II, $D>0$, $D'<0$, atunci funcția devine $D-D'-A=0$ (4), deci, un segment de dreaptă (demonstrația e analoagă cu cea de mai sus), mărginit de punctele $M\in(D)$ și $N\in(D')$.

Coordonatele lui M_2 și N_2 se află rezolvînd sistemul $D=0$; $D'+A=0$ respectiv sistemul $D'=0$; $D-A=0$.

Considerăm, în regiunea III, că $D<0$, $D'>0$, deci, funcția devine $-D+D'-A=0$ sau $D-D'+A=0$ (5), adică un segment de dreaptă mărginit de punctele $M_3\in(D)$ și $N_3\in(D)$. Coordonatele punctelor M_3 și N_3 se află rezolvînd respectiv sistemele $D=0$; $D'-A=0$ și $D'=0$; $D+A=0$.

Considerăm în regiunea IV, că $D<0$ și $D'<0$, atunci funcția devine $-D-D'-A=0$ sau $D+D'+A=0$ (6), deci, tot un segment de dreaptă mărginit de punctele $M_4\in(D)$ și $N_4\in(D')$, ale căror coordonate se află rezolvînd respectiv sistemele $D=0$; $D'+A+0$ și $D'=0$; $D+A=0$. Se observă că dreptele (3) și (6), ca și dreptele (4) și (5) sînt paralele, avînd același coeficient unghiular.

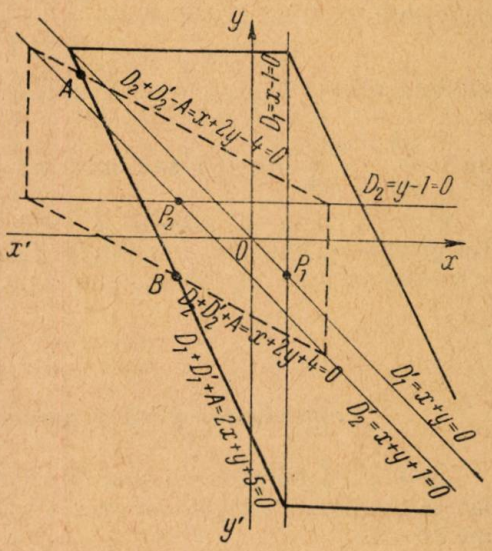


Fig. 5

Se observă de asemenea, că M_1 și M_3, N_1 și N_2, N_3 și N_4, M_2 și M_4 sînt identice, deci graficul funcției (fig. 4) este un paralelogram care are centrul de simetrie în punctul $P\equiv(D)\cap(D')$.

3°. Numărul de soluții al unui sistem de tipul

$$|D_1|+|D_2'|=A_1,$$
$$|D_2|+|D_2'|=A_2$$

în caz că oricare două segmente n-au două puncte comune (adică nu se suprapun) este de 0 pînă la 8.

În cazul problemei 6207 avem :

$$D_1=x-1\ ;\quad D_1'=x+y\quad ;\ A_1=6$$
$$D_2=y-1\ ;\quad D_2'=x+y+1\ ;\ A_2=4$$

Sistemul

$$|x-1|+|x+y|\quad\ =6$$
$$|y-1|+|x+y+1|=4$$

va admite două soluții (fig. 5). Coordonatele punctelor A și B verifică simultan sistemul. Calculînd coordonatele lui A și B obținem

$$A\left(-\frac{14}{3}, \frac{13}{3}\right) \text{ și } B(-2, -1).$$

4° Am stabilit la punctul 2° că graficul funcției $f(x, y) = |D| + |D'| - A = 0$ în condițiile puse, este un paralelogram. Condiția ca acest paralelogram să fie dreptunghic este ca dreptele (3) și (4) să fie perpendiculare, deci coeficienții unghiulari $k_{(3)} = -\frac{m+m'}{n+n'}$ și $k_{(4)} = -\frac{m-m'}{n-n'}$, trebuie să satisfacă relația $k_{(3)} k_{(4)} = -1$, adică, $\left(-\frac{m+m'}{n+n'}\right)\left(-\frac{m-m'}{n-n'}\right) = -1$ sau: $\frac{m^2 - m'^2}{n^2 + n'^2} = -1$ sau încă $m^2 + n^2 = m'^2 + n'^2$.

Funcția $|x+y-2| + |x-y-4| = 6$ din problema 6162 satisface condiția, deci graficul ei este un dreptunghi. Coordonatele centrului și ale vîrfurilor se determină prin rezolvarea diferitelor sisteme de ecuații, arătate mai sus.

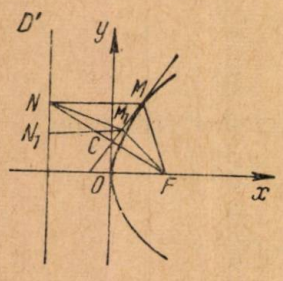
Spircu Tiberiu, cl. XI s. m. 4 Arad

Proprietatea optică a parabolei demonstrată sintetic

Se știe că tangenta și normala într-un punct al parabolei sînt bisectoarele unghiului format de raza vectoare și paralela la axa dusă prin punctul dat.

Fie M un punct al parabolei, FM raza vectoare și MN paralela la axă, iar (D) directoarea. Fie MC bisectoarea unghiului FMN.

Triunghiul MNF fiind isoscel, bisectoarea unghiului FMN este în același timp mediană, înălțime și mediatoare. Rezultă deci, că MC este perpendiculară pe FN și că $FC = CN$, astfel că C va fi chiar pe axa Oy.



Presupunem că MC nu este tangentă la parabolă. Urmează că mai intersectează parabola într-un punct. Presupunem că acest punct este M_1. Conform definiției parabolei, rezultă că $M_1F = M_1N_1$ (M_1N_1 fiind distanța de la punctul M_1 la directoare). Punctul M_1 aparținînd însă mediatoarei segmentului FN este egal depărtat de extremitățile lui, deci $M_1F = M_1N$. Rezultă că $M_1N_1 = M_1N$ ambele segmente fiind egale cu M_1F. Am ajuns la o absurditate, deoarece $M_1N_1 < M_1N$ (M_1N_1 fiind perpendiculară pe D). Rezultă că bisectoarea unghiului este tangentă la parabolă; dar acum aceste drepte sînt unice, reciproca este adevărată, adică tangenta în M este bisectoarea. Normala în M fiind perpendiculară pe tangentă este de asemenea bisectoare.

M. Rosenfeld, profesor Arad

Construcția mecanică a unei curbe

În manualul Elemente de Analiză matematică, pentru clasa a XI-a reală, ediția 1962, pag. 228, exercițiul 24, este propusă studierea funcției

$$f(x) = x\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$$

Graficul funcției este un arc de strofoidă dreaptă. Ecuația generală a strofoidei drepte este

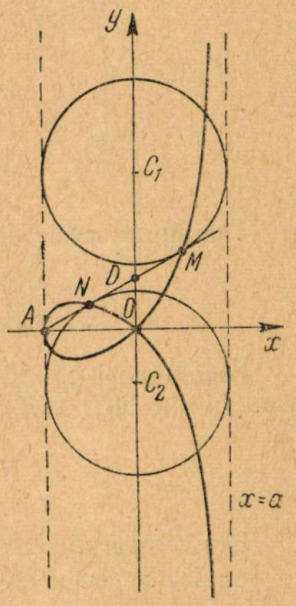
$$y = \pm x\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}.$$

Curba face parte din clasa cicloidelor și are o proprietate geometrică ce o caracterizează și care servește uneori drept definiție: *)

„Prin punctul fix A luat pe Ox se duce o dreaptă variabilă care taie pe Oy, perpendiculară pe Ox în D. Se ia pe această dreaptă deoparte și de alta a lui D, punctele M și N astfel ca $DM = DN = DO$. Locul punctelor M și N este o strofoidă dreaptă".

Dăm mai jos o construcție mecanică a acestei curbe.

Considerăm sistemul dreptunghiular xOy. Fie $A(-a, 0)$ și cercul C_1 de rază a, al cărui centru se deplasează pe axa Oy. Ducem din A tangenta variabilă AM la cerc; considerăm apoi cercul C_2, de aceeași rază, tangent dreptei AM, de cealaltă parte a ei, în N. Punctele de tangență M și N descriu în întregime strofoida. Ecuația ei se poate stabili analitic; ea este scrisă mai sus.



Folosind proprietatea caracteristică a curbei, dăm o soluție geometrică a locului. Fie D punctul de intersecție a dreptei AM cu Oy. Triunghiurile dreptunghice AOD și C_1MD sînt egale ($OA = OG = a$ și $\sphericalangle C_1DM = \sphericalangle ADO$).

Considerînd și celălalt punct de tangență N, deducem egalitățile: $DM = DN = DO$. Punctele M și N descriu deci o strofoidă dreaptă cu vîrful în A, punctul dublu în O și asimptota de ecuație $x = a$.

Construcția curbei printr-o trăsătură continuă este acum evidentă: realizăm într-un plan, cercurile materiale C_1 și C_2 deplasabile cu centrele pe Oy și legăturile cu bara AM. Punctele lor de tangență descriu curba (fig. 1).

I. Loziciu, profesor, Timișoara

*) N. Abramescu, Lecțiuni de Geometrie analitică, 1944, pag. 227.

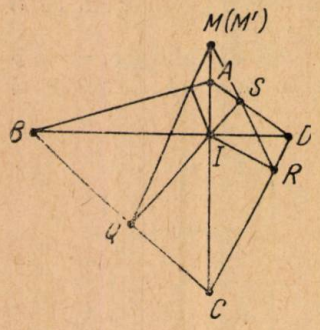
PROBLEME REZOLVATE

Problema 5940

Fie P, Q, R, S proiecțiile intersecției I a diagonalelor AC, BD ale patrulaterului ABCD pe laturile AB, BC, CD, DA. Să se arate că dacă AC, BD sînt perpendiculare una pe alta, atunci PQ și RS se întîlnesc pe AC, iar PS și QR se întîlnesc pe BD.

Gh. Eneiliu

Soluție dată de *Popovici Cornel*, cl. X liceul 1 Lugoj. Fie M intersecția dintre PQ și AC. Transversala QPM față de triunghiul ABC, ne dă



$$\frac{MA}{MC}\cdot\frac{QC}{QB}\cdot\frac{PB}{PA}=1. \qquad (1)$$

Dar, din triunghiurile dreptunghice AIB și BIC avem:

$$BI^2=BA\cdot BP\,;\ AI^2=AB\cdot AP \qquad (2)$$

$$BI^2=BC\cdot BQ\,;\ CI^2=BC\cdot QC. \qquad (3)$$

Din (2) și (3) scoatem că

$$\frac{BI^2}{AI^2}=\frac{PB}{PA}\ \text{și}\ \frac{CI^2}{BI^2}=\frac{QC}{QB}.$$

Înmulțind aceste două relații și comparînd rezultatul cu (1) obținem:

$$\frac{MA}{MC}\cdot\frac{CI^2}{AI^2}=1\ \text{ sau }\ \frac{MA}{MC}=\frac{AI^2}{CI^2}. \qquad (4)$$

Notînd apoi cu M' intersecția lui RS cu AC, și procedînd la fel cu triunghiurile AID și CID se găsește

$$\frac{M'A}{M'C}=\frac{AI^2}{CI^2}. \qquad (5)$$

Din comparația lui (4) cu (5) se vede că M se confundă cu M'. La fel se arată că PS, QR se întîlnesc pe BD.

Problema 5942

Se dă un triunghi ABC în care BC > AC. Fie f și g bisectoarea interioară și exterioară a unghiului C. Prin C_1 mijlocul lui AB, se duc paralele la laturile AC și BC care taie pe f și g respectiv, în punctele F_1, F_2 și G_1, G_2. Să se demonstreze că triunghiurile $C_1F_1F_2$ și $C_1G_1G_2$ sînt isoscele. Să se exprime laturile egale în funcție de laturile triunghiului dat ABC.

Matematikai Lapok

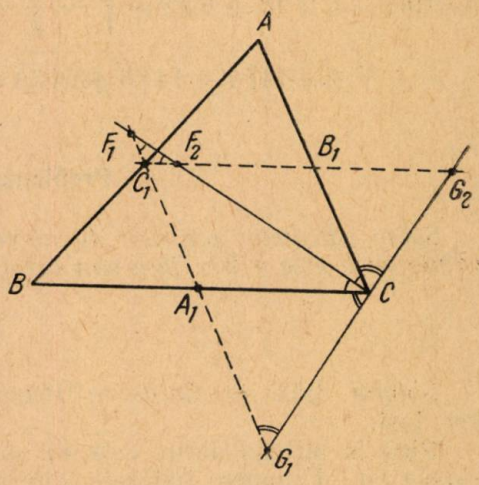
Soluție dată de *Popescu Eleodor*, elev Tr. Severin. Se observă că $\sphericalangle C_1F_1F_2 = \sphericalangle ACF_2$ și $\sphericalangle F_1F_2C_1 = \sphericalangle F_2CB$. Dar cum $\sphericalangle ACF_2 = \sphericalangle F_2CB$ evident că $\sphericalangle C_1F_1F_2$ și $\sphericalangle F_1F_2C_1$ sînt egale, deci triunghiul $C_1F_1F_2$ este isoscel.

Analog arătăm că și triunghiul $C_1G_1G_2$ este isoscel.

Ținînd seamă de teorema fundamentală a asemănării avem:

$$\frac{F_1C_1}{F_1A_1} = \frac{C_1F_2}{A_1C}$$

și deoarece $F_1C_1 = C_1F_2$, rezultă că $F_1A_1 = A_1C$.



Dar $F_1A_1 = F_1C_1 + C_1A_1 = F_1C_1 + \frac{b}{2}$ și $A_1C = \frac{a}{2}$, deci

$$F_1C_1 + \frac{b}{2} = \frac{a}{2}\ ;\ F_1C_1 = \frac{a-b}{2}\ .$$

Se observă ușor că și triunghiul C_1A_1C este isoscel și deci, $A_1G_1 = A_1C = \frac{a}{2}$. Rezultă $C_1G_1 = C_1A_1 + A_1G_1 = \frac{b}{2} + \frac{a}{2} = \frac{a+b}{2}$.

Problema 5943

Să se arate că expresia $\sqrt{36 + 14\sqrt{6} + 14\sqrt{5} + 6\sqrt{30}}$ *se poate pune sub formă de sumă de rădăcini patrate a patru numere întregi pozitive.*

Mathesis, 1962

Soluție dată de *Eugen I. Popa*, elev Iași. Folosim formula: $\sqrt{A+\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} + \sqrt{\frac{A-C}{2}}$, unde $C^2 = A^2 - B$. În cazul nostru vom scrie expresia:

$$\sqrt{36 + 14\sqrt{6} + \sqrt{14\sqrt{5} + 6\sqrt{30}}} = \sqrt{(36 + 14\sqrt{5}) + \sqrt{(14\sqrt{6} + 6\sqrt{30})^2}}$$

deci, $A = 36 + 14\sqrt{5}$ și $B = (14\sqrt{6} + 6\sqrt{30})^2$,

$C^2 = (36 + 14\sqrt{5})^2 - (14\sqrt{6} + 6\sqrt{30}) = 20\ ;\ C = 2\sqrt{5}$.

Înlocuind în formulă avem:

$$\sqrt{36 + 14\sqrt{6} + 14\sqrt{5} + 6\sqrt{30}} = \sqrt{\frac{36+14\sqrt{5}+2\sqrt{5}}{2}} +$$

$$+ \sqrt{\frac{36+14\sqrt{5}-2\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{18 + 8\sqrt{5}} + \sqrt{18 + 6\sqrt{5}}$$

Folosind încă o dată formula pentru fiecare din cei doi radicali avem $A_1 = 18$, $B_1 = 320$, deci $C_1 = 2$ și $A_2 = 18$, $B_2 = 180$, deci $C_2 = 12$. Înlocuind obținem : $\sqrt{18+8\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{18+2}{2}} + \sqrt{\frac{18-2}{2}} =$

$= \sqrt{10} + \sqrt{8}$; $\sqrt{18+6\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{18+12}{2}} + \sqrt{\frac{18-12}{2}} = \sqrt{15} + \sqrt{3}$, adică :

$$\sqrt{36+14\sqrt{6}+14\sqrt{5}+6\sqrt{30}} = \sqrt{3} + \sqrt{8} + \sqrt{10} + \sqrt{15}.$$

Problema 5969

Suma patratelor primelor $4n$ numere naturale mai mari ca 5 și nedivizibile cu 5 este 4120. Care sînt aceste $4n$ numere?

Lucian Mănescu, R. Vîlcea

Soluție dată de *Cernicica Petre*, elev București și *Popa Eugen*, elev Iași.

Pînă la ultimul dintre cele $4n$ numere cu proprietatea indicată avem primele $5n+4$ numere naturale, dintre care $4n+4$ sînt nedivizibile cu 5, iar n sînt divizibile cu 5. Făcînd suma patratelor primelor $5n+4$ numere naturale va trebui să avem egalitatea :

$$\frac{(5n+4)(5n+5)(10n+9)}{6} = 4120 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \\ + (2\cdot 5)^2 + \ldots + (n\cdot 5)^2,$$

sau

$$4150 + \frac{25n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{(5n+4)(5n+5)(10n+9)}{6}.$$

Ecuația ne dă o singură rădăcină reală $n=4$. Rezultă că avem numerele 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24.

Problema 5970

Să se studieze pe ce intervale funcția $y=ax^2+bx+c$ admite inversă și apoi, să se găsească funcția inversă.

Aplicație : $f(x)=2x^2-6x+4$.

I. Popescu, Adjud

Soluție dată de *Șabac Călin*, cl. XI s.m. 20 București. Funcția $f(x)=ax^2+bx+c$ admite inversă pe intervalele în care este strict monotonă.

Cazul I. $a > 0$. Funcția $f(x) = ax^2 + bx + c$ este strict monotonă pe următoarele intervale: pe $\left(-\alpha, -\frac{b}{2a}\right)$ este descrescătoare; pe $\left(-\frac{b}{2a}, \alpha\right)$ este crescătoare.

Demonstrație. 1) Presupunem $x_1 < x_2 \leqslant -\frac{b}{2a}$. Adăugăm $+\frac{b}{2a}$ fiecărui membru al inegalității și obținem $x_1 + \frac{b}{2a} < x_2 + \frac{b}{2a} \leqslant 0$ de unde

$$0 \leqslant -\left(x_2 + \frac{b}{2a}\right) < -\left(x_1 + \frac{b}{2a}\right).$$

Ridicăm expresiile la pătrat și adăugăm $B = -\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$. Rezultă

$$B + \left(x_2 + \frac{b}{2a}\right)^2 < \left(x_1 + \frac{b}{2a}\right)^2 + B$$

deci, pentru $a > 0$ și $x_1 < x_2 \leqslant -\frac{b}{2a}$ avem $f(x_1) > f(x_2)$.

2) Dacă $-\frac{b}{2a} \leqslant x_1 \leqslant x_2$ în mod analog obținem

$$0 \leqslant x_1 + \frac{b}{2a} < x_2 + \frac{b}{2a}$$

Prin ridicare la pătrat și prin adăugarea expresiei B rezultă

$$f(x_1) < f(x_2)$$

Cazul II. $a < 0$. Funcția $f(x) = ax^2 + bx + c$ este strict monotonă și anume: strict crescătoare pe intervalul $\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right)$; și strict descrescătoare pe intervalul $\left(-\frac{b}{2a}, \infty\right)$.

Demonstrația este analogă. În relațiile obținute la primul caz,

$$B + \left(x_1 - \frac{b}{2a}\right)^2 > \left(x_2 + \frac{b}{2a}\right)^2 + B \text{ pentru } x_1 < x_2 \leqslant -\frac{b}{2a}$$

și

$$B + \left(x_1 + \frac{b}{2a}\right)^2 < \left(x_2 + \frac{b}{2a}\right)^2 + B \text{ pentru } -\frac{b}{2a} \leqslant x_1 < x_2.$$

Prin înmulțirea cu numărul negativ $a < 0$ se schimbă sensurile inegalităților. Rezultă:

$$f(x_1) < f(x_2) \quad \text{pentru } x_1 < x_2 \leqslant -\frac{b}{2a}$$

$$f(x_1) > f(x_2) \quad \text{„} \quad -\frac{b}{2a} \leqslant x_1 < x_2$$

Funcția $f(x)=ax^2+bx+c$ admite inversă pe intervalele $\left(-\frac{b}{2a}, \infty\right)$ și $\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right)$.

Funcția inversă se găsește rezolvînd în raport cu x ecuația

$$ax^2+bx+c-y=0.$$

Obținem $x=\varphi_1(y)=-\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4a(c-y)}}{2a}$;

și $x=\varphi_2(y)=-\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4a(c-y)}}{2a}$

Cazul I. $a>0$. Cele două funcții sînt definite pentru $b^2-4ac+4ay\geqslant 0$, adică $y\geqslant\frac{-b^2+4ac}{4a}=B$.

Observăm că:

$$x=\varphi_1(y)\geqslant -\frac{b}{2a}, \text{ deci } x=\varphi_1(y)\in\left(-\frac{b}{2a}, \infty\right);$$

$$x=\varphi_2(y)\leqslant -\frac{b}{2a}, \text{ deci } x=\varphi_2(y)\in\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right).$$

Funcția $x=\varphi_1(y)$ este inversa funcției $f(x)=ax^2+bx+c$ pe intervalul $\left(-\frac{b}{2a}, \infty\right)$, iar funcția $x=\varphi_2(y)$ este inversa funcției date pe intervalul $\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right)$.

Cazul II. $a<0$. Funcțiile $x=\varphi_1(y)$ și $x=\varphi_2(y)$ sînt definite pentru $y\leqslant B$. Prima este inversa funcției $f(x)=ax^2+bx+c$ pe intervalul $\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right)$ a doua este inversa funcției $f(x)$ pe intervalul $\left(-\frac{b}{2a}, \infty\right)$.

Aplicație. $f(x)=2x^2-6x+4=2\left[\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right]$ $y=f(x)$ este strict monotonă pe intervalele următoare: pe $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ este descrescătoare, pe $\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$ este crescătoare. Pe intervalul $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ funcția inversă este $x=\varphi_2(y)=\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{1+2y}}{2}$, $y\in\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$. Pe intervalul $\left(\frac{3}{2}, \infty\right)$ funcția inversă este $x=\varphi_1(y)=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{1+2y}}{2}$; $y\in\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$.

Problema 5975

Să se demonstreze că pentru orice număr natural n există inegalitățile:

$$\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}<\frac{3}{4};\quad \frac{2}{2^3}+\frac{1}{3^3}+\ldots+\frac{1}{n^3}<\frac{1}{4}.$$

Stan Dumitru, student

Soluție dată de *Popescu Eleodor*, elev Tr. Severin. 1) Pornim de la inegalitatea:

$$\frac{1}{n^2}<\frac{1}{n^2-1}=\frac{1}{(n-1)(n+1)}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{n-1}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{n+1},$$

unde n ia valorile 2, 3, 4, ..., $(n-1)$, n, care adunate ne dau:

$$\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}<\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2n}-\frac{1}{2(n+1)}=$$

$$=\frac{3}{4}-\frac{2n+1}{2n(n+1)}<\frac{3}{4}.$$

2) În inegalitatea $\frac{1}{n^3}<\frac{1}{n^3-n}=\frac{1}{(n-1)\,n\,(n+1)}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{n-1}-$

$-\frac{1}{n}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{n+1}$; $\quad n\in(2, n)$.

Procedînd la fel și însumînd parte cu parte obținem:

$$\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+\ldots+\frac{1}{n^3}<$$

$$<\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2n}-\frac{1}{n}+\frac{1}{2(n+1)}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2n(n+1)}<\frac{1}{4}.$$

Problema 5979

Se dă un cerc cu centrul în C și de rază r, iar în planul său un punct fix A. Prin punctul A se duce o secantă variabilă care taie cercul în punctele N și P. Prin punctele N și P se duc paralelele NM și PM respectiv la CP și CN. Să se găsească locul geometric al punctului M cînd secanta se rotește în jurul punctului A.

Soluție dată de *Crișan Victor*, elev Aiud.

Presupunem că punctul A este exterior cercului C. Patrulaterul $PMNC$ este evident un romb, deci avem $MO=OC$, unde O este mijlocul segmentului MC. În triunghiul AMC înălțimea din A este și mediană, adică acest triunghi este isoscel. Rezultă, $AM=AC=$constant. Deci punctul M se mișcă pe cercul de centru A cu raza AC. În pozițiile limită ale secantei APN, punctele N și P se confundă cu punctele Q și S, în care tangentele din A la cercul (C) ating acest cerc. Locul lui M este arcul de cerc A_1CA_2

unde A_1 și A_2 sînt intersecțiile dintre cercul de centru A și rază AC și dreptele CQ, respectiv CS.

Observare. Punctele A_1 și A_2 nu fac parte din loc.

Dacă punctul A se află pe cercul (C), locul lui M este un cerc egal cu cercul (C) și cu centrul în A. Punctul diametral opus lui C nu face parte din loc.

Dacă punctul A se află în interiorul cercului (C), locul este format de toate punctele de pe circumferința cercului de centru A și raza AC.

Problema admite o generalizare în spațiu. Nu se mai consideră cercul (C) ci o sferă (S). Locul este o calotă sferică sau o sferă după poziția punctului A față de sfera (S).

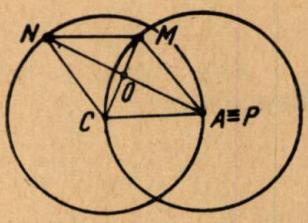


Fig. 2

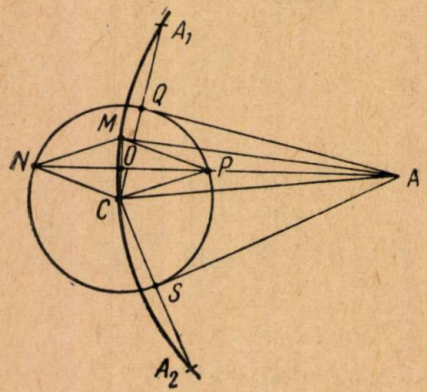


Fig. 1

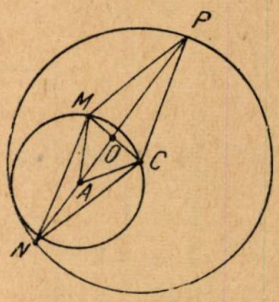


Fig. 3

Problema 5982

Să se calculeze suma:

$$S = \frac{3}{10} + \frac{5}{30} + \frac{7}{140} + \ldots + \frac{2n+1}{n^4+2n^3+3n^2+2n+2}.$$

Benone Săvulescu, Buzău

Soluție dată de *Dan Voiculescu*, elev București. Termenul general al sumei se scrie succesiv:

$$\frac{2n+1}{n^4+2n^3+3n^2+2n+2} = \frac{2n+1}{(n^2+1)\,(n^2+2n+2)} =$$

$$= \frac{(n+1)^2-n^2}{(n^2+1)\,[(n+1)^2+1]} = \frac{1}{n^2+1} - \frac{1}{[(n+1)^2+1]}$$ și suma devine:

$$S=\left(\frac{1}{1^2+1}-\frac{1}{2^2+1}\right)+\left(\frac{1}{2^2+1}-\frac{1}{3^2+1}\right)+\ldots+$$

$$+\left[\frac{1}{n^2+1}-\frac{1}{(n+1)^2+1}\right]=\frac{1}{1^2+1}-\frac{1}{(n+1)^2+1}=\frac{1}{2}-\frac{1}{(n+1)^2+1}.$$

Problema E : 1986

În primul trimestru al anului 1962, la Uzinele „Electronica" din capitală, producția a fost depășită cu 25%, iar cheltuielile prevăzute în plan, cu numai 5%. Să se calculeze cu cît la sută a fost redus prețul de cost.

Viorel Vodă

Soluție dată de *Dan Botez*, cl. VIII s.m. 17 București. Știm că prețul de cost este dat de raportul dintre cheltuielile totale și producția realizată, adică : $C=\frac{C_t}{P}$. În cazul nostru, P a crescut cu 25%, iar C_t cu 5%. Prețul de cost C se reduce cu procentul p, dat de formula :

$$p=\frac{100}{100+p_1}\cdot(p_0-p_1)$$

unde $p_0=5\%$, iar $p_1=25\%$. Deci :

$$p=\frac{100}{125}(-20)=-\frac{100}{25}\cdot 4=-4\cdot 4=-16,$$

adică prețul de cost a scăzut cu 16%.

CHESTIUNI DE EXAMEN *

6503. Pe laturile AB și AD ale unui dreptunghi dat $ABCD$ se construiesc spre exterior patratele $ABGH$ și $ADEF$.

a) Să se arate că punctele E, A și G sînt colineare.

b) Notînd cu M mijlocul segmentului EG, să se arate că acest punct se află pe cercul cu diametrul BD.

c) În construcția precedentă, presupunînd vîrfurile D și B ale dreptunghiului $ABCD$ fixe, iar vîrfurile A și C variabile, care este locul geometric al punctului M ?

(La Institutul de Construcții București, 1963)

6504. Să se demonstreze identitatea :

$$\sin 2a+\sin 4a+\sin 6a=4\cos a\cos 2a\sin 3a$$

(La Institutul de Construcții București, 1963)

---

* Se primesc soluții pînă la 15 ianuarie 1965.

6505. Se dă ecuația:

$$x^2 - 2mx + m^2 + m - 4 = 0 \qquad (1)$$

a) Să se determine m în așa fel încît o rădăcină a ecuației să fie dublă celeilalte. b) Notînd cu x_1 x_2 rădăcinile ecuației (1) să se calculeze în funcție de m, folosind relațiile între rădăcini și coeficienți, expresia

$$y(m) = -\frac{(x_1 - x_2)^2}{4(x_1 + 2)(x_2 + 2)}$$

c) Să se reprezinte grafic variația lui $y(m)$, cînd m variază de la $-\infty$ la $+\infty$. Reprezentarea grafică se va face fără studiul derivatei a doua.

(La Institutul de Construcții București, 1963)

6506. Să se studieze variația funcției: $y = \frac{x-2}{x^3}$ și să se reprezinte grafic. În tabloul de variație se va include și studiul derivatei a doua.

(La Institutul de Construcții București, 1963)

6507. Pe ipotenuza BC ca bază, a unui triunghi dreptunghic ABC dat, se construiește în exterior un triunghi isoscel dreptunghic în D. Perpendiculara din vîrful unghiului drept A întîlnește ipotenuza în F și latura CD în E. Se cere:

a) Să se arate fără a utiliza proprietatea unghiurilor suplementare, că patrulaterul $ABCD$ este inscriptibil; b) să se demonstreze relația $CF^2 - BF^2 = EC^2 - EB^2$ și apoi, cu ajutorul ei, relația:
$AC^2 + EB^2 = AB^2 + EC^2$.

(La Institutul de Construcții București, 1963)

6508. În sistemul de axe rectangulare xOy se dă cercul $x^2 + y^2 = r^2$. Unind punctul A $(-r, o)$ cu un punct M mobil pe cerc, dreapta AM intersectează axa Oy în B, iar paralela prin B la Ox intersectează dreapta OM în C. Se cere:

a) coordonatele punctului C în funcție de unghiul α pe care-l face OM cu axa Ox; b) locul geometric al punctului C cînd punctul M descrie cercul dat; c) înlocuind în ecuația găsită ca loc, pe x și y cu $x = x' + \frac{n}{2}$ $y = y'$, ce curbă reprezintă noua ecuație?

(La Institutul de Construcții București, 1963)

6509. Se consideră parabola $y^2 = 2px$. Se duce coarda focală PQ. Se cere:

a) Să se demonstreze că produsul ordonatelor punctelor P și Q este constant; b) să se scrie ecuația locului geometric al punctului U de intersecție al paralelei duse prin P la Ox cu cea dusă prin Q la Oy, cînd coarda se rotește în jurul focarului.

(La Institutul de Construcții București, 1963)

6510. Să se rezolve sitemul :

$$\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}=\frac{5}{2},\ x^2+y^2=90$$

(La Facultatea de mecanică, Brașov, 1963)

6511. Să se reprezintă grafic funcția :

$$y=x^2-\frac{2}{x}$$

(La Facultatea de mecanică, Brașov, 1963)

6512. În triunghiul ABC, unghiurile B și C se află în raportul $\frac{1}{2}$ iar laturile opuse lor în raportul $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Să se determine unghiurile triunghiului dat.

(La Facultatea de mecanică, Brașov, 1963)

6513. Se dau cercurile :

$$(C_1)\ x^2+y^2-6x-4y=0 \text{ și } (C_2)\ x^2+y^2-6x-2y=0$$

Se duce prin origine o dreaptă variabilă care întîlnește cele două cercuri în A și B. Să se găsească locul geometric al mijlocului segmentului AB.

(La Facultatea de mecanică, Brașov, 1963)

6514. Să se reprezinte grafic, funcția :

$$y=x+\frac{x+1}{x-1}$$

(La Facultatea de mecanică, Brașov, 1963)

6515. În triunghiul ABC se cunosc unghiurile $A=30°$, $C=75°$ și latura $a=\sqrt{18}$. Să se determine latura c și suprafața triunghiului.

(La Facultatea de mecanică, Brașov, 1963)

6516. În mijlocul O al unui segment $AB=2a$, se duce perpendiculara pe AB, pe care se ia un punct D, astfel ca $OD=\frac{a}{2}$. Se unește A cu D și B se duce perpendiculara BC pe AD.

a) Să se calculeze segmentul AD, AC, BC.

b) Pe perpendiculara pe AB în O pe partea opusă a lui OD se ia $OE=a$. Să se arate că punctele A, B, C, E sînt pe același cerc.

c) Să se calculeze aria patrulaterului $OBCD$.

(La Facultatea de mecanică, Brașov, 1963)

6517. Se consideră un sistem de axe rectangulare. Un segment de dreapta $AB=l=\text{const}$, se sprijină cu capătul A pe OX și cu B pe OY. Se cere locul geometric al punctului M astfel ca

$$\frac{AM}{MB}=\frac{1}{2}$$

Să se reprezinte locul geometric pentru $l=3$

(La Facultatea de mecanică, Brașov, 1963)

6518. Se dă un triunghi isocel și se cere locul geometric al punctelor care au produsul distanțelor la laturile egale, egal cu patratul distanței pînă la bază.

(La Facultatea de silvicultură-exploatare, Brașov 1963)

6519. Se dă dreptunghiul $ABCD$. Perpendiculara din A pe diagonala BD taie latura BC în F.

a) Să se arate că $AB^2=BF\,.\,BC$.

b) În cazul $AB=b$, $BC=a$, să se afle perimetrul triunghiului ABF.

(La Facultatea de industrializarea lemnului, Brașov, 1963)

6520. Să se reprezinte grafic funcția:

$$y=-\frac{x^2-4x+3}{x^2-4x+4}$$

(La Facultatea de industrializarea lemnului, Brașov, 1963)

6521. Să se reprezintă grafic funcția:

$$y=\frac{x^2-x+1}{x^2+1}$$

(La Facultatea de silvicultură, Brașov, 1963)

6522. În triunghiul ABC se dau: $\sphericalangle B=30°$, înălțimea dusă din vîrful A este de 10 m iar unghiul pe care-l formează această înălțime cu latura AC este de 45°.

Să se calculeze: a) laturile tirunghiului; b) înălțimile triunghiului.

(La Facultatea de silvicultură, Brașov, 1963)

6523. Să se arate că triunghiul ABC în care $C-B=30°$; $c-b=1$ și $a=1+\sqrt{3}$ este un triunghi dreptunghic.

(La Facultatea de silvicultură, Brașov, 1963)

6524. Să se reprezinte grafic funcția :

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

(La Facultatea de silvicultură, Brașov, 1963)

PROBLEME PROPUSE *

6525. Pe prelungirile laturilor AC și BC ale triunghiului ABC se iau segmentele $CD = {}^1/_2 AC$ și $CE = {}^1/_2 BC$ iar mijlocul F al laturii AB se unește cu punctele D și E. Fie P și Q punctele de intersecție ale dreptelor EF și DF cu laturile AC și BC ale triunghiului.

Să se calculeze perimetrul triunghiului PQC în funcție de perimetrul triunghiului dat.

M. Haivas, Timișoara

6526. Să se efectueze.

$$\frac{x^5+2x^4+3x^3+4x^2+5x+3}{x^5+2x^4+x^3+x^2+2x+1} : \frac{x^4+x^3+2x^2+2x+3}{x^4+x^3-x^2-x} - \frac{x(x-1)}{x^2-x+1}$$

C. Stanciu, profesor Anina

6527. Fie E și F simetricele mijlocului M al laturei BC față de vîrfurile B și C ale paralelogramului $ABCD$. Diagonalele DB și AC taie dreptele AE și DF respectiv în A' și D'.

Să se arate că patrulaterul $AA'D'D$ este un trapez în care baza mică este ${}^1/_3$ din baza mare. Ce condiție trebuie să îndeplinească paralelogramul dat pentru ca trapezul care se formează să fie isoscel ?

M. Haivas, Timișoara

6528. Se consideră numărul de forma :

ABCDABCDDABCDDDABCDDDDA .....

Cum se găsește cifra de un ordin oarecare p ?

Caz particular : $p = 5047$.

I. Loziciu, Timișoara

6529. Fie D și E proiecțiile vîrfurilor B și C ale triunghiului ABC pe laturile opuse, H_1 și H_2 — ortocentrele triunghiurilor BDE și CDE, B_1 și C_1 — simetricele punctelor H_2 și H_1 în raport cu CE și BD și A_1 — punctul de intersecție al dreptelor H_1E și H_2D. Să se demonstreze că :

a) Triunghiul $A_1B_1C_1$ este asemenea cu triunghiul ABC.

---

*) VIII (6526, 6527, 6532) ; IX 6525, 6528, 6529, 6531, 6534, 6536, 6544) ; X (6530, 6537, 6538, 6539, 6540, 6543, 6545, 6546) ; XI 6533, 6535, 6541, 6542, 6547, 6548). Se primesc soluții pînă la 15 ianuarie 1965.

b) Triunghiul $A_1H_2H_1$ este simetricul triunghiului ABC în raport cu punctul I, mijlocul segmentului ED.

N. C. Negoescu, profesor Timișoara

6530. Să se arate că fiecare din polinoamele:

$$P(x) = x^{3n-1} + 1 \text{ și } P'(x) = x^{3n-1} + x^{3n-2} + 1$$

se divide cu $x^2 + x + 1$.

Fie $Q(x)$ și $Q'(x)$ cîturile ce se obțin la aceste împărțiri. Să se arate că dacă n crește nemărginit și $x \in (0,1)$, atunci există relația:

$$Q(x) - Q'(x) = \frac{x}{x^2 + x + 1}.$$

M. Haivas, Timișoara

6531. Se dă triunghiul dreptunghic ABC în care $AB = 2AC$, $\sphericalangle A = 90°$. Să se arate că:

a) Dacă E este un punct oarecare pe ipotenuză atunci există relația:

$$\left(2\frac{EC}{EA}\right)^2 + \left(\frac{EB}{EA}\right)^2 = 5.$$

b) Simetricele punctului A față de picioarele bisectoarelor unghiului C împart cateta AB în medie și extremă rație.

c) Să se deducă din demonstrația anterioară o construcție pentru împărțirea unui segment dat în medie și extremă rație.

A. Birseti și *I. Cornea*, profesori Arad

6532. Se dau numerele: $M = 39547_x$ și $N = 223204_y$ unde x și y sînt bazele sistemelor de numerație a lui M și N. Știind că $M_{10} = N_{10}$ și că $x - y = 3$, să se afle aceste baze.

T. Grozescu, profesor Arad

6533. Dacă AB este un segment dat, iar M punctul interior care-l împarte în medie și extremă rație,

a) să se arate că există relația: $AB\left(\frac{1}{MB} - \frac{1}{AM}\right) = 1$,

b) să se afle segmentul care reprezintă suma $AM + MB + BM_1 + \ldots$ în care $MM_1 = AM$, $BM_2 = MB$, $M_1M_3 = BM_1, \ldots$, construcții analoage.

c) Să se arate că limita sumei ariilor cercurilor care au ca diametre segmentele sumei de mai sus, este egală cu partea mai mare din împărțirea ariei cercului de diametru AB, în medie și extrema rație.

I. Cornea și *A. Birseti*, profesori Arad

6534. Să se rezolve sistemul:

$$x^5 - 10x^3y^2 + 5xy^4 + 4 = 0$$
$$5x^4y - 10x^2y^3 + y^5 + 4 = 0.$$

M. Rosenfeld, profesor Arad

6535. Fie (D_1) și (D_2) două drepte paralele și A un punct fix în afara spațiului dintre ele.

Prin A se duce o secantă variabilă care taie cele două drepte în M și N.

a. Să se arate că oricare ar fi poziția secantei MN cercurile de diametru MN se văd din A sub același unghi.

b. Să se construiască din această familie de cercuri, cercul care trece printr-un punct dat B, situat între cele două drepte paralele.

Popovici Cornel, elev Lugoj

6536. Să se demonstreze că într-un triunghi dreptunghic ABC cu unghiul drept în A există relația

$$b(a^2 - c^2)\sin B - c(a^2 - b^2)\sin C = a(b^2 - c^2)$$

și reciproc, dacă într-un triunghi există această relație, atunci triunghiul este dreptunghic.

I. Poru, profesor Caransebeș

6537. O piramidă are ca bază un romb. Una din muchiile piramidei este perpendiculară pe planul bazei la capătul diagonalei mari. Latura rombului, diagonala mică și muchia perpendiculară, sînt egale cu a.

Să se determine unghiul pe care-l face cu planul bazei, un plan de secțiune care trece prin piciorul muchiei perpendiculare, astfel ca piramida să fie împărțită în două părți echivalente.

Măcinic Mircea, Arad

6538. Notațiile fiind cele mai obișnuite, să se demonstreze că în triunghiul ABC există relația:

$$\begin{vmatrix} \sin A & \sin B & \sin C \\ \sin 2A & \sin 2B & \sin 2C \\ \sin 3A & \sin 3B & \sin 3C \end{vmatrix} = \frac{(a+b+c)^2(a-b)(a-c)(b-c)}{8R^5}$$

Gh. Popescu, profesor Lugoj

6539. Fiind dată ecuația

$$x^3 + ax^2 + ax + a = 0,$$

să se formeze ecuația ce admite ca rădăcini:

$$x_1' = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2,$$

$$x_2' = x_1^2(x_2 + x_3) + x_2^2(x_1 + x_3) + x_3^2(x_1 + x_2) + 3x_1x_2x_3,$$

$$x_3' = x_1^2x_2(x_2 + x_3) + x_2^2x_3(x_1 + x_3) + x_1x_3^2(x_1 + x_2),$$

unde x_1, x_2 și x_3 sînt rădăcinile ecuației date.

M. Neacșu, profesor Caransebeș

6540. Să se rezolve inecuația $(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) < 2$.

I. Loziciu, Timișoara

6541. Să se simplifice fracția :

a) $y = \dfrac{x^6 + 3x^5 - 40x^4 - 252x^3 - 513x^2 - 351x}{x^5 - 6x^4 - 22x^3 + 54x^2 + 117x}$.

b) Considerînd fracția simplificată ca funcție de x, să se reprezinte grafic.

c) Să se afle aria cuprinsă între curba reprezentată și asimptota ei oblică, considerînd partea cuprinsă între punctele de abscise 4 și 12.

T. Grozescu, profesor Arad

6542. Să se reprezinte grafic funcția $f(x)$ definită astfel :

$f(x) = \sqrt{x+1+2\sqrt{x}} - \sqrt{x+1-2\sqrt{x}}$ pentru $x \in (0,1)$ și

$f(x) = \sqrt{x+1+2\sqrt{x}} + \sqrt{x+1-2\sqrt{x}}$ pentru $x \in (1, \infty)$.

b) Să se arate că funcția $f(x)$ astfel definită mai poate fi scrisă $f(x) = 2\sqrt{x}$.

c) Să se arate că dacă :

$g(x) = \sqrt{x+1+2\sqrt{x}} + \sqrt{x+1-2\sqrt{x}}$ pentru $x \in (0,1)$ și

$g(x) = \sqrt{x+1+2\sqrt{x}} - \sqrt{x+1-2\sqrt{x}}$ pentru $x \in (1, \infty)$,

atunci $g(x) = 2$ pentru $x \in (0, \infty)$.

d) Să se arate că funcția

$$h(x) = f(x) + g(x) \text{ pentru } x \in (0, \infty)$$

se mai poate scrie $h(x) = 2(1 + \sqrt{x})$ și apoi să construiască graficele funcțiilor

$$h(x) \text{ și } l(x) = g(x) - f(x) = 2(1 - \sqrt{x}).$$

e) Parabola $(y-2)^2 = 4x$ este reprezentată prin reuniunea graficelor funcțiilor $h(x)$ și $l(x)$.

C. Ionescu-Țiu

6543. Să se calculeze numărul natural $N = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$, știind că $3N$, $4N$ și $25N$ au respectiv cu 15, 24 și 40 divizori mai mulți decît N.

Boldea Gheorghe, Timișoara

6544. Se consideră ecuația $(m+n)x^2 - 3(n+1)x + m = 0$ ale cărei rădăcini le notăm cu x_1 și x_2.

a) Să se determine m în funcție de n astfel ca

$$\frac{\dfrac{x_2}{x_1-1} + \dfrac{x_1}{x_2-x_1}}{\dfrac{x_1-1}{x_2} + \dfrac{x_2-1}{x_1}} \cdot \frac{\dfrac{x_2}{x_1-1} - \dfrac{x_1}{x_2-1}}{\dfrac{x_1-1}{x_2} - \dfrac{x_2-1}{x_1}} + 1 = 0.$$

b) Să se discute ecuațiile ce se obțin, înlocuind aceste valori, cînd n este un parametru variabil.

Doina Gheorghiu, elevă Timișoara

6545. Un trapez isoscel cu bazele a, b și cu unghiul ascuțit de la bază α se rotește în jurul uneia din laturile neparalele. Să se găsească volumul și aria totală a corpului format.

Maria Huschitt, profesoară Reșița

6546. Să se stabilească egalitatea:

$$\frac{\sin\frac{\pi}{n}+\sin\frac{3\pi}{n}+\sin\frac{5\pi}{n}+\ldots+\sin\frac{(2p-1)\pi}{n}}{\cos\frac{\pi}{n}+\cos\frac{3\pi}{n}+\cos\frac{5\pi}{n}+\ldots+\cos\frac{(2p-1)\pi}{n}}=\operatorname{tg}\frac{p\pi}{n}$$

unde p și n sînt numere naturale și $p<n$.

Gh. Popescu, profesor Lugoj

6547. a) Să se studieze variațiile și să se construiască curba reprezentativă a funcției

$$y=\frac{x^2+6x+8}{x(x-2)}.$$

b) Să se deducă variațiile funcției

$$y=\frac{\sin^2 x+6\sin x+8}{\sin x(\sin x-2)}.$$

Să se traseze curba reprezentativă și să se deducă valorile lui x cuprinse între 0 și 2π astfel că

$$-15\leqslant\frac{\sin^2 x+6\sin x+8}{\sin x(\sin x-2)}\leqslant 1.$$

Bacalaureat, științe experimentale, Franța, 1963

6548. Se dau două drepte perpendiculare Ox și Oy și pe Ox două puncte fixe P și P', de o parte și de alta a lui O și nesimetrice în raport cu O. Un punct I variabil al planului xOy este echistanțat de P și P'. Dreapta IP taie pe Oy în A și dreapta IP' taie pe Oy în A'.

a) Se consideră cercurile circumscrise triunghiurilor POA și $P'OA'$, de centre C și C'. Ce fel de patrulater este $OCIC'$? Să se arate că unul din centrele de omotetie ale cercurilor este fix. Să se afle locul geometric al celuilalt centru de omotetie.

b) Cele două cercuri se taie în O și M. Se cere locul geometric al lui M.

c) Să se arate că cele patru puncte I, A, A', M sînt pe un cerc care rămîne tangent la o dreaptă fixă și la un cerc fix deja pus în evidență.

d) Să se arate că dreapta IM trece printr-un punct fix.

Bacalaureat, matematici elementare, Cambodgia, 1963

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII *

E : 2197. În vederea pregătirii concursului „Olimpiala de matematică" o elevă a lucrat în ultima zi de pregătire de 2 ori mai multe probleme decît în a 5-a zi, iar în celelalte zile cu 2 probleme mai mult decît în ziua precedentă. În total lucrînd 110 probleme, să se afle cîte probleme a lucrat în fiecare zi și în cîte zile a pregătit concursul.

I. Chelu, Timișoara

E : 2198. Pentru dezăpezirea unei străzi lungă de 100 m, lată de 6 m pe care era așternut un strat de zăpadă uniform de 30 cm, s-au format trei echipe de utemiști. Prima echipă cu 8 utemiști, a doua cu 10 utemiști și a treia cu 12 utemiști. Cubajul de zăpadă a fost repartizat în părți direct proporționale cu numărul utemiștilor din fiecare echipă. Zăpada a fost încărcată și transportată în camioane de aceeași capacitate de 2 t. Prima echipă a făcut un transport în 50 minute, a doua în 40 minute și a treia în 35 minute. Știind că 1 dm^3 de zăpadă cîntărește 300 g, să se afle care echipă a fost fruntașă și cîtă cantitate de zăpadă a transportat fiecare echipă.

I. Chelu, Timișoara

E : 2199. Trei gospodării agricole colective au planificat ridicarea unei magazii de cereale la cea mai apropiată gară de cale ferată. Știind că prima gospodărie are o întindere de 90 ha, a doua de 80 ha, a treia 60 ha și că prima gospodărie se află la 6 km, a doua la 4 km și a treia la 3 km distanță de gară, cum se vor repartiza cheltuielile de 62 700 lei între cele trei gospodării în modul cel mai echitabil, ținînd seamă și de întinderile lor, dar și de distanțele lor de gară ?

T. Grozescu, profesor Arad

E : 2200. Trei echipe de tăietori de lemne au tăiat și fasonat împreună 550 de steri, lemn pentru foc.

Dacă a doua echipă ar fi tăiat cu 9 steri mai mult, iar a treia cu 6 steri mai puțin, atunci cantitățile realizate pe echipe ar fi fost proporționale cu trei numere a căror sumă este $13\frac{1}{6}$.

Ce cantitate a tăiat fiecare echipă știind că numerele proporționale cu ceea ce trebuia realizat de a doua și a treia echipă sînt respectiv cu 0,5 și $1\frac{1}{3}$ mai mici decît primul ?

Ion Chirtoc, profesor Anina

E : 2201. În agricultura socialistă a țării noastre lucrează 139 000 de mecanici agricoli, cadre cu pregătire medie și cadre cu pregătire superioară.

*) V (E : 2197, 2198, 2201, 2206) ; VI (E : 2199, 2200, 2202) ; VII (E : 2204, 2205, 2208) ; VIII (2203, 2207, 2209). Se primesc soluții pînă la 15 ianuarie 1965.

Numărul mecanicilor agricoli este de patru ori mai mare decît numărul cadrelor cu pregătire medie; numărul cadrelor cu pregătire superioară este cu 1000 mai mic decît $\frac{1}{10}$ din numărul mecanicilor agricoli împreună cu $\frac{1}{5}$ din numărul cadrelor cu pregătire medie.

Care este numărul acestor lucrători pe specialități?

Ion Chirtoc, profesor Anina

E : 2202. O gospodărie agricolă colectivă a însămînțat 20% din teren și încă 24 ha cu sfeclă de zahăr, $\frac{2}{3}$ din rest cu floarea-soarelui, și 24% din teren cu borceag.

Să se afle întreaga suprafață însămînțată.

Ilie Florescu, Văleni

E : 2203. Cercurile O și O' sînt tangente exterior în A. Diametrul cercului O este AB, iar al cercului O' este AC. Din B se duce o tangentă la cercul O', iar din C o tangentă la cercul O, ambele tangente fiind de aceeași parte a liniei centrelor. Știind că raza cercului O este de 5 cm, iar a cercului O' de 4 cm, să se calculeze unghiul pe care-l formează întretăierea celor două tangente.

Victor Florescu, R. Vîlcea

E : 2204. Să se efectueze:

$$0{,}125 - \left[0{,}02(27) - 0{,}170(45) \cdot \frac{0{,}3(6) : \frac{11}{35} - 0{,}8(3) : 0{,}625}{0{,}2(7)} - \right.$$

$$\left. - \frac{20^{10}}{21^{15}} \cdot \frac{14^{4}}{45^{8}} \cdot \frac{189^{7}}{280^{6}} : \frac{2^{8}}{5^{4}}\right].$$

* * *

E : 2205. Se dă triunghiul ABC. Pe latura AB se ia punctul M astfel ca segmentul AM să fie $\frac{3}{8}$ din latura AB, iar pe latura BC se ia punctul N astfel ca segmentul AM să fie $\frac{4}{9}$ din latura BC. Să se fixeze latura AC un punct P astfel ca aria patrulaterului $AMNP$ să reprezinte 30% din aria triunghiului ABC.

Victor Florescu, R. Vîlcea

E : 2206. Numărul vacilor dintr-o G.A.C. este $\frac{2}{3}$ din numărul porcilor, iar numărul oilor este de 3 ori mai mare decît al vacilor. În anul următor

numărul oilor sporește de $1\frac{2}{3}$ ori și ajunge la 1000. Să se afle numărul inițial de oi, vaci și porci de care dispunea gospodăria.

Ursulescu Octavian, elev București

E : 2207. Fie P un punct oarecare pe latura BC a unui triunghi ABC. Paralela dusă din P la AB taie pe AC în D, iar paralela dusă din P la AC taie pe AB în E. Paralelele la AP din D taie BC respectiv în M și N, iar A' D' și E' sînt proiecțiile punctelor A, D și E pe latura BC.

Să se arate că : a) $AA' = DD' + EE'$; b) $AP = DM + EN$.

Atanasiu Ionel, profesor Odobești

E : 2208. Se dă un triunghi oarecare ABC. Pe prelungirile laturilor se ia în același sens $BB' = 2AB$; $CC' = 2BC$ și $AA' = 2CA$. Să se arate că aria triunghiului $A'B'C'$ este de 19 ori aria triunghiului ABC. (În legătură cu problema E : 2114).

Gh. V. Nistor, profesor Buzău

E : 2209. Să se arate că dacă a, b, c sînt laturile unui triunghi oarecare avem :

$$\left(1-\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{a}{c}\right)+1>\frac{c-a}{b}+\frac{b-a}{c}.$$

C. Ionescu-Țiu

POȘTA REDACȚIEI

Tuican Floare, Oțelul Roșu și *Birescu Cristina*, Ploiești. Pentru a vă publica la rubrica evidențiaților trebuie să întruniți într-un singur număr al gazetei cel puțin 35—40 soluții bune.

Voiculescu Constantin, Sibiu, și *Stănculescu Vasilica*, *Constantinescu Mariana*, *Cernahovschi Adriana*, *Enășescu Grigore*, elevi din Ploiești. Pe viitor vă rugăm să fiți mai serioși și să nu mai trimiteți pe adresa redacției foi rupte din cărți sau din caiete de teme.

Cazan Sergiu și *Andriu Ion*, Suceava. Într-adevăr problema E : 2 101 se găsește și în manualul de algebră pentru cl. VIII într-o altă formă.

Unor elevi din Păunești-Adjud. Soluțiile trimise la problemele 6 242, 49, 90, 97, 98, 338 ; E : 2 117, 29, 34, 39, 43 sînt greșite și copiate unele după altele. Pentru a nu mai trimite soluții greșite este bine să luați legătura cu tov. profesor de matematică.

Chițu Doinița, elevă Urziceni. Înainte de a trimite soluții citiți cu atenție coperta a IV-a a gazetei. Un plic să conțină cel puțin 8 probleme bine rezolvate.

Iovițâ Veronica și *Beligar Sonia*, Timișoara. Pentru a vă publica la rubrica rezolvitori trebuie să trimiteți soluții separate. Citiți coperta a IV-a a gazetei modul de redactare a soluțiilor trimise redacției.

Țibulică Didina, Ruginoasa. Nu aveți voie să trimiteți soluții decît din ultimele trei numere ale gazetei. Indicații mai amănunțite sînt date pe coperta a IV-a a gazetei.

Orășanu Laurențiu, Ploiești. Problema cu numărul 168 din manualul de geometrie pentru cl. VIII-a pag. 180 este asemănătoare cu 6 201. Unele erori de tipar au fost observate de rezolvitori.

Ghidibaca Constantin, elev Onești. Dacă vreți să colaborați la revista noastră vă sfătuim să începeți prin a rezolva probleme. Articolele ce ați trimis nu prezintă interes.

Aidan M. Tr. Severin. Problemele ce ați propus nu se pot publica deoarece sînt cunoscute și în plus, ați trimis numai enunțul lor, fără rezolvare.

Mai multor colaboratori. Toți evidențiații de cel puțin 3 ori în 1964, sau care în total sînt anunțați la rubrica rezolvitorilor cu cel puțin 200 de probleme rezolvate în numerele 1 — 10, sînt rugați să trimită separat redacției o fișă care să conțină numerele tuturor problemelor rezolvate pentru a se face din timp verificarea. Comunicați și clasa, școala ce urmați și adresa exactă.

Problemele E : 1984, 2022, 32, 70, 82, 87, 246, 28, 66 nesemnate au fost propuse de tovarășa inginer *Sultana Mahalnischi* din București.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

(urmare)

Soluții bune primite pînă la 15 iunie 1964

PĂUNEȘTI (Bacău). Șc. 8 ani cl. VI. Berbece Maria (E: 2092, 93, 96, 99, 104, 08, 09, 12, 15, 21, 22, 29, 30, 34), Gheorghiu Gabriela (E: 2080, 86, 93, 99, 104, 09, 12, 15, 21, 22, 30, 34), Novac Maria (E: 2093, 95, 99, 104, 15, 21, 22), Riziuc Rodica (E: 2080, 81, 83, 86, 90, 92, 96), Berbece Maria (E: 2091. 97—100, 02, 03, 07, 09, 15, 17, 21, 22, 30), Duman Florica (E: 2097, 98, 102, 09, 15, 21, 22, 29, 30), Gîdea Otilia (E: 2085, 92, 93, 97—100, 02, 03, 07, 09, 15, 17, 18, 20, 21), Neagu Elena (E: 2093, 97—100, 02, 09, 14, 15, 17, 22, 30), Rogozan (E: 2092, 96, 99, 115, 21, 22, 29, 30), Sandu Victoriția (E: 2093, 95, 97—99, 102, 04, 09, 14, 15, 21, 22, 30).

PERIAM. Ș.m. cl. X. Albu Gheorghe (6127, 29, 30, 39, 47, 69, 71, 92, 217, 32, 42, 43).

PERIȘORU. Șc. 8 ani cl. V. Crihan Elena (E: 2080, 81, 85, 92, 104, 11, 23, 33).

PETRIȘ (Banat). Șc. 8 ani cl. VII. Bianga Maria (E: 2109, 15, 16, 20, 22, 30, 33).

PETROȘENI. Ș.m. cl. VIII. Bara Viorica (E: 2076, 80, 91, 92, 96, 104, 10, 14, 21, 22), Barbăroșie Sergiu (E: 2080—84, 86, 91, 92, 95, 98, 100, 04, 09, 21), Lăncrănjan Sonia (E: 2080—85, 92, 98, 100, 04, 14, 21), Lörincz Marta (E: 2072, 82, 86, 95, 97, 115, 22), Paicu Nicolae (E: 2058, 86, 92, 96, 104, 10, 11, 14, 16, 21, 22, 30), Popescu Mihai (E: 2080—84, 86, 88, 90—92, 97—99), Stan Mihai (6131, 34, 35, 39, 42, 49, 55, 62; E: 2084, 89, 91). Cl. IX. Joni Nicolae (6127, 31, 39, 42, 44, 50, 55, 58, 62, 208, 42, 43), Onciu Teodora (6127, 29, 31, 39, 40, 44, 47, 50, 58, 62). Cl. X. Oprișin Cornel (6131, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 58, 63, 64, 79, 95, 97, 99, 208, 09, 15, 17, 29, 37, 40, 42, 43). Cl. XI. Goldstein Beniamin (6130, 34, 35, 208—17, 19, 21, 22, 25, 29, 35).

PESTEANA (Oltenia). Ș.m. cl. VIII. Ioniță Marius (6131; E: 2082—84, 86, 91, 92, 97, 114, 15, 21), Trușcă Matei (6131, 47; E: 2080—84, 86, 89, 90, 92, 96, 98, 104, 13—15, 20, 21), Tupoi Nicolae (E: 2080, 83, 84, 86, 90, 92, 97, 98, 113, 14, 21).

PIATRA NEAMȚ. Șc. 8 ani nr. 3, cl. VII. Ioinovici Adrian (E: 2108, 09, 12, 14—17, 20—22).

Ș.m. 2 cl. X. Todicescu Georgeta (6129, 31, 32, 34, 36, 39, 40, 42—44, 46, 50, 58, 60, 62, 63, 209, 43).

PITEȘTI. Ș.m. 1 cl. VII. Budan Octavian (E: 2018, 92, 95, 96, 104, 15, 21), Cernătescu Carmen (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 95, 104, 08, 21), Păunescu Ștefan (E: 2080, 81, 83, 92, 96, 104, 05, 20—22). Cl. VIII. Baida Constanța (6139· E: 2088, 91, 97, 98, 105, 13, 21), Fedra Dan (E: 2098—100, 08, 09, 13, 21, 22), Lazăr Mircea (6257, 58, 71; E: 2083, 84, 86, 88, 90—92, 95, 96, 98—101, 04, 08—10, 13—18, 21—25, 29, 30, 32, 35), Lungulescu Eugen (6129, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 58, 71, 86, 88, 92, 99, 201, 09, 12, 13, 17, 26, 43; E: 2084, 88, 89, 91, 96—101, 08, 09, 13, 20—22). Cl. X. Dascălu Eugen (6101, 05, 18, 31, 34, 39, 42, 44, 46, 69, 77, 92, 99), Marinescu Mariana (6131, 32, 34, 36, 42, 44, 47, 71, 92, 99, 208, 09, 12—14, 27, 29, 43). Cl. XI. Preda Marin (6127—34, 36, 42, 44, 46, 71, 77, 88, 92, 99, 208—10, 12, 13, 24, 43), Stan Pavel (6127—35, 39, 40, 42—46, 48, 50, 58, 60, 62, 69, 71, 88, 92, 99, 209, 10).

Ș.m. 2 cl. V. Bica Silvia (E: 2046, 56, 69, 74, 80—72). Cl. VIII. Ivan Dumitru (E: 2109, 21, 22, 25, 27, 28, 29), Macovei Valentina (E: 2109, 16, 18, 21,

22, 25, 29), Perianu Emil (E: 2108, 09, 13, 16, 18, 20—22), Zamfirescu Marian (E: 2100, 09, 13, 16, 18, 21, 25, 29).

Ş.m. 3 cl. X. Hernest Gheorghe (6098, 100, 16, 20, 39, 58, 79, 83, 92, 229, 42, 43), Zarafu Ion (6142, 44, 50, 83, 88, 90, 92, 95, 97, 224, 29, 32, 37, 42, 43, 82, 87, 99, 301, 07).

Şc. 8 ani nr. 4 cl. VI. Ruse Lilion (E: 2064, 67, 69, 71, 75, 77, 80, 81, 83, 90).

Şc. 8 ani nr. 8 cl. VII. Minduţeanu George (E: 2092, 93, 95, 96, 108, 09, 12, 15).

PINCOTA. Ş.m. cl. VIII. Chebeleu Petru (E: 2102, 07—10, 16, 18, 21, 22, 25, 29, 32, 201, 57, 58, 67, 71, 72, 74). Cl. X. Giurgiu Florian (6018, 30, 33, 75, 134, 44, 47, 58, 63, 209, 29, 42, 43), Hera Gh. (6056, 63, 64, 74, 77, 92, 143, 47, 55, 58, 202, 06).

POIANA MARE. Ş.m. cl. XI. Pasă Marcel (6129—35, 39, 42, 46, 58, 63, 69, 85, 91, 92).

POCTOAVA. Ş.m. cl. VIII. Dinu Valeriu (E: 2084, 88, 96, 98, 100, 07, 10, 14, 16, 21).

PRISĂCANI (Iaşi). Şc. 8 ani cl. VI. Sulă Viorel (E: 2092, 95, 104, 12, 14, 15, 17, 23, 27, 30, 33, 35).

PREDEAL. Ş.m. cl. X. Ioniţă Maria (E: 6071, 74, 75, 77, 92, 97, 98, 100, 04, 18, 26, 27, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 55, 58, 63, 83, 95).

PUCIOASA. Ş.m. cl. VIII. Cimpoca Gh. (E: 2108—10, 18, 20—22, 25, 29, 34), Despa Ion (E: 2096—98, 109, 10, 13, 18, 20—22, 25, 34), Lăzărescu Maria (E: 2096—99, 108—10, 20—22, 29), Miciu Ion (E: 2109, 10, 13, 18, 21, 22, 25, 27), Tabacu Ion (E: 2096—98, 105, 08—10, 13, 18, 20—22, 25, 29, 34). Cl. X. Iacobescu Gheorghe (6059, 68, 71, 75, 92, 114, 18, 32, 38, 44, 46, 50, 209, 41), Untaru Virgil (6128, 30, 32, 34—36, 39, 42, 44, 45, 69, 70, 88, 92, 97), Zegheru Gh. (6059, 68, 71, 75, 93, 131, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 209, 12, 42, 43, 55). IC. XI. **Măciucă Ion** (6127—35, 39, 42—47, 50, 58, 63—66, 69, 71, 74, 77, 79, 91, 92, 99, 201, 08—10, 12, 14, 16, 21, 24, 42, 43, 56), Spătaru Aurel (6127—30, 33, 35, 37, 38, 40, 43, 45, 49, 51, 52, 54, 55, 57, 58, 60—62, 64—71, 74, 77—80, 82—84, 86, 88, 91, 92, 94, 97, 99, 207).

PLOIEŞTI. Absolvent Minculescu Gh. (6092, 97, 104, 31, 33, 208—10, 12, 13, 15, 17, 29, 38, 42, 43).

Ş.m. 1 cl. V. Costache Dorin (E: 2080, 81, 85, 90, 104, 14, 15), Stoica Valentin (E: 2080, 81, 86, 92, 93, 104, 14). Cl. VI. Alecu Maria (E: 2080, 81, 83, 92, 95, 104), Badea Florin (E: 2080, 81, 83, 90, 108, 15, 21), Grigorescu Nicolae (E: 2080, 81, 83, 84, 90, 95, 104), Iliescu Sorin (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 104, 03), Nucuţa Tudose (E: 2092, 97, 104, 08, 15, 17, 30), Petrea Cristina (E: 2080—82, 90—92, 96, 104), Rîpră Luigi (E: 2092, 93, 95, 104, 08, 11, 15, 19), Rişnoveanu Delia (E: 2080—82, 85, 92, 95, 104), Vasilescu Roxana (E: 2080—82, 92, 95, 104, 15), Velvel Velina (E: 2080, 81, 86, 92, 93, 95, 104). Cl. VII. Alexandrescu Manuela (E: 2092, 95, 104, 09, 15, 19, 22), Ardeleanu Marta (E: 2092, 95, 96, 104, 05, 07, 17), Beciu Ion (E: 2092, 93, 96, 99, 103—05), Birescu Cristina (E: 2092, 96, 97, 99, 103, 09, 11, 15, 16, 21—23), Cristescu Olga (E: 2081, 92, 93, 96, 99, 102—05, 08, 09, 15, 17, 19, 22, 30, 32), Crişan Rozalia (E: 2092, 93, 96, 99, 109, 19, 22), Dina Daniel (E: 2108, 09, 14, 15, 19, 22, 23), Dincă Cornelia (E: 2092, 96, 99, 109, 15, 19, 22), Dobrescu Laurenţiu (E: 2108, 09, 14, 15, 17, 19, 21, 22), Dumitrescu Virgil (E: 2092, 95, 99, 104, 23, 28, 33), Georgescu Mihaela (E: 2092, 99, 104, 09, 15, 19, 22), Grünberg Ion (E: 2092, 96, 99, 103, 09, 15, 22, 34), Ionescu Ioana (E: 2092, 95, 96, 99, 103, 14, 16, 19, 20), Iordache Sorin (E: 2092, 93, 95, 96, 99, 103—05), Marinescu Daniela (E: 2092, 93, 96, 99, 103, 04, 09), Marinescu Marilena (E: 2081, 92, 99, 103, 04, 09, 19), Nuţescu Adrian (E: 2099, 104, 09, 14, 15, 17, 19, 21, 22), Prislopeanu Dan (E: 2068, 71, 75, 84, 88, 89, 91, 92, 95—99, 103—05), Rothlender Luminiţa (E: 2092, 99, 109, 15, 19, 21, 30), Saines Manuela (E: 2092, 96, 99, 103, 09, 15, 21, 22), Stăniloiu Aurelia (E: 2092, 96, 99, 103, 09, 19, 22), Vasilescu Daniela (E: 2080—83, 85, 86, 92, 95, 99, 115). Cl. VIII. Anghel Paul (E: 2066, 68, 71, 73, 78, 84, 91, 96, 98, 100, 08, 09, 13, 21), Breţcanu Sabina (6131, 39, 58, 71—73, 75; E: 2084, 88, 105, 07, 20, 29, 31), Călţaru Tiberiu (6139, 67; E: 2084, 96, 97, 99, 100, 09, 29), Căsăndroiu Dan (E: 2096—100, 07—10, 13—16, 18, 21—25, 29) 6191, 258), Ciuhai Manuela (6238; E: 2093, 100, 13, 18, 25, 29), Coman Constantin (6139; E: 2082, 83, 97, 98, 100, 04, 09, 14, 21, 29, 34), Dima Şerban (6139; E: 2084, 90, 96—99, 107), Dumitraşcu Gh. (6277; E: 2096, 109, 13, 21, 22, 25, 29), Dumitru Ion (6139, 47; E: 2084, 89, 91, 96—100), Ionescu Lucian (6164, 257, 58, 71, 72; E: 2092, 95, 96, 98—100, 03, 04, 09, 12, 14, 16, 18, 21—25, 29, 30, 35), Ionescu Mihai (E: 2084, 93, 100, 04, 09,

14, 29), Ioniță Traian (6139; E: 2082—84, 92, 96, 97, 100, 21), Marinescu Ion (6147; E: 2082, 84, 97, 98, 121), Neguț Gheorghe (6238, 42, 58, 71; E: 2103, 18, 25, 29, 31), Nicolescu Rodica (6105, 31, 39, 47, 58, 257, 58, 71, 72; E: 2066—69, 71, 73, 74, 76—86, 88—92, 96—100, 08, 09, 13, 16, 20—22, 25, 29, 34), Olariu Ion (6139; E: 2096—98, 100, 09, 13, 21, 25, 29), Prelipceanu Minodora (6257, 71, 72; E: 2096, 99, 100, 04, 09, 13, 18, 24, 25, 29, 30, 35), Roman Dan (E: 2080, 82, 88, 91, 96, 99, 107, 13, 21), Rusu Ion (E: 2084, 96—100, 47), Stan Gh. Nicolae (E: 2096, 98, 100, 08, 10, 13, 14, 21, 25, 29), Sonțu Mihai (6139, 47; E: 2084, 89, 91, 97, 102). Cl. IX. Alboteanu Radu (6130, 31, 39, 41, 44, 47, 49, 54, 55, 62, 64, 79, 91, 95, 201, 02, 08, 23, 29), Ionaș Tudor (6178, 80, 93, 208, 13, 23, 29, 42, 57, 59, 60, 67, 72, 74—76), Ionescu Constantin (8098, 101, 05, 14, 18, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 48, 50), Ionescu Viorel (6131, 39, 47, 50, 63, 229, 38, 42, 54, 58, 71, 72, 80), Pătrașcu Sergiu (6131, 39, 47, 50, 58, 62, 91, 241, 58, 59, 71), Simion Gh. (6127, 44, 46, 47, 149, 50, 54, 55, 58, 62—64, 66, 74, 75, 80, 91, 93, 201, 03, 07, 08, 11, 13, 15, 23, 25, 27, 29, 38, 41, 42, 54, 56, 558—60, 67, 71—73, 75, 77, 80), Soare Lidia (6131, 44, 47, 50, 51, 54, 79, 201; E: 2113, 18), Solovăstru Violeta (6105, 31, 39, 44, 46, 47, 50, 79, 87, 207), Stan Gh. Ion (6100, 05, 27, 31, 39, 49, 58, 94, 229), Stancu Gelu (6179, 208, 11, 38, 42, 50, 57, 58, 71, 73, 97), Vasiliu Constantin 6179, 91, 95, 201, 08, 13, 19, 23, 29, 36, 38, 42, 58—60, 67, 70—73, 80, 97), Vișoianu Mihai (6179, 80, 93, 208, 13, 23, 29, 57, 59, 60, 67, 70, 72, 74, 75). Cl. X. Bărbulescu Teodora (6131, 34, 62, 69, 71, 92, 208, 12, 13, 34, 42—44, 50, 58, 59, 62, 71, 72, 99), Circioiu Victoria (6147, 88, 208, 09, 12, 24, 32, 42, 43, 54), Crăciun Dumitru (6121, 44, 46, 50, 92, 208, 09, 12, 34, 38, 43, 44, 48, 58, 71, 72, 99, 301, 02), Davidescu Radu (6162, 69, 71, 92, 212, 34, 38, 43, 58, 59, 71, 72, 99, 301), Dumitrescu Gabriel (6131, 39, 42, 44, 46, 79, 208, 09, 12, 30, 42, 43), Florea Sorin (6169, 71, 79, 83, 92, 209, 12, 24, 34, 42, 43, 58, 61, 62, 71—74, 99, 301, 05), Furtună Constantin (6098, 100, 01, 05, 10, 18, 27, 29, 31, 32, 34, 44, 46, 48, 50, 51), Ilisei Florin (6105, 18, 27, 29, 31—36, 39, 42—48, 50, 58, 62—64, 66, 69, 71, 77, 79, 83, 88, 92, 99, 208, 19, 12, 24, 37, 42—44), Ivan Veronica (6101, 05, 31, 32, 34, 42, 44, 46, 48, 50), Oproescu Gabriel (6098, 101, 05, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44—47, 50, 58), Soare Cristel (6169, 71, 92, 208, 09, 12, 17, 42, 45, 58—62, 67, 71, 72, 75, 82, 99, 301), Tacea Florin (6144, 55, 62, 69, 71, 92, 212, 34, 42, 43, 58, 71, 72, 99, 301), Țurcanu Laurențiu (5782, 914, 6129, 32, 34—36, 45, 47, 83, 88, 99, 208, 09, 12, 19, 24, 30, 42, 57, 59, 62, 67, 70—73, 85, 99), Vrînceanu Vasile (6114, 19, 27, 29, 36, 47, 61, 63, 66, 69, 71, 77, 79, 83, 86, 88, 92, 208, 09, 12, 13, 15, 20, 23, 24, 30, 32, 42, 43, 54, 57—62, 67, 71—76, 80, 99).

Ș.m. 2 cl. V. Lupulenco Livia (E: 2092, 93, 96, 104, 15, 21, 22, 30). Cl. VI. Boulescu Daniel (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 104, 21), Cosaschi Adrian (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 104, 21), Dumitrescu Laurențiu (E: 2095, 96, 99, 102, 04, 15, 30), Manoliu Nicolae (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 104, 21), Stătescu Vivian (E: 2080—84, 90, 92, 95, 104). Cl. VIII. Beldescu Adrian (6131, 47, 91; E: 2084, 88, 91, 96, 98, 99, 102, 05, 07), Brătoiu Cristian (E: 2108—09, 21, 23, 29, 30, 32), Chihaia Luminița (6131, 39, 47, 58; E: 2082—84, 88, 90, 91, 96, 109, 13, 15, 18), Copoiu Florin (6238, 42, 57, 58, 71—73; E: 2118, 25, 29, 31), Dobrinescu Liana (E: 2096—100, 08, 09, 16, 20—22), Dumitru Andrei (6131, 35, 47; E: 2091, 96, 98, 99, 108, 09, 13, 21, 22), Florențiu Anca (E: 2097, 98, 100, 09, 10, 13, 20, 21, 25, 29), Georgescu Alina (E: 2108—10, 13, 21, 22, 25, 29), Georgescu Cristian (E: 2108—10, 13, 18, 21, 22). Ionescu Vasilica (E: 2108—10, 13, 21, 22, 25, 29), Manole Aurora (E: 2096, 98, 118, 21, 22, 25, 29), Marica Petre (6131, 39, 91; E: 2084, 97—99, 21, 25), Merciu Cireșica (6244; E: 2096, 98—100, 08, 09), Mignea Arminius (6100, 31, 46; E: 2064—76), Mîndrilă Dumitru (E: 2096, 98, 100, 09, 10, 16, 18, 21), Neagoe Paulina (E: 2108—10, 13, 18, 21, 22, 25, 29), Negulescu Cornelia (6139, 47, 58; E: 2084, 88, 91, 96), Nicolae Elisabeta (E: 2096, 98, 109, 13, 18, 21, 22, 25, 29), Nicolae Victor (E: 2096, 108—10, 16, 21, 22, 29, 30), Papuc Vorel (6105, 39, 258; E: 2068, 73, 75, 78, 83, 84, 91, 98, 108—10, 13, 16, 21, 22) Roșculeț I. Valeria (6139; E: 2069, 74, 77, 80—86, 90—92, 95—98, 100, 04, 08—10, 15, 16, 21—23, 29, 30), Sorescu Bazil (E: 2084, 88, 96, 98, 99, 108, 09, 21, 22), Stoica Tudor E: 2096, 98, 108, 09, 13, 18, 21, 22, 25, 29), Țigănuș Dan (E: 2096, 98, 109, 13, 18, 21, 25, 29). Cl. IX. Georgescu Mar-

cel (6097, 100, 05, 27, 29, 31, 39, 42, 44, 46, 47, 550, 58, 62), Stan Emil (6164, 66, 68, 75, 78, 79, 87, 91, 93, 94, 202, 03, 08, 11—15, 17, 19, 20, 23, 29, 38, 42, 43, 54, 57, 58, 59, 60, 67—77, 80, 304), Tilimpea Viorel (6127—32, 35, 39, 42—44, 46, 49, 50, 54, 58, 61, 62). Cl. X. Buduroiu Ana (6131, 34, 39, 42, 69, 71, 83, 92, 99, 209, 12, 43), Doza Eugen (6171, 77, 83, 92, 208, 09, 12, 15, 59, 72), Gheorghiu Liliana (6169, 71, 92, 208, 09, 13, 42, 59, 62, 71), Ionescu Nelly (6169, 71, 208, 09, 12, 13, 42—44, 99, 201), Marica Smaranda (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 66, 69, 71, 84, 88, 91, 212, 43), Orăşanu Marilena (6169, 71, 92, 208, 09, 12, 13, 42, 43, 59, 62, 71), Popa Mariana (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 99, 209, 12, 17, 43), Radu Dorel (6183, 210, 11, 15, 17, 19, 23, 24, 28, 29, 32, 34, 38, 40, 41, 51, 56, 57, 59, 60, 61—63, 67—69, 71—73, 76, 80, 82, 90), Răducanu Alex. (6171, 79, 83, 208, 09, 12, 19, 20, 24, 42, 43, 80), Spiridon Dănuţ (6131, 39, 44, 46, 82, 91, 209, 12, 42, 43), Stanciu Marius (6171, 79, 83, 208, 09, 12, 19, 20, 24, 42, 43, 80), Surmei Iulian (6171, 79, 88, 93, 209, 11—13, 42, 43, 76, 301), Ştefănescu Eliade (6171, 79, 83, 208, 09, 12, 19, 20, 24, 42, 43, 80), Tomozei Radu 6131, 32, 34, 39, 42, 44, 71, 99, 212, 72). Cl. XI. Dragomirescu Valentin (6169, 70, 71, 83, 92, 99, 208—16, 21, 22, 43), Mihai Gh. (6128—32, 34—36, 39, 42, 44, 46, 58). Ş.m. 3 cl. VI. Ciobanu Rodica (E: 2011, 12, 19, 23, 25, 26, 30), Dumitrescu Adrian (E: 2096, 117, 20—22, 27, 33), Ionaşcu Mariana (E: 2102, 11, 12, 14, 23, 30, 33). Cl. VII, Cernohoski Aurel (E: 2092, 95, 96, 98, 99, 104, 15, 22), Popescu Cornelia (E: 2092, 93, 95, 96, 98, 99, 104, 15, 22). Ş.m. 4 cl. VIII. Bocincel Mariana (E: 2096—100, 10, 21), Dumitrescu Rodica (E: 2096—100, 02, 05, 09, 10, 18, 21, 22, 25, 29—31) Gheorghe Afrodita (E: 2096—99, 101, 02, 05, 07), Gheorghe Ion (E: 2102, 07, 08, 10, 13, 20—22), Grigori Rodica (E: 2092, 96—100, 104), Grigore Steliana (6139; E: 2084, 83, 91, 96—99, 108, 09, 16, 15, 21, 22, 25, 29), Ionescu Elena (6191; E: 2096—102, 07), Ionescu Georgeta (6139, 47; E: 2084, 88, 91, 96—99, 108—10, 16, 18, 21, 22, 25, 29), Nica Georgeta (6139, 47; E: 2084, 96—99), Nicolae Viorel (6191; E: 2108—10, 13, 20—22), Oroviceanu Maria (6191, 201; E: 2089, 102, 08, 09, 13, 18, 21, 22), Pandele Mihaela (E: 2102, 05, 08—10, 20—22), Păun Gabriela (E: 2096—99, 101, 02, 05, 07), Pomîrlă Ioana (E: 2096—100, 05, 07—10, 13, 20, 21, 25, 29—31), Sachelarie Dan (6023, 80, 122, 24—26; E: 2051—54, 62), Sandu Steliana (6201; E: 2096—99, 101, 02), Ştefan Roma (E: 2096—100, 07—10, 13, 14, 18, 20, 22, 25), Telega Alex. (6147; E: 2084, 88, 95—99, 121), Teodor Elena (6191; E: 2101, 05, 08, 10, 21, 22), Toma Ion (6201; E: 2101, 02, 05, 08, 10, 22), Voinescu Marian (6147; E: 2084, 88, 96—99). Cl. XI. Corcalciuc Valentin (6127—48, 50, 52, 55, 56, 58, 60—65, 67—74, 76, 77, 79, 83, 91, 92, 95, 97, 99, 203, 05), Florea Florin (6057, 95, 100, 08, 11, 18, 19, 29—35, 39, 41, 42, 44, 46, 62, 65, 69, 70, 74, 77, 82, 85, 88, 92, 99, 203—17, 21, 22, 27, 42, 43, 45), Papuc Ilie (6095, 111, 29—35, 39, 41, 42, 44, 46, 47, 50, 58, 62, 65, 69, 71, 74, 77, 83, 85, 88, 92, 99, 207—16, 22, 23, 25, 27, 43, 45).

Ş.m. 5 cl. IX. Lungu Valeria (6131, 40, 43, 49, 54, 80, 93, 211, 19, 23, 29, 36—38, 41, 42; E: 2107, 13, 20), Rumega Steluţa (6191, 202, 23, 36, 42, 59, 60, 67, 71, 91).

Ş.m. 6 cl. VI. Anton Costel (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 96, 122), Antonescu Luiza (E: 2080, 81, 83, 90, 96, 104, 15, 17, 21), Buxbaum Const. (E: 2083, 95, 99, 115, 17, 21, 22) Constantinescu Gelu (E: 2096, 117, 20—22, 27, 33), Diaconescu Doina (E: 2080, 81, 83, 90, 96, 104, 21), Givenea Georgeta (E: 2080—84, 90, 115), Goicea Ana (E: 2080, 81, 83, 90, 96, 104, 15, 17, 21), Mamulea Elisabeta (E: 2080, 81, 90, 95, 115, 17, 22), Rădulescu Traian (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 96, 99, 104, 15, 17, 21, 22). Cl. VIII. Călinescu Ileana (E: 2082—84, 96, 102, 13, 21), Fetter Liviu (6244; E: 2083, 91, 97, 98, 100, 01, 03, 05, 07, 18), Steinacher Gabriel (6139; E: 2084, 96—100, 02), Taras Viorel (E: 2108, 10, 13, 14, 18, 23—25, 29, 30), Vlădoreanu Cristian (E: 2096, 98—100, 08, 09, 13, 15, 18, 21).

Şc. 8 ani nr. 1 cl. VII. Brenner Mircea (E: 2092, 93, 95, 96, 104, 05, 11, 15, 21, 22).

Şc. 8 ani nr. 9 cl. VI. Vasilescu Ileana (E: 2092, 103, 04, 15, 17, 23, 30).

Şc. 8 ani nr. 12 cl. VII. Steriu Alex. (E: 2080, 81, 86, 88, 90—92, 104).

RĂCARI (Bucureşti). Ş.m. cl. IX. Antonescu Aurelia (6164, 91, 201, 42, 43, 57, 60, 67, 71, 72), Dincă Gheorghe (6164, 79, 87, 91, 95, 97, 201, 08—10, 19, 26, 29, 39, 41, 43), Ion Nicolae (6164, 201, 08, 10, 26, 29, 41—43, 54,

58, 71, 72), Miulescu Cecilia (6164, 69, 71, 79, 87, 91, 92, 95, 97, 99, 201, 08—10, 12, 13, 15, 19, 20, 24, 26, 29, 32, 36, 39—43, 49, 51, 54, 56—60, 62, 67, 71—75, 80, 87, 91), Stanciu Dumitru (6164, 91, 201, 08, 19, 26, 36, 41—43 54, 67, 71). Cl. X. Beşleagă Gabriela (6131, 39, 40, 42—44, 49, 69, 71, 206, 09, 13, 16, 28, 43), Ştefan Alexandru (6131, 32, 39, 42, 44, 46, 49, 58, 69, 229, 42, 43, 47).

RĂZVAD (Tîrgovişte). Şc. 8 ani cl. VII. Rădulescu Georgeta (E: 2092, 93, 95, 96, 98, 99, 115, 21, 22), Roman Constanţa (E: 2092, 93, 96—99, 104, 08, 14, 19).

RECAŞ. Ş.m. cl. IX. Coată Petru (6131, 39, 46, 47, 49, 201, 08, 13, 33, 41), Roşca Teodor (6129, 31, 32, 39, 44, 46, 55, 13, 38, 42).

REŞIŢA. Şc. 8 ani nr. 6 cl. VII. Sumanca Octavian (E: 2080—85, 89—91).

Ş.m. 1 cl. VIII. Maldet Iosefina (6139; E: 2043, 66, 68, 75, 78, 84 96—100). Cl. X. Buţă Viorel (6127, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44, 45, 50, 58, 63, 64, 69, 77, 79, 90).

RIMNICU SĂRAT. Ş.m. 1 cl. VIII. Motaş Emil (6271, 73; E: 2108—10, 16, 18, 21, 22, 25), Spinu Gloria (6125, 29, 71; E: 2108, 09, 21, 22). Cl. X. Popa Dumitru (6131, 34, 42, 44, 46, 55, 79, 209, 29, 42, 43), Şaraga Izu (6129, 31, 34, 36, 42, 44, 55, 69, 71, 79, 208, 09, 12, 24, 43).

RIMNICU VILCEA. Ş.m. 1 cl. X. Diaconu Constantin (6169, 71, 92, 208, 09, 12, 17, 19, 29, 43), Dumitraşcu Liviu (6145, 47, 62, 69, 71, 77, 84, 86, 88, 90, 92, 99, 207, 10, 43), Ghiţescu Gheorghe (6171, 84, 92, 99, 207, 29, 35, 41, 57, 58, 62, 71—73, 90, 99), Popescu Lucian (6127, 238, 41, 42, 57, 58, 62, 71—73, 99, 307), Stratulat Florin (6171, 79, 84, 88, 90, 207—09, 12, 17, 19, 20, 23, 24, 27, 32, 36, 38, 43, 62, 71, 72, 99), Sogorescu Vasile (6169, 71, 77, 79, 84, 86, 88, 90, 92, 99, 207, 20, 41), Tănase Constantin (6171, 77, 79, 84, 92, 99, 207, 13, 43, 56, 71, 73). Cl. XI. Ionescu Ion (6127, 28, 30—36, 39, 42, 47, 52, 58, 62, 83, 92, 99, 203, 10, 12, 13, 15—17, 19, 32).

Ş.m. V. Roaită cl. IX. Buricea Mihai (6164, 91, 95, 208, 26, 29, 42, 58, 60, 71, 73).

RÎUL ALB (Ploieşti). Şc. 8 ani cl. VI. Chiţu Grigore (E: 2080, 81, 84, 90, 92, 95, 108, 21), Grigore Elena (E: 2080, 81, 84, 90, 92, 97, 98, 108, 17), Radu C. (E: 2080, 81, 90, 92, 96, 99, 115, 21), Savu Iulian (E: 2080, 81, 90, 92, 94, 97, 104), Tudor Alexandrina (E: 2080, 81, 90, 95, 115, 21, 22). Cl. VII. Burcea Maria (E: 2080—83, 90, 92, 96, 103, 04), Burlacu Vasilica (E: 2080, 81, 90, 92, 96, 104, 15, 20), Marcu Elena (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 96, 120), Marcu Vasile (E: 2080—82, 90, 92, 96, 99, 104, 11, 21), Mihai Stan (E: 2080, 81, 90, 92, 96, 99, 11, 15, 21), Mihăloiu Alex. (E: 2080, 81, 84, 90, 92, 96, 121), Nedelcu Ion (E: 2081, 90, 95, 96, 99, 111, 15, 21, 22), Recioiu Elena (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 96, 103, 04), Rizea Elena (E: 2080, 84, 90, 92, 96, 108, 22), Stoica Petre (E: 2080—83, 90, 92, 96, 104, 11, 21), Tincu Gh. (E: 2080—83, 90, 92, 96, 103).

ROMAN. Absolvent Dolteanu Temistocle (6169, 71, 79, 83, 92, 201, 02, 06, 08, 09, 12, 13, 15).

Ş.m. cl. X. Gavriliu Mihai (6139, 44, 46, 47, 63, 81, 97, 209, 12, 24, 29, 32, 43), Niculescu Marius (6129, 42, 44—47, 50, 54, 63, 69, 71). Cl. XI. Gavriliu Ionică (6127—35, 42, 46, 52, 57, 64, 66, 69, 71, 74, 78, 83, 84, 92, 99, 201).

ROŞIORII DE VEDE. Ş.m. cl. VIII. Doncu Gh. (E: 2091, 96—98, 109, 21, 22), Licea Rada (E: 2082, 91, 96, 97, 109, 18, 21, 22), Popescu Dan (E: 2109, 10, 13, 14, 18, 21—23, 25, 29), Ruşanu Sofia (E: 2097, 98, 100, 04, 05, 08, 21), Simion Paul (E: 2096—98, 109, 10, 13, 16, 20—22, 25, 29), Tudor Sofica (6029; E: 2047, 48, 92, 103, 13, 30), Voicu Dumitru (E: 2082—86, 97, 98, 104, 21), Zepciuc Sandu (E: 2082, 83, 86, 90, 92, 98, 121).

ROZNOV. Ş.m. cl. VIII. Manole Ion (E: 2607, 09, 10, 18, 21, 25, 29).

RUPEA. Ş.m. cl. VII. Serachitopol Dan (E: 2064, 69, 71, 80—83, 86, 87, 90).

SALCIA (Bucureşti). Ş.m. cl. VIII Matei Constantin (E: 2046, 47, 55, 56, 58—60, 67—69, 71, 74, 75, 77—79, 84, 89, 91, 97—100, 08—10, 18, 21, 22, 25, 29, Vasile Nelu (E: 2093, 99, 108—10, 21, 22, 29).

SATU MARE. Ş.m. nr. 1 cl. VIII. Ardeleanu Maria (E: 2096—98, 105, 09, 13, 21, 22), Ciornău Dan (E: 2096—98, 103, 21, 22, 29), Görbe Iosif (E: 2108, 10, 16, 22, 28, 29), Mîţaru Alex. (E: 2082, 83, 85, 86, 90, 91, 113, 16, 20, 21, 29), Oprea Viorica (E: 2096, 99, 113, 13, 18, 22, 29), Sighet Margareta (6128, 257, 50; E: 2097—99, 129), cl. IX Şandor Vasile (6131, 39, 43, 44, 46, 47, 50, 58, 62, 91), Ş.m. de 8 ani nr. 10 cl. VI Görbe Mihai (E: 2080—83, 90, 92, 45, 104).

SĂLIȘTE (Brașov). Ș.m. cl. VIII. Stroia Paraschiva (E: 2080—86, 90—93, 95—97, 99, 100, 04, 07, 08, 22, 47).

SĂVENI. Ș.m. cl. VIII. Aciubotănței Viorica (E: 2081, 83, 84, 86, 92, 97, 98, 100, 04, 13, 21), Alexoaie Lorica (6147, E: 2080, 81, 83, 84, 86, 92, 97, 98, 104, 08, 10, 16, 21), Baciu Silvia (6187; E: 2083, 84, 90, 92, 97, 98, 16, 21), Bejinaru Maria (E: 2080, 81, 83, 86, 92, 97, 98, 104, 21), Broască Maria (E: 2018, 83, 84, 86, 92, 97, 98, 100, 04, 13, 21), Dejanschi Aurica (E: 2082—84, 86, 92, 98, 104, 21), Huluță Corneliu (E: 2084, 86, 92, 97, 98, 100, 21), Osar Ioan (E: 2083, 84, 96—100, 05), Leucă Maria (E: 2082—84, 86, 92, 98, 104, 13, 21, 22), Lungu Vasile (E: 2056, 58, 81, 84, 90, 92, 96—98, 100, 04, 21), Văcaru Gh. (E: 2056, 58, 81, 84, 90, 92, 96—98, 100, 04, 21), Văcaru Gh. (E: 2092, 97, 98, 104, 13, 14, 17, 21, 23, 29, 30), cl. IX Clocotici Valentin (6131, 39, 41, 46, 49, 79, 91, 203, 29, 41)), Stoleru Jack (6164, 79, 201, 08, 23, 38—60, 71, 75).

SĂVINEȘTI. Șc. de 8 ani nr. 10 cl. VII. Niculiță Cristian (E: 2080—82, 90, 92, 93, 95—97, 99, 104, 08, 10, 16, 21, 22), Ter Elena Olga (E: 2080—82, 90, 92, 93, 95—97, 99, 100, 04, 22).

SEBEȘ ALBA. Ș.m. cl. X. Berghea Vasile (6139, 42, 44, 47, 49, 70, 86, 88, 99, 243, 44), Sava Maria (6127, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 58, 63, 71, 77, 83, 89, 92—95, 99, 201, 08, 09, 12, 17, 24, 43, 47.

SEBIȘ. Ș.m. cl. X Haiduc Eugen (6172, 44, 79, 201, 08, 09, 13, 24, 32, 42, 43).

SECUIENI (Bacău). Absolvent Obreja Petru (6057, 91, 96, 99, 107, 11, 65, 66, 68, 69, 71, 74, 77, 82, 83, 88, 92, 100, 18, 19, 207—09, 12—17, 19, 21—23, 54).

SIBIU. Ș.m. 1, cl. VIII. Banciu Maria (E: 2092, 97, 98, 104, 09, 10, 14, 16, 21, 22, 24, 30), Bucurenciu Ion (6257, 304; E: 2096—99, 109, 21, 22, 25, 29), Buzgariu Mircea (6257, 58, 71, 71, 91; E: 2089, 108—10, 13, 16, 18, 20, 25, 29), Buzoianu Mureș, (6147, 91; E: 2089, 108—10, 13, 16, 18, 21, 22), Coleșan C-tin (6257, 71, 304; E: 2098, 103, 09, 10, 16, 18, 21, 22, 35), Davel Marioara (E: 2092, 96—98, 104, 10, 21 29, 30), Dragoman Livia (5213, 33; E: 2092, 97, 98, 102, 03, 25, 29, 30, 33, 34), Lesiacu Dan (6271, E: 2096—99, 108—10, 18, 21, 25, 29), Lungu Alex. (6257, 71, 72, E: 2096, 98, 99, 108, 09, 18, 21, 22, 29), Mitran Niculae (6257, E: 2108, 10, 13, 16, 18, 21, 22, 25, 29, 31), Pompilian Alex. (6257, 58, 71, 72; E: 2108, 09, 18, 20, 21, 22, 25, 29), Radu Eugenia (6271; E: 2096, 98, 99, 108—10, 16, 18, 21, 22, 25, 29), Răducan Lucia (6241, 57, 71; E: 2108—10, 16, 18, 20—22, 29), Roșu D. (E: 2084, 96—99, 102, 08—10, 16, 21, 22), Stănescu Liana (E: 2096—98, 108—10, 16, 21, 22, 29), cl. IX Băcilă Maria (6147, 208, 19, 23, 29, 36, 38, 42, 57; E: 2118, 20, 29), Băncescu Mihail (6208, 10, 15, 23, 29, 36, 38, 42, 44, 54, 57, 71, 72, 80), Căpruță Manole (6163, 79, 201, 08, 13, 15, 17, 19, 20, 23, 29, 34, 36, 38, 42, 44, 57—60, 71), Cooțun Bogdan (6208, 19, 23, 26, 29, 36, 38, 42, 59, 71; E: 2120, 29), Iliescu Marcela (6208, 19, 23, 29, 36, 38, 42, 71; E: 2118, 20, 26, 29), Moldovan Gh. (6179, 208, 19, 23, 26, 29, 36, 38, 42, 57, 72; E: 2118, 20, 26, 29), Opriș Emilia (6208, 19, 23, 29, 36, 38, 42, 71; E: 2118, 20, 26, 29), Roman Emil (6179, 207, 19, 23, 29, 36, 38, 42; E: 2109, 18, 26, 29), Stoia Maria (6208, 19, 23, 39, 36, 38, 42, 59, 60, 67, 71; E: 2118, 20, 29), cl. X Bratu Ion (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 27, 29), Bucur Delia (6127, 29, 31, 32, 34, 35, 39, 44, 46, 47, 49, 50, 55, 58, 63, 69, 71, 79, 201, 08—10, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 23, 24, 29, 30, 32, 34, 36, 38, 42—44, 51, 54, Carabulea Ilie (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 27, 29, 32, 34, 36, 38, 43, 58, 61, 62, 70—73), Ciuceanu Adrian (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 23, 36, 38, 43, 62, 70—73), Dorogan D. (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 23, 24, 29, 32, 34, 38, 42, 43, 62, 72), Dragotă Paula (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 30, 32, 34, 36, 48, 43), Lupu Mihai (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 26, 27), Nuțescu Radu (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 26, 29, 32, 34, 36, 38, 42, 43, 62, 72, 89, 99), Rădoi Oliviu (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 27, 29, 32, 36, 38, 42, 43), Ș.m. 2 cl. VIII Fulea Mihai (6131, 39, 46, 47, 49, 55, 58; E: 2084, 89, 91), Nicu Eugenia (E: 2109, 10, 18, 21—23, 25, 29, 34); cl. IX Andrei Georgeta (6129, 31, 44, 47, 50, 62, 87, 91, 95, 227, 42), Bulea Alexandru (6127, 29, 41, 46, 47, 55, 58, 63, 79, 91, 236, 91), Eneșel Horea (6144, 46, 50, 72, 79, 91, 210, 19, 27, 29, 37, 38, 42), Opreanu Constantin (6100, 05, 26, 27, 29, 31, 35, 36, 44, 46, 47, 49, 50, 55, 58, 72, 63), Sîrbu Emilia (6131, 39, 46, 47, 79, 91, 210, 19, 27, 29, 38, 42), Stănilă Ioan (6093, 108, 28, 29, 31, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 47, 49, 50, 55, 58, 62,

91, 95, 201, 36), Trif Nicolae (6093, 97, 99, 100, 04, 05, 08, 14, 15, 18, 19, 26—32, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 45, 50, 55, 58, 62—64, 69, 79, 91, 201, 09, 12, 36), Zăgan Dumitru (6208—10, 13, 19, 23, 26, 28, 36—43, 51, 54, 57—62, 67, 71, 80, 83, 89, 302, 05, 11, 14, 16, 29, 30, 37, 38, 44, 45, 54), cl. X Crăciun Doina (6142, 44, 48, 51, 71, 83, 209, 11, 13, 27, 43), Fulea Ilie (6097, 101, 05, 18, 27, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44—48, 50, 51, 55, 58, 63, 69, 71, 77, 83, 88, 92, 97, 99, 208—10, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 27, 29, 38, 42, 43), Gal Alexandru (6092, 100, 32, 34, 36, 39. 42, 44, 46, 71, 92), 209, 38, 42, 43), Maier Dan (6131, 27, 29, 31, 34, 36, 39, 42, 44, 46—48, 51, 55, 63), Meţiu Nilu (6105, 27, 29, 31, 36, 39, 42, 44—51, 55, 58, 62, 63, 69, 71, 77, 79, 83, 88, 92, 97, 99, 201, 09, 10, 12, 15, 17, 19, 24, 29, 38, 42, 43), Nicoară Ioan (6127, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 42, 44—51, 55, 58, 62, 63, 69, 71, 77, 79 83, 88, 92, 97, 99, 201, 08—10, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 27, 29, 38, 41—43), Raica Rodica (6132, 34, 42, 44, 46, 48, 51, 71, 83, 209, 12, 13, 27, 43), Sabău Mircea (6130, 47, 48, 51, 77, 209, 12, 13, 15, 27, 43), Streza Eugenia (6132, 42, 48, 51, 71, 83, 209, 12, 13, 27, 43), cl. XI Diaconescu Petru (6093, 95, 99, 118, 30, 32—34, 39, 42, 209, 42, 43), Boca Radu (6093, 95, 96, 99, 100, 08, 18, 19, 31—34, 42, 44, 50, 63), Ghiţescu Constantin (6095, 96, 99, 108, 34, 42, 209, 37, 42, 43), Lungu Alex. (6131, 32, 34, 42, 44, 50, 53, 219, 30, 42, 43), Mărginean Dan (6093, 95, 96, 100, 08, 18, 28, 32, 33, 42, 58), Trif Maria (6097, 99, 105, 14, 15, 26, 38, 44, 64, 68, 69, 71, 91, 209, 10, 12), Ş.m. 3 cl. VIII Bobanga Mircea (6139; E: 2080, 82—84, 86, 108, 09, 13—15, 21), Duţă Iancu Radu (E: 2080—84, 86, 90, 92, 96—100), Gaston Rodica (6139; E: 2080—86, 90, 96, 98, 99, 109, 14), Mărginean Mircea (6139; E: 2080—86, 90, 92, 98, 100, 04, 08, 21), Naicu Cornel (E: 2096—100, 02, 04, 22), Stroe Veronica (6139, 47, 58, 43; E: 2053, 62, 82—84, 86, 91, 92, 96, 98—100, 21), cl. IX Sandovici Călin (6164, 208, 13, 15, 23, 26, 29, 36—38, 41—43), Dăncilă Ioan (6097, 98, 106, 13, 28, 53, 60—62, 74, 76, 77, 80, 82—84, 86, 87, 93, 200, 04, 05, 10, 11, 14, 60, 20, 21, 27, 29, 30, 32, 35—37, 39, 40, 41, 54—58, 60—63, 71—73, 76, 77, 80, 81, 83, 85—87, 89, 90, 92, 97, 99, 303—05, 07; 08, 10, 12, 14, 16, 17, 20—23, 28—30, 33, 37, 40, 42, 43, 45); cl. X Balteşiu Virgil (6127, 30—32, 34, 39, 41, 42, 44, 46—48, 50, 51, 63, 69, 71, 92, 209, 12), Bucur Liliana (6097, 105, 14, 27, 30—32, 34, 36, 37, 39, 41, 42, 44—48, 50, 51, 52, 56, 63, 64, 66, 69, 71, 79, 88, 92, 95, 201, 09, 12, 23, 24, 32, 41, 43, Costea Marinela (6020, 131, 32, 34, 39, 44, 42, 46, 47, 49, 50, 63, 79), Dancu Carmen (6126, 31, 34, 39, 42, 44—47, 50, 51, 63), Dobrotă Marinela (6061, 32, 50, 55, 56, 58, 69, 88, 72, 92, 99, 209), Drăghicescu Constantin (6030, 97, 118, 26, 31, 32, 39, 42, 44—47, 50, 63, 201), Gîlea Doina (6127, 34, 35, 45, 49, 51, 55, 56, 58, 62, 65, 67, 69, 71, 74, 78, 79, 81, 88, 91, 92, 99, 201, 09, 12, 23, 38, 40, 42, 43, 54, Gîlea Octavian (6169, 71, 78, 79, 81, 91, 92, 97, 99, 209, 13, 19, 23, 24, 30, 34, 42, 43), Harcău Felicia (6138, 91, 92, 97, 212, 24, 34, 38, 40, 54, 71, 80, 99), Helyu Doina (6127, 31, 32, 34, 41, 42, 44—48, 50, 51, 63, 69), Jugustin Nicolae (6131, 34, 39, 50, 69, 71, 92, 209, 12, 38), Laşiţă Ileana (6127—32, 34—37, 39, 41, 42, 44—49, 50, 51, 53, 55, 56, 63, 64, 68, 69, 71, 77, 79, 88, 92, 95, 99, 201, 12, 24, 32, 41, 43), Lefter Marilena (6097, 115, 18, 27, 31, 32, 34, 39, 44, 46, 47, 50, 63, 71), Mihăilă Gh. (6129, 56, 58, 71, 79, 62, 69, 88, 92, 99, 212, 38, 40). Moigrădeanu Cornel (6145, 56, 69, 71, 78, 79, 92, 99, 209, 38, 40, 42, 43, 54), Moldovan Rodica (6134, 39, 42, 47, 77, 79, 92, 97, 99, 209, 12, 38, 40, 42, 43, 54), Munteanu Rodica (6155, 56, 58, 69, 71, 79, 83, 88, 92, 97, 209, 12, 38, 42, 43, 57, 61, 71), Pascu Ion (6097, 115, 18, 27, 31, 32, 34, 39, 44, 47, 50, 63, 71), Pîra Nicolae (6030, 97, 127, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 47, 49—51, 63, 69, 71, 79, 92, 99, 201, 09, 12, 24, 34, 38, 40, 42, 43, 47, 71, 99, 302), Poenaru Daniela (610, 28, 29, 35, 55, 56, 62, 69, 71, 78, 88, 92, 97), Popa Veronica (6127, 31, 34, 39, 42, 46, 47, 49, 50, 54, 62, 63, 71), Popescu Adriana (6169, 71, 83, 92, 97, 99, 201, 08, 09, 12, 24, 29, 38, 42, 43, 57, 59, 61, 62, 67, 71), Popescu Dorina (6127, 29, 31, 39, 42, 46, 47, 50, 63, 69, 71, 77, 99, 209, 12, 24, 34, 38, 42, 43, 54, 61, 62, 99), Sorici Rodica (6129, 32, 56, 58, 69, 71, 88, 92, 98, 99, 209, 12, 30, 42), Stroe Florea (6127—29, 32, 45, 46, 58, 69, 71, 79, 88, 92, 212, 42, 43, 54), Soima Liliana (6065, 67, 74, 76, 78, 134, 44, 46, 50, 63, 69, 71, 92, 238, 43), Tanaseciuc Lucia (6071, 105, 28, 31, 32, 34, 39, 41, 42, 44—47, 49, 50, 58, 63, 71, 78, 79, 88, 92, 97, 99), Trifan Cornel (6131, 34, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 63, 71, 209, 12, 24, 40, 42, 43, 62), Vlăcuilescu Dan (6131, 39,

42, 46, 50, 69, 71, 212, 42, 43), Şc. de 8 ani nr. 1 cl. VII Niţulescu Felicia (E: 2092, 98, 100, 04, 08, 25, 28—30), Soima Ileana (E: 2092, 93, 95, 104, 08, 14, 15, 17, 21, 23, 30), Zaharia Nicolae (E: 2109, 11—15, 17, 19, 21, 22), Popescu Dan (E: 2092, 95, 96, 100, 04, 21, 22, 27, 33), Şc. de 8 ani nr. 4 cl. VI Laschescu Dorin (E: 2092, 93, 95—100, 04, 06), cl. VII Tudor Horiana (E: 2080, 91, 90, 92—96, 99, 104, 21, 22), Şc. de 8 ani nr. 12 cl. VII Trif Felicia (E: 2080—86, 88, 90—93, 98, 104), Şc. de 8 ani nr. 15 cl. V Jiu Gabriela (E: 2092, 99, 104, 11, 12, 14, 15, 21), Keller Marlene (E: 2082—84, 92, 96, 99, 104), Popescu Inge-Maya (E: 2080—84, 86, 90, 92, 93, 121), Schuster Jilrgen (E: 2111, 12, 14, 15, 23, 30, 33), cl. VI Benkö Brigite (E: 2082—84, 92, 93, 95, 96, 104), Grigorescu Dorrit (E: 2092, 93, 95, 96, 99, 104, 15, 21, 22), Grindisch Hartmut (E: 2082—84, 92, 93, 95, 96, 99, 104), Keller Gertrude (E: 2082—84, 92, 93, 96, 99, 104), Nussbächer Wermer (E: 2083, 84, 92, 93, 96, 99, 104, 15), Trigarszky Dagmar (E: 2082, 83, 85, 86, 99, 104, 15, 22), cl. VII Anton Elena (2095, 99, 111, 15, 20—22), Bucur Ioan (E: 2092, 96, 108, 15, 20—22), Cernat Corelian (E: 2080, 81, 84, 90, 92, 93, 112, 15), Costăchescu Sanda (E: 2092, 95, 96, 20—22), Halaga Rodica (E: 2028, 29, 62, 69, 71, 74, 75, 80, 90), Horedt Brigitte (E: 2080—84, 92, 93, 95, 104), Iliescu Marilena (E: 2092, 93, 95, 111, 15, 20, 21). Kabdebo Sabine (E: 2082, 82, 92, 93, 96, 99, 104, 15, 22), Küchel Amamria (E: 2081, 84—86, 93, 95—97, 104, 15), Laşiţă Dan (E: 2090, 92, 96, 99, 104, 15, 21, 22), Măerean Marietta (E: 2082—84, Palade Valerian (E: 2080—84, 90, 96, 99, 107, 15, 22), Purţa Dan (E: 2080, 81, 84, 90, 92, 93, 115, 20), Schuller Monika (E: 2082—84, 92, 93, 99, 104, 15, 22), Vecerdea Rodica (E: 2084, 92, 93, 95, 96, 108, 112, 14, 15, 17, 20, 21), Vintilă Doina (E: 2092, 93, 96, 112, 13, 15, 20, 21).

SIGHET. Ş.m. 1 cl. XI. Moldovan Constantin (6127—32, 34—36, 39, 42, 44, 46, 50, 58, 62, 70, 87, 204, 42, 43).

SIGHIŞOARA. Ş.m. cl. VIII. Cioca Emanoil (6131, 257, 71, E: 2092, 96—99, 104, 09, 18, 20, 22, 29), cl. X Florea Gh. (6071, 76, 100, 05, 31, 39, 42, 44, 46, 47, 49, 58, 63), Tibrea Adrian (6129, 31, 39, 42—44, 46, 47, 58, 63, 209, 44), cl. XI (seral), Constantinescu Marin (6177, 92, 211, 13—17, 21, 22, 27, 29, 30, 32, 51, 55, 57, 59, 62, 64, 65, 67, 71—76, 80, 81, 90, 97, 307), Şc. de 8 ani nr. 2 cl. VI Moraru Cristian (E: 2111, 12, 14, 15, 17, 19, 21).

SIMERIA. S.m. 2 cl. X Pepenaru Neluţu (6169, 71, 77, 83, 88, 92, 99, 204—06), Petrescu Titi (6131, 32, 34, 42, 44, 48, 69, 79, 83, 209, 43), cl. V Anghel Felicia E: 2074, 80, 81, 85, 86, 92, 93, 112, 14), Herbei Octavian (E: 2069, 74, 79, 80, 81, 86, 92, 93, 112), Vernichescu Monica (E: 2069, 74, 80, 86, 92, 93, 104, 12).

SINAIA. Ş.m. 2 cl. X Catană Ilie (6131, 32, 34—36, 39, 42, 44—48, 50, 63, 66, 69, 71, 77, 79, 91, 92, 97, 99, 208—10, 12, 15, 19, 20, 24, 42, 43, 51), cl. VII Stroică Petre (E: 2092, 93, 95—98, 100, 03—07).

SINNICOLAUL MARE. Ş.m. cl. VIII Mauszi Ioan (E: 2080—83, 86, 90, 96—100, 21, 22).

SINTANA. Ş.m. cl. VII Pop Mihai (E: 2064, 66—71, 73, 74, 77—85), cl. IX Budean Teodor (6208, 11, 23, 29, 42, 57, 59, 69, 71, 73; E: 2118, 29), cl. X Deznan Ion (6208, 09, 12, 13, 17, 19, 23, 24, 29, 42, 43).

SUCEAVA. Ş.m. cl. VIII Cazan Sergiu (E: 2084, 91, 96, 98, 105, 09, 13, 15, 21, 29), Andriu Ion (E: 2084, 91, 96, 98, 105, 09, 13, 15, 21, 29), cl. IX Marin Leonard (6131, 39, 47, 79, 201, 29, 38, 42; E: 2066, 73).

ŞTEFANEŞTI (Piteşti). Şc. de 8 ani cl. V Patriche Dorinel (E: 2083—85, 95, 111, 12, 14), cl. VI Buricel Victoria (E: 2082, 83, 85—87, 92, 93, 95, 103, 04), cl. VII Teianu Filofteia (E: 2090, 92, 95, 99, 102, 04, 05).

TEACA. Ş.m. cl. VIII Somfelean Petru (E: 2108, 09, 13—15, 20—22).

TECUCI. S.m. 1 cl. VIII Dumitriu Adrian (E: 2008, 09, 14—16, 18, 20, 23, 25, 29), Eftimie Tanţy (E: 2096, 98, 100, 08, 14, 15, 21, 22), Păunescu Mariana (E: 2096—98, 100, 03, 09, 21, 22, 29), Pietroiu Gabriela (E: 2096—98, 100, 08, 21, 22), cl. X. Alter Surica (6100, 31, 32, 34, 39, 42—44, 46, 50, 58, 63, 207), cl. X. Nadler Ady (6192, 208, 13—15, 21, 29, 57, 62, 65, 71, 81, 99), Popescu Magdalena (6209, 15, 21, 22, 29, 42, 57, 67, 71, 81), Radu Gabriela (6212, 13, 15, 43, 67, 72, 75, 81, 99), Ş.m. 2 cl. VII Lazea Aliu (E: 2092, 95, 96, 104, 08, 14, 16), cl. X Harabagiu Mihai (6131, 39, 42, 46, 69, 209, 12, 42—44), Purcaru Octav (6131, 39, 42, 46, 69, 79, 92, 209, 12, 42—44).

TIMIŞOARA. Ş.m. 1 cl. IX Gheorghiu Doina (6257—61, 67, 71, 73—75, 80, 87, 97, 98, 300—05, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 29, 30, 33, 37, 38, 40, 42, 44, 45, cl. XI Mihăilescu Gh. (6130,

35, 44, 49, 61, 64, 65, 68, 69, 71, 78, 82, 92, 95, 97, 201, 08—10, 12—16), Wallachy Evelina (6164—66, 69, 71, 77, 78, 82, 83, 91, 92, 99, 201, 08—10, 12—16, 19, 21, 22, 29, 30, 35, 42, 43, 12, 13, 36, 42, 43, 55), Petri Norbert (6120, 21, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 47, 58, 63, 69), Taloș Vasile (6100, 10, 10, 31, 32, 39, 42, 43, 46, 47, 71), Ș.m. 3 cl. VII Cotarcă Liviu (E: 2080, 90, 96, 98, 117, 20, 30, 33), Mendelovici Florence (E: 2080, 84, 90, 92, 93, 97, 98, 104, 12, 20), Savița Veronica (E: 2080, 81, 92, 95, 96, 104, 30), cl. VIII Avram Jecu (E: 2084, 83, 91, 92, 96, 98—101, 03, 31, 30, 47, 53, 63), cl. IX Popa Andreia (6179, 203, 15, 23, 29, 57—60, 77, 303), Ș.m. 4 cl. XI Csala Gheorghe (59999, 6020, 78, 95, 100, 05, 11, 18, 29, 31—36, 39, 42, 44, 46, 62, 68, 69, 71, 77, 92, 99, 208. 10—12, 14, 19, 21, 42, 43), Ș.m. 8 cl. X Roman Olga (6211—13, 42, 43, 61—63, 76, 301).

TIRGOVIȘTE. Ș.m. 1 cl. VIII Fuchs Martha-Maria (E: 2092. 108. 10, 13, 20—22, 30), Giuvelea Nicoleta (6139, E: 2084, 91, 96, 109, 20—22), Marinache Ion (6206, E: 2071, 74, 84, 90, 92, 95, 98—100, 04, 06, 09, 13, 22—25, 29, 30), Martac Georgeta (6201; E: 2095, 98—100, 05, 07), Oprea Dumitru (6139; E: 2084, 91, 96, 109, 13, 21, 22), Stircu Sorina (6139; E: 2082, 84, 95, 99, 100, 09, 14—16, 21), Ș.m. 2 cl. IX Vartan Florin (6076, 78, 97, 139, 41, 44, 50, 54, 79, 91; E: 2060, 66, 73, 105, 07), cl. XI Iliescu Dumitru (6128, 29, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 48), Ș.m. 3 cl. XI Grigorescu Violeta (6131, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 92, 208—10, 14, 35, 42, 43), Mazilu Gh. (6128, 31—34, 39, 42, 44, 46, 50, 53, 217).

TIRGU CĂRBUNEȘTI. Ș.m. cl. X Cătănescu Florin (6257—59, 61, 63, 71—73; E: 2129, 31), Lazăr Iulian (6209, 12, 15, 43, 57, 60, 71, 73, 91; E: 248, 18, 20), cl. XI Frunzaru Adrian (6130, 32, 34, 36, 39, 42, 44—45, 49, 50, 63, 88, 93, 209, 10, 43).

TG. JIU. Ș.m. 1 cl. VIII Andrei Gabriela (E: 2084, 95, 97, 109, 10, 20, 21), Avramescu Emilia (E: 2080, 82—84, 86, 90, 92, 93, 100, 04), Bardan Emilia (E: 2084, 86, 92, 95, 93, 114, 18, 21), Bardan Viorel (E: 2084, 97, 98, 103, 08, 13, 20, 21, 29), Becherete Cornelia (E: 2084, 91, 96—98, 108, 09, 18, 21, 22), Bîrlășanu Emilia (E: 2072, 84, 96—98, 110, 16, 21), Birsan Ioana (E: 2084, 96—98, 109, 10, 20—22), Buşe Florian (E: 2086, 91, 92, 104, 13, 21, 29, 258, 71), Buzuru Valeria (6139; E: 2084, 91, 96—98, 109, 09, 20, 21), Caragea Doina (E: 2084, 95, 98, 100, 09, 20—22), Catrina Gh. (E: 2083, 84, 96—98, 100, 13, 20, 21), Ceapă Camelia (E: 2084, 91, 96—98, 100, 03, 09, 18, 21), Certezeanu Mihaela (E: 2084, 96—100, 08, 13, 20, 21), Ciocăzanu Maria (6208, 42; E: 2097, 109, 10, 13, 14, 18, 21, 29), Ciocîrlie Valeriu (E: 2096—98, 103—10, 13, 16, 20, 21), Cîrlogea Vasile (E: 2082, 84, 85, 91, 96—98, 110, 21), Coară Maria (E: 2080, 82, 83, 85, 86, 90—92, 100), Cocheci Maria (6208, 42; E: 2097, 109, 10, 13, 14, 18, 21, 29), Cring Nicolae (E: 2092, 96—98, 100, 04, 09, 16, 20, 21, 30), Diaconescu Vasile (E: 2096—98, 109, 10, 14, 20—22), Dobran Cornelia (E: 2082—84, 95, 98, 100, 14, 21), Dondera Ion (E: 2082—84, 96—98, 13, 16, 20, 21), Floroiu Victoria (E: 2087, 88, 91, 97, 98, 109, 18, 21, 244), Găvan Dana (E: 2084, 96—99, 120—22), Geamănu Vasile (E: 2084, 96—93, 18, 20—22), Gelepu Marcel (6271—73, 75) E: 2091, 109, 10, 13—16, 20—22, 28, 29, 30), Ghidiu Maria (E: 2082—84, 96, 98, 100, 21, 22) Grigoriu Maria (E: 2082, 84, 97, 104, 10, 16, 21), Guiaș Dana (6269, 42; E: 2096, 97, 109—11, 14, 18, 21), Hirizoiu Dumitru (E: 2082, 85, 91, 93, 113, 30—33), Hortopan Grigore (E: 2080, 83—85, 97, 98, 20, 21), Ilie Evantia (E: 2084, 96—98, 108, 15, 20, 29), Ioachimovici Ana (E: 2095, 99, 100, 09, 13—15, 21, 22), Isac Constantin (E: 2084, 91, 96—98, 108, 13, 16, 21, 22), Jelan Venera (6142, 229, 81—83, 97, 98, 10, 14, 21), Lascu Virginica (E: 2082, 84, 92, 97, 98, 104, 10, 21), Lăudat Lucreția (E: 2082, 84, 96, 98, 100, 09, 10, 14, 16, 18, 21), Marian Romea (E: 2096—98, 100, 08, 09, 13, 16, 20, 21). Mincea Ermina (E: 2084, 96—93, 100, 04, 14, 30), Maryam Viviana (E: 2080, 83, 92, 96—98, 100, 08, 16 21), Nicolae Ioana (E: 2091, 96—98, 108, 18—22, 29), Nițoiu Gh. (E: 2084, 96—98, 109, 10, 13, 20—22, 25, 29), Popescu Ecaterina (E: 2084, 96—98, 100, 09, 10, 16, 18, 20, 21, 29), Puiu Gh. (E: 2080, 84, 86, 92, 96—98, 104, 13, 20, 21, 23, 29, 30), Udrică Viorel (E: 2080, 84, 88, 91, 92, 95, 97, 98, 100, 13, 18, 21), încă 38 elevi au dat soluții identice. cl. IX. Boroș Ion (6194, 208, 11, 13, 19, 35, 71; E: 2113, 20, 29), Bratu Traian (6131, 47, 79, 208, 13, 42, 58, 59, 71, 72; E: 2107, 13, 18, 29), Berculescu Damian (6076, 78, 93, 100, 31; E: 2065, 78, 105, 13, 18, 20, 31), Buşe Florian (6154, 94, 208, 36, 42, 57, 59, 60, 80; E: 2118, 20), Buzuru Ileana (6139, 208, 71, 75, 57, 59;

E: 2066, 78, 105, 20, 29), Curcanu George (6191, 208, 11, 19, 23, 38, 42, 57—60, 67, 71, 75, 77, 80; E: 2113, 18, 20, 29), Duncea Florin (6131, 39, 211, 13, 42, 71, 75, 80; E: 2113, 29), Duncea Marinca (6131, 39, 47, 208, 19, 44; E: 2066, 78, 113, 18—20), Haramaciu Adrian (6208, 11, 13, 42, 58, 71, 75; E: 2113, 18, 21), Ionescu Romeo (6097, 194, 208, 11, 19, 42, 71; E: 2073, 120, 29), Lungulescu Rodica (6100, 30, 39, 79, 208, 19, 60; E: 2078, 100, 13, 18, 20), Marinescu Ion (6131, 39, 47, 66, 208; E: 2096, 99, 110, 13, 18), Nanu Maria (6139, 47, 79, 229, 42; E: 2084, 86, 96, 12, 121, 22), Săceleanu Ion (6130, 39, 94, 208, 19, 71; E: 2105, 13, 18, 20), Săvulescu Aurel (5978, 6078, 98, 100, 39; E: 2078, 105, 13, 18, 20), Stănculescu Mihai (6194, 208, 11, 19, 29, 42, 58—60, 68, 71; E: 2109, 13, 15, 18, 20, 22, 22, 29), Vlădoianu Antoaneta (6194, 208, 13, 24, 29, 42; E: 2109, 10, 14, 18, 21, 29), cl. X Bîrsan Nicolae (6129, 31, 32, 34, 39, 42—47, 55, 58, 63, 69, 92, 209, 12, 19, 20, 29, 34, 43), Isac Horaţiu (6183, 92, 94, 97, 08—13, 15, 17, 19, 42, 43). Oprea Constantin (6171, 209, 09, 12, 13, 24, 42, 43, 58, 61, 62, 71, 72), Pîrcălăbescu Viorel (6169, 71, 92, 209, 12, 24, 43, 57, 61, 62, 71, 72, 301), Ş.m. 2 cl. VIII Fagu Maria (E: 2080, 82, 83, 86, 90, 92, 97, 104), Găman Ioana (E: 2083, 90, 92, 97, 104, 14, 21), Sichitiu Doru (E: 2096, 98, 99, 108—10, 21, 29, 34), cl. X Stoian Dumitru (6132, 34, 42, 44, 46, 71, 208, 09, 12, 29, 42, 43), Şc. de 8 ani nr. 3 cl. VI Udrică Mioara (E: 2092, 104, 15, 17, 23, 27, 33).

TIRGU-LĂPUŞ. Ş.m. cl. IV. Andronache Gabriela (E: 2081—83, 95, 96, 104, 22), cl. VI Bălint Ion (E: 2080, 81, 86, 92, 95, 97, 104), Biza Arghir (E: 2080, 81, 83, 86, 92, 95, 99, 104), Bota Emil (E: 2080, 83, 86, 90, 92, 95, 96, 104, 12), Cîndea Cornel (E: 2080, 81, 86, 92, 95, 99, 104, 15), Ghete Viorica (E: 2080, 90, 92, 95, 98, 99, 104), Griguţa Augustin (E: 2080, 81, 86, 92, 95, 97, 104), Lucian Elena (E: 2081, 85, 86, 90, 92, 95, 96, 104), Mureşan Livia (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 95, 96, 98, 99), Petruţ Livia (E: 2080—83, 86, 88, 90, 92, 95, 98, 99, 104), încă opt elevi au dat soluţii identice, cl. VII Bellu Zamfira (E: 2080, 81, 90, 92, 95, 96, 105, 21, 22), Cosma Ion (E: 2080, 81, 90, 92, 93, 95—99), Dobre Cornelia (E: 2080, 81, 86, 90, 92, 93, 96, 104, 15, 21, 22), Mureşan Sergiu (E: 2081, 84, 90, 92, 95—99, 121), Tiţoc Reghina (E: 2087, 91, 96—98, 107, 21), Samuel Aliza (E: 2080, 81, 88, 90, 92, 96, 99, 115, 21, 22), cl. VIII Adler Liviu (6257, 58, 67, 71; E: 2096—98, 108—10, 13, 18, 21, 22, 25, 29), Bizo Viorica (6257, 58; E: 2084, 86, 91, 96—98, 13, 18, 21, 22, 25, 29, 34), Blaga Maria (6257, 58; E: 2056, 80, 81, 83, 84, 86, 97, 98, 104, 13, 18, 22, 25, 34, 91, 95), Bot Constantin (6131, 47; E: 2084, 90, 97, 103, 21), Bot Maria (E: 2091, 92, 96—98, 104, 22, 91), Buda Dumitru (E: 2080, 81, 86, 95, 96, 98, Burza Aurica (6257, 58, 67; E: 2091, 92, 96—98, 104, 09, 13, 18, 21, 22, 25, 29, 34), Ciocan Nicoleta (E: 2096—98, 100, 04, 09, 13, 14, 21), Cîndea Otilia (6257; E: 2056, 81, 83, 84, 92, 104, 09, 22, 25, 29, 98), Danciu Elena (E: 2082, 84, 96—98, 109, 21), Danciu Suzana (E: 2084, 92, 96—98, 100, 21), Farcaş Marcel (6257, 58; 2021, 96—99, 107—10, 13, 16, 22, 25, 29). Cshete Romulus (E: 2080—83, 86, 92, 96, 98, 99, 104), Haicu Olimpia (E: 2082, 83, 86, 88, 97, 98, 104, 09, 21), Man Gh. (6147; E: 2092, 96, 97, 99, 108, 09, 15, 18, 21, 22, 25, 29, 34), Man Zamfira (E: 2084, 91, 92, 97, 98, 121, 27), Manu Ion (6139, 47; E: 2080, 82, 84, 88, 91, 96, 97, 99, 102), Meseşan Ştefan (6257, 58, 67, 71; E: 2097, 113, 18, 22, 29, 32), Mişcolţi Maria (E: 2082, 84, 86, 91, 96—98, 121, 31), Muţin Nicolae (6131; E: 2081, 82, 83, 84, 86, 90, 92, 96—99, 108, 21), Nechita Maria (E: 2084, 91, 96—98, 109, 13, 21, 22), Oprea Elena (6131; E: 2091, 96—98, 113, 21, 22), Peterliceanu Valeria (6131; E: 2086, 88, 91, 92, 96—98, 104, 91), Pojar Ion (6247, 57, 67, 71, 92; E: 2096—99, 105, 09, 13, 21, 22), Pop F. Ion (6147; E: 2087, 82, 83, 85, 92, 98, 99), Santa Viorel (6131, 257, 58; E: 2108—10, 13—16, 18, 19, 21, 22, 29). Ucian Marius (E: 6147; E: 2056, 77, 90—92, 96, 113, 21, 22), Zehan Gh. (6047; E: 2084, 88, 91, 95, 98, 99, 105, 08, 13, 20, 21), încă nouă elevi au dat soluţii identice, cl. IX Ionaş Vasile (6093, 131, 39, 46, 47, 55, 58, 208, 23, 29), Mureşan Roman (6128, 30, 35, 43, 46, 47, 49, 55, 58, 64, 66, 65; E: 2105), Nyegrai Ştefan (6076, 93, 100, 26, 28, 31, 39, 47, 50, 79), Petruţ Virgil (6066, 100, 28, 30, 31, 39, 43, 47, 55, 58, 79, 201, 11, 13), Tuus Ion (6076, 78, 93, 131, 39, 47, 49, 50, 55, 58, 79), cl. X Filip Dionisie (6131, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 55, 79, 242), Sramu Adalbert (6129, 31, 32, 34, 39, 42—44, 46, 47, 50, 55, 63), Toma Nicolae (6131, 34, 36, 39, 42, 44, 46, 47, 50, 55, 58, 92, 201),

cl. XI Cosma Constantin (6127—28, 31—35, 37, 39, 42, 44, 45—47, 50, 55, 58, 63, 208—15, 21, 24, 42, 43).

TIRGU MUREŞ. Ş.m. 1, cl. VII. Ichim Doina (E: 2080—86, 90, 92, 98), Turcu Ion (E: 2108, 15, 17, 19—22), Vamoş Vasile (6275; E: 2109, 10, 15, 19, 22, 23, 28, 30, 34). Cl. X. Simonovici Melita (6131, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 47, 58, 63). Ş.m. Unirea, cl. VIII. Hartstein Ernest (6271; E: 2109, 10, 16, 18, 21, 25, 28—30), Jurca Ana (E: 2092, 96—98, 104, 09, 10, 16, 18, 21, 29, 30).

TIRGU NEAMŢ. Ş.m. cl. VI Lateş Marcela (E: 2074, 92, 93, 95, 104, 11, 15, 17, 21). Cl. VIII. Agapie Ion (6257, E: 2096, 98, 99, 108, 09, 16, 21, 22, 25, 29), Broştie Maria (E: 2108—10, 13, 21, 22, 25, 30), Ionescu Rodica (E: 2108—10, 13, 15, 21, 25, 30), Moscovici Mişu (E: 2108, 09, 13, 16, 18, 20—22).

TIRGU OCNA. Ş.m. cl. VIII Motreanu Dumitru (6257, 58; E: 2108, 13, 14, 17, 18, 21, 23—25, 29, 30).

TIRNĂVENI. Ş.m. cl. VIII Popa Vasile (E: 2084, 91, 96, 98, 108, 13, 16, 18, 109, 21).

TRUSEŞTI. Ş.m. cl. VIII Vorduneanu Dumitru (1639. E: 2080—86, 89, 90—92, 95, 103). Cl. IX. Aionesei Ion (6076, 93, 100, 31, 38, 39, 43, 47, 55, 64, 201, 29, 42), Carpiuc Dumitru (6131, 39, 47, 55, 64, 201, 08, 39, 41, 42), Popovici Ion (6093, 100, 31, 39, 47, 58, 201, 08, 29, 38, 41, 42, 44), Radu Ion (6100, 31, 39, 43, 47, 55, 201, 08, 38, 41, 42, 44). Cl. X. Achiţei Ion (6100, 28, 30, 41, 43, 45, 48, 71, 88, 91, 92, 908, 09, 12, 13, 17, 42, 43), Noroc Constantin (6100, 41, 63, 69, 70, 77, 88, 92, 97, 99, 209, 11—13, 17, 24, 40, 42, 43, 47).

TULCEA. Absolvent Slavov Eugen (6128—35, 39, 42, 47, 64, 66, 69, 71, 77—79, 82, 88, 92). Ş.m. 2, cl. VIII. Darie Constantin (E: 2081, 82, 90, 96—98, 104).

TURDA. Ş.m. Mihai Viteazu, cl. IX. Chişu Ion (6179, 201, 08, 23, 26, 29, 42, 57, 59, 67), Gagu Valeriu (6201, 08, 29, 42, 57—59, 67, 71, 72), Ionuţ Ana (6131, 41, 43, 49, 79, 208, 26, 41, 42). Cl. X. Pop Gh. (6164, 66, 69, 71, 77—79, 83, 86, 88, 92, 97, 99, 201, 08, 09, 12, 13, 15, 17, 24, 26, 39, 42, 43, 47, 57—63, 67, 71—73, 85, 90, 301), Ş.m. 2, cl. VIII. Şerban Viorel (6139, 41, 47, 55, 58; E: 2084, 88, 89, 91). Cl. X. Şerban Petru (6164, 69, 71, 78, 79, 83, 86, 88, 92, 97, 99).

TURNU SEVERIN. Ş.m. 1, cl. VIII. Gărgălie Silvestru (6131, E: 2065, 76, 89, 92, 95—100, 02—04, 09, 15), Gihat Rodica (6257; E: 2108, 09, 14, 15, 21—23, 25, 29), Popescu Marcel (E: 2092, 93, 95—106), Scorţaru Mihai (6257, 58; E: 2096—99, 108, 10, 13, 16, 21, 22, 25—29). Cl. X. Vulpescu Dan (6130, 31, 71, 208, 09, 12, 42, 43, 61, 62, 67, 71). Şc. de 8 ani nr. 2, cl. VII. Bivolaru Simion (E: 2092, 96, 104, 08, 15, 22, 23, 30).

ŢIFEŞTI (Panciu). Şc. de 8 ani nc. VII. Monac Grigore (E: 2092, 93, 96—100, 03, 04, 15).

URLAŢI. Ş.m. cl. X. Popescu Sorin (6169, 71, 83, 92, 99, 208, 09, 12, 43, 62, 99, 301).

VADUL CRIŞULUI. Ş.m. cl. VIII. Vereş Ioan (6105; E: 2064, 67—69, 71, 74, 75—79, 81, 86).

VALEA LUNGĂ, CRICOV. Şc. 8 ani cl. VI. Aldea Constantin (E: 2071, 74, 77, 79, 80, 83, 90), Nica Ion (E: 2047, 69, 77, 79, 80, 83, 90, 92, 93, 95).

VALEA REA. Şc. 8 ani cl. V. Zălinescu Constantin (E: 2080—84, 86, 90).

VASLUI. Ş.m. cl. VIII. Radu Daniela (6147, 49, 55; E: 2084, 89, 108, 10, 18, 21, 22), Robu Vasile (6258; E: 2109, 13, 18, 21, 22, 29). Cl. X. Maftei Eugen (6127, 29, 31, 32, 34, 35, 39, 42, 44, 46, 48, 50, 58, 62—64, 69, 71, 86, 88, 90, 92—95, 97, 99, 201, 08, 09, 12, 13, 17, 23, 24, 29, 32, 36, 37, 40, 42, 43, 47, 54), Iacob Alexandru (6055, 59, 63, 68, 71, 76, 78, 127, 29, 31, 32, 34, 36, 42, 44, 46, 48, 50, 69, 71, 86, 88, 92, 97, 99, 208, 09, 12, 23, 32, 40, 43, 47).

VICOVUL DE SUS. Ş.m. cl. VIII. Calancea Vasile (E: 2080, 84, 86, 90, 92, 97, 98, 104, 09, 11, 244), Costea Ana (E: 2092, 95, 97, 100, 04, 09, 13, 14, 29, 34), Gheorghiţă Elena (6244, 91; E: 2109, 13, 14, 16, 20, 21, 29, 30), Ionescu Aurel (E: 2082, 83, 86, 89, 92, 103, 09, 15, 22), Prelipcean Vasile (6191; E: 2080, 84, 86, 90, 92, 96, 100, 13), Roman Aspasia (6139, 47, 49; E: 2080, 83—86, 92, 104, 09, 14), Tudose Maria (E: 2092, 93, 95—97, 100, 04, 09, 14, 18, 21, 29).

VULCAN BĂI. Absolvent 7 clase Birlog Vasile (6258; E: 2092, 103, 07, 13, 23—26, 29, 30, 32, 34, 35).

ZALĂU. Ş.m. 1 cl. VIII. Cărpineanu Claudiu (E: 2096—98, 102, 08, 09, 21, 29), Neufeld Petru (E: 2092, 96—98, 100, 04, 08, 09, 21, 29).

ZLATNA. Ş.m. cl. VIII. Perta Vladimir (E: 2107—10, 16, 18, 21). Cl. X. Oprea Marin (6169, 71, 79, 83, 208, 09, 12, 13, 19, 42, 43).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 35—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.-B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate, corect rezolvate și citeț semnate. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit odată cel puțin 8 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și să dea adresa lor exactă.

*

În vederea stimulării elevilor clasei XI premiați la olimpiadele internaționale de matematici și olimpiadele interne, care devin studenți ai facultății de matematică-mecanică sau fizică de la Universități, conducerea Ministerului Învățămîntului a hotărît să li se acorde următoarele forme de sprijin material:

a) bursă în primul an de studii, indiferent de situația lor materială. În următorii ani de studii bursa să fie menținută în aceleași condiții dacă obțin media generală cel puțin 9,00.

b) la începutul primului an de studii să li se acorde cărți și manuale de specialitate în valoare de 500 lei.

c) în vacanțele anului I de studii să fie trimiși cu prioritate la odihnă în taberele studențești (iarna sau vara la alegerea studentului) dacă rezultatele școlare sînt foarte bune.

*

Tirajul fiind limitat, gazetele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștri să se aboneze pentru restul numerelor din 1964. Prețul este de 1,50 lei exemplarul.

Fiecare abonat este rugat să facă cunoscut această publicație și altor colegi, pentru a se abona din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

— *Abonamentele se pot face prin oficiile poștale locale.*

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 10147

Index 41601

Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) octombrie 1964

10

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

Anul XV (I), nr. 10 — octombrie 1964

SUMARUL

pag.

1. Parabola cubică de I. Teodorescu, Galaţi 433
2. Funcţia exponenţială şi aplicaţiile ei de Claudiu Orşivski, Tecuci 436
3. Notă matematică de D. Stemer şi T. Stanciu, Galaţi . 439
4. Caleidoscop matematic de I. Teodorescu, Galaţi . . 440
5. Olimpiada de matematică 1964. Dare de seamă de T. Roman 442
6. Rezultatul celei de-a VI-a olimpiadă internaţională de matematică ţinută în luna iulie 1964 la Moscova . 445
7. Probleme rezolvate (5960, 5968, 5983, 5997, E : 2121) 446
8. Chestiuni de examen (6549—6552) 452
9. Probleme propuse (6553—6579) 453
10. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E : 2210—2219) 458
11. Cărţi noi 460
12. Rubrica rezolvitorilor de probleme 460

ANUL XV (I) **10** OCTOMBRIE

O mare parte din materialele publicate în acest număr a fost asigurată de către filiala Galaţi a Societăţii de ştiinţe matematice din R.P.R.

COMITETUL DE REDACŢIE

Cristea I., asistent ; *Dincă N.*, profesor ; *Grosu A.*, profesoară ; *Ionescu Bujor C.*, prof. univ. ; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct ; *Kiss E.*, conf. univ. (Cluj) ; *Kovács K.*, conf. univ. (Cluj) ; *Muşat I.*, prof. ; *Ottescu C.*, profesor ; *Păvăiţu M.*, profesor ; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef ; *Simionescu Gh.*, conf. univ. ; *Ţene L.*, profesoară.

REDACŢIA : Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1.

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
(SERIA B)
Anul XV (I) nr. 10 octombrie 1964

PARABOLA CUBICĂ

I. TEODORESCU, profesor Galați

Se numește parabolă cubică, curba reprezentată de funcția $f(x) = ax^3$, unde a este o constantă. Este vorba de o curbă de gradul al treilea, simetrică față de originea axelor de coordonate, deoarece dacă un punct $M(x, y)$ verifică ecuația $y = ax^3$, ea este verificată și de punctul simetric $M(-x, -y)$. Curba este tangentă axei Ox în origină care este punct de inflexiune.

Intersecția parabolei cubice cu o dreaptă. O dreaptă de ecuație $y = mx + n$ poate întîlni parabola cubică numai într-un singur punct, sau în trei puncte, abscisele x_1, x_2, x_3 ale acestor puncte fiind rădăcinile reale ale ecuației $ax^3 - mx - n = 0$ (1).

Ecuația este ed tipul $x^3 + px + q = 0$, avînd discriminantul

$$\Delta = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3$$

În cazul de față,

$$\Delta = \left(\frac{n}{2a}\right)^2 - \left(\frac{m}{3a}\right)^3$$

Amintim că ecuația are trei rădăcini reale cînd $\Delta \leqslant 0$ și o rădăcină reală cînd $\Delta > 0$ *). Dacă $\Delta < 0$ avem condiția $27an^2 - 4m^3 < 0$ de unde se deduce

$$m > 3\sqrt[3]{\frac{an^2}{4}}$$

Această condiție fiind îndeplinită, dreapta taie curba în trei puncte diferite, iar abscisele acestor puncte satisfac următoarea relație dedusă din ecuația (1):

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0. \qquad (2)$$

Să dovedim că această proprietate este și reciprocă. Într-adevăr să considerăm trei puncte: $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$, $M_3(x_3, y_3)$ situate pe parabola

*) A se vedea de exemplu, Rezolvarea ecuației de gradul al III-lea, G.M., seria B 7/1955.

cubică $y = ax^3$, și determinantul avînd ca elemente coordonatele acestor puncte:

$$D = \begin{vmatrix} ax_1^3 & x_1 & 1 \\ ax_2^3 & x_2 & 1 \\ ax_3^3 & x_3 & 1 \end{vmatrix}$$

El se calculează aplicînd proprietățile determinanților, din elementele primei linii se scad elementele liniei a doua, iar din a doua se scade linia a treia. Se obține determinantul.

$$D = a \begin{vmatrix} x_1^3 - x_2^3 & x_1 - x_2 \\ x_2^3 - x_3^3 & x_2 - x_3 \end{vmatrix}.$$

Se scot factorii comuni $(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)$, apoi din dezvoltarea determinantului rămas se mai obțin încă doi factori $(x_1 - x_3)(x_1 + x_2 + x_3)$. Dezvoltarea determinantului scris mai sus conține deci, patru factori și constanta a. Avem

$$D = -a(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1)(x_1 + x_2 + x_3).$$

Dacă $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ atunci determinantul propus este egal cu zero și aceasta arată că punctele sînt colineare. Așadar putem enunța proprietatea următoare: Trei puncte care aparțin unei parabole cubice sînt colineare, dacă suma absciselor lor este egală cu zero.

Folosind acest rezultat putem demonstra și alte proprietăți ale acestei curbe.

Tangenta într-un punct, construcția ei. Dacă două din punctele de intersecție se confundă atunci dreapta devine tangentă la curbă. Presupunem că $x_1 = x_2$, atunci după rezultatul de mai sus cel de-al treilea punct avînd abscisa x_3, satisface relația $2x_1 + x_3 = 0$, deci $x_3 = -2x_2$.

Tangenta în $M_1(x_1, y_1)$ mai taie parabola cubică în alt punct M'_1 avînd coordonatele $x'_1 = -2x_1$, $y'_1 = -8ax_1^3$.

Ecuația tangentei în punctul M_1 se scrie acum, cunoscînd două puncte ale ei, M_1 și M'_1.

Se mai poate proceda după metoda generală, coeficientul unghiular al tangentei este derivata $y' = 3ax^2$ în punctul M_1. Ori cum am proceda se găsește ca tangenta la parabolă cubică în punctul M_1 are ecuația

$$y - 3ax_1^2 \cdot x + 2ax_1^3 = 0.$$

Această dreaptă taie axa Ox în punctul de abscisă $x = \frac{2}{3}x_1$, rezultat care permite o construcție simplă a tangentei.

Fie $ON_1 = x_1$ abscisa punctului M_1 în care voim să construim tangenta. Împărțim această abscisă în trei părți egale și luăm $OT_1 = \frac{2}{3}x_1$, atunci dreapta M_1T_1 este tangentă la parabola cubică în M_1.

Proprietăți în legătură cu tangenta. I. Tangentele duse la parabola cubică în trei puncte colineare taie din nou curba în alte trei puncte colineare.

Dacă luăm pe parabola cubică $y = ax^3$ trei puncte M_1, M_2, M_3 în linie dreaptă, abscisele lor au suma egală cu zero. Tangentele duse în aceste puncte întîlnesc parabola cubică respectiv în alte trei puncte M_1', M_2', M_3' ale căror abscise sînt legate de ale punctelor M_1, M_2, M_2 prin relațiile $x_1' = -2x_1$,

$$x_2' = -2x_2, \quad x_3' = -2x_3. \tag{3}$$

Dacă M_1, M_2, M_3 sînt colineare, deci coordonatele lor verifică relația $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ atunci avem evident și relația $x_1' + x_2' + x_3' = 0$ care ne dovedește că și punctele M_1', M_2', M_3' sînt colineare.

II. Dacă o secantă ce trece printr-un punct fix taie o parabolă cubică în punctele M_1, M_2, M_3, atunci dreapta ce unește punctele M_1', M_2', M_3' unde tangentele taie din nou curba, trece și ea printr-un punct fix.

Să luăm o secantă ce trece printr-un punct fix $P(x_0, y_0)$ și care taie parabola cubică în M_1, M_2, M_3. Ea va avea ecuația $y - y_0 = k(x - x_0)$, iar abscisele punctelor de intersecție cu curba sînt rădăcinile ecuației $ax^3 = y_0 + k(x - x_0)$ sau

$$ax^3 - kx - (y_0 - kx_0) = 0. \tag{4}$$

Luînd pentru dreapta M_1, M_2, M_3 o ecuație sub forma $y = mx + n$, ea va întîlni curba în punctele cu abscisele date de ecuația

$$ax^3 - mx - n = 0. \tag{5}$$

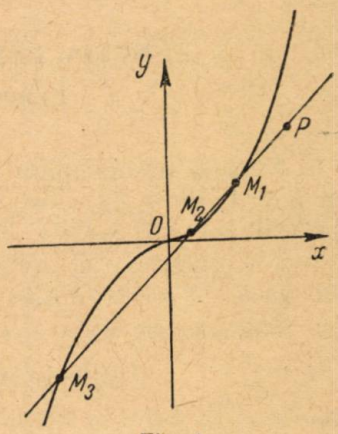


Fig. 1

Rădăcinile ecuației (4) fiind x_1, x_2, x_3 acelea ale ecuației (5) sînt $-2x_1$, $-2x_2$, $-2x_3$, adică aceasta este o transformată și găsim $-8ax^3 + 2mx - n = 0$, care are aceleași rădăcini cu ecuația (4). Rezultă că ea are coeficienții proporționali cu (4) ;

$$\frac{8}{-1} = \frac{2m}{-k} = \frac{-n}{-(y_0 - kx_0)} \quad \text{de unde deducem:}$$

$$m = 4k, \quad n = -8(y_0 - kx_0).$$

Ecuația dreptei M_1', M_2', M_3' este deci,

$$y = 4kx - 8(y_0 - kx_0) \text{ sau: } (y + 8y_0) - 4k(x + 2x_0) = 0.$$

Aceasta trece prin punctul fix $P'(-2x_0, -8y_0)$.

În completare să tratăm și cazul cînd secanta M_1, M_2, M_3 rămîne paralelă cu o direcție fixă. Fie $y = mx + \lambda$ ecuația secantei și $y = m'x + \lambda'$ ecuația dreptei M_1', M_2', M_3'. Abscisele acestor puncte sînt date de ecuațiile :

$$ax^3 - mx - \lambda = 0, \text{ pentru } M_1, M_2, M_3;$$

$$ax^3 - m'x - \lambda' = 0, \text{ pentru } M_1', M_2', M_3'.$$

A doua ecuație are rădăcinile $-2x_1$, $-2x_2$, $-2x_3$, ea este transformată în $(-2x)$ a primei ecuații. Facem această transformare și obținem

$$f(-2x) = -8ax^3 + 2m'x - \lambda' = 0$$

care are aceleași rădăcini cu prima ecuație. Din aceste condiții

$$-\frac{8}{1} = \frac{2m'}{-m} = \frac{-\lambda'}{-\lambda}$$

se deduce $m' = 4m$, $\lambda' = -8\lambda$. Dreapta $M_1'M_2'M_3'$ are și ea o direcție fixă $4m$, iar ecuația ei este $y = 4mx - 8\lambda$.

FUNCȚIA EXPONENȚIALĂ ȘI APLICAȚIILE EI

CLAUDIU ORȘIVSKI, profesor Tecuci

Funcția exponențială este definită de relația $f(x) = a^x$ în care $a > 0$ și $a \neq 1$, iar $x \in (-\infty, +\infty)$. Presupunem cunoscut graficul funcției în cazurile $a > 1$ și $1 > a > 0$.

Ne propunem să arătăm că dacă $a > 1$ funcția este strict crescătoare, iar dacă $1 > a > 0$ ea este strict descrescătoare.

Intr-adevăr, fie $x_1 < x_2$ două valori ale argumentului. Avem:

$$f(x_2) - f(x_1) = a^{x_2} - a^{x_1} = a^{x_1}(a^{x_2-x_1} - 1), \tag{1}$$

dar $x_2 - x_1 > 0$ și $a > 1$, deci $a^{x_2-x_1} > 1$ și $f(x_2) - f(x_1) > 0$.

In același mod se poate demonstra că dacă $1 > a > 0$ și $x_1 < x_2$ atunci $f(x_2) - f(x_1) < 0$.

Presupunem cunoscut că $f(x) > 0$.

Funcția exponențială se poate prezenta și sub o formă mai generală și anume:

$$f(x) = C\,a^{kx}$$

în care C și k sînt constante.

Pentru a simplifica cele ce urmează vom nota $f(x)$ cu y. Dacă derivăm membrul stîng și membrul drept al egalității

$$y = Ca^{kx} \tag{2}$$

obținem

$$y' = Cka^{kx} \ln a \tag{2'}$$

ținînd seama de (2) vom avea:

$$y' = k \ln a \cdot y \tag{3}$$

Relația (3) exprimă proprietatea următoare: Derivata funcției exponențiale este proporțională cu funcția însăși.

Să demonstrăm reciproca: Dacă derivata unei funcții este proporțională cu însăși funcția, atunci această funcție este exponențială.

Scriem $y' = by$ și notăm

$$b = kln\ a \tag{3'}$$

Formăm produsul:

$$p = ya^{-kx} \tag{4}$$

care derivat ne dă:

$$p' = y'a^{-kx} - k \cdot ln\ a \cdot a^{-kx}\ y$$

sau:

$$p' = a^{-kx}(y' - kln\ a \cdot y).$$

Ținînd seama de (3') rezultă

$$p' = 0$$

deci p = constant. În acest caz scriem:

$$C = ya^{-kx}; \quad y = Ca^{kx}$$

ceea ce trebuia demonstrat.

Funcția exponențială are numeroase aplicații.

a) *În matematicile financiare.* Depunerile de bani la Casa de economie (C.E.C.) produc o dobîndă de $p\%$ pe an (pe librete de economii $p = 5\%$ pe an, pe librete cu cîștiguri de autoturisme $p = 2\%$ pe an etc.).

Într-un an un leu va produce $p/100$ lei dobîndă. După al doilea an leul depus inițial va produce

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right) + \left(1 + \frac{p}{100}\right)\frac{p}{100} = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 \tag{5}$$

După al treilea an suma devine $\left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$, iar după x ani $\left(1 + \frac{p}{100}\right)^x$.

Dacă se depune inițial C lei, după x ani ea devine:

$$S = C\left(1 + \frac{p}{100}\right)^x \tag{6}$$

sau:

$$S = C(1 + a)^x, \text{ unde } a = \frac{p}{100}. \tag{7}$$

Valori particulare ale funcției exponențiale prezintă termenii unei progresii geometrice. Un termen oarecare y al progresiei are forma

$$y = a_0 r^x$$

în care a_0 este primul termen, r rația, x numărul termenilor (număr natural).

Funcția exponențială este folosită în statistică, în probleme privind creșterea populației, creșterea producției, uzura mașinilor etc.

b) *În calculul probabilităților.* În economie, statistică, experiențe de laborator etc. se observă că anumite mărimi depind de mărimi (variabile) întîmplătoare, dar cu toate acestea studiul unor grupe de fenomene se poate încadra în anumite legi, numite legi normale deduse pe baze teoretice și confirmate experimental.

Avantajul constă în faptul că pe baza unui număr restrîns de observații sau de date se poate descrie fenomenul cercetat — dacă acel fenomen se caracterizează printr-o astfel de lege.

Legile normale se pot reprezenta și prin curbe, numite curbe de repartiție a legii normale. Aceste curbe au ecuații scrise cu funcții exponențiale de forma :

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2(x-a)^2} \tag{8}$$

în care $e = 2{,}7182\ldots$ $\pi = 3{,}1415\ldots$, a = valoarea medie (cea mai posibilă a fenomenului), h = abaterea (dispersia) de la valoarea cea mai probabilă.

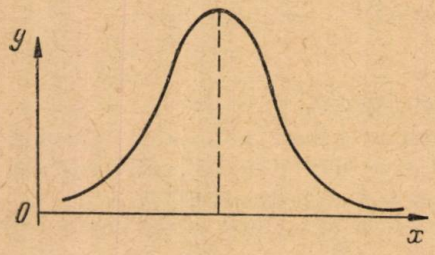


Fig. 1

Curba reprezentativă este cea din figură ; are forma de clopot, prezintă

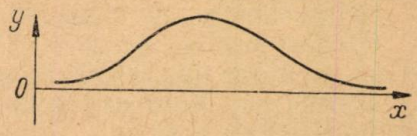


Fig. 2

un maxim, iar de fiecare parte a extremului curba descrește (curba lui Gauss).

În studiul probabilităților există și alte forme pentru exprimarea curbelor de repartiție, tot exponențiale, diferite de (8).

c) *În fizică.* Se știe că atomii elementelor radioactive se dezintegrează iar variația în timp a numărului lor — dN este direct proporțională cu numărul N al atomilor existenți și cu timpul dt. Funcția $N(t)$ este proporțională cu derivata — deci această funcție trebuie să fie exponențială.

Într-adevăr putem scrie :

$$dN = -N\lambda\, dt \tag{9}$$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda\, dt \tag{10}$$

Prin integrare obținem :

$$\int \frac{dN}{N} = -\lambda \int dt, \text{ unde } \lambda = \text{constanta de dezintegrare}$$

$$ln\, N = -\lambda t + C, \text{ pentru } t = 0,\ C = ln\, N_0 \text{ și atunci :}$$

$$ln\, N - ln\, N_0 = -\lambda t;\ ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t;\ N = N_0 e^{-\lambda t} \tag{11}$$

Funcția $N = N_0 e^{-\lambda t}$ descrie legea de dezintegrare.

În studiul fenomenelor de absorbție și de emisie se folosesc funcții exponențiale. Astfel, cînd se studiază absorbția energiei (luminii) care trece printr-un mediu se obține legea de absorbție

$$\Phi = \Phi_0 e^{-kx} \tag{12}$$

în care Φ este densitatea fluxului la o anumită adîncime (distanță) în mediu, Φ_0 fluxul inițial, k un coeficient caracteristic mediului și x lungimea mediului.

Se știe că atomii excitați radiază energie. Această radiație se stinge după un timp, după o lege exponențială numită legea de stingere:

$$I = I_0 e^{-at} \tag{13}$$

în care I_0 este intensitatea radiației inițiale, I intensitatea radiației la momentul t și a o constantă caracteristică.

Funcțiile (12) și (13) se deduc la fel ca și funcția (11).

În teoria oscilațiilor electromagnetice amortizate intervin funcții exponențiale. Dacă avem un circuit format dintr-un condensator de capacitate C încărcat la o tensiune inițială u_0 care se descarcă printr-o rezistență R, atunci această tensiune scade exponențial după legea

$$u = u_0 e^{\frac{-t}{CR}}. \tag{14}$$

O funcție exponențială se obține în studiul propagării căldurii de-a lungul unei bare cînd se ține seamă de pierderile de căldură prin radiație. Temperatura la o secțiune a barei este

$$T = T_0 e^{-ax}, \tag{15}$$

T_0 fiind temperatura la un capăt al barei, x distanța secțiunii de capătul fierbinte al barei, a constanta caracteristică a barei.

După o lege asemănătoare scade temperatura unui corp cald transportat într-un mediu mai rece.

NOTE MATEMATICE

Generalizarea problemei 6146

Fie p un număr prim: $x_j = \cos \frac{2(j-1)\pi}{p} + i \sin \frac{2(j-1)\pi}{p}$ $j = 1,2....,$ p rădăcinile ecuației $x^p - 1 = 0$; iar n un întreg oarecare.

a) „$x_j^n = 1$, $x_j \neq 1$ este echivalentă cu $n = \mathfrak{M}p$.

În adevăr, din $x_j^n = \cos n \cdot \frac{2(j-1)\pi}{p} + i \sin n \cdot \frac{2(j-1)\pi}{p}$ rezultă $n \frac{2(j-1)\pi}{p} = \mathfrak{M}\, 2\pi$, p prim divide $n(j-1)$ și nu divide $j-1$, deci p divide n. Inversa este evidentă.

b) Din $n \neq \mathfrak{M}p$ rezultă $x_j^n \neq x_k^n$, dacă $j \neq k$. In adevăr, din $x_j^n = x_k^n$ rezultă $(x_j\, x_k^{-1})^n = 1$; dar $x_j \neq x_k$, $x_j\, x_k^{-1} = 1$ deci, cu a), $n = \mathfrak{M}p$, este contradicție.

c) Din $x_j \neq 1$ rezultă $x_j^k \neq x_j^l$ dacă $l - k \neq \mathfrak{M}p$. In adevăr, din $x_j^k = x_j^l$ rezultă $x_j^{l-k} = 1$, deci, cu a), $l - k \neq \mathfrak{M}p$. este contradicție.

Din b) și a) rezultă următorul corolar. În ipoteza $\mathfrak{M}p$ și $x_j \neq 1$; x_1^n, x_2^n, . . . , x_p^n sînt toate rădăcinile ecuației de mai sus ; la fel pentru $x_j^1, x_j^2, x_j^3, \ldots, x_j^p$. Scriind relațiile lui Viète pentru rădăcinile $x_1^n, x_2^n, \ldots, x_p^n$ $(n \neq \mathfrak{M}p)$, obținem generalizarea problemei enunțate.

Dumitru Stemer și *Toma Stanciu*, profesori Galați

CALEIDOSCOP MATEMATIC

I. *Inversiunea operațiilor.*

Operațiile aritmetice elementare aplicate la unul sau două numere au proprietatea inversiunii, la fiecare operație corespunde una inversă. Matematicienii din antichtate și din evul mediu nu aveau la îndemînă metoda algebrică, ci foloseau pentru rezolvarea problemelor în multe cazuri, metoda inversiunii. Ca exemplu se poate da cartea de probleme a matematicianului indian Bhaskara II (sec. XII) căreia autorul i-a dat numele fiicei sale Lilavati. Între altele el îi propune acesteia să rezolve următoarea problemă :

„Frumoasa mea fiică, tu care cunoști metoda inversiunii, ia un număr pe care îl înmulțești cu 3, produsul îl mărești cu trei pătrimi din el, pe acesta îl împarți cu 7, îl micșorezi apoi cu o treime, pe acesta îl multiplici cu el însuși, rezultatul îl micșorezi cu 52, iar după extragerea rădăcinii pătrate, îi aduni 8, rezultatul îl împarți la 10 și găsești 2".

Propunătorul acestei probleme, cere să fie ales un număr N, asupra căruia se fac succesiv o serie de operații aritmetice din care va rezulta un anumit număr dat. Aceste operații sînt :

1. Numărul N se înmulțește cu 3 după care rezultă numărul :

$$N_1 = 3 \cdot N.$$

2. Numărului N_1 i se adaugă trei pătrimi din N_1 și aflăm numărul

$$N_2 = \frac{7}{4} N_1.$$

3. Numărul N_2 se împarte la 7 după care rezultă

$$N_3 = \frac{N_2}{7}.$$

4. Numărul N_3 se micșorează cu o treime a lui și se găsește numărul N_4 egal cu două treimi din N_3 :

$$N_4 = \frac{2}{3} N_3.$$

5. Numărul acesta se ridică la pătrat și se găsește numărul

$$N_5 = N_4^2.$$

6. Din N_5 se scade 52 și se obține numărul

$$N_6 = N_5 - 52.$$

7. Se extrage rădăcina pătrată a lui N_6 și avem numărul

$$N_7 = \sqrt{N_6}.$$

8. La numărul N_7 se adună 8 unități și avem:

$$N_8 = N_7 + 8.$$

9. Numărul acesta fiind împărțit cu 10 dă rezultatul 2:

$$N_8 : 10 = 2.$$

Observăm că problema se rezolvă folosind operațiile inverse. Avem astfel următoarele rezultate:

$$N_8 = 10 \cdot 2 = 20, \quad N_7 = 20 - 8 = 12, \quad N_6 = 12^2 = 144,$$

$$N_5 = 144 + 52 = 196,$$

$$N_4 = \sqrt{196} = 14, \quad N_3 = \frac{3}{2} \cdot 14 = 21,$$

$$N_2 = 7 \cdot 21 = 147, \quad N_1 = \frac{4}{7} \cdot 147 = 84, \quad N = 84 : 3 = 28.$$

Numărul căutat este 28. Verificarea rezultatului se face efectuînd operațiile în ordinea enunțată în problemă.

II. *Jocul cu bile.*

Un grup de n copii se joacă cu bile, convenind că acela care pierde o partidă să dubleze numărul de bile pe care le-a avut fiecare jucător la începutul acelei partide. Se joacă n partide fiecare jucător pierzînd cîte una, iar la sfîrșit ei se retrag respectiv cu $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ bile. Cîte bile a avut fiecare copil la începutul jocului?

Metoda de rezolvare care convine problemei este inversiunea. Într-adevăr, după fiecare partidă jucătorul care a pierdut-o dublează mizele celorlalți $n - 1$ jucători, rezultă că ei au avut la începutul acestei partide, tocmai pe jumătate din numărul bilelor cu care s-au retras, pe cînd cel care a pierdut-o a avut un număr egal cu miza lui plus numărul de bile cedat celorlalți. Raționamentul acesta se va repeta pentru fiecare partidă începînd cu cea din urmă.

Să însemnăm cu N suma $a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} + a_n$. După ultima partidă pe care presupunem că o pierde jucătorul care s-a retras cu a_n bile, s-au dublat mizele celorlalți jucători Prin inversarea acestor operații se deduce că la începutul acestei partide jucătorii aveau numărul de bile:

$$\frac{a_1}{2}, \frac{a_2}{2}, \ldots, \frac{a_{n-1}}{2}, x_n,$$

unde x_n este egal cu a_n la care se adună numărul de bile cedate celorlalți.

$$x_n = a_n + \frac{N - a_n}{2} = \frac{N + a_n}{2}$$

Partida $n-1$ a fost pierdută de jucătorul care a adus în joc $\frac{a_{n-1}}{2}$ bile. La începutul acestei partide se poate spune că situația a fost următoarea:

$$\frac{a_1}{2^2}, \frac{a_2}{2^2}, \ldots, \frac{a_{n-2}}{2^2}, x_{n-1}, \frac{N + a_n}{2^2},$$

unde

$$x_{n-1} = \frac{a_{n-1}}{2} + \frac{N + N - a_{n-1}}{2^2} = \frac{2N + a_{n-1}}{2^2}.$$

Să trecem la partida $n-2$ pe care a pierdut-o jucătorul care a pus în joc $\frac{a_{n-2}}{2^2}$ bile. Situația la începutul acestei partide a fost deci următoarea:

$$\frac{a_1}{2^3}, \frac{a_2}{2^3}, \ldots, \frac{a_{n-3}}{2^3}, x_{n-2}, \frac{2N + a_{n-1}}{2^3}, \frac{N + a_n}{2^3},$$

unde

$$x_{n-2} = \frac{a_{n-2}}{2^2} + \frac{3N + N - a_{n-2}}{2^3} = \frac{2^2 N + a_{n-2}}{2^3}.$$

Repetînd acest raționament găsim situația de la începutul primei partide, adică de la începutul jocului

$$\frac{2^{n-1}N + a_1}{2^n}, \frac{2^{n-2}N + a_2}{2^n}, \ldots, \frac{2^2 N + a_{n-2}}{2^n}, \frac{2N + a_{n-1}}{2^n}, \frac{N + a_n}{2^n}.$$

Aceste expresii trebuie să fie numere întregi.

În sfîrșit, ca verificare trebuie ca suma acestor expresii să fie egală cu numărul N ceea ce se constată ușor:

$$\frac{(2^{n-1} + 2^{n-2} + \ldots + 2^2 + 2 + 1)N + (a_1 + a_2 + \ldots + a_n)}{2^n} =$$

$$= \frac{(2^n - 1)N + N}{2^n} = N.$$

I. Teodorescu, prof. Galați

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ 1964

Dare de seamă

Societatea de științe matematice din R.P.R. (S.S.M.) a organizat anul acesta, ca una din primele și cele mai importante acțiuni de la Conferința pe țară care a dus la înființarea sa (7 ian. 1964) — olimpiada de matematică pentru elevii școlilor medii, profesionale, pedagogice, tehnice de maiștri. Această olimpiadă reprezintă al 52-lea con-

curs anual de matematică pentru elevi, ținînd seama și de cele organizate de vechea „Gazeta matematică".

Măsuri organizatorice. Încă din timp fosta Societate de științe matematice și fizice obținuse aprobarea Ministerului Învățămîntului pentru datele la care să se desfășoare etapele olimpiadei, așa încît din primele luni ale anului școlar s-au putut lua măsurile pregătitoare în cadrul fiecărei regiuni, a marei majorități a școlilor interesate.

S-au format în întreaga țară 16 comisii regionale și 320 locale, ceea ce a constituit osatura organizatorică a etapelor inițiale, a sprijinit popularizarea olimpiadei. Trebuie subliniat faptul că comisiile locale constituie, în centrele mai mici unde nu există unități ale Societății, nuclee active care pot fi dezvoltate și antrenate și în alte manifestări ale S.S.M.

Spre deosebire de anii precedenți, prima etapă s-a stabilit să aibe loc în a doua duminică a celui de al doilea trimestru — adică mai devreme decît altă dată — și simultan cu olimpiada de chimie, pentru a împiedica eventuala tentație de supraaglomerare a unor elevi care ar fi încercat să participe la toate cele trei specialități.

Ca și în anii precedenți, Societatea a solicitat filialele regionale să asigure probleme pentru toate etapele la cîte o clasă de școală medie și un tip din celelalte școli, în vederea atragerii mai multor profesori spre elaborarea de probleme cît mai potrivite.

Cea mai largă mobilizare a profesorilor a fost realizată însă de comisiile locale și regionale pentru buna desfășurare a primelor două etape în toate privințele, în strînsă legătură cu secțiile de învățămînt orășenești, raionale, regionale, cu sprijinul Direcțiilor a sute de școli. Munca entuziastă a tuturor acestor profesori se cuvine să fie și de data aceasta evidențiată și subliniată.

Participarea elevilor și școlilor. Ritmul creșterii numărului de participanți la etapa locală nu a slăbit, el reprezintă cca. 12% față de anul precedent, fiind ceva mai mare decît cel constatat în 1963. Este interesant de observat faptul că și numărul școlilor participante este în creștere într-un procent care depășește ușor pe cel constatat la participarea elevilor. Datele de mai jos dau amănunte pe regiuni:

Regiunea	1963			1964		
	centre	școli	elevi	centre	școli	elevi
Argeș	11	38	1482	20	42	1593
Bacău	16	37	1846	13	29	1927
Banat	27	69	3048	35	73	2811
Brașov	19	52	1850	19	55	2510
București (oraș)	8	43	3617	8	57	3828
București (reg.)	18	20	1216	24	27	1478
Cluj	12	38	1303	14	51	1735
Constanța și reg. Dobrogea	19	24	1378	21	31	1470
Crișana	17	25	1551	19	27	1183
Galați	11	35	1362	17	33	1557
Hunedoara	17	29	1281	20	38	1517
Iași	9	29	1321	12	30	1238
Maramureș	15	21	1100	16	23	1404
Mureș Aut. Maghiară	16	30	1116	23	35	1393
Oltenia	15	21	1993	15	36	2367
Ploiești	19	70	3133	18	68	3022
Suceava	10	26	1230	11	23	1538
Total:	259	607	29827	305	678	32571

Tabelul de mai sus concretizează faptul că a crescut numărul elevilor participanți la etapa locală în aproape toate regiunile țării; creșterile cele mai importante fiind semnalate în regiunile Brașov, Cluj, Hunedoara, Maramureș, Oltenia, Suceava și Mureș-Autonomă Maghiară. Faptul că în regiunile Banat, Crișana, Iași, Ploiești au avut loc micșorări ale numărului participanților este pus de comisiile regionale respective pe seama organizării în aceeași zi a olimpiadei de chimie. Acest element nu a acționat în același sens însă și în celelalte regiuni.

Această creștere a participării elevilor și școlilor este explicabilă atît prin creșterea interesului general pentru studiu cît și măsurilor de popularizare luate de filialele, subfiliale și comisii locale prin intermediul cercurilor pedagogice, al cercurilor de elevi, al indicațiilor trimise de filialele regionale sau date de secțiile de învățămînt. Unele filiale remarcă faptul că este necesar a se găsi posibilitatea ca elevii care doresc să participe la olimpiadă să poată căpăta pe scară mai largă o pregătire suplimentară adecuată, observînd faptul că organizarea cercurilor de elevi este încă susceptibilă de îmbunătățiri.

Comisiile regionale relevă și atitudinea negativă a unor comisii locale care nu au organizat etapa locală sau nu au comunicat rezultatele obținute, împiedicînd participarea elevilor din școlile medii din mai multe localități: Drăgănești-Olt (reg. Argeș), Zălau (reg. Cluj) Bicaz, Roznov, Săboani, Tibucani (reg. Bacău), Adamclisi, Isaccea, Ostrov (Dorbogea), Doicești, Dănești, Deda, Ditrău (reg. Mureș-Autonomă Maghiară), Berca, Bușteni (reg. Ploiești); alte comisii au întîrziat comunicarea rezultatelor îngreunînd organizarea etapei regionale.

Subiectele diferitelor etape. Filialele S.S.M. au trimis numeroase probleme propuse pentru toate etapele, afluența fiind în descreștere de la etapă la etapă: 50 de probleme pentru etapa locală, 35 pentru etapa regională și doar 10 pentru cea finală. Toate acestea au constituit un important sprijin primit de comisia centrală în vederea selecționării problemelor propuse elevilor. Greutățile cele mai mari s-au întîmpinat la grupele de școli profesionale și tehnice de maiștri. Filialele cele mai active au fost Ploiești, Oltenia, subfiliala Sibiu, Argeș. Concursul cel mai slab l-au dat filialele din regiunile Banat, Bacău, Hunedoara, Iași, Maramureș, Mureș-Autonomă Maghiară și Suceava. Evident că o colaborare mai susținută din partea tuturor filialelor ar fi permis și o mai largă posibilitate de selecționare a problemelor și o mărire a fondului de probleme propuse pentru Gazeta matematică seria B.

Aprecierile comisiilor locale și regionale confirmă faptul că, în general, comisia centrală a selecționat în bune condițiuni problemele propuse, asigurînd un nivel corespunzător și conformîndu-se programei, gradînd dificultățile, punînd accentul pe cunoștințe și deprinderi principale pe care elevii trebuie să și le formeze în fiecare clasă. Se remarcă totuși că la etapa locală au fost necesare multe calcule la problema de algebră de clasa a IX-a și de geometrie analitică de clasa a XI-a, iar la etapa regională problema de analiză a surprins pe mulți elevi de clasa a XI-a în timp ce la clasa a IX-a problemele au fost relativ mai simple. În unele regiuni (Banat, Brașov, Cluj), sau în unele localități se consideră că problemele date la etapa locală, în ansamblu, au cerut elevilor o pregătire mai bună decît cea pe care și-au putut-o asimila în cadrul școlilor. Este necesar ca în cadrul fiecărei regiuni să se analizeze rezultatele obținute pentru a lua măsuri în vederea lichidării anumitor rămîneri în urmă constatate, pe de o parte, iar pe de alta, să fie mobilizați profesorii pentru a trimite comisiei centrale probleme mai adecuate fiecărei etape.

Ca și în anii precedenți, s-au luat măsuri de reverificarea problemelor înaintea multiplicării lor așa încît nu s-au semnalat greșeli de redactare sau de transcriere.

Nivelul de pregătire al elevilor se poate considera în general, în creștere dat fiind faptul că numărul participanților la etapa regională a crescut față de anul precedent cu aproape 20% (de la 3182 la 3724), deci într-un ritm superior creșterii participanților la etapa locală. Participarea la etapa finală a fost de asemenea într-o sensibilă majorare (de la 167 la 234) ca și numărul evidențierilor acordate cu această ocazie (de la 21 de premii și29 de mențiuni la 26 de premii și 39 de mențiuni). Elevii bine pregătiți, cu temeinice cunoștințe, cu o mare capacitate de muncă, dînd dovadă de ingeniozitate și fantezie au putut fi evidențiați și de data aceasta. S-a verificat din nou că munca perseverentă, studiul individual, colaborarea la Gazeta matematică sînt mijloacele principale pentru atingerea acestui nivel. Se poate remarca faptul că nu există evidențiați din toate regiunile ceea ce impune măsuri suplimentare de pregătire a elevilor fruntași. Se poate adăoga faptul că participarea la etapa finală nu este întotdeauna proporțională cu efectivul elevilor sau al participanților la etapa regională.

Lista elevilor premiați și menționați la etapa finală s-a publicat în G.M.B.7/1964.

Programul conex al olimpiadei. În cadrul etapei regionale s-a oferit elevilor un spectacol de teatru (Brașov, Cluj, Constanța, Pitești, Suceava), un concert (Arad, reg. Banat), un film (Deva, Ploiești), un spectacol dat de echipe artistice (Tg. Mureș, București, Ploiești), conferințe prezentate de cadre universitare (Arad, București, Constanța), s-au vizitat muzee și monumente istorice (Constanța, Galați, Deva, Craiova). În toate regiunile au avut loc discuții cu cititorii Gazetei matematice seria B, s-au indicat rezol-

vările cele mai bune date de elevi problemelor propuse. Premii în obiecte și cărți, diplome au fost distribuite într-un cadru festiv.

Participanților la etapa finală li s-a oferit spectacolul Ruy Blas la Teatrul Tineretului. Au vizitat muzeul tehnic, au participat la o consfătuire cu cititorii revistelor pentru elevi.

Încheierea olimpiadei s-a făcut într-un cadru festiv în ziua de 19 mai la Palatul Pionierilor. Tov. acad. N. Teodorescu, vicepreședintele S.S.M., decanul Facultății de matematică și mecanică a Universității București a făcut o expunere despre importanța matematicii, despre noile ramuri și discipline dezvoltate odată cu tehnica și știința contemporană. Din partea Ministerului Învățământului, tov. Director I. Dragomirescu a felicitat pe elevii evidențiați subliniind importanța pe care Ministerul o acordă bunei pregătiri a elevilor și sprijinul pe care l-a acordat și va continua să-l acorde olimpiadelor. Elevul Popa Eugen — în numele participanților și evidențiaților — a mulțumit Partidului și Guvernului pentru condițiile bune create tineretului în vederea pregătirii sale de specialitate, a subliniat rolul Societății în sprijinirea acestei pregătiri la matematică. În încheiere s-au distribuit premiile în obiecte, cărți, diplome de merit și excursii în R. P. Bulgară.

În concluzie, olimpiada de matematică din acest an a constituit un progres prin lărgirea participării elevilor și școlilor, prin creșterea sprijinului acordat de profesori și organele locale, prin buna pregătire pe care mulți elevi au arătat-o, prin sprijinul acordat unei mai bune pregătiri în general.

Strînsa colaborare dintre S.S.M. și Societatea de științe fizice și chimice pe plan central și în fiecare regiune a reprezentat o condiție principală pentru obținerea tuturor rezultatelor.

Tiberiu Roman

PREMIANȚII LA CEA DE-A VI-A OLIMPIADĂ INTERNAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Moscova, iulie 1964

PREMIUL I			
1. Bernstein David	Moscova	U.R.S.S.	42 puncte
2. Gerencser László	Budapesta	R.P.U	41 „
3. Arhipov Ghenadii	Orel	U.R.S.S.	39 „
4. Figiel Tadeusz	Gdánsk	R.P.P.	39 „
5. Lovász Lászlo	Budapesta	R.P.U.	39 „
6. Pelikan József	Budapesta	R.P.U.	39 „
7. Matiiasovici Jurii	Leningrad	U.R.S.S.	38 „
PREMIUL II			
1. Bures Pavel	Brno	R.S.C.	36 „
2. Marcisova Tamara	Bratislava	R.S.C.	36 „
3. Alekseev Valerii	Jaroslavl	U.R.S.S.	36 „
4. Berkes Istvan	Budapesta	R.P.U.	35 „
5. Bîscă Octavian	Craiova s. m. 1	R.P.R.	33 „
6. Vinea Alexandru	București s.m. 32	R.P.R.	32 „
7. Klamt Wolfgang	Leipzig	R.D.G.	31 „
8. Orlowski Marian	Ostrowiec Swietowzyski	R.P.P.	31 „
9. Urumov Victor	Skoplje	R.S.F.I.	31 „

PREMIUL III

1. Cherciu Mihai	Ploiești s.m. 3	R.P.R.	30	„
2. Eskenazi Avram		R.P.B.	30	„
3. Jolev Boris	Riazan	U.R.S.S.	30	„
4. Nowinski Krzysztof	Legnica	R.P.P.	30	„
5. Patkaniowski Vojciech	Krakow	R.P.P.	30	„
6. Spircu Tiberiu	Arad s.m. 4	R.P.R.	30	„
7. Vilenkin Aleksandr	Moskova	U.R.S.S.	30	„
8. Zaimov Vladimir		R.P.B.	30	„
9. Znojl Miroslav	Prostejov	R.S.C.	30	„
10. Brandt Manfred	Fürstenwalde	R.D.G.	29	„
11. Florensov I.	Irkutsk	U.R.S.S.	29	„
12. Vrščai Stanko	Ljubljana	R.S.F.I.	29	„
13. Bilcev Sviatoslav	Russe	R.P.B.	28	„
14. Makai Endre	Budapesta	R.P.U.	28	„
15. Slobkowski Zbingiew	Kalisz	R.P.P.	28	„
16. Zemanek Jaroslav	Praha	R.S.C.	28	„
17. Mijiddorj Tșvidin	Bulgan	R. P. Mongolă	27	„
18. Popescu Eleodor	T. Severin s.m. 1	R.P.R.	27	„
19. Titze Monika	Berlin	R.D.G.	27	„

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5960

Într-un triunghi ABC se consideră punctul I centrul cercului înscris și I' centrul cercului exînscris ce corespunde laturii BC.

a) Să se arate că patrulaterul IBI'C este inscriptibil.

b) Să se demonstreze că în patrulaterul inscriptibil IBI'C avem relația: $BI' \cdot CI + BI \cdot CI' = II' \cdot BC$.

c) Să se găsească volumul născut prin rotirea triunghiului ABC în jurul uneia din laturile sale în funcție de $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$.

d) Să se arate analitic că ortocentrul, centrul de greutate și centrul cercului circumscris triunghiului ABC sînt trei puncte coliniare.

(*La admiterea în facultatea de fizică Iași, 1962*)

Soluție dată de *Crișan Victor*, elev Aiud. a) Deoarece $\sphericalangle ICI' = 90°$ și $\sphericalangle IBI' = 90°$, patrulaterul *IBI'C* este inscriptibil.

b) Aplicînd teorema lui Ptolemeu (v. manualul cl. IX, ed. 1960, pag. 147), $BI' \cdot CI + BI \cdot CI' = II' \cdot BC$.

c) Rotim triunghiul ABC în jurul laturii BC. Volumul corpului obținut este: $V = \frac{1}{3} a \cdot \pi h_a^2 = \frac{\pi a}{3} \cdot \frac{2^2}{a^2} p(p-a)(p-b)(p-c)$;

$$V = \frac{2^2}{3a} \pi p(p-a)(p-b)(p-c).$$

d) Considerăm un sistem de axe format de BC și perpendiculara în B pe BC, iar unitatea să fie BC. Fie α și β coordonatele lui A, A_1 și C_1 picioarele înălțimilor din A și C în triunghiul ABC, iar H punctul lor de

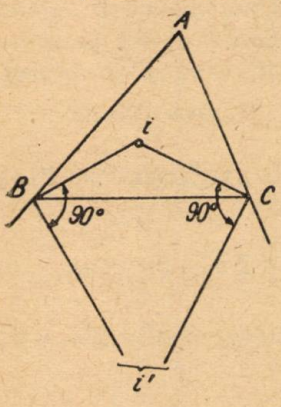


Fig. 1

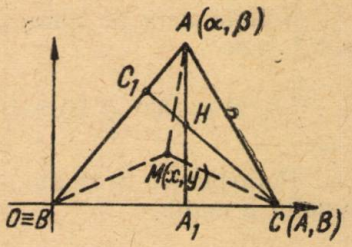


Fig. 2

intersecție. Coeficientul unghiular al dreptei CC_1 este $-\frac{\alpha}{\beta}$. Ecuația dreptei CC_1 este $y = -\frac{\alpha}{\beta}(x-1)$, iar a dreptei AA_1 este $x=\alpha$. Rezolvînd sistemul format de aceste ecuații obținem: $x_1=\alpha$ și $y_1 = \frac{\alpha - \alpha^2}{\beta}$.

Fie $M(x, y)$ centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Avem $MA^2 = MB^2 = MC^2$ sau $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = x^2 + y^2 = (x-1)^2 + y^2$.

Rezolvînd sistemul de mai sus se găsește $x_2 = \frac{1}{2}$ și $y_2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2 - \alpha}{2\beta}$.

Coordonatele centrului de greutate sînt: $x_3 = \frac{\alpha + 1}{3}$, și $y_3 = \frac{\beta}{3}$. Trebuie să avem: $\frac{x_3 - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_1}{y_2 - y_1}$. Inlocuind pe x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, se ajunge la relația evidentă:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1-2\alpha}{1-2\alpha} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\alpha^2 - \alpha + \beta^2}{3\alpha^2 - \alpha + \beta^2} = \frac{2}{3}.$$

Problema 5968

Se dă polinomul:

$$P(x) = 6x^4 + 2x^3 + 13x^2 + (2m - 3n - 4)\,x + \frac{4m - 9n + 2}{6n}.$$

a) *Să se determine m și n astfel încît polinomul să se dividă cu x^2+2;* b) *Fie cîtul diviziunii $Q(x)$. Să se calculeze valoarea sumei $S=Q(1)+Q(2)+\ldots+Q(p)$, p fiind un număr natural;* c) *Să se arate că expresia $E=(p+1)S$ se divide cu 6 oricare ar fi numărul p natural.*

V. Băghină, Breaza

Soluție dată de *Dan Voiculescu*, elev București. a) Scriem pe $P(x)$ sub forma:

$$P(x) = \left(6x^4 + 13x^2 + \frac{4m - 9n + 2}{6n}\right) + x\,(2x^3 + 2m - 3n - 4).$$

Polinoamele în x^2 din paranteze trebuie să se anuleze pentru $x^2=-2$; rezultă ecuațiile:

$$4m - 21n + 2 = 0$$
$$2m - 3n - 8 = 0$$

care rezolvate ne dau $n=\frac{6}{5}$ și $m=\frac{29}{5}$, iar $P(x)$ devine:

$$P(x) = 6x^4 + 2x^3 + 13x^2 + 4x + 2.$$

b) Calculăm $Q(x)$ și găsim: $Q(x)=6x^2+2x+1$. Cu acestea S se scrie:

$$S = 6(1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + p^2) + 2(1 + 2 + 3 + \ldots + p) + p =$$
$$= p(p+1)(2p+1) + p(p+1) + p =$$
$$= p(p+1)(2p+2) + p = 2p(p+1)^2 + p.$$

c) Avem $E = (p+1)\,p\,[2(p+1)^2+1]$

E se divide cu 2 deoarece unul din numerele $(p+1)$ și p este par.

Pentru a arăta că E se divide cu 3 scriem:

$$E = (p+1)\,p\,(2p^2 + 4p + 3) = \mathfrak{M}\,3 + 2p^2(p+1)(p+2).$$

$p(p+1)(p+2)$ se divide cu 3 deoarece unul din numerele p, $(p+1)$, $(p+2)$ este multiplu de 3.

Problema 5983

Se dă paralelogramul $ABCD$ și M un punct mobil pe CD. Dreptele AM și BM taie diagonalele BD și AC respectiv în A' și B'. Intersecția diagonalelor fiind O, să se arate că: aria $A'MB'$ = 2 aria $A'OB'$.

* * *

Soluția I dată de *V. Crișan*, elev Aiud. Paralela din O la AB taie pe AM și BM în P, respectiv Q. PQ fiind evident linie mijlocie în triunghiul MAB, conform problemei 5483 rezolvată în G.M.F.-B 7/1963, pag. 417 avem: aria $A'MB'=2$ aria $A'OB'$.

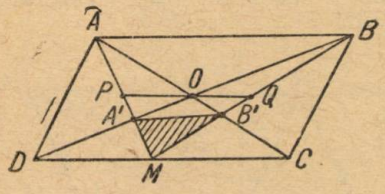
Soluția II dată de *Popescu Eleodor*, elev Turnu Severin. Se observă că:

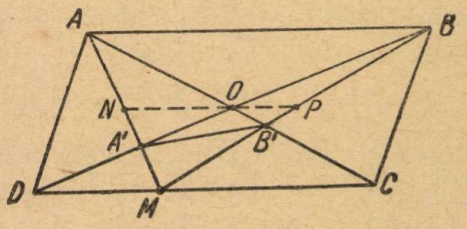
$$\frac{\text{aria } A'MB'}{\text{aria } AMB}=\frac{MA'\cdot MB'}{MA\cdot MB} \quad \text{și} \quad \frac{\text{aria } A'OB'}{\text{aria } DOC}=\frac{OA'\cdot OB'}{OD\cdot OC}.$$

Dacă notăm $AB=CD=a$ și $DM=x$ vor fi evidente relațiile:

$$\frac{MA'}{A'A}=\frac{x}{a} \quad \text{sau} \quad \frac{MA'}{MA}=\frac{x}{x+a}$$

$$\text{și } \frac{MB'}{B'B}=\frac{a-x}{a} \quad \text{sau} \quad \frac{MB'}{MB}=\frac{a-x}{2a-x}.$$





Prin O ducem o paralelă la AB care taie în N și P dreptele AM și BM.

Deducem relațiile: $\frac{OA'}{A'B}=\frac{NO}{AB}$ sau $\frac{OA'}{OB}=\frac{NO}{AB-NO}$ și $\frac{OB'}{B'A}=$

$=\frac{PO}{AB}$ sau $\frac{OB'}{OA}=\frac{PO}{AB-PO}$. Dar avem: $OB=OD$, $OA=OC$,

iar $NO=\frac{1}{2}MC=\frac{1}{2}(a-x)$ și $PO=\frac{1}{2}MD=\frac{1}{2}x$. Deci, $\frac{OA'}{OD}=$

$=\frac{a-x}{a+x}$; $\frac{OB'}{OC}=\frac{x}{2a-x}$. Am obținut astfel: $\frac{MA'\cdot MB'}{MA\cdot MB}=\frac{x(a-x)}{(a+x)(2a-x)}$;

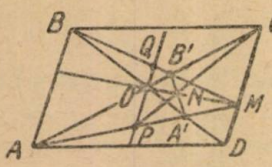
$\frac{OA'\cdot OB'}{OB\cdot OD}=\frac{x(a-x)}{(a+x)(2a-x)}$. Rezultă că: $\frac{\text{aria } A'MB'}{\text{aria } AMB}=\frac{\text{aria } A'OB'}{\text{aria } DOC}$

și cum aria $AMB=$aria $ADB=\frac{1}{2}$ aria $ABCD$, iar aria $DOC=\frac{1}{2}$ aria

$ABD=\frac{1}{4}$ aria $ABCD$; aria $A'MB'\cdot\frac{1}{4}ABCD=$ aria $A'OB'\cdot\frac{1}{2}$ aria

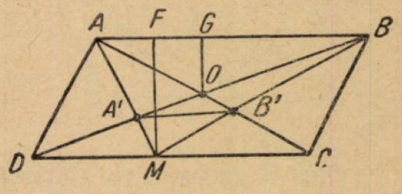
$ABCD$; rezultă aria $A'MB'=2$ aria $A'OB'$.

Soluția III dată de *Cernicica Petre*, elev București. Ducem linia mijlocie PQ a triunghiului AMB. Ea trecînd prin O este comună tuturor triunghiurilor AMB. Notăm cu N intersecția lui OM cu $A'B'$. Aplicînd teorema lui Menelaus în triunghiul $A'B'B$ tăiat de transversala OM avem $\frac{BM \cdot B'N \cdot A'O}{B'M \cdot NA' \cdot OB} = 1$. Din asemănarea triunghiurilor $AB'B$ și $CB'M$ și a triunghiurilor $A'AB$ și $A'PO$ rezultă $\frac{BM}{B'M} = \frac{AC}{B'C}$ și $\frac{A'O}{OB} = \frac{A'P}{PA}$, iar relația devine $\frac{AC \cdot B'N \cdot A'P}{B'C \cdot NA' \cdot PA} = 1$. Deci, punctele C, N și P sînt colineare.



Deoarece $CO = AO$ și $AP = PM$, rezultă că N este centrul de greutate al triunghiului ACM, deci $MN = 2NO$ și prin urmare, aria $A'MB' = 2$ aria $A'OB'$.

Soluția IV dată de *Popovici Cornel*, elev Lugoj. Avem: $\frac{\text{aria } A'MB'}{\text{aria } AMB} = \frac{A'M \cdot B'M}{AM \cdot BM}$; $\frac{\text{aria } OA'B'}{\text{aria } OAB} = \frac{OA' \cdot OB'}{OA \cdot OB}$. Dar aria $AOB = \frac{1}{2}$ aria AMB deoarece evident $MF = 2GO$. Deci, rămîne de arătat relația $\frac{A'M \cdot MB'}{AM \cdot MB} = \frac{OA' \cdot OB'}{OA \cdot OB}$.



Scriem teorema lui *Menelaus* pentru triunghiurile $A'BM$ și transversala AOB': $\frac{A'O}{OB} \cdot \frac{BB'}{B'M} \cdot \frac{AM}{AA'} = 1$. Din triunghiul $AB'M$ pentru transversala $A'OB$, avem

$$\frac{OB'}{OA} \cdot \frac{AA'}{A'M} \cdot \frac{NB}{BB'} = 1.$$

Înmulțind aceste relații obținem tocmai $\frac{MA' \cdot MB'}{MA \cdot MB} = \frac{OA' \cdot OB'}{OA \cdot OB}$ și deci, aria $A'MB' = 2$ aria $A'OB'$.

Problema 5997

Două substanțe se amestecă pentru a se face trei tipuri de medicamente cu care se umplu niște capsule. Pentru tipul I sînt necesare 0,5 g din substanța A și 0,5 g din substanța B. Pentru tipul II sînt necesare 0,2 g din A și 0,4 g din B; pentru tipul III sînt necesare 0,1 g din A și 0,3 g din B. Să se afle cîte capsule se pot face cu 13 g din substanța A și 24 g din substanța B, fiind necesare cel puțin 10 capsule din fiecare tip.

Lucia Țene

Soluția dată de *Otopeanu Alexandra*, elevă București. Sînt necesare x capsule pentru medicamentele de tipul I, y pentru cele de tipul II și z pentru cele de tip III. Vom avea: $0{,}5x+0{,}2y+0{,}1z=13$ și $0{,}5x+0{,}4y+0{,}3z=24$ sau: $5x+2y+z=130$ și $5x+4y+3z=240$, de unde scoatem:

$$x=\frac{75-y}{5} \text{ și } z=55-y. \text{ Deci, } x=15-\frac{y}{5}.$$

Pentru ca x să fie număr întreg, trebuie să avem $y=5k$. Atunci, $x=15-k$ și $z=55-5k$, unde k este un număr întreg.

Trebuie să avem: $x>0$; $y>0$; $z>0$ și $x\geqslant 10$; $y\geqslant 10$; $z\geqslant 10$, de unde rezultă $k\geqslant 2$, căci $y=5k\geqslant 10$ și $k\leqslant 5$, căci $x=15-k\geqslant 10$.

Cum $2\leqslant k\leqslant 5$ putem avea:

$k=2$ și atunci $x=13$; $y=10$; $z=45$;
$k=3$ și atunci $x=12$; $y=15$; $z=40$;
$k=4$ și atunci $x=11$; $y=20$; $z=35$;
$k=5$ și atunci $x=10$; $y=25$; $z=30$.

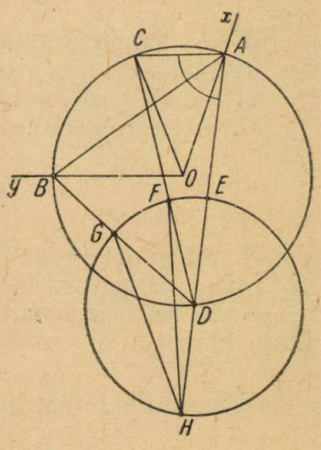
Problema E: 2117

Folosind rigla și compasul să se împartă în cîte trei părți egale unghiurile de 108°, 54° și 27°.

Ilie Stănescu, profesor Sibiu

Soluție. Fie $xOy=108°$. Cu centrul în O trasăm un cerc de rază oarecare. Triunghiul AOB este isoscel cu $\sphericalangle OAB=\sphericalangle ABO=36°$.

În A construim $\sphericalangle BAC=\sphericalangle OAB=36°$. Atunci arcul BC are 72°, iar $AC=36°$, adică a treia parte din arcul AB. $\sphericalangle AOC=\frac{1}{3}\sphericalangle AOB$.



Ne alegem pe cercul inițial punctul D și îl unim cu A și B.

$\sphericalangle ADB=\frac{\text{arc } AB}{2}=54°$. Unim C cu D și unghiul ADC este a treia parte din

$$\sphericalangle ADB=54°.$$

Cu centrul în D trasăm un cerc cu o rază oarecare. Acest cerc întîlnește AD, CD și BC în punctele E, F, G. Avem:

$\sphericalangle GDE=54°$ $(\widehat{GE}=54°)$; $\sphericalangle FDE=18°$, $(\widehat{FE}=18°)$; $\widehat{FE}=\frac{1}{3}\widehat{GE}$.

Pe cercul D ne alegem un punct H. $\sphericalangle EHG=27°$.

Unim F cu H și $\sphericalangle EHF=\frac{1}{3}\sphericalangle EHG$ ș. a. m. d.

Adică, cu centrul în H se trasează încă un cerc care întîlneşte EH; FH şi GH în M, N, P. Pe acest ultim cerc ne alegem un punct L, $\sphericalangle MLP = 13° 30'$ şi $\sphericalangle MLN = \frac{1}{3} \sphericalangle MLP$.

CHESTIUNI DE EXAMEN

Examen de maturitate, sesiunea iunie 1964
Matematică. Subiecte principale

6549. Se consideră patratul $OABC$, ale cărui vîrfuri sînt: O originea axelor, A (1,0); B (1,1); C (0,1).

O dreaptă variabilă, ce trece prin punctul C taie drapta AB în punctul P şi dreapta OA (Axa Ox), în punctul Q.

Se cere:

1. Locul geometric al punctului M, mijlocul segmentului PQ.
2. Să se arate că ecuaţia acestui loc se poate scrie sub forma $y = \frac{x-1}{2x-1}$ şi apoi să se reprezinte grafic.
3. Să se determine poziţia dreptei variabile ce trece prin punctul C, astfel încît să avem: $PQ = \frac{\sqrt{5}}{2}$
4. La punctul de mai sus (3) problema are două soluţii, la care corespund punctele P_1, P_2 şi Q_1, Q_2. Să se arate că aceste patru puncte sînt conciclice.

6550. Se dă ecuaţia: $4x^3 + x^2 - 4x + a = 0$ şi se cere:

1. Să se discute natura rădăcinilor acestei ecuaţii cînd a variază.
2. Să se rezolve ecuaţia de mai sus pentru $a = 5/4$
3. Să se reprezinte grafic variaţia funcţiei

$$y = 4x^3 + x^2 - 4x + \frac{5}{4}.$$

4. Să se determine coordonatele punctelor aşezate pe curba de mai sus şi în care tangentele la curbă sînt paralele cu drepta $y = 6x$.
5. Să se scrie ecuaţiile acestor tangente paralele şi să se calculeze distanţa între ele.

Examen de maturitate, sesiunea august 1964 — Matematică (Subiectele principale)

6551. Să se determine α şi să se rezolve ecuaţia:

$$x^3 - 9x^2 + 26x - \alpha = 0$$

ştiind că: $x_1 + x_2 = x_3 + 1$.

---

* Se primesc soluţii pînă la 31 ianuarie 1965.

Se consideră punctele: $A(3,0)$; $B(4,2)$ și $C(0,4)$ raportate la sistemul de axe rectangular xOy. Se cere:

a) să se afle ecuațiile laturilor triunghiului ABC; b) aria triunghiului ABC; c) ecuația cercului circumscris triunghiului ABC; d) ecuațiile tangentelor la cercul găsit la punctul c) în punctele A, B, C; e) locul geometric al punctului de intersecție a dreptelor variabile duse prin A și C și care sînt perpendiculare una pe alta.

6552. a) Să se discute ecuația:

$$f(x) = x^4 + 4x^3 - 16x + \alpha = 0$$

α fiind variabil; b) Să se studieze variația și să se reprezinte grafic funcția $f(x)$ obținută pentru $\alpha = -16$.

Se dă sistemul de axe rectangulare xOy și punctul $L(4,8)$. Se scrie:

a) ecuația parabolei cu vîrful în origine, care are ca axă pe Ox și trece prin punctul L; b) fie M un punct variabil pe parabolă. Să se scrie ecuația tangentei la parabolă în punctul M; c) tangenta în M la parabolă taie axele Ox și Oy, respectiv în A și B. Se cere locul geometric al mijlocului segmentului AB, cînd M variază.

PROBLEME PROPUSE *

6553. Pe un cerc O se dau două puncte fixe A și B și două puncte mobile A' și B', astfel ca $A'B'$ = constant și A', B' numai de aceiași parte a coardei AB. Dreptele AA' și BB' se intersectează în P. Fie M mijlocul lui AB. Se cere:

a) Locul geometric al mijlocului segmentului MP; b) locul geometric al punctului P' simetricul lui P față de M.

D. Stemer, profesor Galați

6554. O gospodărie colectivă a vîndut 40 păsări din trei specii cu prețurile de 30 lei, 23 lei și 15 lei bucata, încasînd în total 860 lei. Cîte păsări a putut vinde din fiecare specie?

I. Teodorescu, profesor Galați

6555. Se dă o dreaptă (D) și în exteriorul ei un punct fix P. Prin P se duc două drepte variabile care taie pe (D) în A și B. Prin A și B se ridică perpendiculare pe dreapta (D) care intersectează dreptele variabile în Q și R. Să se arate că dreapta QR trece printr-un punct fix și să se determine acest punct.

A. Roman, profesor Galați

---

* IX(6553, 6554, 6559, 6560, 6561, 6562, 6563, 6569, 6571); X(6556, 6557, 6558, 6564, 6566, 6567, 6573, 6575, 6578); XI(6555, 6555, 6565, 6568, 6572, 6574, 6576, 6577, 6579). Se primesc soluții pînă la 31 ianuarie 1965.

6556. Să se rezolve ecuația :

$$\cos^3 x + \cos^3 2x + \cos^3 3x + \cos^3 4x + \cos^3 5x = \frac{\cos 9x \sin \frac{15x}{2}}{4 \sin \frac{3x}{2}}.$$

Victor Udrea, profesor Galați

6557. Se dă numărul complex $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$ și se cere să se calculeze expresia :

$$E = \frac{1 + \sqrt[m]{z}}{1 - \sqrt[m]{z}}.$$

I. Teodorescu, Galați

6558. Să se arate că expresia :

$$E = 16875 \cdot 27^{3n} \cdot 5^{9n-1} - 4^{3n+1} \cdot 11^{6n+2}$$

este divizibilă cu 2891.

Constanța Grigoraș, profesoară Tecuci

6559. Se dau două drepte perpendiculare Ox și Oy și două drepte paralele cu Oy, dreptele D_1 și D_2. Un unghi drept cu vîrful în O se rotește în jurul lui O, intersectînd cu o latură pe D_1 în P, iar cu a doua latură pe D_2 în Q. Să se afle locul geometric al proiecției lui O pe dreapta PQ. Se cere o demonstrație prin geometrie elementară.

D. Costiniuc, profesor Galați

6560. Doi motocicliști pornesc unul către celălalt din localitățile A și B în același moment și se întîlnesc în localitatea C, astfel ca distanța parcursă de motociclistul ce a pornit din A să se raporteze la distanța parcursă de motociclistul ce a pornit din B ca $3\frac{1}{3}$ la $2\frac{2}{3}$. Continuîndu-și drumul ajung fiecare respectiv în B și A. Motociclistul plecat inițial din A se oprește în localitatea B timp de $3\frac{3}{5}$ ore apoi se întoarce spre A și se întîlnește a doua oară cu motociclistul ce plecase inițial din B, care și acesta a ajuns în A și s-a întors imediat spre B, la 100 km față de B. Să se afle vitezele celor doi motocicliști știind că timpul scurs de la prima întîlnire pînă la a doua întîlnire este cu 5 ore mai mare decît timpul scurs de la plecare pînă la prima întîlnire.

Cornelia Chiosana, profesoară Galați

6561. Să se descompună în factori :

$$x^7 - 2x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + 1.$$

M. Chiriacescu, elev Tecuci

6562. Treizeci de monezi de 5, 10 și 25 de bani, 1 leu și 3 lei reprezintă o sumă de 7,50 lei. Cîte monezi de fiecare fel sînt, dacă numărul monezilor de 10 bani este egal cu numărul monezilor de 5 și 25 bani la un loc, iar cele de 15 bani sînt de două ori mai multe decît cele de 25 de bani?

Hary Bromberg, profesor Galați

6563. Să se descompună în factori:

$$x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1.$$

D. Beldie, profesor Focșani

6564. Din 30 muncitori și 6 brigadieri se alcătuiesc în același timp, grupe de cîte 4 brigăzi, numerotate cu 1, 2, 3 și 4, formate din cîte 6 muncitori și un brigadier. Se cere:

a) În cîte moduri se pot alcătui cele 4 brigăzi (1, 2, 3 și 4) în același timp? b) Care este probabilitatea ca să apară cîte un brigadier determinat în brigăzile 1 și 2. Generalizare.

D. Stemer, profesor Galați

6565. Se consideră funcția

$$f(x) = \left(\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{x}\right)}{\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{1}{x}\right)} \right)^x$$

unde $|k| = 1$. a) Pentru care din valorile lui k funcția $f(x)$ există? b) Ținînd seama de valoarea lui k găsită mai sus, să se calculeze limita funcției $f(x)$ cînd x tinde către infinit.

M. Coman, Galați

6566. Se dau două drepte Ox și Oy și unghiul O format de aceste două drepte. Fie punctele A și B respectiv pe Ox și Oy, astfel ca $OA = OB = a$. Se mai dau unghiurile $MAx = \alpha$ și $MBy = \beta$.

a) Să se calculeze segmentele MA și MB. b) Să se calculeze α și β astfel ca patrulaterul $OAMB$ să fie inscriptibil, iar raportul $\frac{MA}{BM}$ să aibă o valoare dată k.

Aurelian Petică, Galați

6567. Să se găsească soluțiile întregi ale ecuației:
$(3x + y)(x + y) = p$, unde p este un număr prim dat.

Aurelian Petică, profesor Galați

6568. Se dă funcția: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Să se arate că dacă extremele funcției, cînd acestea există, sînt situate pe o dreaptă ce trece prin origine, atunci între coeficienții a, b, c, d există relația $bc = 9ad$.

Anghel Postelnicu, profesor Galați

6569. O pepinieră G.A.S. din regiunea Galați, cultivă 9 ha cu pomi fructiferi. Din trei specii de pomi *A*, *B*, *C* mai solicitate pe piață, se aleg acelea care aduc un beneficiu mai mare. Condițiile de producție fiind cele arătate în tabel, să se afle numărul de ha ce se va cultiva din fiecare specie și beneficiul obținut după un ciclu de trei ani:

Specii de pomi	Cheltuieli de producție la ha lei	Numărul de pomi obținuți la ha bucăți	Preț unitar de vînzare lei	Suma alocată producției pe 3 ani în lei
A	20 000	18 000	4	
B	24 000	21 000	4	200 000
C	23 000	15 000	4,80	

D. Ionescu, Galați

6570. Într-un cerc *O* se duc coarde *MN* paralele cu o direcție dată. Să se găsească locul geometric al punctelor *P* care împart segmentul *MN* în medie și extremă rație.

I. Teodorescu, profesor Galați

6571. Se dă un trapez dreptunghic *ABCD* care are baza mare egală cu suma laturilor neparalele. Notăm cu *AB* baza mare, cu *AD* latura perpendiculară pe baze și cu *CC'* distanța de la *C* la *AB*. Bisectoarele unghiurilor de la baza mică *DC* se întîlnesc în *M*, iar bisectoarele unghiurilor de la baza mare se întîlnesc în *N* și ele intersectează baza mică în punctele *A'* și *B'*. Să se demonstreze că:

a) punctul *M* se află pe baza mare a trapezului, b) patrulaterul *CC'MN* este inscriptibil, c) punctele *A'*, *B'*, *C'*, *B* sînt vîrfurile unui paralelogram.

Gh. Bazacov

6572. Se dă seria definită de termeni:

$$U_{2n} = \frac{(-1)^n - 6 \cdot 2^{2n}}{5}; \; U_{2n+1} = \frac{3(-1^n + 6 \cdot 2^{2n+1}}{5}$$

Să se arate că:

$$2u_p + u_{p+1} + 2u_{p+2} + u_{p+3} = 0.$$

* * *

6573. Fie A_i $(i = 1,2,\ldots,9)$ vîrfurile unui nonagon regulat convex de latură l. Notăm cu *M* și *N* mijloacele arcelor A_4A_5, respectiv A_7A_8 și $P \equiv (A_1A_6,\ A_2N)$; $Q \equiv (A_1A_5,\ A_2N)$; $R \equiv (A_2M,\ A_1A_3)$. Să se arate că:

$$A_1N \cdot A_1Q \cdot A_1R \cdot A_2N \cdot A_2R \cdot PQ = l^6.$$

Cristina și *Tudor Zamfirescu*, București

6574. Să se afle limita, cînd n tinde la $+\infty$ și derivata funcției $y = ln \sqrt[n]{ln\, x}$.

* * *

6575. a) Să se arate că dacă $0 \leqslant x \leqslant 15°$ avem:

$$\sin 15° \leqslant \sin(x+30°)\sin(x+60°)+\cos(x+45°)\cos(x+75°) \leqslant \frac{\sin 30°}{2}.$$

b) Să se afle mulțimea intervalelor lui x pentru care există inegalitatea precedentă. În ce caz avem egalitate.

c) Să se reprezinte graficul funcției:

$$y = \sin(x+30°)\sin(x+60°)+\cos(x+45°)\cos(x+75°).$$

C. Ionescu-Țiu

6576. Să se reprezinte grafic funcția:

$$f(x) = \sqrt{2-\frac{x^4-x^3-x+1}{x^4-2x^3-x^2-2x+1}}.$$

A. Stanciu, profesor Brăila

6577. Să se determine coordonatele centrului cercului de ecuație $x^2+y^2-2px-2qx-1=0$, astfel ca abscisele punctelor de intersecție ale cercului cu axa xx' să fie rădăcinile ecuației $x^2+bx+c=0$. Să se folosească acest rezultat pentru construcția grafică a rădăcinilor ecuației de gradul al doilea.

(Elemente der Mathematik, Basel, 1964)

6578. a) Să se afle intervalele (a, b) cuprinse între 0° și 360° pentru care

$$\sin 5x+\sin 5y+\cos(5x+5y) \leqslant 1{,}5,$$

astfel că $a<x<b$ și $a<y<b$.

În ce caz avem egalitate.

b) Idem, pentru $\cos 5x+\cos 5y-\cos(5x+5y) \leqslant 1{,}5$.

C. Ionescu-Țiu

6579. Să se demonstreze implicațiile următoare

1. $x+y=a \Rightarrow x^2+y^2 \geqslant \frac{a^2}{2}$;

2. $x+y+z=a \Rightarrow x^2+y^2+z^2 \geqslant \frac{a^2}{3}$;

3. $x_1+x_2+\ldots+x_n=a \Rightarrow x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2 \geqslant \frac{a^2}{n}$.

(Journal de mathématiques elementaires, 1964)

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII *

E : 2210. Suprafața arabilă a unei gospodării agricole colective este împărțită în 5 loturi. Primul lot reprezintă $\frac{2}{7}$ din toată suprafața, al doilea lot 0,2 din rest, al treilea 1, (2) din al doilea, al patrulea $\frac{7}{40}$ din suprafața lotului al doilea și al treilea la un loc, iar al cincilea întrece cu 14 ha suprafața primului loc. Să se afle : a) Ce suprafață are gospodăria ? b) Ce suprafață are fiecare lot ?

V. Pătrașcu, profesor Focșani

E : 2211. Lucrînd cîte 10 ore pe zi, 8 tractoare au arat un lot de 216 ha în 6 zile. Cîte tractoare pot ara un alt lot cu suprafață egală cu $1\frac{1}{3}$ din prima, pentru a termina aratul în $\frac{2}{3}$ din timpul neecsar primului lot, știind că pe al doilea lot tractoarele vor lucra cu 60% mai multe ore pe zi ?

V. Pătrașcu, profesor Focșani

E : 2212. Fie AD înălțimea relativă la ipotenuza în triunghiul ABC. Prelungim ipotenuza cu segmentele $BE = DC$ și $CF = BD$ și ducem din E și F paralele la BA respectiv CA, care se întretaie în punctul G. Să se demonstreze că segmentul GA este medie proporțională între suma cuburilor segmentelor determinate de înălțimea AD pe ipotenuza BC și inversa ipotenuzei BC.

Hary Bromberg, profesor Galați

E : 2213. La o gospodărie agricolă colectivă s-a recoltat de pe o suprafață însămînțată cu porumb, astfel : în prima zi $\frac{4}{15}$ din întreaga suprafață ; a doua zi $\frac{5}{11}$ din ce a rămas și a treia zi 75% din noul rest, iar a patra zi cele 60 ha rămase.

Să se afle ce cantitate de porumb se va distribui colectiviștilor pentru zilele de muncă prestate. Cantitatea se va calcula în kl. Se știe că porumbul are greutatea hectolitrică de 82 și că la ha s-au recoltat în medie 5740 kg, din care înainte de distribuire se scad 5% fond rezervă, 2% ajutor pentru bătrîni și 13% obligații contractuale față de stat.

Vasile Levîrdă, profesor Galați

---

* V(E : 2210, 2216) ; VI(E : 2215, 2217, 2218) ; VII(E : 2211, 2213, 2214) ; VIII(E : 2212, 2219). Se primesc soluții pînă la 31 ianuarie 1965 numai de la elevii claselor V—VIII.

E : 2214. Se dă triunghiul ABC și se duc perpendicularele în B, C pe laturile AB și AC. Aceste perpendiculare se intersectează în punctul A'. Fie C' obținut prin construcție analogă și O punctul de intersecție dintre AA' și CC'. a) Să se demonstreze că patrulaterul $AC'A'C$ este un dreptunghi ; b) În ce caz BO este bisectoarea unghiului $C'BA'$.

Cornelia Chiosana, profesor Galați

E : 2215. Să se calculeze :

$$\frac{0,(81)+0,(63)}{\frac{43}{209}-\frac{1}{19}}-\frac{\left(7\frac{1}{2}+10\frac{5}{7}-16\frac{2}{3}\right):32\frac{1}{2}}{71-70\frac{20}{21}}+32,7:4,36.$$

Chimon Mazarache, profesor Galați

E : 2216. La o G.A.C. s-a hotărît ca pentru anul 1963—1964 să se cultive : $\frac{4}{9}$ din suprafața sa cu grîu, $\frac{11}{42}$ cu porumb, $\frac{1}{4}$ cu cartofi și $\frac{13}{1260}$ cu zarzavaturi, iar restul furaj pentru vite. Să se afle : a) Suprafața cultivată ; b) Ce fracție reprezintă suprafața necultivată ? c) Ce suprafață are G.A.C. dacă partea necultivată este de 3640 ari ?

Silvia Serghie, profesoară Galați

E : 2217. În săptămîna economiei un elev depune la C.E.C. o sumă de bani, în trei rînduri. Ce sumă a depus acest elev la C.E.C. dacă prima depunere este 25% din toată suma, a doua se raportează la a treia depunere ca $1\frac{9}{11} : 2\frac{6}{7}$, iar depunerea a treia este de 55 lei.

Chimon Mazarache, profesor Galați

E. : 2218. În triunghiul ABC înălțimea AA' și bisectoarea BB' se intersectează în punctul O. Știind că $\sphericalangle BAC = 80°$ și $\sphericalangle BCA = 40°$ să se demonstreze că triunghiul AOB este isoscel și să se calculeze unghiurile $A'OB'$ și $BB'C$.

Vasile Pătrașcu, profesor Galați

E : 2219. Să se arate că avem egalitățile :

$$3451^4_6 + 12321_4 = 5383_{10} \text{ și } 1010101_2 - 333_4 = 22_{10}.$$

Indicii 2, 4, 6, 10 arată baza sistemului de numerație.

I. Bogatu, profesor Tecuci

CĂRȚI NOI

H. Wieleitner: Istoria matematicii de la Descartes pînă la mijlocul secolului al XIX-lea (traducere după ediția rusă, confruntată cu ediția germană). Editura științifică, 1964.

Volumul conține o privire de ansamblu asupra dezvoltării matematicii, începînd cu lucrările fundamentale ale lui Descartes în domeniul algebrei și al geometriei analitice (1637) și terminînd cu anul 1850. În expunerea sa H. Wieleitner prezintă separat istoria dezvoltării diverselor științe matematice: aritmetica, algebra, teoria numerelor, geometria etc.

Autorul oferă informații prețioase aproape despre toate lucrările și rezultatele care au lăsat o urmă mai mult sau mai puțin importantă în matematică. Lucrarea se distinge prin bogăția materialului faptic și abundența de date bibliografice care vin să întregească tabloul dezvoltării diferitelor discipline matematice în perioada de timp analizată.

Cartea va fi utilă tuturor iubitorilor de matematică.

Cuprins: Prefață la traducerea în limba rusă. Din prefețele autorului. Partea I-a; 1. Aritmetica, 2. Algebra, 3. Teoria numerelor, 4. Analiza combinatorie și teoria probabilităților, 5. Preistoria calculului infinitezimal, 6. Descoperirea și începuturile calculului infinitezimal. Serii infinite, 7. Dezvoltarea sistematică a calculului infinitezimal și perioada dezvoltării formale a teoriei seriilor, 8. Ecuații diferențiale, 9. Calculul variațional. Calculul cu diferențe finite și interpolarea.

Partea II-a. 1. Geometria analitică în plan și, în particular, teoria conicelor. 2. Geometria analitică în spațiu. 4. Curbe speciale, 5. Geometria diferențială, 6. Teoria perspectivei și geometria descriptivă, 7. Începuturile dezvoltării geometriei proiective, 8. Trigonometria, 9. Geometria elementară.

Istoria matematicii în prima jumătate a secolului al XIX-lea, 1. Aritmetica și algebra. Teoria numerelor, Teoria probabilităților, 2. Analiza superioară, 3. Geometria. Bibliografie-Indice de nume.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Pînă la 25 iunie 1964 s-au mai evidențiat ca rezolvitori de probleme din Gazeta matematică secția B:

Crișan Victor, absolvent Aiud; 2. **Călugăreanu Grigore** cl. XI Ș.m. 5 Cluj; 3. **Otopeanu Alexandra** cl. VIII Ș.m. 13 București; 4. **Popa N. Lucia** cl. VIII Ș.m. 1 Petroșani, Hunedoara; 5. **Andrei Viorel** cl. X Ș.m. 1 Galați; 6. **Dragotă Georgel** cl. XI Ș.m. 2 Craiova, 7. **Voiculescu Dan** cl. VIII Ș.m. 21 București; 8. **Man Eugen** absolvent Ș.m. 1 Cluj; 9. **Chițescu Ion** cl. X Ș.m. 10 București; 10. **Goneiar Ștefan** cl. X Ș.m. Fetești-Gară; 11. **Mărtinuș Ștefan** cl. X Ș.m. 3 Sibiu; 12. **Aron Constantin** cl. X Ș.m. Pucioasa; 13. **Bobonea D. Gheorghe** cl. X Lic. Militar „D. Cantemir" Breaza; 14. **Călina Ion** cl. XI Ș.m. 2 Craiova; 15. **Tebeanu Teodor** cl. X Ș.m. 7 Iași; 16. **Filimon Nicolae** cl. X Lic. Militar „D. Cantemir" Breaza; 17. **Cojanu A. Marius** cl. X Ș.m. 1 Buzău; 18. **Logofătu Bogdan** cl. VIII Ș.m. 36 București; 19. **Ignea Silviu** cl. X Ș.m. 22 București; 20. **Popovici Cornel** cl. X Lic. 1 Lugoj; 21. **Ursul-scu Alexandru** cl. VIII Ș.m. 13 București; 22. **Berceanu Constantin** cl. X Lic. Militar „D. Cantemir", Breaza; 23. **Mild Cornel** cl. X Ș.m. „E. Racoviță" Cluj; 24. **Enache Gheorghe** cl. IX Ș.m. 2 Târgoviște; 25. **Orășanu Laurențiu** cl. VIII Ș.m. 2 Ploiești; 26. **Rada C. Mircea** cl. X Ș.m. Giurgiu; 27. **Popa Eugen** cl. VIII Ș.m. 3 Iași; 28. **Băcila Dan** cl. IX Ș.m. Lugoj; 29. **Jurcel Ion** cl. X Ș.m. Lugoj; 30. **Șerb Ioan** cl. X Ș.m. Lugoj; 31. **Andreescu Liviu** cl. X Ș.m. 1 Buzău; 32. **Rădulnca Nicolae** cl. X Ș.m. 3 Constanța; 33. **Frățilă Eliade** cl. IX Ș.m. 3, București; 34. **Deheleanu Dan** cl. X Ș.m. 2 Sighișoara; 35. **Dincă Gheorghe** cl. IX Ș.m. Răcari; 36. **Sachelarie Dan** cl. VIII Ș.m. 4 Ploiești; 37. **Spătaru Aurel** absolvent Pucioasa; 38. **Cartianu Dan** cl. VIII Ș.m. 12 București; 39. **George Ion** cl. VIII Ș.m. 7 București; 40. **Lupu Mihăi** cl. X Ș.m. 1 Sibiu; 41. **Catană Ilie** cl. X Ș.m. Sinaia; 42 **Filipoiu Șt. Alex.** cl. X. Ș.m. 1 Buzău; 43. **Jula Maria** cl. X, Ș.m. 36 București;

44. **Almer David** cl. XI Ş.m. 17 Bucureşti; 45. **Roman T. Irina** cl. VIII Ş.m. 12 Bucureşti; 46. **Popescu Elodor** cl. X Ş.m. 1 Tr. Severin; 47. **Cist Iecan Mihai** cl. XI Ş.m. 4 Tg. Mureş; 48. **Turculeţ Dumostene** cl. X Truşeşti; 49. **Zăgan I. Dumitru** cl. IX Ş.m. 3 Sibiu; 50. **Orlov Zinaida** cl. XI Ş.m. 1 Petroşeni; 51. **Popescu Constantin** cl. VIII Ş.m. 1 Tr. Severin; 52. **Penciu Adrian** cl. X Ş.m. 1 Vaslui; 53. **Popa Alexandru** absolvent Pucioasa; 54. **Chircu Iulian** cl. X Oltenita; 55. **Crăciun Gheorghe** cl. X Truşeşti; 56. **Iacob Alexandru** cl. X Ş.m. 1 Vaslui; 57. **Său Gheorghe** cl. IX Truşeşti; 58. **Şerban Petru** cl. X Ş.m. 2 Turda; 59. **Mace Carol** cl. X Ş.m. Caransebeş; 60. **Alexandru Doru** cl. VIII Ş.m. 1 Cîmpina; 61. **Gheorghe Vasile** absolvent, Cîmpulung Moldovenesc; 62. **Ştefănescu Dan** cl. X Ş.m. Agnita; 63. **Matei Gheorghe** cl. XI Ş.m. Adîncata; 64. **Stănescu Dan** cl. IX Ş.m. 1 Ploieşti; 65. **Pavel Dumitru** cl. X Păîrlagele Bucureşti; 66. **Simon Gheorghe** cl. IX Ş.m. 1, Ploieşti; 67. **Obreja Petru** absolvent Secuieni Bacău; 68. **David Vasile** cl. X Şomcuta Mare, Maramureş; 69. **Verescu Sergiu** cl. IX Ş.m. Slatina; 70. **Bratu Constantin** cl. X seral Tîrgovişte; 71. **Cozmanciuc Dumitru** cl. X Truşeşti; 72. **Sava Petru** cl. VIII Ş.m. Făget, Banat; 73. **Grosfeld Mihai** cl. VIII Ş.m. 1 Baia Mare; 74. **Bontaş Vasile** cl. VIII Ş.m. 4 Braşov; 75. **Costache Stelian** cl. X Lic. Mil. „D. Cantemir" Breaza; 76. **Şerban Teodor** cl. X Ş.m. 6, Bucureşti.

Pînă la 25 iunie 1964 s-au primit soluţii bune la problemele din ultimele trei numere ale G.M.-B de la:

ADINCA (Bucureşti) Şc. 8 ani cl. VII. Ene Bujor (E: 2108—10, 13, 14, 16—22).

Ş.m. cl. XI. **Matei Gheorghe** (6128—36, 42, 46, 65, 66, 69, 71, 74, 77, 78, 82, 86, 90, 97, 99, 201, 03, 08, 09, 12—17, 21, 22, 24, 29, 30, 35, 42, 43).

ADJUD (Bacău). Ş.m. cl. VIII. Cantiş Gheorghe (E: 2093—100, 08—10, 15, 16, 21, 22; 6141).

AGIRBICIU (Mediaş). Şc. 8 ani cl. VI. Stoenescu Elvira (E: 2092, 95, 104, 17, 23, 28, 30).

AGNITA. Ş.m. cl. VIII. Ticuşan Valerică (E: 2116, 18, 20—22, 25, 25, 28, 29, 32). Cl. X. Ştefănescu Dan (6169, 71, 92, 208, 09, 12, 15, 17, 19, 20, 36, 38, 42, 57—61, 63, 67, 71—74, 76, 99, 301, 08, 10—12, 14, 16, 17, 30, 33, 44, 45).

AIUD. Şc. 8 ani cl. VII. Leia Tiberiu (E: 2092, 95, 96, 98, 100, 04, 08, 21, 30, 33).

Ş.m. cl. X. Hamansky Iosif (6257, 59, 61, 62, 71, 74, 75, 76, 97, 301).

Absolvent Crişan Victor (6257—67, 69—76, 79, 81, 86, 91, 301, 05, 08—19, 21—25, 28, 30, 33, 36—38, 42—46, 49, 56—78, 81—84, 86—90, 92—95, 98—400).

ALBA IULIA. Ş.m. cl. VIII. Oargă Gheorgne (E: 2092, 95, 98—101, 03, 04), Cl. X. Racoviţan Vasile (6129, 31, 32, 39, 42, 44, 47, 49, 57, 91, 208, 13, 43).

ALBOTEŞTI (Bacău). Şc. 8 ani cl. VII. Badea Manuela (E: 2124, 25, 28—30, 32, 33).

ALEXANDRIA. Absolvent Zamşa Gheorghe (6108, 69, 71, 74, 77, 83, 85, 88, 97, 208—17, 19, 22, 35, 42, 43).

ARAD. Şc. 8 ani nr. 14 cl. VI. Budai Clara (E: 2092, 96, 99, 104, 05, 19, 21). Ş.m. Ion Slavici cl. VIII. Balla Ioan (E: 2097, 101, 05, 08—10, 21; 6201), Bocşan Voicu (E: 2093, 95, 96, 98—100, 04), Iacobdin Mircea (E: 2136, 38, 43, 45, 46, 52; 6323), Lucuţa Petru (E: 2092, 95, 101, 03—06, 14, 16, 18, 20).

AVRIG. Ş.m. cl. VIII. Vintilă Maria (E: 2097, 108, 09, 25, 29; 6257, 58). Cl. X. Iancu Ana (6208, 09, 12, 57—62, 71).

BACĂU. Ş.m. 1 cl. VIII. Bumi Moise (E: 2095, 97, 99, 109, 10, 13, 20—22, 29, 30, 43) Cl. IX. Ciochină Silviu (6208, 29, 41, 42, 57—60, 71, 72, 80). Cl. X. Eremia Ioan (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 29, 42, 43, 71, 73, 308, 12, 17), Godea Costică (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 42, 62, 71, 301), Frigură Mircea (6212, 17, 43, 58, 59, 67, 72, 80, 308, 10, 12, 17, 45), Kaufmann Eugen (6219, 20, 23, 24, 25, 29, 30, 32, 34, 36, 38, 41, 44, 99), Nicău Antonel (6166, 85, 95, 99, 208, 09, 12, 13, 15, 17, 24, 26, 29, 30, 32, 34, 36, 38, 41, 44, 57, 58, 76, 85, 99).

Ş.m. 3 cl. X. Neagu Emanuel (6209, 12, 13, 42, 43, 62, 301, 08, 11, 12, 17, 45).

Ş.m. cl. X. Buruiană Marcel (6169, 71, 77, 83, 88, 92, 99, 223, 57, 71), Simşensohn Artur (6257—59, 61—63, 67, 71—73, 76, 85, 90, 308, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 38, 42, 44, 45).

BAIA MARE. Ş.m. 1 cl. XI. Blonder Solomon (6209, 10, 12, 15, 42—45, 64, 65, 301, 09, 11).

Ş.m. 3 cl. VIII. Aspan Dan (E: 2108—10, 13, 15, 16, 20; 6208, 13, 15, 18, 42, 44, 58, 67, 71—73, 80, 89, 92), Grosfeld Mihai (E: 2096—98, 102, 05, 07—10, 13, 16, 18, 20—22, 25, 25, 28, 29, 32, 34; 6191, 201, 13, 15, 42, 44, 58, 59, 67, 70—73, 75, 80).

BALŞ (Oltenia). Ş.m. cl. VIII. Clipea Marin (E: 2025, 28, 29, 43, 54, 61—63).

BAICOI (Ploieşti). Ş.m. cl. X. Enoiu Cornel (6169, 71, 92, 223, 27, 32, 42, 62, 301, 04). Cl. XI. Bereanu Gheorghe

20—22; 5814, 21, 48, 51, 89). Cl. X. Obreja Vasile (5767, 69, 70, 76, 77, 80—82, 84, 91, 93, 95—97, 800, 09, 12, 14—16, 18—21, 26, 27, 30, 32, 33, 35, 36, 46, 50—56, 60, 61, 65, 67, 68, 71, 74, 77, 81, 82, 84, 87, 94). Cl. XI. Apfelbaum Hera (5768—70, 75, 77, 84, 87, 91, 92, 94, 96, 800, 05, 07, 09, 11, 14—16, 18—21, 26, 27, 28, 45—49).

IANCA - FAUREI (GALAȚI). Șc. elem. cl. VIII. Manta Ionel (E: 1990, 91, 95, 96, 97, 99, 2000, 02—05, 08—13, 17—20, 22—25; 5814, 60, 89).

IAȘI. Student Stancu Mihai (5768, 80, 91, 99, 802, 14, 18, 30, 32, 35, 37, 38, 40, 48, 53, 56, 60, 61, 65, 67, 71, 77, 80, 82, 89, 94, 98, 909, 13, 14). Mocanu H. Ovidiu (Fac. matematică) (5854, 56, 59—61, 67, 71, 73, 77, 82, 84, 94, 901, 08, 10, 14, 17, 21, 25, 39, 65, 77, 82, 87, P).

Șc. elem. 2 cl. VI. Susai Marcela (E: 1981, 89, 2001, 08—10, 12—14, 16, 25).

Ș.m. 1 cl. XI. Haim Marcel (5767, 77, 80—82, 87, 89, 95, 99, 802, 09, 14, 18, 19, 27, 32, 34, 60, 61, 77, 88).

Ș.m. 2 cl. X. Alexandru Dumitru (5787, 92, 94, 96, 814, 18, 20, 21, 35, 46, 51, 52, 53, 55, 60, 61, 70, 81), Segal Ghizi (5827, 30, 50, 52, 60, 61, 68, 70, 98—901, 25, 44).

Ș.m. 3 cl. VII. Linde Radu (E: 1990—92, 94, 95, 98, 2001, 02). Cl. XI. Florescu Radu (5814—16, 18, 19, 22, 26, 28, 34, 48, 55, 77, 89). Cl. XI. Sandovici A. Dan (5767, 69, 77, 80—82, 86, 92, 95, 802, 09, 14, 26—28, 32, 54, 60, 61, 77, 89).

Ș.m. 4 cl. V Ionescu Radu Dan (E: 1976, 84, 91, 98, 2000, 02, 06, 09—11, 16, 22, 23). Cl. VI. Anghelescu Romulus (E: 1976, 81, 83, 90, 92, 95, 2008—11, 16, 18, 21—23), Berneagă Adina (E: 2002—06, 14, 16, 18, 21, 23). Cl. VII. Benchea Elena (E: 1992, 96, 97, 99, 2003—05, 07, 08, 13, 15, 17, 19, 24), Benchea Nicolae (E: 1990, 91, 93—95, 98, 2001, 08—10), Bulandra Mariana (E: 1981, 83, 90, 95, 2001, 02, 09—13), Ciobanu Voichița (E: 2001, 08—11, 16, 18, 20, 23, 25, 27, 33, 38), Roșu Doina (E: 2009, 10, 16, 18, 23, 27, 29, 38, 41), Săveanu Sanda (E: 2008—10, 16, 18, 21—23), Șerban Elena (E: 2001—14, 16, 18, 20—25, 27—29, 31, 38, 40, 41; 5990).

Ș.m. 5 cl. VIII. Baraboi Adrian (E: 1990, 92, 2002, 04, 05, 08—12, 15, 25), Susai Emanuel (E: 1990, 92, 94—97, 99, 2001, 04, 08—10, 14, 18, 20).

Ș.m. 6 cl. VII. Crețu Augustin (E: 1993, 95, 96, 97, 2004—10, 13, 15—18, 20, 23, 25; 5826, 30, 46, 60, 61, 89, 900, 45), Șmilovici Silviu (E: 1995, 2001, 08—11, 16—18, 20, 21, 23, 24), cl. XI Clingher Azy (5814, 16, 19, 22, 26, 45, 55, 60, 61, 67, 70, 71, 97, 914, 35), Fridental Mony (5819—16, 18, 19, 26, 30, 34, 56, 60, 61, 71).

Ș.m. 7 cl. VII Ciolan Irina (E: 1996, 97, 71, 2001, 03, 04, 06, 08—11; 5580, 81, 60, 61). Cl. VIII. Burduza Gheorghe (E: 1990, 92, 95—99, 2000). Cl. VI. Năfrămiță Gabriela (E: 1976, 81—83, 90, 95, 2008—10).

IZBICENI, Corabia. Șc. de 8 ani cl. V. Fota I. Elisabeta (E: 2001, 02 08, 16, 18, 20, 21, 23).

LUGOJ. Absolvent Galeczki Gheorghe (5898, 901, 08—10, 13—15, 17, 23, 24, 26, 29, 31, 32, 33, 35, 39, 44, 50).

Ș.m. 1 cl. VII. Platon Maria (E: 2009, 10, 12, 16, 18, 20—23, 30, 33, 38, 41), Cl. VIII Georgescu Ion (E: 1990, 93, 95, 01, 04, 08—10, 18, 21, 23—25), Hărăguș Ștefan (E: 1976, 80, 82, 84—90, 92, 95, 96, 99, 03—05, 08—11; 5787, 96, 04, 18, 30, 50, 60, 61, 66, 67, 93), Ploscaru Gabriel (E: 2008—12, 16, 17, 20), Tudoroiu Lucian (E: 1990, 92, 66, 97, 99, 01, 03—05, 07—15, 17, 19, 21, 22, 24; 5813, 51, 96, 925, 26, 44), Cl. IX Jurcă Ioan (5768, 70, 91, 93, 826, 27, 48, 52, 60—62, 68, 69, 79, 88, 900, 29, 30, 36, 40).

Ș.m. 1 cl. IX. **Brîndă M. Rodica** (5768, 77, 79—82, 87, 92, 95, 96, 99, 02, 03, 05, 09, 14, 18, 19, 31, 26, 27, 29, 30, 46, 48, 50, 60—62, 65—68, 70, 71, 76, 84, 51, 52), **Popovici Cornel** (5703, 04, 04, 13, 15—22, 24—37, 40, 42—46, 51, 53, 55, 56, 58, 61, 65—68, 71, 75, 77, 79, 83, 87, 91, 95—97, 99, 801, 02, 04, 09, 11, 18, 24, 29, 30, 32, 33, 44, 46, 52, 53, 59—62, 64, 68, 72, 78, 80, 81, 94), Șerb Ioan (5801, 03, 08, 09, 11, 21, 24, 26—33, 35—42, 44, 46, 50—53, 60, 67—71, 77, 94), Cl. X. Boldurean Elena (5777, 80—82, 87—92, 94, 95, 96, 99, 802, 04, 09), **Cimponeriu Traian** (5710, 13, 15, 20, 24—32, 35, 37, 40, 45, 51, 53, 55, 56, 67, 77, 80, 87, 94—96, 809, 15, 16, 18, 19, 22, 26, 29, 30, 46). Daba Ion (5713, 15, 16, 20, 24—27, 29, 30—33, 37, 42, 43, 45, 52, 69, 70, 77, 80—82, 87, 91, 92, 95, 96, 99, 800—02, 12), Cl. XI Popovici Mariana (5770, 80—82, 91, 95, 99, 809, 60, 61, 67, 71).

MARAȘEȘTI. Ș.m. cl. X Răduță Ion (5814, 15, 18, 19, 21, 22, 27, 30, 32, 37, 46, 48, 49), Absolvent Mincinopski Gh. (5767, 68, 89, 94, 95, 99, 803, 05, 11, 15—17, 20, 30, 32, 40, 50—52, 55—62, 64—71, 77, 78, 93).

MEDGIDIA. Ş.m. cl. IX serală. **Vlase Aurelian** (5713, 15, 17, 25, 28, 32, 33, 45, 52, 66, 77, 89, 92, 94, 96, 99, 02, 11, 14, 15, 18, 20, 21, 26, 27, 30, 34, 35, 42, 46, 48, 49—63, 66, 68).

MEDIAŞ. Ş.m. cl. VIII. **Brădişteanu Paul Smaranda** (1990, 92, 94, 96, 97, 99, 2001—04, 06, 12; 5830. Cl. XI. **Brădişteanu Adrian** (5815, 16, 18—21, 26, 28, 34, 37, 40, 45—56, 60—63, 65—67, 69—72, 74, 75, 77, 79, 80, 82, 84, 87, 88, 90, 93, 94, 96, 97).

MOLDOVA NOUĂ. Ş.m. cl. VIII. **Iancovici Elena** (E: 1976, 80, 82, 83, 87, 88, 90, 92, 96, 97—99, 5792, 96).

MORENI. Ş.m. cl. VIII. **Anton Maria** (E: 1976, 79, 80—83, 87, 88, 06, 09, 10; 5787, 92, 96, 814), **Matei C. Ioan** (E: 1976, 90, 92, 95, 96, 99, 03, 04, 08—12; 5802, 04, 14, 18, 26, 30, 32, 35, 42, 51, 60, 61, 65, 67—70, 77, 80—82, 85, 89, 94), **Ştefănescu Alexandra Dacia** (E: 1776, 79, 80, 82—85, 87—92, 95—99; 5787, 96, 14, 18, 21, 26, 30, 46, 48), **Vîlcereanu Stelian** (E: 1976, 80—82, 87, 88, 01, 03—05, 08—11; 5814). Cl. IX. **Niţă Traian** (5713, 17, 24, 25, 27—30, 33, 42, 68, 77, 87, 92, 94, 96, 811). Cl. X. **Moţoi Gheorghe** (5767—69, 71, 76, 77, 93, 95, 98, 800—02, 04, 07, 09, 14, 16, 18, 19, 26—28, 30, 32, 33, 35—38, 40—42, 44, 48, 55—53, 56, 60, 61, 67—69, 71, 77, 78, 80—82, 84, 94).

Se mai pot trimite soluţii şi la următoarele probleme de matematică publicate în G.M.F.-B: 5996—6012, 17—22 24—30, 33—36, 56—71, 74—78, 90—120 şi E: 2037, 42—50, 55, 56, 58—61, 64—79, pe adresa — *Redacţia Gazetei matematice seria B, str. Academiei nr. 14, Bucureşti 1.*

Se mai pot trimite separat soluţii şi la următoarele probleme de fizică publicate în G.M.F.-B: 5988—95, 6013—16, 23, 31, 32, 37—45, 72, 73, 79—89, 121—126 şi E: 2051—54, 57, 62, 63 *pe adresa Redacţiei Revistei de fizică şi chimie seria B,* str. *Academiei nr. 14 Bucureşti 1.*

— Pentru trimiterea pachetului cu reviste sau cărţi acordate ca premiu evidenţiaţilor ca rezolvitori de probleme pe anul 1963, odată cu totalizarea soluţiilor anunţate în nr. 1—12 din G.M.F.-B, rezolvitorii să indice şcoala pe care au urmat-o, precum şi adresa lor actuală, printr-o carte poştală.

— *Conducătorii de cercuri de elevi sînt rugaţi să trimită de îndată, fişa cu punctajul obţinut de şcoala medie respectivă, în vederea formării* rezultatului *întrecerii* între şcolile medii din ţară *privind activitatea extraşcolară a cercurilor de elevi la matematică şi fizică pe anul 1963, conform normelor publicate în G.M.F.-B/1963, pag. 96—97. Se va arăta şi cîte clase medii a avut şcoala în anul precedent.*

OLIMPIADELE DE MATEMATICĂ, FIZICĂ ŞI CHIMIE — 1964

pentru elevii şcolilor medii, profesionale, pedagogice şi tehnice de maiştri, din anul 1964 se desfăşoară astfel:

Etapa locală: la fizică — 19 ianuarie 1964,
la matematică şi chimie — 26 ianuarie 1964.
Etapa regională: în primele trei zile ale vacanţei de primăvară.
Etapa finală: în luna mai.
La fiecare etapă se cere materia indicată în G.M.F.-B, nr. 12/1963, pag. 757.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce, să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie; $\parallel = ; \sim ; \therefore ; \perp ; \parallel$; Tr., etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.F.-B. *Problemele rezolvate de matematică separat de cele de fizică*, vor fi expediate o dată în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate și semnate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 10 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E: VII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

★

Problemele rezolvate de fizică și chimie se vor trimite separat redacției de fizică și chimie, deoarece începînd din ianuarie 1964, apar separat două publicații: **1. Gazeta Matematică, seria B; 2. Revista de Fizică și Chimie, seria B.**

★

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscut aceste publicații și altor colegi, pentru a face abonamentele din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștrii să se aboneze de îndată pentru anul 1964 (12 numere). Costul este de 18 lei anual și 9 lei semestrial.

— Abonamentele se pot face individual sau colectiv prin oficiile poștale locale sau prin factorii poștali.

— La problema 5999 în loc de y se va scrie y^2.
La problema 6000 în loc de A^2 se va scrie MA^2.
— La problema 6060 în loc de $2n$ și de $2n-1$, se va scrie 2^n și 2^{n-1}.

„Grafica Nouă" II — c. 11117

Index 41601

Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) februarie 1964

2

GAZETA MATEMATICĂ
(SERIA B)
Anul XV, (I) nr. 2 — februarie 1964

SUMARUL

pag.

1. Observări în legătură cu cea de-a V-a olimpiadă internațională de matematică, 1963, de G. D. Simionescu 49
2. Posibilitatea observării permanente a suprafeței invizibile a lunii de Elena Gallin, absolventă Cluj . 61
3. Note matematice de Voiculescu Dan, elev București și Crișan Victor, elev Aiud 62
4. Premiile Gazetei Matematice și fizice pe 1963 . . 66
5. Probleme rezolvate (5445, 5630, 5633, 5657, 5677, 5696, 5701, 5710; MFL: 867, 884, 885) 67
6. Chestiuni de examen (6164—6178) 77
7. Probleme propuse (6179—6207) 80
8. Exerciții și probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 2092—2107) 85
9. Cărți noi 88
10. Rubrica rezolvitorilor de probleme 88

ANUL XV (I) 2 FEBRUARIE

COMITETUL DE REDACȚIE:

Cristea I., asistent; *Dincă N.*, profesor; *Grosu A.*, profesoară; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Țiu C.*, profesor; *Kiss E.*, conf. univ. (Cluj); *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj); *Mușat I.*, profesor; *Ottescu C.*, profesor; *Păvițu M.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor șef; *Simionescu Gh.*, conf. univ.,; *Țene L.*, profesoară.

REDACȚIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — București I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondența privitoare la activitatea matematică a școlilor, precum și orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICA

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

ANUL XV (I), nr. 2 februarie 1964

OBSERVĂRI IN LEGĂTURĂ CU CEA DE A V-a OLIMPIADĂ INTERNAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

de *GH. D. SIMIONESCU*

1. După sugestiile făcute în ultima ședință a comisiei celei de a IV-a Olimpiadă internațională de matematică (O.I.M.), cea de a V-a întrecere internațională între elevii școlilor medii a avut loc anul trecut în R. P. Polonia.

Ideea de a se ține Olimpiada internațională de matematică a pornit din țara noastră. În anii 1959 și 1960 aceste întreceri au fost organizate în R.P.R., în anul 1961, O.I.M. s-a ținut în R.P. Ungară și în 1962 în R. S. Cehoslovacă.

Inițiativa acestei întreceri realizate în primii doi ani în țara noastră aparține Societății de științe matematice și fizice din R.P.R. și corespunde propunerilor făcute de guvernul R.P.R. la cea de a 15-a sesiune a Adunării Generale O.N.U. cu privire la promovarea în rîndurile tineretului, a ideilor păcii, respectului reciproc și înțelegerii între popoare. A V-a O.I.M. a adus ca element nou lărgirea cadrului lor prin participarea R. S. F. Jugoslavă.

Prima parte a activității comisiei internaționale a O.I.M. s-a desfășurat la Varșovia în zilele de 5 și 6 iulie 1963; s-au discutat și s-au ales problemele de concurs, s-au tradus în limbile respective etc. Ziua de 7 iulie a fost rezervată unei excursii in împrejurimile Varșoviei, la 30 km., iar la 8 iulie au plecat elevii (dimineața) și profesorii (după amiază) la Wroclaw cu trenul. Aici s-a ținut concursul și s-au efectuat toate lucrările necesare: corectarea lucrărilor, coordonarea reciprocă a notărilor, stabilirea clasificării, stabilirea premianților, festivitatea finală etc.

Lucrările scrise s-au dat în zilele de 9 și 11 iulie, iar la 10 iulie elevii au făcut o frumoasă excursie în regiunea muntoasă. Profesorii nu au putut participa din cauza lucrărilor de corectare. În ziua de 12 a avut loc ședința comisiei internaționale pentru stabilirea clasificării și a numărului de premii. Deoarece s-au acordat destul de multe premii, s-a decis să nu se acorde și mențiuni. Timpul de 9 zile hotărît de organizatorii O.I.M. în acest an s-a dovedit prea scurt. De aceea s-a cerut în ultima ședință a comisiei internaționale, ca pe viitor să se revină la vechea formulă, aceea ca membrii comisiei internaționale să se întrunească cu 3 zile înainte de sosirea elevilor, pentru discutarea și alegerea problemelor, traducerea lor în diferite limbi, scrierea într-un număr suficient de exemplare etc.

Forurile conducătoare ale orașului Wroclaw ca și profesorii universitari din acest oraș au arătat foarte multă atenție față de această manifestare culturală și au primit cu toată căldura pe participanți.

Elevii care au concurat la a V-a O.I.M. au avut de dat două lucrări scrise, fiecare conținînd 3 probleme. Timpul de lucru pentru fiecare lucrare a fost de 3 ore și fiecare problemă a fost scrisă pe o foaie de hîrtie separată.

Ca și în anii precedenți vom da soluțiile problemelor și unele îndrumări pe care le credem utile pentru elevi.

2. Prima lucrare scrisă

Problema I-a. Să se găsească toate rădăcinile reale ale ecuației

$$\sqrt{x^2-p}+2\sqrt{x^2-1}=x$$

unde p *este un parametru real.*

Problema a primit două feluri de soluții: 1) întîi s-au pus condițiile de echivalență și numai după aceea s-a ridicat la patrat, din care cauză nu mai era necesară o verificare a soluțiilor; 2) întîi s-au făcut ridicările la patrat, fără condiții de echivalență, dar la urmă s-a verificat soluția.

Soluția I-a. Radicalii fiind pozitivi trebuie ca $x > 0$. De altă parte trebuie ca $x^2-1 \geqslant 0$, care altăurată primei condiții ne dă $x \geqslant 1$. Dacă se scrie ecuația sub forma $2\sqrt{x^2-1}=x-\sqrt{x^2-p}$, se vede că este necesar ca $x \geqslant \sqrt{x^2-p}$, deci $p \geqslant 0$. Pentru $p=0$ singura soluție este $x=1$.

De asemenea scriind ecuațiile sub forma

$$\sqrt{x^2-p}=x-2\sqrt{x^2-1},$$

se vede că partea a doua nu poate fi negativă, deci $2\sqrt{x^2-1} \leqslant x$ sau $3x^2 \leqslant 4$. Dar $x^2-p \geqslant 0$, de unde $p \leqslant x^2 \leqslant \frac{4}{3}$

În rezumat trebuie să avem $1 \leqslant x \leqslant \frac{2}{\sqrt{3}}$; $0 \leqslant p \leqslant \frac{4}{3}$

Cu aceste condiții, care sînt necesare și suficiente pentru echivalență, putem ridica la patrat și obținem

$$4x\sqrt{x^2-1}=4x^2-4+p.$$

Ambii membrii fiind pozitivi putem ridica din nou la patrat și obținem

$$8x^2(2-p)=(p-4)^2 \qquad (1)$$

În baza condițiilor aflate mai înainte ambele părți ale ecuației sînt pozitive, dar cînd extragem rădăcina trebuie să oprim în a doua parte numai valoarea pozitivă.

Cu aceste considerații singura rădăcină reală este

$$x=\frac{4-p}{2\sqrt{4-2p}} \qquad (2)$$

A doua soluție. Ca al doilea tip de soluție transcriu pe cea dată de *Zsido Laszlo* (premiul I) pentru a se vedea că chiar sub presiunea timpului limitat se poate prezenta o chestiune tratată elegant și scrisă concis. Dealtfel și colegul ceh cu care am corectat lucrarea și-a exprimat

părerea că soluția poate merge la tipar așa cum a fost scrisă în lucrare. Iată *soluția:*

„Pentru ușurarea tratării problemei, facem în prealabil trei observații, anume:

a) Deoarece partea stîngă a ecuației nu poate fi negativă, nici partea dreaptă nu poate fi negativă, adică x, nu poate fi regativ.

b) Mai mult, deoarece $x^2-1 \geqslant 0$, trebuie ca $x \geqslant 1$.

c) p nu poate fi negativ, căci în acest caz $\sqrt{x^2-p} > x$, deci

$$\sqrt{x^2-p}+2\sqrt{x^2-1} > x.$$

Să notăm cu A mulțimea rădăcinilor reale ale ecuației date și cu B mulțimea rădăcinilor pozitive ale ecuației

$$(\sqrt{x^2-p})^2 = (x-2\sqrt{x^2-1})^2.$$

Avem $A \subseteq B$. Ecuația obținută este

$$4x\sqrt{x^2-1} = 4x^2-4+p$$

Dacă C este mulțimea rădăcinilor pozitive ale ecuației

$$(4x\sqrt{x^2-1})^2 = (4x^2-4+p)^2$$

atunci $B \subseteq C$, deci $A \subseteq C$.

Ecuația obținută după a doua ridicare la patrat este

$$8(2-p)x^2 = (p-4)^2$$

În mod necesar trebuie să avem $2-p > 0$ sau $p < 2$.

Dacă $p=2$ ecuația este nerezolvabilă, adică C este mulțimea vidă. Pentru $p < 2$ rădăcina unică pozitivă este $x = \dfrac{4-p}{2\sqrt{4-2p}}$, deci C are un singur element.

Rămîne să aflăm pentru care valori ale lui p acest element este și element al lui A. Pentru aceasta înlocuim pe x în ecuația dată și obținem

$$\frac{|4-3p|}{2\sqrt{4-2p}} + \frac{2|p|}{2\sqrt{4-2p}} = \frac{4-p}{2\sqrt{4-2p}}$$

Deoarece $p > 0$ avem $|4-3p|+2p=4-p$ *sau* $|4-3p| = 4-3p$ care are loc dacă și numai dacă $4-3p \geqslant 0$, deci $p \leqslant \dfrac{4}{3}$.

În concluzie avem soluție reală dacă și numai dacă $0 \leqslant p \leqslant \dfrac{4}{3}$, iar în acest caz soluția unică este

$$x = \frac{4-p}{2\sqrt{4-2p}}.$$

Menționăm că nu am tratat la început condiția ca $\sqrt{x^2-p}$ să fie număr real, deoarece metoda folosită include în sine această considerație

și firul raționamentului logic ar fi pierdut din frumusețe și nu ar fi format o unitate închegată".

Deși la noi genul acesta de probleme a fost des întîlnit în G.M.F. seria *B*, nu au fost decît doi elevi care au obținut punctajul maxim (6). Unii au pierdut unul sau două puncte pentru lipsă de precizie în raționament sau neatenție la condițiile de echivalență. Au fost și trei lucrări greșite.

Problema II-a. Să se găsească, în spațiu, locul geometric al vîrfului unui unghi drept pentru care una din laturi trece printr-un punct fix A, iar cealaltă latură întîlnește un segment dat BC, cel puțin într-un punct.

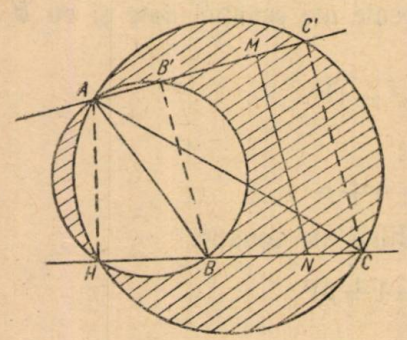


Fig. 1.

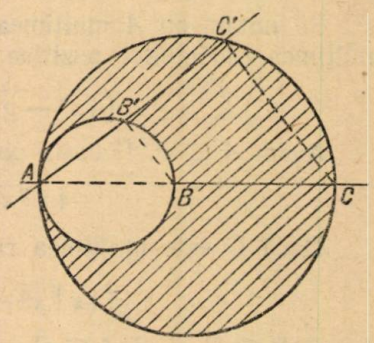


Fig. 2

Cazul I. Fie *A* un punct exterior dreptei *BC* astfel ca proiecția *H* a lui *A* pe *BC* să cadă în afara segmentului *BC* (fig. 1).

Ducem prin *A* o dreaptă oarecare (△) pe care proiectăm punctele *B*, *C*, respectiv în *B'*, *C'*. E clar că toate unghiurile drepte care au (Δ) ca una din laturi, iar a doua latură întîlnește segmentul *BC*, au vîrfurile *M* pe segmentul *B'C'*. Cînd dreapta (Δ) se rotește în jurul punctului *A*, punctele *B'*, *C'* descriu sferele de diametre respectiv *AB*, *AC*. Vîrful *M* al unui unghi drept care satisfac condițiile enunțului rămîne mereu între *B'* și *C'*, prin urmare locul geometric al punctului *M* este toată porțiunea de spațiu închisă între cele două sfere, atît la dreapta lui *AH*, cît și la stînga, adică tot ce e haşurat în figură. Nu face parte din loc mulțimea punctelor interioare deodată ambelor sfere.

Cazul II. Considerăm acum cazul cînd punctul *A* este exterior dreptei *BC*, dar proiecția *H* a lui *A* pe *BC* este interioară segmentului *BC* *(fig. 3)*. Același raționament ca mai înainte arată că punctul *M* se află între *B'*, *C'* deci trebuie să se afle între cele două sfere, adică să fie exterior unei sfere și interior celeilalte. Ducînd diferite poziții ale dreptei (△) : *B'C'*, *B''C''* se vede că punctele interioare în același timp ambelor sfere nu fac parte din loc. De ex. dacă se ia *M* pe segmentul *AC''*, perpendiculara în *M* pe *AC''* taie dreapta *BC* în afara segmentului *BC*.

Pentru ca problema să fie studiată complet rămîn cazurile cînd *A* se află pe dreapta *BC*.

Cazul III. Dacă *A* este pe dreapta *BC*, exterior segmentului *BC*, cele două sfere de diametre *AB*, *AC* sînt tangente interior. Locul geometric

este spațiul cuprins între cele două sfere, haşurat în fig. 2. Este un caz particular al primului caz considerat, cînd porțiunea din stînga perpendicularei AH (haşurată) dispare.

Cazul IV. Dacă A este pe segmentul BC, locul geometric este alcătuit din reunirea spațiilor interioare fiecărei sfere. Este cazul particular al cazului *II* cînd dispare spațiul interior deodată ambelor sfere (fig. 4).

Reciproc. Fie M un punct al spațiului dintre cele două sfere în oricare din cele 4 cazuri, de pildă în primul caz (fig. 1). Dreapta AM taie sferele în B' şi C', care în mod evident sînt proiecțiile lui B şi C. Punctul

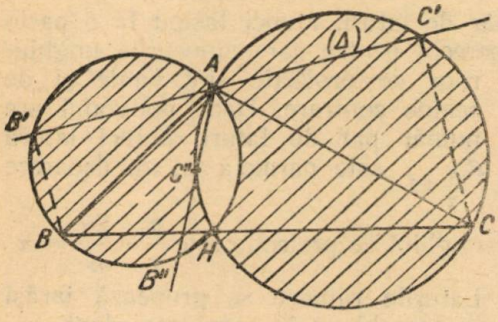


Fig. 3

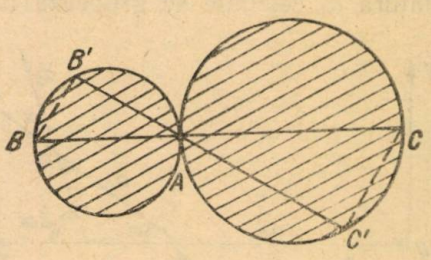


Fig. 4

M aflîndu-se între B' şi C' planul perpendicular pe AM în M taie segmentul BC în N interior lui. MN este a doua latură a unghiului AMN care satisface condițiile enunțului.

Este surprinzător cum nici unul din elevii noştri nu a văzut soluția pornind de la proiecțiile punctelor B, C pe dreapta variabilă (Δ). Mai toți şi-au ales un punct fix N între B şi C şi au găsit că locul geometric al proiecției M pe (Δ) este o sferă de diametru AN, cuprinsă între sferele de diametre AB, AC etc. Unii au greşit delimitarea locului, alții nu au considerat toate cazurile, alții s-au risipit în explicații lungi şi confuze, cu figuri neclare. Nici unul nu a obținut nota maximă (7 puncte), trei au obținut 6 puncte, unul 5 puncte.

Un singur elev a enunțat clar că locul este alcătuit, în toate cazurile, din mulțimea punctelor interioare fiecărei sfere şi exterioare celeilalte.

Problema în sine era simplă, dar cerea atenție la studiul diferitelor cazuri posibile şi la delimitarea locului. Era de asemenea uşor de demonstrat că reciproc orice punct din porțiunea de spațiu găsită, aparține locului.

Problema a III-a. Fie $a_1, a_2, \ldots a_n$ *laturile consecutive ale unui poligon convex cu* n *laturi. Să se demonstreze că dacă toate unghiurile poligonului sînt egale şi dacă*

$$a_1 \geqslant a_2 \geqslant \ldots \geqslant a_n$$

atunci în mod necesar avem

$$a_1 = a_2 = \ldots = a_n$$

Soluție. Unghiul interior al unui astfel de poligon este $\frac{(n-2)\pi}{n} = \pi - \frac{2\pi}{n}$ şi deci unghiul exterior $\alpha = \pi - \left(\pi - \frac{2\pi}{n}\right) = \frac{2\pi}{n}$. Să alegem dreapta pe care

se află latura a_1 drept axă ox și o perpendiculară oarecare pe ea ca axă *oy* (fig. 5). Unghiul de proiecție pe *ox* al laturii a_2 este α, al laturii a_3 este 2α... al laturii a_n este $(n-1)\alpha$. Se observă că sinusurile unghiurilor de proiecție ale laturilor a_2 și a_n, a_3 și a_{n-1} etc. sînt egale și de semne contrare. În adevăr

$$\sin (n-1)\frac{2\pi}{n} = \sin\left(2\pi - \frac{2\pi}{n}\right) = -\sin\frac{2\pi}{n} = -\sin\alpha$$

$$\sin (n-2)\frac{2\pi}{n} = \sin\left(2\pi - \frac{4\pi}{n}\right) = -\sin\frac{4\pi}{n} = -\sin 2\alpha \text{ etc.}$$

Dacă poligonul are număr impar de laturi, atunci lăsînd la o parte latura a_1 celelalte se grupează în perechi pentru care sinusurile unghiurilor de proiecție sînt egale și de semne contrare. Dacă poligonul are număr par de laturi, atunci latura $a_{\frac{n}{2}+1}$ este paralelă cu a_1, deoarece unghiul de proiecție este $\frac{n}{2}\cdot\frac{2\pi}{n} = \pi$. Laturile rămase se grupează iarăși în perechi, ca în cazul precedent.

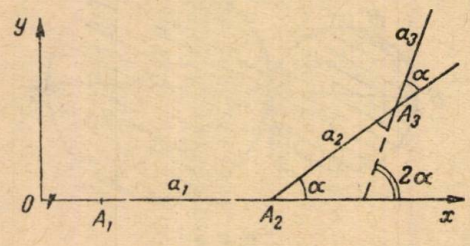


Fig. 5

Cu această pregătire să amintim că pentru ca linia poligonului să se închidă trebuie ca suma proiecțiilor pe fiecare axă separat să fie nulă. Proiectăm întîi pe *axa oy*, observînd că a_1 are proiecția nulă, iar în cazul poligoanelor cu număr par de laturi și $a_{\frac{n}{2}+1}$ are proiecția nulă. Se obține

$$(a_2 - a_n)\sin\frac{2\pi}{n} + (a_3 - a_{n-1})\sin\left(2\cdot\frac{2\pi}{n}\right) + \ldots = 0.$$

În această sumă unghiurile sînt toate mai mici ca π; numai în cazul $n=2p$ ultimul unghi este π (care dă dealtfel proiecția nulă). Rezultă că toate sinusurile sînt pozitive. De altă parte toate parantezele (coeficienții) sînt $\geqslant 0$, conform enunțului. O astfel de sumă nu poate fi nulă decît dacă toți coeficienții sînt nuli, adică

$$a_2 = a_n: \quad a_3 = a_{n-1}; \quad a_4 = a_{n-2} \text{ etc.}$$

Dacă am alege că axă ox latura a_2 atunci în baza unui raționament analog, ar rezulta

$$a_1 = a_3: \quad a_n = a_4; \quad a_{n-1} = a_5 \text{ etc.}$$

Repetînd operația se ajunge la $a_1 = a_2 = a_3 = \ldots = a_n$.

În aceste condiții poligonul este regulat și suma proiecțiilor pe *axa oy* este de la sine nulă.

★

Problema a fost destul de dificilă și ca dovadă stau cele 21 notări cu 0 puncte și 5 notări cu 1 punct, în total 26 din 64 lucrări, deci cam 40% în timp ce notările cu 7 și 6 puncte au fost în total 20, iar cu 5 puncte numai 6. Dintre elevii noștri numai unul a obținut punctajul maxim (7) și unul 5 puncte.

A doua lucrare scrisă

Problema a IV-a. Să se găsească toate soluțiile x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 *ale sistemului de ecuații*

$$x_5 + x_2 = yx_1 ; \quad x_1 + x_3 = yx_2 : \quad x_2 + x_4 = yx_3 ;$$

$$x_3 + x_5 = yx_4 ; \quad x_4 + x_1 = yx_5$$

unde y *este un parametru.*

Sistemul dat este omogen, deci admite totdeauna soluția banală $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$. Trebuie cercetat dacă acest sistem poate admite și soluții diferite de cea banală.

Facem de la început observarea că dacă $y = 0$, atunci singura soluție este $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$, lucru care se găsește ușor. Vom presupune deci în cele ce urmează $y \neq 0$.

Dacă se adună toate ecuațiile se obține

$$(y - 2)(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) = 0 \tag{1}$$

prin urmare sau $y = 2$ sau $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0$.

Cazul I. $y = 2$. Sistemul se scrie

$$-2x_1 + x_2 + x_5 = 0 ; \quad x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 ; \quad x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 ;$$

$$x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \tag{2}$$

Eliminăm pe x_5 între prima și ultima ecuație și rezultatului îi alăturăm ecuația a treia :

$$2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \qquad x_2 - 2x_3 + x_4 = 0$$

Eliminăm pe x_4 între aceste ecuații și alăturăm ecuația a doua din (2). Avem deci

$$2x_1 + x_2 - 3x_2 = 0 ; \qquad x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

Eliminăm și aici pe x_3 și obținem $x_1 = x_2$.

Rezultă imediat soluția

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = \lambda \tag{3}$$

Orice sistem omogen care admite soluții diferite de soluția banală este nedeterminat. În cazul de față sistemul este simplu nedeterminat fiindcă depinde de un singur parametru.

Cazul II. $y \neq 2$. Trebuie ca $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0$.

Se adună primele două ecuații, apoi ecuațiile a III-a și a IV-a din sistemul dat și se ține seama de condiția de mai sus. La acestea se adaugă ecuațiile care nu conțin pe x_5 și obținem sistemul fără x_5.

$$x_4 = -y(x_1 + x_2) ; \quad x_1 = -y(x_3 + x_4) : \quad x_1 + x_3 = yx_2 ;$$

$$x_2 + x_4 = yx_3 \tag{4}$$

Înlocuind pe x_4 din prima ecuație în celelalte obținem:

$$\begin{cases} (y^2-1)x_1+y^2x_2-yx_3=0 \\ x_1-yx_2+x_3=0 \\ yx_1+(y-1)x_2+yx_3=0 \end{cases} \tag{5}$$

Dacă înmulțim a doua ecuație cu y și o adunăm la prima, apoi o scădem din ultima, rezultă

$$(y^2+y-1)x_1=0 \quad ; \quad (y^2+y-1)x_2=0 \tag{6}$$

a) Presupunem $y^2+y-1=0$. În acest caz cele trei ecuații se reduc la una singură, deoarece $y^2-1=-y$ și $y-1=-y^2$. Prin urmare sistemul este dublu nedeterminat. Din a doua ecuație rezultă $x_3=-x_1+yx_2$, din (4) rezultă x_4, iar din $\sum_{i=1}^{5} x_i=0$ rezultă x_5. Soluția este

$$x_3=-x_1+yx_2 \; ; \quad x_4=-y(x_1+x_2) \; ; \quad x_5=yx_1-x_2 \tag{7}$$

în care

$$y=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

b) $y^2+y-1\neq 0$. Din (6) se deduce imediat:

$x_1=0$; $x_2=0$, care înlocuite în (4) dau $x_3=0$; $x_4=0$ și deci $x_5=0$. În acest caz avem deci numai soluția banală.

Rezumînd toată discuția, pot fi următoarele situații

I. $y=2$; soluția $x_i=\lambda$, $(i=1, 2, 3, 4, 5)$.

Sistem simplu nedeterminat.

II. a) $y\neq 2$; $y^2+y-1=0$. deci $y=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$. Soluția

$$x_3=-x_1+yx_2 \; ; \quad x_4=-y(x_1+x_2) \; ; \quad x_5=yx_1-x_3 .$$

Sistem dublu nedeterminat.

II b) $y\neq 2$; $y^2+y-1\neq 0$. Soluția banală $x_i=0$, $(i=1,2,...,5)$

Această problemă, care la prima vedere nu pare prea grea, a constituit pentru elevi o încercare destul de serioasă. Părerea mea este că pentru cele 3 probleme destul de grele, care necesitau timp de gîndire, durata de 3 ore a fost prea scurtă. Aceasta cu atît mai mult cu cît elevii, neavînd la îndemînă decît mijloacele elementare, trebuiau să cerceteze pas cu pas problema, fără a avea de la început perspectiva asupra întregii chestiuni. Altceva este pentru cine cunoaște teoria sistemelor liniare, cu ajutorul determinanților. În cazul de față determinantul sistemului este $D=(y-2)\cdot(y^2+y-1)^2$ și există două posibilități: a) $D=0$ cînd sistemul are și soluții diferite de cea banală și rămîne de cercetat separat cele două posibilități $y=2$ sau $y^2+y-1=0$; b) $D\neq 0$ cînd nu există decît soluția banală.

Studierea treptată a problemei, fără privirea de ansamblu pe care o dă determinantul sistemului, poate duce la a tratare incompletă, așa cum s-a și întîmplat. În orice caz rezultatele au fost foarte slabe: din 64 elevi numai 6 au obținut nota maximă

(6 puncte), 3 au obținut 5 puncte, 6 au obținut 4 puncte. De notat că 15 lucrări au obținut la această problemă nota 1 și 16 nota 0 (zero) adică la un loc jumătate minus 1 din numărul concurenților.

Față de această situație echipa noastră s-a prezentat bine, deoarece un elev (*Lusztig Gheorghe*, premiul II) a obținut 6 puncte — după părerea președintelui comisiei, care a văzut multe lucrări, aceasta era poate cea mai bună — un elev a obținut 5 puncte și 2 cîte 4 puncte, prin urmare din cele 15 notări cu 4, 5, 6 puncte, patru au fost ale elevilor noștri. Aș adăoga chiar că și cu 3 puncte nu au fost decît 5 elevi din care 2 din echipa noastră.

Situația expusă cifric mai sus arată foarte clar ce greutăți a creat această problemă elevilor, care sînt totuși fruntași ai diferitelor țări.

Problema V-a. Să se demonstreze că

$$\cos\frac{\pi}{7}-\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{3\pi}{7}=\frac{1}{2}$$

Soluția I-a. Notînd cu E prima parte a egalității avem:

$$2E\sin\frac{\pi}{7}=2\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{7}-2\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}+2\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{3\pi}{7}=$$

$$=\sin\frac{2\pi}{7}-\sin\frac{3\pi}{7}+\sin\frac{\pi}{7}+\sin\frac{4\pi}{7}-\sin\frac{2\pi}{7}=\sin\frac{\pi}{7}$$

deci

$$E=\frac{1}{2}\,.$$

Soluția II-a și generalizare dată de elevul Zsido Laszlo.

Rădăcinile ecuației $x^6+x^5+\ldots+1=\dfrac{x^7-1}{x-1}=0$ sînt

$x_k=\cos\dfrac{2k\pi}{7}+i\sin\dfrac{2k\pi}{7}$ unde $k=1, 2, \ldots, 6$. Deoarece

$$(x-x_k)\,(x-k_{7-k})=\left(x-\cos\frac{2k\pi}{7}-i\sin\frac{2k\pi}{7}\right)\left(x-\cos\frac{2k\pi}{7}+\right.$$

$$\left.+i\sin\frac{2k\pi}{7}\right)=x^2+1-2x\cos\frac{2k\pi}{7},\ \text{dacă punem } x^2+$$

$$+1=y \text{ avem identitatea } x^6+x^5+\ldots+x+1\equiv$$

$$\equiv\left(y-2x\cos\frac{2\pi}{7}\right)\left(y-2x\cos\frac{4\pi}{7}\right)\left(y-2x\cos\frac{6\pi}{7}\right)$$

sau

$$x^6+x^5+\ldots+x+1=y^3-y^2\cdot 2x\left(\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}\right)+$$

$$+y\cdot 4x^2\left(\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}+\ldots\right)-8x^3\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7}\,.$$

Ținînd seama că puterile lui y nu pot avea decît puteri pare ale lui x, singurul termen care conține pe x^5 este al doilea și egalînd coeficienții obținem

$$1 = -2\left(\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7}\right) = 2\left(\cos\frac{\pi}{7} - \cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{3\pi}{7}\right)$$

deci

$$\cos\frac{\pi}{7} - \cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{3\pi}{7} = \frac{1}{2}$$

Generalizare. Dacă se repetă raționamentul pentru ecuația de un grad par oarecare $x^{2k} + x^{2k-1} + \ldots + x + 1 = 0$ se obține

$$x^{2k} + x^{2k-1} + \ldots + x + 1 \equiv \left(y - 2x\frac{2\pi}{2k+1}\right)\left(y - 2x\cos\frac{4\pi}{2k+1}\right)\ldots$$

$$\ldots\left(y - 2x\cos\frac{2k\pi}{2k+1}\right)$$

Prin egalarea coeficienților lui x^{2k-1} se ajunge la relația

$$\cos\frac{\pi}{2k+1} - \cos\frac{2\pi}{2k+1} + \cos\frac{3\pi}{2k+1} + \ldots + (-1)^{k-1}\cos\frac{k\pi}{2k+1} = \frac{1}{2}.$$

Soluția acestei relații care aici este numai schițată a fost dată complet în lucrarea elevului.

Menționez și o a treia soluție dată de elevii noștri mai ales pentru eroarea de raționament care s-a făcut și care putea fi ușor evitată.

Notînd $\cos\frac{\pi}{7} = x$ și exprimînd totul în funcție de $\cos\frac{\pi}{7}$ relația dată devine $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{2}$, deci trebuie demonstrat că $x = \cos\frac{\pi}{7}$ este rădăcină a ecuației

$$8x^3 - 4x^2 - 4x + 1 = 0. \qquad (1)$$

Pentru aceasta se pornește de la relația evidentă $\cos\pi + 1 = 0$ sau $\cos 7 \cdot \frac{\pi}{7} + 1 = 0$. Se ține seama că

$$\cos 7\alpha = 64\cos^7\alpha - 112\cos^5\alpha + 56\cos^3\alpha - 7\cos\alpha$$

în care se face $\alpha = \frac{\pi}{7}$ și se ajunge la ecuația

$$64x^7 - 112x^5 + 56x^3 - 7x + 1 = 0 \qquad (2)$$

care are sigur rădăcina $x = \cos\frac{\pi}{7}$.

Însă împărțind polinoamele (2) și (1) se obține

$$64x^7 - 112x^5 + 56x^3 - 7x + 1 = (8x^3 - 4x^2 - 4x + 1)$$
$$(8x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 3x + 1).$$

De aici s-a tras concluzia că $x = \cos\frac{\pi}{7}$ fiind rădăcină a polinomului din stînga egalității este rădăcina și a polinomului de gr. III, ceea ce este fals, căci ar putea fi rădăcina a polinomului de gr. IV.

Dacă însă s-ar fi observat că polinomul de gr. IV se anulează pentru $x = -1$, atunci egalitatea lua forma

$$64x^7 - 112x^5 + 56x^3 - 7x + 1 \equiv (x + 1)\ (8x^3 - 4x^2 - 4x + 1)^2$$

și deoarece $\cos\frac{\pi}{7} \neq -1$, acum rezultă în mod obligatoriu că $x = \cos\frac{\pi}{7}$ este rădăcină a polinomului de gradul III, deci a ecuației (1).

Problema face parte din acelea la care ori vezi soluția și o scrii în cîteva rînduri (ca la prima soluție) ori nu-i poți da de rost în timpul limitat pe care îl ai. Totuși elevii noștri au imaginat soluții variate, după cum s-a văzut și acest lucru m-a impresionat în mod deosebit.

Afirmația că problema este de genul „tot sau nimic" este ilustrată de repartiția către extreme a notărilor: 21 lucrări cu punctajul maxim (6), 11 cu 5 puncte, iar de partea opusă 4 lucrări cu 1 punct și 23 cu 0 puncte; la mijloc doar 5 lucrări (cu 4, 3 și 2 puncte).

Elevii noștri au obținut: 3 cîte 6 puncte, unul 5, doi cîte 4 puncte; doi nu au tratat deloc problema.

Notez că unii elevi nu au obținut punctajul maxim fiindcă au făcut de fapt o verificare, adică au pus egalitatea sub altă formă și au arătat că aceasta este adevărată.

Problema a VI-a. Cinci elevi A, B, C, D, E au participat la un concurs. S-a încercat să se prevadă dinainte clasificarea la acest concurs. Cineva, care a presupus că aceasta va fi ABCDE nu a prevăzut bine, pentru nici un elev, locul său și nici nu a indicat bine nici o succesiune a doi concurenți consecutivi.

Altă persoană care a presupus că ordinea va fi DAECB, a prevăzut just locurile a doi concurenți și de asemenea a găsit bine succesiunea a două perechi de concurenți consecutivi.

Care a fost adevăratul rezultat al concursului?

Problema se poate trata în diferite moduri, începînd cu cel mai direct, dar și cel mai laborios, iar din punct de vedere matematic și cel mai simplist; acela de a scrie toate cele 120 permutări posibile și de a elimina apoi cele care nu convin enunțului. Nu au lipsit și astfel de soluții.

Iată una din soluții care reduce destul de mult numărul de încercări. Plecînd de la a doua presupunere, succesiunea unei perechi de concurenți poate fi:

$$DA,\ AE,\ EC,\ CB. \qquad (1)$$

Cele două perechi bine găsite ar putea fi deci: 1) *DAE* *, 2) *DA, EC*; 3) *DA, CB*; 4) *AEC*; 5) *AE, CB*; 6) *EC, DA*; 7) *ECB*; 8) *CB, DA*; 9) *CB, AE*.

* Prin *DAE* am notat perechea *DA, AE*.

În cazurile 1), 4), 7) locurile bine găsite pentru cei doi concurenți nu pot face parte din grupă, căci atunci ar fi determinat și al treilea loc, deci ar fi fost bine găsite 3 locuri, nu două.

Tot în legătură cu aceste grupe să observăm că *DAE* nu poate fi la sfîrșit căci *E* nu poate fi pe ultimul loc (prevederea I); grupa *AEC* nu poate fi în frunte căci *A* nu poate ocupa primul loc (idem), iar grupa *ECB* nu poate fi la mijloc, deoarece *C* nu poate fi pe locul 3. Pentru celelalte grupe, litera rămasă poate avea trei poziții; la început, între cele două grupe sau la sfîrșit. Ținînd seama de cele spuse să scriem toate formațiile posibile, generate de fiecare din cele 9 perechi de grupe.

1) *BDAEC, $\overline{CDAEB}$, $\overline{DAEBC}$, $\overline{DAECB}$*
2) *BDAEC*, $\overline{DABEC}$, DAECB**
3) *$\underline{|\ EDACB\ |}$ DAECB*, $\overline{DACBE}$*
4) *BDAEC**, $\overline{DBAEC}$, DAECB**, $\overline{BAECD}$*
5) *DAECB***, $\overline{AEDCB}$, $\overline{AECBD}$*
6) *$\overline{BECDA}$, ECBDA, $\overline{ECDAB}$*
7) *$\overline{ADECB}$, DAECB****, ECBAD, $\overline{ECBDA}$*
8) *$\overline{ECBDA}$, $\overline{CBEDA}$, $\overline{CBDAE}$*
9) *$\overline{DCBAE}$, $\overline{CBDAE}$, CBAED.*

În total sînt 30 formații din care 7 se repetă (cele cu steluță) deci rămîn 23. S-au subliniat literele care ocupă același loc ca în prima prevedere sau succesiunile perechi în ordinea primei prevederi. Acestea se elimină ca și *DAECB* care este chiar a doua prevedere. Rămîn astfel 5 formații din care 4 nu au nici una din litere pe locul din a doua prevedere, ceea ce nu e admisibil căci două locuri erau bine găsite.

Rămîne singura soluție *EDACB*.

★

Comisia internațională a apreciat că aceasta este problema cea mai grea pentru elevi și i-a acordat cel mai mare punctaj: 8 puncte. Dar, ca și în enunțul problemei, prevederea nu s-a adeverit. Din cei 64 elevi, 21 au obținut nota maximă, 15 au avut 7 puncte, 8 au avut 6 puncte, deci cu 6, 7, 8 au fost notați 44 elevi.

Elevii noștri au obținut: două notări cu 8 puncte, 2 cu 7 puncte, 2 cu 6 puncte, una cu 4 puncte; unul din elevi nu a tratat deloc problema.

Din cele expuse mai înainte se desprind unele observații pe care este bine să le semnalăm cititorilor G.M. seria B.

În primul rînd parcurgerea problemelor arată că nivelul acestei olimpiade a fost foarte ridicat și acest lucru trebuie să constituie un avertisment pentru anii viitori. Va trebui să ne străduim cu toții ca nivelul elevilor noștri să fie în continuă creștere pentru a participa cu succes la aceste întreceri internaționale.

În al doilea rînd trebuie să constatăm că elevi noștrii ne-au reprezentat destul de bine, mai bine decît în anul 1962 cînd nu am obținut

premiul I. În anul 1963 cu un premiu I, un premiu II și trei premiu III ne-am situat printre cele mai bune echipe.

Nu se face o clasificare pe echipe, totuși nu ne este indiferent dacă echipa noastră în ansamblu se prezintă bine sau nu.

În mare parte lipsurile semnalate în anii precedenți s-au remediat. Mai avem de luptat cu lipsa de atenție căci numai prin lipsă de atenție se poate explica faptul că un elev, care a fost totuși premiat, a putut scrie că soluția primei probleme este $x=\pm\frac{4-p}{2\sqrt{4-2p}}$, cînd se vedea chiar din ecuația dată că $x>0$. Tot din lipsă de atenție unii elevi nu au delimitat corect locul geometric de la a II-a problemă.

Pentru prima oară anul acesta a apărut o nouă deficiență: unul din elevi s-a descurajat după prima lucrare scrisă și nu a dus lupta mai departe cu toate forțele. Am prins de veste la timp și i-am arătat că trebuie să stăruiască pînă la ultimul efort, căci a doua lucrare poate schimba situația. Nu m-a ascultat în întregime. Cînd însă a văzut că s-au acordat premii pînă la 21 puncte și el avea 16 puncte, a venit la mine și mi-a spus că regretă că nu a urmat sfatul meu, căci dacă era hotărît obținea cele 5 puncte necesare pentru premiu. Am menționat acest fapt tocmai pentru că arată că nimic nu poate fi socotit pierdut pînă în ultima clipă a luptei, nu numai la un concurs, dar în general. Sper ca lecția să fie bună și pentru viitor.

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

POSIBILITATEA OBSERVĂRII PERMANENTE A SUPRAFEȚEI INVIZIBILE A LUNII

Luna este corpul ceresc cel mai apropiat de Pămînt. Către Lună și-au îndreptat zborul imaginar Jules Verne și alții. Chiar și în zilele noastre, primele nave cosmice care au scăpat de atracția Pămîntului au fost dirijate spre Lună.

Multă vreme noi nu am putut cunoaște întreaga suprafață a Lunii, prin faptul că ea, avînd perioada de rotație în jurul axei egală cu perioada sinodică, întoarce spre Pămînt aceeași față. Suprafața invizibilă a Lunii a fost fotografiată. Totuși, oamenii de știință ar fi avantajați dacă aceasta ar putea fi observată în permanență de pe Pămînt, înainte de a fi posibilă o aselenizare.

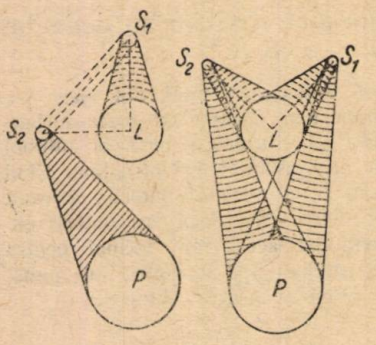
Lucrul acesta se poate pune în aplicare cu ajutorul a doi sateliți staționari. Satelitul staționar este acel satelit care, în raport cu un reper de pe o planetă pare nemișcat. Deci, în raport cu planeta respectivă satelitul are viteza unghiulară zero. Distanța de planetă, la care trebuie lansat satelitul staționar se poate calcula după formula:

$$h=\left(\frac{gR^2}{\omega^2}\right)^{\frac{1}{3}}-R$$

unde: g = accelerația pentru planetă, R=raza planetei, ω=viteza unghiulară siderală a planetei, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, unde T=perioada de rotație a planetei în jurul axei sale.

Viteza pe orbită a satelitului este $v = R\sqrt{\frac{R+h}{g}}$.

In cazul Lunii, luînd cu aproximație: T=29 zile 12 ore; distanța de suprafața Lunii a satelitului staționar va fi:



$$h = \left(\frac{0{,}00162 \cdot 1738^2}{2524^2 \cdot 10^{-18}}\right)^{1/3} - 1738 = 89844 \text{ km.}$$

Distanța de centru va fi 91 582 km.
Viteza satelitului pe orbită este:

$$v = 1738\sqrt{\frac{0{,}00162}{91582}} = 0{,}231 \text{ km/s.}$$

Cei doi sateliți staționari pot fi lansați în două moduri.

In primul caz, cei doi sateliți vor atinge înălțimea corespunzătoare, unul cînd se va găsi în opoziție cu Pămîntul, iar celălalt cînd se va afla în quadratură. In acest caz, primul satelit, care are mereu în raza de observație suprafața invizibilă va transmite imaginea celui de-al doilea satelit, iar acesta la rîndul lui, Pămîntului. Cu ajutorul acestui sistem se transmite o singură imagine integrală a suprafeței opuse a Lunii. Prezintă însă, dezavantajul că al doilea satelit va suferi mai mult influența Pămîntului, producîndu-se astfel perturbări în mișcarea lui.

Sateliții se mai pot lansa și în așa fel încît să fie simetric așezați în raport cu Pămîntul, făcînd un unghi oarecare. Fiind simetric așezați față de Pămînt, vor suferi aceeași influență din partea lui. Ambii sateliți vor transmite direct Pămîntului imaginea înregistrată, ceea ce ar prezenta un avantaj față de primul caz, în plus. Fiecare satelit însă, va transmite doar o imagină parțială a suprafeței invizibile a Lunii.

In amebele cazuri se vor putea efectua observații cu ajutorul celor doi sateliți staționari; în zilele în care fața opusă a Lunii este luminată de Soare.

Elena Gallin, absolventă, Cluj

NOTE MATEMATICE

1. O demonstrație a teoremei celor două medii

Ne propunem să demonstrăm inegalitatea:

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n \geqslant n \cdot \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \ldots a_n}$$

unde a_1, $a_2 \ldots$, a_n sînt numere reale și pozitive.

Știm că inegalitatea este adevărată pentru cazul $n = 2$. Vom folosi *metoda inducției*. Luăm ca ipoteză că inegalitatea este adevărată pentru $n = t$. Folosind această ipoteză vom stabili inegalitatea pentru $n = t + 1$.

Să dispunem numerele a_i $(i = 1, 2, \ldots, t + 1)$ în ordinea mărimii:

$$a_1 \geqslant a_2 \geqslant a_3 \geqslant \ldots \geqslant a_{t+1} \geqslant 0$$

Dacă $a_{t+1} = 0$, inegalitatea este adevărată. Putem deci exclude acest caz.

În aceste condiții există evident, întotdeauna, $b_1 \geqslant b_2 \geqslant \ldots \geqslant b_t > 0$ și $k \geqslant 1$, astfel încît:

$$a_1 = k^{t+1} \cdot b_1 \cdot b_2 \ldots b_t\,; \quad a_2 = b_1^t\,; \quad a_3 = b_2^t\,; \quad a_{t+1} = b_t^t\,.$$

Conform ipotezei avem:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{t+1} = k^{t+1} \cdot b_1 \cdot b_2 \ldots b_t + b_1^t + b_2^t + \ldots + b_t^t \geqslant$$
$$\geqslant (k^{t+1} + t) \cdot b_1 \cdot b_2 \ldots b_t$$

Rămîne să arătăm că:

$$k^{t+1} + t \geqslant (t+1)\,k$$

adică:

$$k^{t+1} + t - (t+1)\,k = (k-1)\,(k + k^2 + \ldots + k^t - t) \geqslant 0$$

ceea ce este evident.

Voiculescu Dan, cl. VIII ș.m. 21 București

2. Asupra unor inegalități într-un triunghi

Condiția necesară și suficientă pentru ca a, b, c să fie laturi ale unui triunghi este să existe x, y, z pozitivi, astfel ca:

$$\left.\begin{aligned} a &= x + y \\ b &= x + z \\ c &= y + z \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Într-adevăr, scriind că x, y, z sînt pozitivi avem:

$$x = \frac{a+b-c}{2} \geqslant 0\,; \quad y = \frac{a-b+c}{2} \geqslant 0\,; \quad z = \frac{-a+b+c}{2} \geqslant 0\,.$$

condiții necesare și suficiente pentru ca a, b, c să fie laturi ale unui triunghi. Rezultă deci, posibilitatea de a obține cu ajutorul formulelor (1), din orice inegalitate în care figurează a, b, c (laturi ale unui triunghi), o inegalitate între numerele pozitive oarecare x, y, z.

Rezultă de asemenea, că pentru ca o inegalitate în a, b, c să fie adevărată este necesar și suficient ca inegalitatea în x, y, z obținută prin formulele (1) să fie adevărată.

Spre a ilustra această metodă vom da în cele ce urmează, cîteva exemple.

a) Cunoscuta inegalitate între raza cercului circumscris și raza cercului înscris unui triunghi. Din formulele uzuale în care am înlocuit conform lui (1), avem:

$$\frac{R}{r}=\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{4xyz}\geqslant\frac{8xyz}{4xyz}=2$$

unde am aplicat fiecărei paranteze în parte, inegalitatea $u+v\geqslant 2\sqrt{uv}$.

b) Într-un triunghi avem:

$$a^2+b^2+c^2=2[x(x+y+z)+(y^2+yz+z^2)]\geqslant$$

$$\geqslant 4\sqrt{x(x+y+z)(y^2+yz+z^2)}\geqslant 4\sqrt{3xyz(x+y+z)}=4S\sqrt{3}$$

unde am aplicat mai întîi, inegalitatea $u+v\geqslant 2\sqrt{uv}$, iar apoi, inegalitatea $u+v+w\geqslant 3\sqrt[3]{uvw}$.

c) Vom transforma cunoscuta inegalitate:

$$2(\sin A+\sin B+\sin C)\leqslant 3\sqrt{3}$$

Avem, conform (1):

$$4\sqrt{(x+y+z)xyz}\left[\frac{1}{(x+y)(x+z)}+\frac{1}{(x+y)(y+z)}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{(x+z)(y+z)}\right]\leqslant 3\sqrt{3}$$

adică:

$$64(x+y+z)^3xyz\leqslant 27(x+y)^2(y+z)^2(x+z)^2$$

d) Din inegalitatea dată de Toma Albu în problema nr. 5696:

$$\sqrt{\sin A}+\sqrt{\sin B}+\sqrt{\sin C}\leqslant 3\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$$

obținem:

$$16(x+y+z)(\sqrt{x+y}+\sqrt{x+z}+\sqrt{y+z})^4xyz\leqslant$$

$$\leqslant 243(x+y)^2\cdot(x+z)^2\cdot(y+z)^2.$$

Urmînd această cale se pot stabili lesne și alte inegalități între elemente ale unui triunghi sau între numere pozitive.

Voiculescu Dan, cl. VIII-a, ș.m. 21 București

3. Asupra problemei 5483

În G.M.F.-B nr. 10/1962 a apărut problema 5483 propusă de *Ion Strătescu*. În această notă dăm o generalizare a acestei probleme.

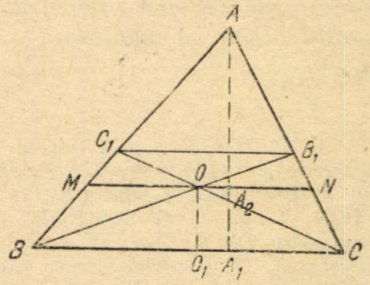
O paralelă la latura BC a unui triunghi oarecare ABC taie laturile AB și AC în M, respectiv N, împărțindu-le în raportul k. Fie O un punct

mobil pe MN. Dreptele BO și CO taie pe AC și AB în B_1 respectiv C_1. Să se arate că: $A_{AB_1C_1} = (k+1)\,A_{B_1OC_1}$.

Notăm: $A_{AB_1C_1} = S_1$; $A_{OB_1C_1} = S_2$; $A_{OBC} = Z_3$; $A_{ABC} = S$.

Avem:

$$\frac{S_1}{S} = \frac{AC_1 \cdot AB_1}{AC \cdot AB} \qquad (1)$$



și

$$\frac{S_2}{S_3} = \frac{OC_1 \cdot OB_1}{OC \cdot OB} \qquad (2)$$

Notăm cu O_1 și A_1 picioarele perpendicularelor din O și A pe BC și cu A_2 intersecția dreptei MN cu AA_1. Triunghiurile OBC și ABC au baza comună BC și raportul înălțimilor lor este:

$$\frac{AA_1}{OO_1} = \frac{AA_1}{A_2A_1} = \frac{AC}{NC} = \frac{AN+NC}{NC} = \frac{AN}{NC} + 1 = k+1.$$

Deci $\frac{S}{S_3} = \frac{AA_1}{OO_1} = k+1$, adică $S_3 = \frac{S}{k+1}$.

Ținînd seamă de această egalitate, relația (2) devine:

$$\frac{S_2}{S} = \frac{1}{k+1} \cdot \frac{OC_1 \cdot OB_1}{OC \cdot OB} \qquad (3)$$

Împărțind relația (1) prin relația (3), obținem:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AC_1 \cdot OB \cdot AB_1 \cdot OC}{AC \cdot OB_1 \cdot AB \cdot OC_1} \cdot (k+1) \qquad (4)$$

Aplicăm teorema lui *Menelaus* triunghiului ABB_1 tăiat de transversala COC_1 și triunghiului ACC_1 tăiat de transversala BOB_1:

$$\frac{AC}{B_1C} \cdot \frac{OB_1}{OB} \cdot \frac{BC_1}{AC_1} = 1 \text{ și } \frac{AB}{BC_1} \cdot \frac{OC_1}{OC} \cdot \frac{CB_1}{AB_1} = 1$$

Din aceste două relații deducem:

$$\frac{AC_1 \cdot OB}{AC \cdot OB_1} = \frac{BC_1}{B_1C} \quad (5); \text{ și } \frac{AB_1 \cdot OC}{AB \cdot OC_1} = \frac{B_1C}{BC_1} \qquad (6)$$

Ținînd seama de relațiile (5) și (6), relația (4) devine:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{BC_1}{B_1C} \cdot \frac{B_1C}{BC_1} \cdot (k+1) \text{ sau } \frac{S_1}{S_2} = k+1$$

Deci avem: $A_{AB_1C_1} = (k+1)\,A_{OB_1C_1}$.

Pentru $k=1$ avem tocmai problema 5483.

Victor Crișan, cl. XI-a Aiud

PREMIILE GAZETEI MATEMATICE ŞI FIZICE — SERIA B PE ANUL 1963

Pentru activitatea deosebită depusă de către evidenţiaţii publicaţi în volumul al XIV-lea (1963) al Gazetei Matematice şi Fizice — Seria B se acordă premii şi menţiuni:

PREMII

1. Brînzănescu Vasile (cl. XI ş.m. 1 Constanţa), 2. Rujan Octavian (cl. XI ş.m. 1 Timişoara), 3. Grigorescu I. Şerban (cl. XI s.m. 1 Bucureşti), 4. Voiculescu Dan (cl. VII s.m. 21 Bucureşti), 5. Olariu Ştefan (cl. XI s.m. 1 Arad), 6. Popa I. Eugen (cl. VII s.m. 3 Iaşi), 7. Stern Toma (cl. XI lic. nr. I Lugoj), 8. Perjeru Emil (cl. IX ş.mş Petroşeni), 9. Popescu Eleodor (cl. IX s.m. 1 Tr. Severin), 10. Lusztig Gheorghe (cl. XI s.m. 5 Timişoara), 11. Popovici Cornel (cl. X s.m. 1 Lugoj), 12. Lucaci Nicolae (cl. XI s.m. 5 Galaţi), 13. Galeczky Gheorghe (cl. XI ş.m. 1 Lugoj), 14. Dăncilă Ion (cl. IX ş.m. 3 Sibiu), 15. Costea Viorel (cl. XI Orăştie), 16. Crişan Victor (cl. X s.m. Aiud), 17. Bejancu Aurel (cl. XI Novaci Oltenia), 18. Boicescu Vlad (cl. X s.m. 4 Craiova), 19. Niculescu G.G. (cl. X Roman), 20. Rădulescu Dorin (cl. VIII s.m. 11 Bucureşti), 21. Nica Vasile (cl. X ş.m. Ploieşti), 22. Zisu Tudor (cl. XI ş.m. 34 Bucureşti), 23. Weinstein Jack (cl. IX ş.m. Rădăuţi), 24. Popescu E. Mihai (cl. X S.m. Slatina), 25. Orlov Zinaida (cl. X ş.m. Petroşeni), 26. Munteanu Mihai (cl. X s.m. 5 Braşov), 27. Spircu Tiberiu (cl. X s.m. 4 Arad). 28. Toma Dragomir (cl. XI Ploieşti), 29. Zamfir Ion (cl. XI Panciu), 30. Vătui Florin (cl. VIII s.m. 1 Braşov), 31. Brinda Rodica (cl. X Lic. nr. 1 Lugoj), 32. Diaconescu A. Nicolae (cl. IX s.m. Rupea), 33. Geleriu Dan (cl. IX s.m. 3 Sibiu), 34. Biscă Octavian (cl. IX s.m. 1 Craiova), 35. Georgescu George (cl. X s.m. 1 Craiova), 36. Maftei Eugen (cl. IX s.m. Vaslui), 37. Stoicea Marcel (cl. X lic. mil. Cîmpulung Mold.), 38. Cimponeriu Traian (cl. X s.m. 1 Lugoj), 39. Popa Alexandru (cl. XI s.m. Pucioasa), 40. Rîmbu Revişoara (cl. XI s.m. Pucioasa).

MENŢIUNI

41. Simion I. Alexandru (cl. XI s.m. 1 Bacău), 42. Rosenberg Flavia (cl. XI s.m. Fălticeni), 43. Poper Laurenţiu (cl. VIII ş.m. 1 Cîmpina), 44. Ioniţă Maria (cl. X ş.m. Predeal), 45. Zissu Ana (cl. X s.m. 34 Bucureşti), 46 Popa Lucia (cl VII s.m. 1 Petroşeni), 47. Rabinovici Silviu (cl. XI s.m. 2 Fălticeni), 48. Rădan Sorin (cl. X Slănic), 49. Luca Ion (cl. X s.m. 4 Constanţa), 50. Pantelimon Mihai (cl. XI s.m. 1 Petroşeni), 51. Ştefănescu Sabba Dan (cl. X ş.m. 1 Bucureşti), 52. Steriu Dan (cl. VIII ş.m. 2 Ploieşti), 53. Trif Nicolae (cl. VIII s.m. 2 Sibiu), 54. Acu Dumitru (cl. XI s.m. Năsăud), 55. Aisner Sergiu (cl. XI ş.m. 1 Ploieşti), 56. Daba Dan (cl. X ş.m. 1 Lugoj), 57. Trif Maria (cl. X s.m. 2 Sibiu), 58. Anghel Petre (cl. X Novaci), 59. Spătaru Aurel (cl. X Pucioasa), 60. Bena Dorin (cl. IX s.m. 1 Caransebeş), 61. Brădişteanu Adrian (cl. X Mediaş), 62. Carcalciuc Valentin (cl. X ş.m. 4 Ploieşti), 63. Gropper Mircea (cl. X ş.m. 2 Craiova), 64. Sacter Mauriciu (cl. XI s.m. 37 Bucureşti), 65. Wechsler Viky (cl. XI s.m. 1 Focşani), 66. Teodorescu Voltaire (cl. XI s.m. 1 Piatra Neamţ), 67. Vişan Ştefan (cl. VIII s.m. 2 Ploieşti), 68. Cristescu Mărgărit (cl. X ş.m. 4 Craiova), 69. Cătălina Ion (cl. X ş.m. 1 Timişoara), 70. Florescu Florian (cl. VIII Oraviţa), 71. Andreescu Ion (cl. IX s.m. 2 Ploieşti), 72. Avramescu Ioan (cl. XI s.m. Titu), 73. Şerb Ioan (cl. IX s.m. 1 Lugoj), 74. Simion Virgil (cl. IX ş.m. 3 Sibiu), 75. Tudoroniu Lucian (cl. VIII ş.m. 1 Lugoj), 76. Vălușescu Ilie (cl. X Bozovici Banat), 77. Stănescu Dan (cl. VIII ş.m. 1 Ploieşti), 78. Stan Emil (cl. VIII ş.m. 2 Ploieşti), 79. Matei Gheorghe (cl. X ş.m. Moreni), 80. Matei C. Ion (cl. VIII s.m. Moreni), 81. Negruţiu Vasile (cl. VIII s.m. 1 Oradea), 82. Pupăzan Nicolae (Lt. Major Lugoj), 83. Rotaru Eugenia (absolventă Cîmpina), 84. Stancu Ion (student matematici Bucureşti), 85. Arsene N. Ion (cl. X s.m. 1 Bucureşti), 86. Bădulescu Grigore (absolvent Topoloveni Muscel), 87. Haim Marcel (cl. XI ş.m. 1 Iaşi), 88. Ionescu Pavel (cl. X ş.m. 1 Ploieşti), 89. Negoescu Gheorghe (cl. XI ş.m. 20 Bucureşti), 90. Nedea Constantin (cl. XI s.m. Costeşti), 91. Tîrcă Mihai (cl. VIII s.m. Pucioasa), 92. Vasiliu Dan (cl. X lic. nr. 1 Lugoj), 93. Munteanu G. Mircea (cl. XI s.m. 5 Braşov), 94. Cernicica Petre (cl. X s.m. 34 Bucureşti), 95. Persache Octavian (cl. X s.m. 11 Bucu-

reşti), 96. Chisăliţă Adrian (student Cluj), 97. Zsido Laszlo (cl. XI s.m. 5 Braşov), 98. Ursulescu Octavian (cl. IX s.m. 11 Bucureşti), 99. Horovitz Ossi (cl. XI s.m. Ocna Mureş), 100. Zegheru Gheorghe (cl. IX s.m. Pucioasa), 101. Pestroiu Daniel (cl. IX s.m. 1 Tîngu Jiu), 102. Nicolae Silvia (cl. X ş.m. 1 Ploieşti), 103. Dragu Alin (cl. X ş.m. 21 Bucureşti), 104. Mincinopski George (cl. XI ş.m. Mărăşeşti), 105. Sandu Marin (cl. X ş.m. 1 Ploieşti), 106. Borza Ioan (cl. XI Orăştie), 107. Rusu Aurelian (cl. IX ş.m. 2 Craiova), 108. Ciobanu Emil (cl. X s.m. Suceava), 109. Bănică Marin (cl. VIII s.m. 1 Tîrgu Jiu), 110. Alionte Constantin (cl. X s.m. Slănic), 111. Bibicu Ion (cl. XI s.m. 2 Brăila), 112. Simpliceanu Virgil (cl. X Blaj), 113. Necula Mihai (cl. X s.m. 13 Bucureşti), 114. Früstock Ştefan (cl. XI s.m. 5 Făgăraş), 115. Iacobovici Maier (cl. X s.m. Sighet), 116. Costescu Ion (cl. X ş.m. 2 Ploieşti), 117. Leibovici Valeriu (cl. XI ş.m. 34 Bucureşti), 118. Conache Petre (cl. X s.m 30 Bucureşti), 119. Andrei Titus (cl. XI Pătîrlagele Bucureşti), 120. Otopeanu Alexandra (cl. VIII ş.m. 13 Bucureşti), 121. Ionescu V. Marcel (cl. XI ş.m. 3 Piteşti).

★

Evidenţiaţii de mai sus, premiaţi sau menţionaţi ca rezolvitori de probleme în anul 1963, care nu ne-au trimis adresa lor exactă o dată cu fişa de totalizarea problemelor rezolvate sînt rugaţi să ne comunice pe o carte poştală adresa lor actuală, indicînd şi numărul de ordine din prezenta listă a premiilor, pentru a li se trimite pachetul cu cărţi sau reviste acordate ca premii.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5445

Fie O_1, O_2, O_3, O_4 centrele cercurilor circumscrise triunghiurilor ABF, ACE, BDE şi CDF formate de laturile patrulaterului complet $ABCDEF$. Să se demonstreze că ortocentrele triunghiurilor cu vîrfurile în O_1, O_2, O_3 şi O_4 se află pe laturile patrulaterului complet dat.

Gh. Buicliu

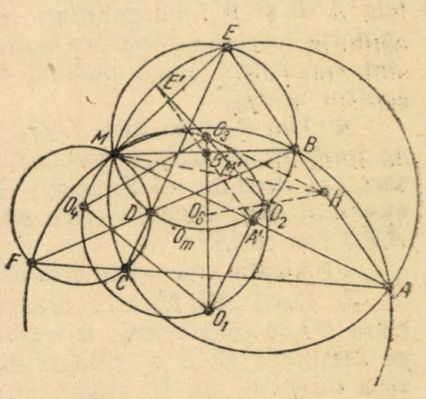


Fig. 1

Soluţie dată de *Teodor Teodoridis*, profesor Bucureşti. — 1°. Vom arăta că cercurile (O_1), (O_2), (O_3) şi (O_4) sînt concurente într-un singur punct M, numit punctul lui Miquel (fig. 1).

În adevăr, fie M al doilea punct de intersecţie al cercurilor O_1 şi O_2 circumscrise respectiv triunghiurile ABF şi ACE. În aceste cercuri avem:

$$\sphericalangle MAB = \sphericalangle BFM (\text{sau} \sphericalangle DFM) \text{ şi } \sphericalangle MAE (\text{sau} \sphericalangle MAB) = \sphericalangle MCE (\text{sau} \sphericalangle MCD)$$

Din compararea acestor egalităţi de unghiuri rezultă $\sphericalangle DFM = \sphericalangle MCD$, care ne arată că patrulaterul $DMCF$ este inscriptibil, adică cercul (O_4) circumscris triunghiului CDF trece prin M.

Analog, dovedim că punctul M se află şi pe cercul O_3 circumscris triunghiului BDE.

2° Patrulaterul $O_1O_2O_3O_4$ este inscriptibil. În adevăr, dreapta O_1O_4 este perpendiculară pe coarda comună FM a cercurilor (O_1) și (O_4) iar dreapta O_1O_2 pentru același motiv este perpendiculară coardei AM, deci,

$$\sphericalangle O_2O_1O_4 = 180° - \sphericalangle FMA$$

De asemenea, O_3O_4 fiind perpendiculara pe coarda MD, iar O_3O_2 perpendiculară pe ME, avem:

$$\sphericalangle O_2O_3O_4 = \sphericalangle DME \qquad (2)$$

Adunînd (1) cu (2) avem:

$$\sphericalangle O_2O_1O_4 + \sphericalangle O_2O_3O_4 = 180° - \sphericalangle FMA + \sphericalangle DME \qquad (3)$$

Însă,

$$\sphericalangle FMA = \sphericalangle FBA \text{ (sau } \sphericalangle DBA) = \sphericalangle DME$$

deci, relația (3) devine:

$$\sphericalangle O_2O_1O_4 + \sphericalangle O_2O_3O_4 = 180°$$

adică patrulaterul $O_1O_2O_3O_4$ este inscriptibil.

3° Cercul (O_m) circumscris patrulaterului $O_1O_2O_3O_4$, numit cercul lui Miquel, trece și prin M.

În adevăr, linia centrelor O_1O_2 este perpendiculară pe mijlocul coardei comune MA a cercurilor O_1 și O_2. Fie A' piciorul acestei perpendiculare $(MA' = A'A)$. La fel, fie B' piciorul perpendicularei MB pe linia centrelor O_1O_3 adică $MB' = B'B$ și fie E' piciorul lui ME pe linia centrelor O_2O_3 adică $ME' = E'E$.

Punctele A', B', E' fiind mijloacele dreptelor MA, MB și ME iar punctele A, B și E fiind coliniare, rezultă că și A', B' și E' sînt coliniare, iar conform teoremei reciproce a dreptei lui Simpson, punctele M, O_1, O_2 și O_3 sînt conciclice, adică punctul Miquel M aparține cercului lui Miquel cu centrul în O_m.

4° Din O_2 se duce O_2O_6 perpendiculară pe O_1O_3 și fie H punctul de întîlnire al acestei perpendiculare cu latura ABE. Dreapta MH intersectează dreapta lui Simpson $A'B'E'$ în H'. Punctul H' este mijlocul segmentului MH, deoarece este situat pe linia mijlocie $A'B'E'$ a triunghiului AMB sau AME.

Problema mai poate fi enunțată și astfel:

5° Dacă $A'B'E'$ este dreapta lui Simpson pentru punctul M al cercului (O_m) circumscris triunghiului $O_1O_2O_3$ și dacă H este un punct luat pe înălțimea O_2O_6 a triunghiului $O_1O_2O_3$ în așa fel ca segmentul HM să aibă mijlocul său H' situat pe dreapta lui Simpson $A'B'E'$, atunci H este ortocentrul triunghiului $O_1O_2O_3$.

Notăm cu O_2 intersecția înălțimii O_2O_6 cu cercul (O_m), (fig. 2 sau 3). Fie L punctul de intersecție al dreptei O_hM cu dreapta lui Simpson $A'B'E'$; și fie punctul P intersecția dreptelor O_2M cu O_1O_3. Se observă că:

$$\sphericalangle O_2O_hL = \sphericalangle O_2O_2M \qquad (1)$$

ca avînd aceeași măsură și

$$\sphericalangle O_2O_hL = \sphericalangle B'ML \qquad (2)$$

ca unghiuri formate de paralelele O_2O_h și $B'M$ și secanta O_hM.

Mai avem:

$$\sphericalangle A'O_1M \text{ (sau } \sphericalangle O_2O_1M) = \sphericalangle MB'L \tag{3}$$

deoarece patrulaterul $A'B'MO_1$ este inscriptibil, căci $\sphericalangle MA'O_1 = \sphericalangle MB'O_1 = 90°$.

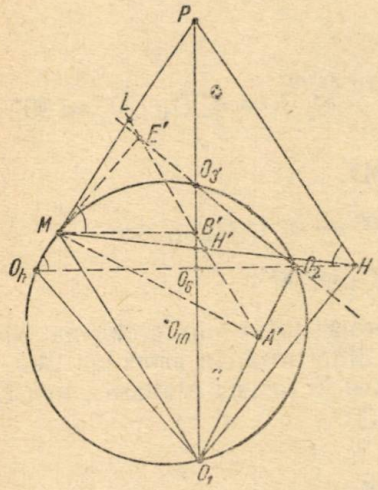


Fig. 2

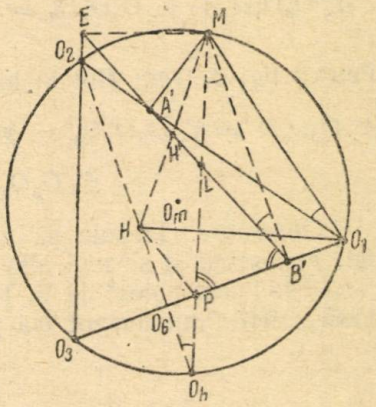


Fig. 3.

Din examinarea relațiilor (2), (1) și (3) rezultă

$$\sphericalangle B'ML = \sphericalangle MB'L \tag{4}$$

adică triunghiul $LB'M$ este isoscel avînd:

$$B'L = ML \tag{5}$$

Însă, triunghiul $B'MP$ fiind dreptunghic în B' rezulă: $\sphericalangle LB'P = \sphericalangle B'PM$, ca avînd unghiurile complementare date de relația (4), egale.

Deci, triunghiul $LB'P$ fiind isoscel avem:

$$B'L = LP \tag{6}$$

Din (5) și (6) rezultă că punctul L este mijlocul segmentului MP și cum H' prin ipoteză este mijlocul lui MH, dreapta LH' este linie mijlocie în triunghiul MPH adică LH' este paralelă cu PH. De aci rezultă:

$$\sphericalangle MB'L = \sphericalangle PHO_2 \tag{7}$$

Această relație împreună cu relațiile (2) și (4) ne conduce la

$$\sphericalangle O_2O_hL \text{ (sau } \sphericalangle HO_hP) = \sphericalangle PHO_h \text{ adică: } PO_h = PH \tag{8}$$

și fiindcă dreapta PO_3O_1 este perpendiculară prin ipoteză, pe dreapta HO_6O_h rezultă că $O_6O_h = O_6H$ (9), relație ce ne arată că H este ortocentrul triunghiului $O_1O_2O_3$.

În adevăr (pentru figura 2) avem:

$$\sphericalangle O_3O_1H = \sphericalangle O_2O_1O_3 = \text{măs}\,\frac{\text{arc}\,O_hMO_3}{2},\ \text{iar}$$

$$\sphericalangle O_1O_3O_2 = \text{măs}\,\frac{\text{arc}\,O_1O_2}{2}$$

iar totalul acestor unghiuri, este:

$$\sphericalangle O_3O_1H + \sphericalangle O_1O_3O_2 = \frac{\text{arc}\,O_hO_3 + \text{arc}\,O_1O_2}{2} = \sphericalangle O_2O_6O_1 = 90°$$

Pentru fig. 3 avem (tot în baza relației (9)),

$\sphericalangle O_3O_1H = \sphericalangle O_hO_1O_3 = \sphericalangle O_3O_2O_h = 90° - \sphericalangle O_2O_3O_1$, deci

$$\sphericalangle O_3O_1H + \sphericalangle O_2O_3O_1 = 90°.$$

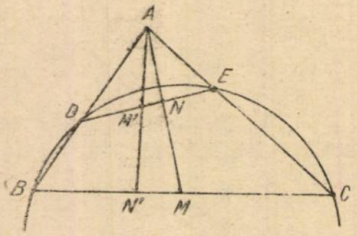
Observare. Trebuie să adăugăm că proprietatea din problema 5445 este cunoscută și se mai află demonstrată, altfel însă, în articolul „Sur le cercle de l'orthopôles" de V. Thébault, publicat în revista Mathesis, tom LV 1946—1947, Supplement (la punctul 10 b).

Problema 5630

Se consideră un triunghi oarecare ABC și un cerc care trece prin punctele B, C tăind laturile AB și AC respectiv în punctele D și E. Se duce mediana AM care taie dreapta DE în N. Să se arate că avem

$$\frac{ND}{NE} = \frac{AC^2}{AB^2}.$$

O. Oränescu, Inginer Galați



Soluție. Ducînd simediana *AN'*, *M'* punctul ei de intersecție cu *DE*, este mijlocul lui *DE*, deoarece *BC* și *DE* sînt antiparalele în raport cu unghiul *A*. În triunghiurile asemenea *ADE* și *ABC* avem:

$$\frac{DN}{EN} = \frac{CN'}{BN'} = \frac{AC^2}{AB^2}.$$

Notă. Soluții deosebite s-au primit de la *Grigorescu I. Șerban*, cl. XI ș.m. 1 București și *Lusztig Gheorghe*, cl. XI ș.m. 5 Timișoara.

Problema 5633

Să se arate că dacă:

$a + b + c = ab + bc + ca$ *și* $a^2 + b^2 + c^2 = a^2 \cdot b^2 + b^2 \cdot c^2 + c^2 \cdot a^2$

atunci avem :

$$a^n + b^n + c^n = a^n \cdot b^n + b^n \cdot c^n + c^n \cdot a^n.$$

* * *

Soluție. Ridicînd prima relație la pătrat deducem :

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

sau :

$$ab + bc + ca = abc\ (a + b + c)$$

sau încă : $(abc - 1)\ (a+b+c) = 0$.

Rezultă : a) $abc = 1$ sau b) $a+b+c=0$.

Să considerăm cele două cazuri :

a) a, b, c sînt rădăcinile ecuației $x^3 - kx^2 + kx - 1 = 0$.

Deci, $x_1 = 1.\ x_2,\ x_3 = 1$. Se obține $x_1^n + x_2^n - x_3^n - (x_1^n \cdot x_2^n + x_2^n \cdot x_3^n + x_3^n \cdot x_1^n) = 1 + x_2^n + x_3^n - x_2^n - x_3^n - 1 = 0$.

b) a, b, c sînt rădăcinile ecuației $x^3 - k^3 = 0$. Deci, $x_1 = k\ ;\ x_2 = kx;\ x_3 = kx^2$. Înlocuind obținem :

$$x_1^n + x_2^n + x_3^n - (x_1^n \cdot x_2^n + x_2^n \cdot x_3^n + x_3^n \cdot x_1^n) = k^n + k^n x^n + k^n x^{2n} -$$

$$- K^{2n}(1 + x^n + x^{2n}) = (k^n - k^{2n})(1 + x^n + x^{2n}) = 0$$

pentru orice $n \neq \mathfrak{M}\ 3$.

Notă. Soluții analoage s-au primit de la *Grigorescu I. Șerban* cl. XI ș.m. 1 București și *Lusztig Gheorghe*, cl. XI ș.m. 5 Timișoara și *Dragomir Toma* elev Oradea

Problema 5657

a) *Să se găsească o relație algebrică între unghiurile x, y, z astfel ca să aibă loc relația trigonometrică :*

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{y}{2} + \operatorname{tg}\frac{y}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{z}{2} + \operatorname{tg}\frac{z}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{x}{2} = 1.$$

b) *Să se arate că ecuația $x^5 - 55x + 21 = 0$ are două rădăcini al căror produs este 1. Să se calculeze aceste rădăcini.*

Facultatea de matematică, Cluj, 1962

Soluție. Avem :

$$\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2}\right) = \frac{\operatorname{tg}\frac{x}{2} + \operatorname{tg}\frac{y}{2} + \operatorname{tg}\frac{z}{2} - \operatorname{tg}\frac{x}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{y}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{z}{2}}{1 - \left(\operatorname{tg}\frac{x}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{y}{2} + \operatorname{tg}\frac{y}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{z}{2} + \operatorname{tg}\frac{z}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{x}{2}\right)}.$$

Rezultă : $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ sau : $x + y + z = (2k + 1)\,\pi$.

b) Procedăm prin identificarea: $x^5 - 55x + 21 = (x^2 + ax + 1)$. $(x^3 + bx^2 + cx + 21)$, de unde: $a+b=0$; $ab+c+1=0$; $21+ac+b=0$; $c + 21a = -55$.

Avem: $ab + c + 1 - (c + 21a) = 55$ sau: $a(b - 21) = 54$.

Înlocuind cu $b = -a$ obținem: $a^2 + 21a + 54 = 0$ cu rădăcinile $a_1 = -3$, $a_2 = -18$ dintre care numai $a = -3$ corespunde.

Ecuația $x^2 - 3x + 1 = 0$ dă rădăcinile $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

Alte soluții au dat elevii: *Lusztig Gh.* cl. XI ș.m. 5 Timișoara și *Grigorescu I. Șerban* cl. XI ș.m. 1 București.

Problema 5677

Dacă punem 10 kg gheață la 0°C în 500 kg apă la 22°C, temperatura apei după topirea gheții coboară la 20°C. Să se afle căldura latentă specifică de topire a gheții. Căldura specifică a apei este $c = 1$ kcal/kg.grad.

(Facultatea de Mine, Petroșani, 1962)

Soluție dată de *Olaru Adriana*, cl. IX, Turda. Apa a cedat o cantitate de căldură $Q_1 = 500 \cdot 1\ (22°-20°) = 1\,000$ kcal. Gheața absoarbe o cantitate de căldură $Q_2 = 10\lambda + 10 \cdot 1\ (20°-0°) = (10\lambda + 200$ kcal. Cum $Q_1 = Q_2$ rezultă: $10\lambda = 800$; $\lambda = 80$ kcal/kg.

Problema 5696

Să se stabilească relația:

$$\sqrt{\sin A} + \sqrt{\sin B} + \sqrt{\sin C} \leqslant 3\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$$

unde A, B, C sînt unghiurile unui triunghi oarecare.

Toma Albu, student București

Soluție dată de elevul *Grigorescu I. Șerban*, cl. XI ș.m. 1 și *Persache Octavian*, cl. X ș.m. 11 București. Se știe că între unghiurile A, B, C, ale unui triunghi există relația:

$$\sin A + \sin B + \sin C \leqslant \frac{3\sqrt{3}}{2} \qquad (1)$$

$$\cos A + \cos B + \cos C \leqslant \frac{3}{2}. \qquad (2)$$

Egalitatea are loc pentru $A = B = C = 60°$.

Fie un triunghi $A_1B_1C_1$ de unghiuri $A_1 = \frac{1}{2}(\pi - A)$,

$$B_1 = \frac{1}{2}(\pi - B),\ C_1 = \frac{1}{2}(\pi - C).$$

Scriind pentru acest triunghi inegalitățile (1) și (2) obținem:

$$\cos\frac{A}{2}+\cos\frac{B}{2}+\cos\frac{C}{2}\leqslant 3\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\frac{A}{2}+\sin\frac{B}{2}+\sin\frac{c}{2}\leqslant\frac{3}{2}.$$

Pe de altă parte inegalitatea lui *Cauchy-Buniakowsky* ne permite să scriem:

$$\left(\sum\sqrt{\sin\frac{A}{2}\cdot\cos\frac{A}{2}}\right)^2\leqslant\left(\sum\sin\frac{A}{2}\right)\left(\sum\cos\frac{A}{2}\right)\leqslant 9\frac{\sqrt{3}}{4},$$

sau:

$$\sqrt{\sin\frac{A}{2}\cdot\cos\frac{A}{2}}+\sqrt{\sin\frac{B}{2}\cdot\cos\frac{B}{2}}+\sqrt{\sin\frac{C}{2}\cdot\cos\frac{C}{2}}\leqslant 3\frac{\sqrt[4]{3}}{2}$$

Înmulțind ambii membri ai inegalității cu

$\sqrt{2}$, obținem $\sqrt{\sin A}+\sqrt{\sin B}+\sqrt{\sin C}\leqslant 3\cdot\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$.

Egalitatea se obține pentru $A=B=C=60°$.

Problema 5701

Să se arate că:

$(1-ai)(1+bi)=(a+i)(b-i)$, *știind că* $i^2=-1$; *iar* $\dfrac{a^2-a\alpha+a}{a\alpha^2+\alpha-a}=\dfrac{b\alpha^2-\alpha+1}{\alpha^2+b\alpha-1}$ *dacă* $\alpha^3=1$.

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de *N. Ciobanu*, elev ș.m. 1 București și *G. G. Niculescu*, elev Roman. — Avem:

$$(1-ai)(1+bi)=1+bi-ai=abi^2=ab+1-ai+bi;$$

$$(a+i)(b-i)=ab-ai+bi-i^2=ab+1-ai+bi$$

Dacă ținem seamă că $1=\alpha^3$ avem:

$$\frac{a^2-a\alpha+a}{a\alpha^2+\alpha-a}=\frac{a^2-a\alpha+a\cdot\alpha^3}{a\alpha^2+\alpha-a}=\frac{\alpha(a\alpha^2+\alpha-a)}{a\alpha^2+\alpha-a}=\alpha,$$

$$\frac{b\alpha^2-\alpha+1}{1^2+b\alpha-1}=\frac{b\alpha^2-\alpha+\alpha^3}{\alpha^2+b\alpha-1}=\frac{\alpha(\alpha^2+b\alpha-1)}{\alpha^2+b\alpha-1}=\alpha.$$

Problema 5710

Să se raționalizeze numitorul fracției $\dfrac{1}{1+3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{4}}$.

Miron Oprea, Ploiești

Soluția dată de *Eugen Popa*, elev cl. VII Iași și *Popescu Eleodor*, T. Severin. Notînd $\sqrt[3]{2}=a$, fracția devine

$$\frac{1}{2a^2+3a+1}.$$

Trinomul de la numitor se mai scrie

$$2a^2+3a+1=(a+1)(2a+1).$$

Pentru a raționaliza numitorul trebuie să obținem, a^3. Vom ține seama de $(x+y)(x^2-xy+y^2)=x^3+y^3$. În cazul nostru, fracția va trebui amplificată cu $(a^2-a+1)(4a^2-2a+1)$.

Obținem:

$$\frac{(a^2-a+1)(4a^2-2a+1)}{(a^3+1)(8a^3+1)}.$$

Ținînd seamă ca $a=\sqrt[3]{2}$ avem:

$$\frac{(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1)(4\sqrt[3]{4}-2\sqrt[3]{2}+1)}{(2+1)(16+1)}=\frac{5\sqrt[3]{2}+7\sqrt[3]{4}-11}{51}$$

Problema 867 M.F.L.

Să se construiască expresia $x=\sqrt[4]{4+\sqrt[4]{2}}$ *cu ajutorul riglei și compasului.*

Kiss Elemér, Tg.-Mureș

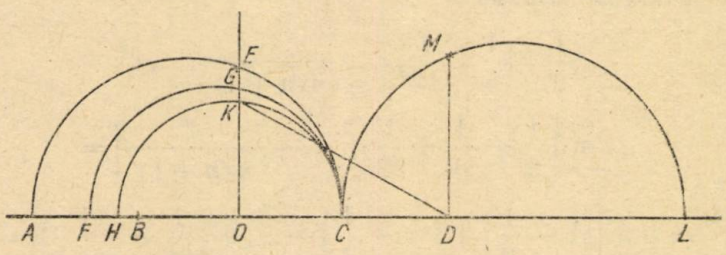
Soluție. Expresia $x=\sqrt[4]{4+\sqrt[4]{2}}$ se poate scrie și în felul următor:

$$x=\sqrt[4]{2^2+(\sqrt[8]{2})^2}.$$

Pe o dreaptă luăm segmentele $AB=BO=OC=CD=1$. Perpendiculara pe dreapta în punctul 0 taie cercul cu diametrul AC în punctul E; $OE=\sqrt{AO\cdot OC}=\sqrt{2}$. Pe segmentul AO luăm punctul F astfel încît $OF=OE=\sqrt{2}$. Cercul cu diametrul FC taie perpendiculara în punctul O,

în punctul G; $OG = \sqrt{FO \cdot OC} = \sqrt[4]{2}$. Pe segmentul AO considerăm punctul H, astfel încît $OH = OG = \sqrt[4]{2}$. Să notăm punctul de intersecție al cercului, cu diametrul HC, cu perpendiculara în punctul O prin K; $OK = \sqrt{OH \cdot OC} = \sqrt[8]{2}$.

În triunghiul dreptunghic ODK avem $DK = \sqrt{OD^2 + OK^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt[8]{2})^2}$. Pe dreapta dată considerăm punctul L astfel încît $DL = DK = \sqrt{4 + \sqrt[4]{2}}$.



Cercul cu diametrul CL taie perpendiculara pe diametrul în punctul D, în punctul M; $DM = \sqrt{CD \cdot DL} = \sqrt{4 + \sqrt[4]{2}}$, deci DM este egal cu segmentul căutat.

Problema 884 M.F.L.

Se dă şirul $\frac{1}{a_n}$. *Ştim că diferenţele între numitorii succesivi formează o progresie aritmetică, adică avem*

$$a_{n+1} - a_n = l + (n-1)\,d.$$

Să se scrie şirul şi să se calculeze limita:

$$\lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \ldots + \frac{1}{a_n} \right),$$

dacă ştim că $a_1 = 2$, $l = 4$, $d = 2$.

Sallai István, Cluj

Soluţia dată de eleva *Gajzágó Mária*, şcoala medie „Ady Endre" din Zalău.

Pornind de la egalitatea $a_{n+1} - a_n = l + (n-1)\,d$ putem scrie

$$a_n - a_{n-1} = l + (n-2)\,d$$
$$a_{n-1} - a_{n-2} = l + (n-3)\,d$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a_3 - a_2 = l + d$$
$$a_2 - a_1 = l.$$

Adunînd membrii corespunzători ai egalităților obținem:

$$a_n - a_1 = (n-1)\,l + d\,\frac{(n-2)\,(n-1)}{2},$$

sau

$$a_n = (n-1)\,l + d\,\frac{(n-2)\,(n-1)}{2} + a_1.$$

Înlocuind datele obținem

$$a_n = n^2 + n = n(n+1).$$

Deci șirul este următor:

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{12},\ \ldots,\ \frac{1}{n(n+1)},\ \ldots$$

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}\right]=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\right]=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=1.$$

Problema 885 M.F.L.

Să se demonstreze că polii laturilor unui triunghi relativi la cercul înscris triunghiului median se găsesc pe medianele corespunzătoare ale triunghiului.

Orbán Béla, Cluj

Soluție. Să considerăm un sistem de coordonate astfel încît axa Ox să fie latura $A'B'$ a triunghiului median, iar axa Oy perpendiculara pe $A'B'$ dusă prin mijlocul C' al laturii AB. Ecuațiile laturilor triunghiului median sînt:

$$(A'B')\ y = 0;\ (A'C')\ cx + ay - ac = 0;\ (B'C')\ cx + by - bc = 0.$$

Ecuațiile bisectoarelor corespunzătoare vîrfurilor A și B sînt:

$$\begin{aligned} cx + (a + \sqrt{a^2+c^2})\,y - ac &= 0 \\ cx + (b + \sqrt{b^2+c^2})\,y - bc &= 0. \end{aligned} \qquad (1)$$

Coordonatele centrului cercului sînt soluțiile sistemului (1).

$$x_1 = \frac{b\sqrt{a^2+c^2} - a\sqrt{b^2+c^2}}{(a-b)+(\sqrt{a^2+c^2}-\sqrt{b^2+c^2})}$$

$$y_1 = \frac{c\,(a-b)}{(a-b)+(\sqrt{a^2+c^2}-\sqrt{b^2+c^2})}.$$

Ecuația cercului înscris este deci

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = y_1^2 \text{ sau}$$

$$x^2 + y^2 - 2x_1 x - 2y_1 y + x_1^2 = 0.$$

Fie polul dreptei $y = 0$ relativ la cercul înscris $P(\alpha, \beta)$. Ecuația polarei este

$$x\alpha - y\beta - x_1(x + \alpha) - y_1(y + \beta) + x_1^2 = 0. \tag{2}$$

Ecuația dreptei paralele cu $y = 0$ duse prin C este

$$y = c. \tag{3}$$

Ecuațiile (2) și (3) sînt ecuațiile aceleiași drepte, deci au loc egalitățile:

$$\frac{0}{\alpha - x_1} = \frac{1}{\beta - y_1} = \frac{c}{x_1\alpha + y_1\beta - x_1^2},$$

de unde

$$\alpha = x_1$$

$$\beta = \frac{cy_1}{c - y_1}.$$

Ecuația medianei corespunzătoare vîrfului C este

$$2cx + (a + b)y - c(a + b) = 0. \tag{4}$$

Înlocuind coordonatele lui P în ecuația (4) ajungem la o identitate, deci P se găsește pe mediana corespunzătoare vîrfului C.

În mod analog se arată că proprietatea din enunț are loc și în cazul vîrfurilor A și B.

CHESTIUNI DE EXAMEN*)

6164. Fiind dat triunghiul oarecare ABC, fie B', C' picioarele înălțimilor duse din B și C iar B_1 și C_1 proiecțiile punctelor B și C pe dreapta $B'C'$; dacă B_a și C_a sînt proiecțiile punctelor B' și C' pe latura BC a triunghiului să se arate că:

a) B_1C_a este paralelă cu AC și C_1B_a este paralelă cu AB;

b) C_aC_1 este paralelă cu BB' și B_aB_1 este paralelă cu CC';

c) Punctele B_a, C_a sînt pe cercul al cărui centru este la mijlocul segmentului C_1B_1 și trece prin B_1 și C_1.

(La admiterea în Facultatea de matematică, București, 1963)

---

* Se primesc soluții pînă la 30 mai 1964.

6165. În raport cu un sistem de coordonate carteziene rectangulare în plan, se consideră dreapta D definită de ecuația

$$(D)\ 2x \sin^2 \frac{a}{2} + 2y \cos^2 \frac{a}{2} + \cos a - 1 = 0,$$

unde a este un parametru care variază.

a) Să se arate că oricare ar fi valoarea parametrului a dreapta D trece printr-un punct fix A ale cărui coordonate se cer.

b) Să se scrie ecuația parabolei care are focarul în punctul A și directoarea reprezentată de ecuația $y+2=0$ și apoi să se traseze graficul acestei parabole.

(La admiterea în Facultatea de matematică, București, 1963)

6166. Pe laturile egale AB, AC ale triunghiului isoscel ABC se consideră punctele variabile P, Q astfel ca $BP=AQ$.

a) Să se arate că distanța de la mijlocul O al segmentului PQ la latura BC este constantă.

b) Să se determine locul geometric al punctului O.

c) Să se arate că aria trapezului format de punctele P, Q și de proiecțiile acestora pe BC este constantă.

d) Să se calculeze aria triunghiului APQ în funcție de $AB=a$ și $AQ=x$.

e) Să se determine poziția segmentului PQ pentru care aria triunghiului APQ este maximă.

(La admiterea în Facultatea de matematică, București, 1963)

6167. Se consideră un sistem de axe de coordonate (dreptunghiulare) și cercul

$$(A):\ x^2 + y^2 - 2ax + a^2 - r^2 = 0.$$

Fie A centrul cercului (A) și B un punct pe axa Oy. Se consideră cercul (B) de centru B; fie C și C' punctele de intersecție ale cercurilor (A) și (B).

a) Să se arate că dacă punctul B descrie axa Oy și cercul (B) este astfel încît triunghiul ABC are unghiul din A drept, atunci acest cerc descrie un fascicol de cercuri.

b) Se consideră parabola cu focarul A, având ca directoare axa Oy; să se calculeze coordonatele punctelor de intersecție ale acestei parabole cu cercul (A) și să se arate că aceste puncte se pot construi cu rigla și compasul.

(La admiterea în Facultatea de matematică, București, 1963)

6168. Se consideră ecuația

$$2x^2 + 3(k-l)\,x + k^2 - lk + 3 = 0.$$

a) Să se găsească relația dintre k și l astfel încît o rădăcină a ecuației să fie dubla celeilalte.

b) Punînd $l=\sin a$ să se reprezinte funcția $k(a)$ astfel obținută.

(La admiterea în Facultatea de matematică, București, 1963)

6169. Să se rezolve ecuația

$$\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x + \sin^2 4x.$$

(La admiterea în Facultatea de matematică, București, 1963)

6170. Se consideră ecuația:

$$f(x) = \alpha^2 x^3 - 3x + 2(\alpha^2 - \beta^2) = 0,$$

unde α și β sînt doi parametri reali.

a) Presupunînd că parametrii α și β sînt coordonatele unui punct $M(\alpha, \beta)$ din plan, care nu aparține axei *oy*, să se discute rădăcinile reale ale ecuației $f(x) = 0$.

b) Să se rezolve această ecuație știind că între rădăcinile ei și parametri α și β există relațiile

$$x_1 + x_2 = x_3 - 2; \quad \alpha^2 - \beta^2 = 1.$$

(La admiterea în Facultatea de matematică, București, 1963)

6171. Să se rezolve ecuația

$$\sin 2x + \operatorname{tg} x = 2.$$

(La admiterea în Facultatea de matematică, București, 1963)

6172. Se consideră funcția

$$y = \cos x + \cos x + \frac{\cos 3x}{3}.$$

Să se studieze periodicitatea sa, să se calculeze derivata, iar rezultatul să fie pus sub formă de produs de factori. Să se studieze semnul lui *y*; Să se calculeze primitiva lui y care se anulează pentru $x = \frac{2\pi}{3}$.

(Bacalaureat, Dakar, iunie 1962)

6173. Să se studieze variația funcției

$$y = 3\cos^2 \frac{x}{3} + 2\sin^2 \frac{x}{2}.$$

și să se traseze curba reprezentativă cînd x variază între -3π și 3π. Să se afle tangenta la curbă în punctul de abscisă $x = \pi$ și să se explice construcția.

(Bacalaureat, Buenos Aires, decembrie 1961)

6174. Să se studieze variația și să se construiască graficul funcției

$$y = \sqrt{x^3 - x}.$$

(Bacalaureat, Montreal, iunie 1962)

6175. Două puncte M și M' descriu respectiv două cercuri egale (O) și (O') astfel că unghiul $(OM, O'M')$ să rămînă constant. Să se demonstreze că mediatoarea segmentului MM' trece printr-un punct fix.

(Bacalaureat, Laos, iunie 1962)

6176. a) Să se studieze variația funcției $y = 4x(1 - x^2)$ și să se traseze cu grijă curba sa reprezentativă. Să se calculeze aria suprafeței cuprinsă între axa ox, și cercul de curbă obținut cînd x variază între 0 și 1.

b) Să se exprime $z = \sin 3\theta + \sin \theta$ în funcție de $\sin \theta = x$.

Se cere maximum lui z cînd x variază între 0 și 1.

Să se calculeze acest maximum cu precizia tabelelor de logaritmi cu 5 zecimale.

Să se calculeze valorile corespunzătoare lui θ cuprinse între 0° și 180° utilizînd tabele cu logaritmi.

Să se calculeze aceste valori și în radiani utilizînd tabele de valori naturale.

(Bacalaureat, Réunion, iunie 1961)

6177. Se consideră ecuația

$$2x^2 - 2(2\cos\alpha - 1)x + 2\cos^2\alpha - 5\cos\alpha + 2 = 0,$$

unde α este un arc dat $(0 \leqslant \alpha \leqslant \pi)$.

Pentru care valori ale lui α această ecuație admite două rădăcini distincte și care este semnul lor.

(Bacalaureat seria modern, Madagascar, iunie 1962)

6178. Se dă într-un plan trei puncte A, B, M și se notează cu O mijlocul lui AB. Să se demonstreze că produsul scalar $\overline{MA} \cdot \overline{MB}$ este egal cu $OM^2 - OA^2$.

Punctele A și B fiind fixe și notînd $AB = 2a$, să se afle locul geometric al punctelor M din plan astfel că produsul scalar al vectorilor $\overline{MA}$ și $\overline{MB}$ să fie egal cu $3a^2$.

(Bacalaureat, seria modern, Laos, iunie 1962)

PROBLEME PROPUSE*

6179. Să se determine progresia aritmetică din 6 termeni astfel ca suma patratelor termenilor t_1, t_2, t_3 și t_4 să fie egală atît cu produsul $t_1 \cdot t_2 \cdot t_3$ cît și cu produsul $t_5 \cdot t_6$.

Romanel Birzan, inginer Cluj

---

* VIII (6187, 6191, 6201); IX (6179, 6180, 6193, 6195, 6202, 6206); X (6181, 6183, 6186, 6188, 6189, 6190, 6192, 6194, 6196, 6197, 6204); XI (6182, 6184, 6185, 6198, 6199, 6200, 6203, 6205, 6207).

6180. Se dă dreapta (D) și punctul fix A pe cercul O. O dreaptă variabilă ce trece prin A retaie cercul O în punctul M, iar dreapta (D) în N. Să se afle ecuația locului geometric al mijlocului segmentului MN.

Șerban I. Grigorescu, absolvent București

6181. Să se arate că expresia

$$E = (2^{8n+4} - 3^{4n+2})(7^{2n+3} + 2^{4n+7} + 2^{4n+4} + 2^{4n+2})$$

este divizibilă cu 3773, n fiind un număr natural.

Acu Dumitru, elev Năsăud

6182. Se consideră două cercuri O_1 și O_2 de raza R și r tangente exterior în T. O dreaptă variabilă ce trece prin T taie cele două cercuri în A și B. Perpendiculara din O_1 pe AB și paralela din B la linia centrelor se întîlnesc într-nu punct P, iar perpendiculara din O_2 pe AB și paralela din A la linia centrelor se întîlnesc în Q. Se cer locurile geometrice descrise de P și Q.

C. Săndulache, profesor Negrești Iași

6183. Să se determine parametrii a și b și să se rezolve ecuația

$$P(x) \equiv 2x^5 + x^4 - 17x^3 + ax^2 + bx - 12 = 0$$

cunoscînd că rădăcinile ei satisfac relațiile: $x_1 + x_2 = 0$ și $4x_3 + x_4 + x_5 = 1$.

* * *

6184. Să se afle limita expresiei:

$$2^n \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \ldots + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}$$

cînd n tinde către infinit, numărul radicalilor fiind n.

Benone Săvulescu, Buzău

6185 Să se calculeze limita expresiilor:

$$E_1 = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{2n}$$

$$E_2 = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$$

$$E_3 = \frac{1}{\sqrt{n^2-1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2-2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n^2-n}}$$

cînd n tinde către infinit.

* * *

6186. Un cerc de rază r se rotește în jurul unei axe din același plan, centrul cercului descriind un cerc de rază $R > r$. Suprafața acestui corp de rotație numit tor, constituie canalul unui lagăr în care sînt așezate n bile una după alta, bilele vecine fiind tangente între ele și tangente canalului. Să se exprime raza unei bile în funcție de R și n.

Care este raza ρ a cercului pe care se află punctele de contact dintre bile?

Cazuri particulare: $n_1 = 12$, $n_2 = 24$ și $n_3 = 36$ bile. $R = 1$.

C. Ionescu-Țiu

6187. Să se rezolve ecuația

$$\frac{x-a}{x+a} + \frac{x-b}{x+b} = x + \frac{x-a-c}{x+a+c} + \frac{x-b-c}{x+b+c}$$

(În legătură cu problema 2467).

Liviu Pîrșan

6188. Să se afle valorile lui x cuprinse între $0°$ și $360°$ pentru care avem

$$\frac{\sqrt{\operatorname{tg} 9x}}{1+\operatorname{tg} 9x} = \frac{\sqrt{\operatorname{cotg} 9x}}{1+\operatorname{cotg} 9x}$$

Să se verifice pentru valoarea lui x cea mai apropiată de $30°$ care nu convine.

C. Ionescu-Țiu

6189. Un participant la Pronosport folosește două buletine combinate. Inițial, pe primul buletin joacă simple, duble și triple; iar pe al doilea buletin numai simple și duble, depunînd astfel, 124 variante. Dacă dublele de pe primul buletin le trece pe al doilea și invers, atunci el depune 436 variante. Cînd triplele de pe primul buletin le trece în locul dublelor de pe al doilea și invers, depune numai 91 variante. Cîte duble și triple a folosit inițial participantul pe primul buletin și cîte duble pe al doilea buletin?

V. V. Pravăț, Iași

6190. Pe bazele unui trunchi de piramidă oarecare se iau respectiv, punctele A situat pe baza de arie a și B pe baza de arie b. Pe segmentul AB se ia un punct M astfel că $\lambda_a \cdot MB = \lambda_b \cdot AM$, unde λ_a, λ_b sînt numere cunoscute și se duce prin M un plan paralel cu bazele care determină în trunchi o secțiune de arie S.

a) Să se arate că $\left(\frac{1}{\lambda_a} + \frac{1}{\lambda_b}\right)\sqrt{S} = \frac{\sqrt{a}}{\lambda_a} + \frac{\sqrt{b}}{\lambda_b}$.

b) Fie M și N două puncte situate între A și B astfel că $AM \cdot AN = MB \cdot NB$. Prin M și N se duc plane paralele cu bazele, care determină

în trunchiul de piramidă două secțiuni de arii S_M și S_N. Să se arate că $\sqrt{S_M}+\sqrt{S_N}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

O. Sacter

6191. Fiind dat determinantul:

$$\Delta=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

să se arate că dacă $a_{11}\,a_{22}=a_{12}^2$ și $a_{ik}=a_{ki}\ (k\neq i)$, atunci

$$\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}^2=-a_{22}^2\cdot\Delta$$

O. Sacter

6192. Să se rezolve ecuația:

$$\sin nx+\cos nx=\sin(n+1)x-\cos(n+1)x$$

Eugen Popa, elev Iași

6193. Se consideră în plan punctul P și două cercuri. Să se ducă prin P o dreaptă astfel încît suma arcelor de cerc aflate de fiecare parte a ei să fie de 360° și să se discute unicitatea soluției.

Tudor Zamfirescu

6194. Să se arate fără a utiliza tabelele de logarimi, că logaritmul în baza zece al lui 11 este cuprins între 1,03 și 1,05.

Dan Voiculescu, elev, București

6195. Se dă patrulaterul $ABCD$ și se împart laturile AB și CD în n părți egale, prin punctele $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_{n-1}$ și respectiv $R_1, R_2, \ldots R_{n-1}$ împărțirea pornind din A și respectiv C. Paralele din P_{n-1} și R_{n-1} la diagonala AC intersectează laturile opuse în S și respectiv în T.

a) Să se arate că patrulaterul $P_{n-1}SR_{n-1}T$ este paralelogram.

b) Care este raportul dintre aria acestui paralelogram și aria patrulaterului $ABCD$? (În legătură cu problema 5766).

Aurel Bejancu

6196. Să se afle valorile întregi și pozitive ale lui x care verifică ecuația:

$$13\cdot 2^{3x+2}+5\cdot 2^{5x}-2^{6x+1}-3\cdot 2^{2(x+2)}-3\cdot 2^{x+4}-2^{4x+1}-2^{2x+1}+$$
$$+5\cdot 2^{4x}=288$$

Robert Baras, absolvent Botoșani

6197. Să se arate că :

$$\sin 9x - \sin x = 4\cos^2 x\,(\sin 7x - 2\sin 5x + 3\sin 3x - 4\sin x)$$

Tatiana Iarchy, profesoară București

6198. Cercul înscris triunghiului ABC determină pe medianele m_a, m_b, m_c, respectiv, coardele α, β, γ ce satisfac relația

$$(\alpha \cdot m_a)^2 + (\beta \cdot m_b)^2 + (\gamma \cdot m_c)^2 = 4S^2$$

I. Hadîrcă, Breaza

6199. Să se arate că :

$$\frac{\sin^2 A - \sin^2 B}{\sin 2A + \sin 2B} = \frac{1}{2}\operatorname{tg}(A - B);\ \frac{\sin^2 \frac{A}{2} - \sin^2 \frac{B}{2}}{\sin A + \sin B} =$$

$$= \frac{1}{2}\operatorname{tg}\frac{A - B}{2};\ 0 \leqslant \frac{\sin 2A + \sin 2B}{\cos(A - B)} \leqslant 2;$$

$$0 \geqslant \frac{\cos A - \cos B}{\sin \frac{A - B}{2}} \geqslant -2$$

unde A și B sînt două din unghiurile unui triunghi ascuțitunghi.

C. Ionescu-Țiu

6200. Dacă $A_1, A_2, \ldots, A_n$ sînt unghiurile unui poligon convex, să se arate că :

$$\sqrt{\sin A_1} + \sqrt{\sin A_2} + \ldots + \sqrt{\sin A_n} \leqslant n\sqrt{\sin\left(\frac{360^\circ}{n}\right)}$$

(În legătură cu problema 5696.).

* * *

6201. O dreaptă oarecare taie laturile AB, BC, CD și DA ale patratului $ABCD$ în punctele K, L, M respectiv N, iar diagonala BD în punctul O. Perpendiculara ridicată pe această dreaptă în punctul O taie laturile patratului în aceeași ordine în punctele P, R, S respectiv Q. Să se demonstreze că patrulaterele $LSNP$ și $KRMQ$ sînt trapeze isoscele.

Iora S. Boris, elev, Babadag

6202. Se dă polinomul $F(n) = n^2 + 3n + 1$, unde n este un număr întreg. a) Să se determine cîteva grupuri de cîte 3 numere în progresie aritmetică din șirul $f(2), f(3), f(4), \ldots$

b) Să se determine trei termeni în progresie aritmetică din șirul $f(h-1), f(h), \ldots$
unde h este un număr natural.

Observație. Cei trei termeni ceruți nu sînt consecutivi, ci oarecari.

T. Roman

6203. Un jghiab este format din 5 scînduri de aceeași lățime a. O scîndură este orizontală, două sînt înclinate de un unghi α, iar două scînduri sînt verticale. Să se determine unghiul α, astfel ca debitul de apă să fie maxim.

C. V. Costăchescu, Constanța

6204. Să se arate că dacă $0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2}$ și $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3}$, atunci

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{\sin x}{\sin \alpha}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{\cos x}{\cos \alpha}\right) > 1 .$$

(Pentru O.I.M., 1963, propusă din partea U.R.S.S.)*

6205. Să se afle valorile lui x care verifică ecuația

$$\frac{\sin 3x \cdot \cos (60° - 4x) + 1}{\sin (60° - 7x) - \cos (30° + x) + m} = 0$$

și să se precizeze ce valori poate lua parametrul m în acest caz.

(Pentru O.I.M., 1963, propusă din partea R.P. Romînc)*

6206. Să se rezolve ecuația

$$\sqrt{5x+1} + 2\sqrt{4-x} + \sqrt{5}\,\sqrt{x+2} = \sqrt{61-3x} .$$

(Pentru O.I.M., 1963, propusă din partea R. P. Ungare)*

6207. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{aligned} |x-1| + |x+y| &= 6 \\ |y-1| + |x+y+1| &= 4 \end{aligned}$$

(Olimpiada de matematică, 1963 din partea R. P. Bulgare)

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V–VIII**

E : 2092. La un cinematograf sătesc s-au vîndut bilete de 2 lei și 2,50 lei bucata, încasîndu-se în total 360 lei. Știind că s-au vîndut 159 bilete să se afle cîte s-au vîndut de fiecare fel.

Filipoiu Alex. elev, Buzău

---

* Din problemele care au fost pregătite pentru a fi date la Olimpiada internațională de matematică (O.I.M.) în iulie 1963 care a avut loc în R. P. Polonă.

** V E : 2092, 2093, 2104) ; VI (E : 2095, 2103, 2106) ; VII (E : 2096, 2097, 2098, 2099, 2102) ; VIII (2094, 2101, 2105, 2107).

E : 2093. Un elev începe să numere pe degete astfel : degetul mare 1, arătătorul 2, mijlociul 3, inelarul 4, degetul mic 5 apoi în sens invers, inelarul 6, mijlociul 7, arătătorul 8, degetul mare 9, arătătorul 10 și așa mai departe. După cîtva timp își propune să vadă care va fi degetul cînd ajunge la 1964. Atunci se oprește și după ce se gîndește, găsește rezultatul exact. Se întreabă cum a gîndit și care este rezultatul ?

* * *

E : 2094. Două cercuri cu centrele în O_1 și O_2 cu raze respectiv $R_1=2$ cm și $R_2=3$ cm sînt tangente exterioare în punctul T. Fie T_1 și T_2 punctele de tangență a unei tangente exterioare celor două cercuri. Prin centrul de greutate al triunghiului TT_1T_2 să se ducă o secantă care să determine coarde egale în cele două cercuri.

C. Ionescu-Țiu

E : 2095. Un pescar pornește cu o barcă cu motor la ora 8 dintr-un punct A în sensul de curgere a unui rîu. La ora 8 și 30 minute pierde din barcă o scîndură, dar nu observă decît la ora 10 cînd se întoarce înapoi. Să se calculeze la ce distanță de A și la ce oră găsește scîndura dacă viteza de curgere a apei este de 1 km/oră iar viteza bărcii de 3 km/oră.

* * *

E : 2096. Să se calculeze expresia :

$$\frac{\left(15\frac{3}{4}-6{,}125 : 1\frac{3}{4}\right) : \left(1\frac{2}{5}\times 1\frac{3}{7}+4{,}25\right)}{\left(\sqrt{146{,}41} : 1\frac{5}{6}-\frac{2\cdot 5^3}{2^3\cdot 5^5}\times 611\right) : \frac{1}{4}}$$

(La admiterea în cl. VIII, Timișoara, 1962)

E : 2097. Un bloc de locuințe muncitorești urma să coste 3 500 000 lei. Prin efortul muncitorilor și tehnicienilor s-a realizat o economie de 3% la materiale și de 10% la manoperă, obținîndu-se o economie de 142 000 lei. Ce sumă era prevăzută pentru materiale și ce sumă pentru manoperă ?

(La admiterea în cl. VIII, Timișoara, 1962)

E : 2098. Conform planului, două uzine producătoare de mașini agricole trebuiau să producă 360 mașini pe lună. Prima uzină a îndeplinit planul cu 112%, uzina a doua cu 110% ; iar ambele uzine au realizat 400 de mașini unelte pe lună. Cu cît a depășit planul fiecare uzină în parte?

(La admiterea în cl. VIII, Timișoara, 1962)

E : 2099. Să se efectueze :

$$\frac{2{,}8+5\frac{1}{2}:\left(3+0{,}2\cdot 2\frac{1}{2}\right)-\frac{2}{7}\sqrt{\frac{63}{175}}}{5\frac{3}{7}\cdot 4\frac{1}{5}:8+2{,}45:4\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}-\sqrt{1{,}5625}}:2.8$$

(La admiterea în cl. VIII, Timişoara, 1962)

E : 2100. În unul din oraşele regiunii Banat s-au prezentat la olimpiada de matematică şi fizică un număr de 408 elevi, adică cu 83 mai mult decît în anul 1962. Să se afle separat pe obiecte — matematică şi fizică — numărul elevilor prezentaţi în 1962 şi 1963, ştiind că faţă de anul 1962 numărul elevilor prezentaţi la matematică a sporit cu 39%, iar al celor prezentaţi la fizică s-a mărit cu 4%.

(La admiterea în cl. VIII, Timişoara, 1963)

E : 2101. Să se calculeze valorile expresiilor :

$$E_1=\frac{(a^2+b^2+c^2)^2}{(a^4+b^4+c^4)^4} \text{ şi } E_2=\frac{a^4+b^4+c^4}{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}$$ ştiind că avem :

$a)\ a+b+c=0$; $b)\ a+b-c=0$; $c)\ a-b+c=0$;

$d)\ -a+b+c=0$.

Dan Voiculescu, Bucureşti

E : 2102. O sumă de bani a fost dată ca primă la 3 lucrători proporţional cu numerele 2, 3 şi 5. În al doilea trimestru aceeaşi sumă a fost dată ca primă acelorași lucrători, însă invers proporţional respectiv cu 2, 3 şi 5. S-a constatat că din cele două prime al treilea lucrător a încasat cu 168 lei mai mult decît al doilea. Să se afle cît a primit fiecare lucrător de fiecare dată. Verificare.

C. Ionescu-Ţiu

E : 2103. Se dă un dreptunghi $ABCD$ în care $BC=2AB$. Perpendiculara AO pe BD taie latura BC în E. Să se arate că $BC=4BE$ şi că punctul O se află pe dreapta ce uneşte mijloacele segmentelor BE şi AD.

Dumitru Butuc, P. Neamţ

E : 2104. Navele sovietice Strela, Kometa şi Vihr, dacă ar pleca împreună într-o cursă, ar transporta 470 pasageri. Cîte locuri are fiecare navă, dacă nava Kometa are cu 30 mai multe decît Strela, iar Vihr cu 50 mai multe decît Strela şi Kometa la un loc ? Să se afle numărul locurilor navelor Kometa, Vihr şi Strela.

Gh. I. Căpitan, Anina

E : 2105. Două cercuri sînt tangente în A. Diametrul lor comun taie cercurile în B, C și o dreaptă variabilă prin A, în E și D. Să se afle pentru care poziție a dreptei variabile aria patrulaterului $EBCD$ este cea mai mare.

V. Mitrea, elev seral, P. Neamț

E : 2106. După ce a parcurs 3/4 dintr-un drum, mărindu-și viteza cu un sfert de km pe oră, un pieton a parcurs restul drumului într-un sfert de oră. Să se afle cele două viteze și lungimea drumului parcurs știind că diferența dintre timpul mers cu prima viteză și timpul mers cu a doua viteză este de 41/76 ore.

I. Albescu, Făgăraș

E : 2107. Două cercuri de raze egale se taie astfel încît își au centrele în partea lor comună. Prin centrele lor se duc în același sens două paralele pînă cînd fiecare taie celălalt cerc. Să se arate că distanța între extremitățile acestor paralele este constantă oricare ar fi direcția lor.

E. Onofraș, Ploiești

CĂRȚI NOI

TIBERIU ROMAN : Simetria. Editura tehnică, 1963, Biblioteca Societății de științe matematice și fizice din R.P.R. nr. 60.

In această lucrare sînt studiate simetriile figurilor plane și simetriile corpurilor (de dimensiuni finite și infinte) cu ajutorul cîtorva noțiuni din teoria transformărilor geometrice congruente și din teoria grupurilor. Numeroasele exemple din arhitectură, artă, cristalografie, botanică, zoologie, geologie, fizică și chimie contribuie la înțelegerea proprietăților generale ale simetriei, permițînd — într-o formă accesibilă — generalizarea unor concluzii și aplicarea lor în diferite domenii.

Se adresează unui cerc larg de cititori : cadre didactice din învățămîntul mediu, studenți, elevi din ultimele clase ale școlii medii, cristalografi, arhitecți și chimiști.

Cuprinsul : Partea întîi. Simetria figurilor plane (I. Operații simetrice în plan. II. Simetria figurilor plane finite. III. Simetria figurilor plane infinite). Partea a doua. Simetria corpurilor tridimensionale (IV. Operații simetrice în spațiu. V. Simetria corpurilor finite. VI. Simetria corpurilor infinite). Anexă. Bibliografie. Index de nume. Index de termeni.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

(urmare, soluții bune primite pînă la 15 octombrie 1963)

NĂSĂUD. Absolvent. **Acu Dumitru** (5717, 24, 33, 37, 42, 45, 52, 53, 55, 56, 61, 67, 70, 77, 78, 80—83, 87, 90—92, 94—96, 99, 800—08, 14, 18, 19, 21—23, 26—28, 30, 32—34, 38, 41, 42, 44, 46, 50—54, 56—61, 64, 65, 67, 69—72, 77, 78, 80, 82, 84, 86, 89, 94, 95).

Ș.m. cl. VIII. **Kiselstein Aurel** (E: 1977, 2001, 04, 08—12; 5818, 21, 60, 61, 89), Cl. X. **Siegelstein Isidor** (5768, 69, 800, 07, 14—16, 17, 19, 21, 22, 26—28, 30, 32, 33, 35, 37, 38, 41, 45, 48, 50, 52—54, 60, 62, 63, 65—67, 69, 70, 74, 77, 80, 82, 87, 94, 97), Cl. XI.

Neamțu Ioan (5860, 61, 67, 900, 10, 14, 17, 18, 34, 35, 42—44, 48).

NEGOEȘTI. Ș.m. cl. XI Pîntea Gh. Gheorghe (5777, 80—82, 92, 95, 09, 19, 56, 60, 61, 67, 71).

NOVACI. Absolvent. **Bejancu Aurel** (5794—96, 98, 99, 03, 05, 05, 09, 15—23, 25—27, 30, 36, 38, 44—46, 48, 49, 51, 52, 54, 57, 58, 60, 69—71, 73).

Ș.m. cl. VIII. Berbetacu Costel (E: 1976, 79—84, 87, 88, 90, 92, 95—97, 99), Cl. X **Anghel Petre** (5769, 74 77, 80—82, 85, 91, 92, 95, 97, 802, 09, 11, 14, 15, 16, 18, 19, 24, 26, 27, 30, 51, 52, 55, 56, 60—62, 67, 69—71, 76—80, 86, 87, 98—902, 04—06, 14, 24, 44, 46, 59, 64, 75—77, 84, 90, 95).

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 15 octombrie s-au mai evidențiat ca rezolvitori de probleme, din localitățile cu inițialele A-N, următorii:

1. **Voiculescu Dan**, cl. VIII Ș.m. 21 București; 2. **Brînzănescu Vasile**, absolvent Ș.m. 1 Constanța; 3. **Crișan Victor** cl. XI Ș.m. 1 Avram Iancu Aiud; 4. **Popovici Cornel**, cl. IX Lic. 1 Lugoj; 5. **Boicescu Vlad**, cl. XI Ș.m. 4 Craiova; 6. **Acu Dumitru**, absolvent Năsăud; 7. **Buiculescu Doina**, studentă București; 8. **Ghițescu Mircea**, cl. XI Lic. militar **Breaza**; 9. **Reff Radu** cl. XI Ș.m. 1 Aiud; 10. **Stancu Ion**, student București; 11. **Petrescu Sorin**, cl. X Ș.m. 23 București; 12. **Pîncas Iancu**, cl. XI Ș.m. 2 Botoșani; 13. **Ștefănescu Saba I.**, cl. X Ș.m. 1 București; 14. **Gropper Mircea**, cl. XI Ș.m. 2 Craiova; 15. **Anghel Petre**, absolvent Novaci; 16. **Obreja Vasile**, cl. X Ș.m. Huși; 17. **Popescu Felicia**, cl. X Ș.m. 1 Craiova; 18. **Moțoi Gheorghe**, cl. X Moreni; 19. **Umbreș Alexandru**, absolvent Baia de Aramă; 20. **Armeanu Corneliu**, cl. XI Complexul școlar Bîrlad; 21. **Pincu Iosif**, cl. XI Ș.m. 2 Botoșani; 22. **Leibovici Valeriu**, cl. XI Ș.m. 34 București; 23. **Conache Petre**, cl. XI Ș.m. 30 București; 24. **Roman Marian**, cl. VIII Ș.m. 23 București; 25. **Șchiopu Ioana**, cl. VIII Ș.m. 28 București; 26. **Segal Gh.**, cl. XI Ș.m. 2 Botoșani; 27. **Brădișteanu Adrian**, cl. XI Ș.m. Mediaș; 28. **Bîrcă Octavian**, cl. X Ș.m. 1 Craiova; 29. **Dodu Marian**, absolvent Galați; 30. **Cojocaru Gr. Ion**, student Inst. de 3 ani Craiova; 31. **Cristescu Mărgărit**, cl. XI Ș.m. 4 Craiova; 32. **Arsene N. Ion**, cl. XI Ș.m. 1 București; 33. **Almer David**, cl. IX Ș.m. 17 București; 34. **Witting Silviu**, absolvent Botoșani; 35. **Coșuleț Dan**, cl. X Ș.m. 3 Brașov; 36. **Dîrvaru Paul**, cl. XI Ș.m. 2 Botoșani; 37. **Flondor Paul**, cl. XI Ș.m. 13 București; 38. **Dăncuneț Nicolae**, absolvent București; 39. **Bona I. Dorin**, cl. X A.m. 1 Caransebeș; 40. **Filipoiu Alexandru**, cl. IX Ș.m. 1 Buzău; 41. **Zisu Tudor**, absolvent București; 42. **Ciura Alexandru**, absolvent Baia de Arieș Cluj; 43. **Zisu Ana**, cl. X Ș.m. 34 București; 44. **Munteanu Mihai**, cl. X Ș.m. 5 Brașov; 45. **Sava Dan**, cl. X Ș.m. 1 București; 46. **Siegelstein Isidor**, cl. X Ș.m. Năsăud; 47. **Petrescu A. Ioan**, cl. VIII Ș.m. Craiova; 48. **Șerban Elena**, cl. VII Ș.m. 4 Iași; 49. **Brînda M. Rodica**, cl. IX Ș.m. 1 Lugoj; 50. **Vlase Aurelian**, cl. IX serală Medgidia; 51. **Cimponeriu Traian**, cl. X Ș.m. 1 Lugoj; 52. **Georgescu Gheorghe**, cl. XI Ș.m. 1 Craiova; 53. **Cioroianu Mihai**, cl. VIII Ș.m. 1 București; 54. **Bejancu Aurel**, absolvent Novaci; 55. **Baras Robert**, absolvent Botoșani; 56. **Matei C. Ioan**, cl. VIII Moreni; 57. **Petriu Emil**, cl. X Hațeg; 58. **Șerb Ioan**, cl. IX Ș.m. 1 Lugoj; 59. **Călugăreanu Gh.** cl. X Ș.m. 5 Cluj; 60. **Vasile Ilie**, cl. XI Ș.m. Cernavodă; 61. **Niculescu G. G.** student matematici București; 62. **Zamfir Gh. Ion**, student I. P. București; 63. **Mincinopschi Gheis**, I. P. București.

*

Pînă la 15 noiembrie 1963, s-au mai primit soluții bune la probleme publicate în G.F.F. seria B, după cum urmează:

ADJUD. Ș.m. cl. XI. Popescu Petru (5893, 99, 901, 04, 08—10, 14, 18, 35, 46, 57, 62, 90, 92—94, 6007, 08, 12, 20, 30, 33).

AIUD. Ș.m. Avram Iancu, cl. XI. **Crișan Victor** (5960, 61, 64, 65, 67—71, 73—79, 81—87, 96—6003, 05—08, 10—12, 17—22, 24—28, 30, 33—36, P).

ALBA IULIA. S.m. Horia, Cloșca și Crișan cl. XI. Anghel Dorin (5851, 56, 60, 61, 63, 68, 71, 84, 946, 57, 59, 62, 93, 94), Nemeș Dan (5851, 52, 56, 61, 63, 68, 71, 84, 857, 59, 62, 93), Tulbure Dan (5851, 53, 55, 56, 60—63, 67, 68, 71, 77, 84, 94).

ARAD. Ș.m. Ion Slavici cl. VIII. Bella Ioan (E: 2013, 15—18, 22—25, 27, 29, 31, 33, 41). Cl. XI. Vina Lucia (5952, 53, 56—59, 62, 89—93). Șc. meserii anul II. Bătrîna Octavian (E: 2009—12, 16, 17, 33, 35, 38; 5865, 66, 68).

BAIA DE ARAMĂ. Ș.m. cl. XI. Crăciunescu Laurian (5850, 52, 55, 67, 68, 71, 904, 44, 52, 57—59).

BAIA MARE. Ș.m. 1 cl. X. Botoș Clara (5860, 61, 900, 63, 56, 58, 62, 76, 77, 90—93), Nica Diana (5860, 61, 900, 53, 56, 58, 62, 76, 90—93). Ș.m. 3 cl. VIII. Grosfeld Mihai (E: 2009, 16—18, 21—23, 25, 27—29, 33, 35, 36, 38; 5990).

BIRLAD. Ş.m. 2 cl. VIII. Rotenstreich Iulian (E: 2001, 02, 04, 07, 09—11, 16, 18, 21, 27, 28). Cl. X. Creţu Claudiu 5850—52, 60—62, 69, 89, 900, 45, 62, 64), Mihăilescu Mihai (5850, 51, 60—62, 65, 89, 900, 62, 64, 76, 90), Nasie Silvia (5893, 962, 90, 93). Ş.m. cl. VI. Olteanu Valentina (E: 1990, 95, 2008, 10, 16, 18, 27). Complexul şcolar cl. IX. Biră Cornelia (5976—78, 68, 62—60, 50—52), Florea I. Maria (5850—52, 60—62, 68, 76—78), Păsat Rodica (5851, 52, 60, 62, 68, 945, 76, 77, 78). Cl. X. Sava Mircea (5851, 61, 76, 80, 89, 987, 90, 92, 93). Cl. XI. Chirică Gachi (5856, 60, 61, 65, 67, 71, 914, 35, 57, 59, 68, 87, 6007, 30).

BISTRIŢA. Absolvent Verveagă T. (5851, 52, 56, 60, 65, 66, 68—70, 76, 78, 80, 81, 85, 87, 89, 932, 64). Ş.m. cl. XI. Rusu Alexandru (5850, 55, 60—62, 65—67, 77, 79, 84, 87).

BLAJ. Ş.m. cl. XI. Simplăceanu Virgil (5832, 33, 50—55, 60—62, 66—68, 70, 76, 77, 82, 84, 85, 87).

BOLINTINUL DIN VALE. Ş.m. cl. XI. Ionescu Gheorghe (5850, 51, 54—56, 61, 62, 65, 67, 68, 71, 77, 87, 89).

BORŞA VIŞEU. Ş.m. 1 cl. X. Iuga Gh. Mihai (5850, 52, 53, 60, 61, 62, 65, 68, 69, 900, 08, 30, 44, 49, 64).

BOTOŞANI. Ş.m. 1 cl. VII. Dănilă Maria (E: 2004, 08—10, 12, 16, 17, 20—22), Drăgan Laurenţiu (E: 1011, 16, 18, 20, 22, 23, 27, 28, 33, 42, 50, 54). Ş.m. 2 cl. VII. Acatrinei Valeriu (E: 2008—10, 14, 16, 18, 20, 22, 29, 32, 33), Berman Libertuţa (E: 2008—10, 16, 20, 22, 27, 29, 33), Cohn Coculeana (E: 2006, 09, 10, 18, 20, 21, 23, 27, 29, 33, 38), Corduneanu Gicu (E: 2008—10, 16, 20, 27, 33), Drancă Doina (E: 2006, 12, 16, 20, 27, 38, 41), Filip Mircea (E: 2006, 08, 10, 16, 20, 27, 29, 33, 41), Fîntînă Anişoara (E: 2006, 08, 16, 18, 20, 27, 33, 38, 41), Ghineţ Laurenţiu (E: 2008, 08, 10, 16, 20, 33, 41), Horniceanu Livioara (E: 2001, 06, 09, 10, 16, 18, 20, 27, 29, 33), Jaba Silvia (E: 2001, 08, 09, 10, 16, 22, 27), Krumholtz Anita (E: 2008—11, 16, 20, 22, 27, 29, 33), Manoliu Liliana Tania (E: 2006, 09, 10, 16, 22, 27, 33, 41), Mîndrescu Elena (E: 2001, 08—11, 18, 20, 27, 28, 33), Mihai Victoria (E: 2001, 09, 10, 18, 20, 27, 29), Moroşanu Daniel (E: 2008—10, 18, 20, 33, 41), Olariu Marilena (E: 2001, 08—10, 16, 22, 27, 30, 33), Popescu Viceslav (E: 2006, 09, 10, 16, 27, 29, 33), Postolache Mircea (E: 2008—10, 12, 16, 18, 20, 22, 33, 41), Segal Mandi (E: 2006, 08—11, 16, 18, 20, 23, 27, 29, 32, 33, 38), Slater Elena (E: 2006, 09, 10, 16, 24, 27, 32), Tincu Laurenţiu (E: 2001, 06, 08—11, 16, 20, 21, 22, 27, 29, 33, 38, 41), Vizitiu Viorica (E: 2001, 08—10, 16, 18, 20, 27), Topală Constantin (E: 2009, 10, 16, 20, 27, 33, 41), Ungureanu Tatiana (E: 2001, 08, 10, 16, 18, 20, 27, 29, 33, 41). Cl. VIII. Aron Sava (E: 2013, 16—18, 21—24, 27—29, 32, 35, 39, 40, 43, 45, 47, 48), Bejenaru Liliana (E: 2019, 27—29, 32, 33, 36, 39, 41, 42, 45, 46), Ionescu Ortansa Mioara (E: 2006, 09—12, 16, 17, 24, 27, 31, 33, 35, 38), Melniciuc Florin (E: 2016, 17, 20, 25, 27, 29, 30—33, 35, 39, 41—43, 45, 46, 48, 50), Tudor Gabriel (E: 2014, 16, 18, 20—23, 27—30, 32, 33, 39, 41—43, 46—48, 50). Şc. muzică şi arte plastice. Cl. VII. Bantuş Doru (E: 2008—10, 16, 20, 22, 27, 29), Gutman Ion (E: 2006, 08, 10, 16, 20, 27, 33, 41), Malaimare Mihai (E: 2001, 03, 06, 10, 16, 18, 20, 21, 27, 29, 33, 41), Rotaru Adrian (E: 2008—10, 16, 20, 22, 29, 31, 40).

BRAŞOV. Ş.m. 1. cl. VIII. Bătătorescu Anton (E: 2003—12; 5889). Cl. IX. Vătui Florin (5860, 65, 66, 70, 76, 79, 82, 88—90, 93, 94, 921, 26, 29, 30). Cl. X. Bătătorescu Cristina (5851, 52, 55, 60—63, 66, 68—70, 80). Cl. XI. Coşuleţ Dan (5850—56, 60—63, 65—74, 76—78, 80—82, 85—87, 89, 91, 92, 94, 95, 901, 05, 07, 09, 17, 18, 31, 32, 44, 50, 51, 97, 98, 6007), Smărăndoiu Gheorghe (5850—56, 60—63, 65—74, 76—78, 80—82, 85—87, 89, 91, 92, 94, 95). Ş.m. 4 cl. VI. Başag Georgeta (E: 2001, 08—11, 16, 18, 23, 27), Başag Livia (E: 2001, 08—11, 16, 18, 23, 27), Diaconu Cătălin (E: 2008, 10, 11, 16, 28, 33, 42), Stan Adriana (E: 2006, 09, 10, 18, 21, 23, 27), Szabo Clara (E: 2008, 10, 11, 16, 27, 33, 42). Ş.m. 5. Cl. XI. Munteanu G. Mihai (5896, 98—901, 05, 07—10, 13—15, 17, 21, 22, 24, 26, 33, 35, 44—46, 52, 54, 56—59, 62, 64, 70, 82, 88—93).

BRĂILA. Ş.m. 2 cl. X. Lăzărescu Vasile Vasile (5910, 40, 42, 52, 53, 56, 58, 59, 62, 64, 76, 90—93, 6032).

BREAZA. Liceul militar D. Cantemir cl. X. Voinea V. Ion (5852, 53, 60, 61, 65—70, 77, 80, 901, 25, 64). Cl. XI. Mericioiu Constantin (5851—56, 60, 61, 65—68, 70, 71, 78, 80—82, 94, 98, 907—10, 14, 17—20, 25, 26, 34, 38, 44, 45, 67—69, 76), Toth Francisc (5855, 56, 60, 61, 66, 67, 70, 71, 76, 78, 87, 90).

BUCUREŞTI. Student Săvulescu Alexandru (fac. mat.) (5850—56, 59—62, 64—69, 71—73, 77, 78, 80, 82, 89, 94, 95, 900, 10, 15, 17, 26, 33, 6033), Niculescu G. G. (Fac. matematici). (5960, 68, 76—

84, 86, 87, 95—98, 6003, 06—08, 11, 17, 18, 20, 22, 26, 27, 30, 33, 34, 55, 58, 59, 61, 63, 64, 68, 71, 76, 78, 97, 100, 18, P), **Zamfir Gh. Ion** (I.P.B.). (5961, 64—68, 70, 71, 73—75, 77, 78, 81—83, 85—87, 98, 99, 6002, 05—08, 10, 18—22, 25, 27, 28, 30, 32—36), **Mincinopschi Gheis** (I.P.B.). (5850—62, 64, 65, 67—72, 75, 77—79, 81, 82, 84, 89, 90, 93—95, 97, 98, 900, 04—07, 10, 13, 15, 18—21, 23—26, 28, 29, 31—35, 37, 39, 42, 46).

Absolvent Ana I. Tănase (5850, 54, 56—61, 64, 66, 67, 71, 72, 74, 76, 77, 78, 81, 82, 84—87, 89, 971).

Ş.m. 1 cl VIII. Munteanu Corneliu (E: 2016, 21, 23—25, 27, 28, 33, 42, 50), **Cioroianu Mihai** (E: 2001, 03—06, 08—13, 16—18, 21—23, 25, 27—29, 33—35, 38—40, 43—48). Cl. X. **Florescu Ion** (5952, 53, 56, 58, 59, 76, 78, 81, 87, 90, 92—94, 96, 6007, 08, 14, 20, 29, 30, 33, 43), Lupu Valentin (5868, 935, 76, 78, 92, 6018, 55, 61, 63, 76, 77, 79), Din C. Ion (5938, 78, 92, 6007, 18, 19, 55, 63, 71, 76—78), Flamaropol Marigula (5828, 33, 38, 49, 68, 76, 81, 82, 87, 901, 09, 14, 17, 20, 21, 24—26, 49, 76, 82, 86, 93, 96, 98, 6000, 07, 08, 20, 22, 26, 27, 30, 33, 34), Sgîndăr Magdalena (5976, 87, 98, 6007, 20, 27, 33, 34, 58, 71, 76, 78), Mihăilescu Adriana (5900, 01, 09, 35, 44, 50, 52, 53, 58, 59, 87, 6030, 33, 71), Luca Nicolae (5900, 01, 09, 14, 18, 35, 38, 40, 44, 50, 58, 59, 82, 87), Cl. VIII. Arnăutu V. (E: 2047—49, 54, 56, 57, 60, 62, 63), Teişanu Cornel (E: 2055—58, 60, 62, 63, 65—69, 71, 73—75, 77, 79).

Ş.m. 3 cl. XI. Diaconescu Mihai (5850, 54, 55, 60—62, 67, 68, 70, 71, 84, 901, 26, 35).

Ş.m. 5 cl. VIII. Manolache Nicolae (E: 2027—38, 40—42), Nicoară Bogdan (E: 2013, 15—22, 24, 25, 47, 49).

Ş.m. 7 cl. VII. Gunţă Voinea (E: 2009—11, 20, 27, 33, 38). Cl. X. Bercovici Tulida (5851, 67, 98, 901, 25, 26, 35, 59, 68, 76, 78, 82, 83). Cl. XI. Opriş Valentin (5877, 78, 82, 84, 89, 90, 93, 94, 97, 957—59).

Ş.m. 8 cl. VIII. Popescu Corina (E: 2016—18, 20, 21, 23—25, 42, 46, 50).

Ş.m. 10 cl. V. Corici Ion Lazăr (E: 2001—02, 06, 08—11).

Ş.m. 11 cl. VIII. Bădescu Constantin (E: 2001 — 04, 06, 08 — 12, 21, 22, 24), Popescu Eugen (E: 2001, 02, 04, 06, 08—11, 16, 17; 5860, 61). Cl. X. Mihalca Dan (5850, 82, 98, 904, 07, 10, 46, 60, 64, 76, 78, 79, 81). Ş.m. 13, cl. XI. Hurduc Dan Mihai (5860, 67, 71, 89, 900, 01, 18, 30, 35, 44, 57, 67, 76). Ş.m. 17, cl. IX. Suciu Paul (5855, 62, 66, 68, 70, 79, 80, 89, 952, 54, 62, 88, 90, 93). Cl. X. Abramovici Eugen (5851—53, 60—62, 67, 68, 80, 900, 93, 45, 52), Weintraub Bruno (5850, 51, 53, 60, 61, 67, 68, 76, 80, 82, 94, 98, 900, 64, 76, 77, 87), Weinberg Liliana (5852, 57, 80, 98, 99, 907, 21, 45, 52, 56, 58, 59, 64, 76, 77, 87, 90, 91). Ş.m. 19 cl. VIII. Barbu M. Dorin (E: 2001, 02, 04, 08—12, 16, 18, 22, 23). Ş.m. 20 cl. IX. Herling Mihail (5900, 26, 30, 42, 56, 58, 62, 76, 78, 81, 90—93, 6007, 08, 10, 12, 26, 31, 33).

Ş.m. 21, cl. VIII. Singer Clody (E: 2004, 08—11, 16, 18, 21, 22, 27, 28, 31—33). **Voiculescu Dan** (5909, 10, 25, 41, 43, 65, 66, 68, 75—82, 84, 85, 87, 90, 96—98, 6003, 06, 07, 10, 17, 18, 20, 26, 29, 30, 33, E: 2026—28, 31—36, 38—41, 43—50, P) Ş.m. 22 cl. IX. Becea Aurel (5899, 901, 02, 09, 10, 45, 52, 53, 62, 76, 90, 97, 98, 6007, 11). Cl. X. Ifrim Stan Daniel (5851, 52, 65, 76, 82, 89 94, 930, 42, 64, 67, 76), Ignea Silviu (5850—53, 55, 56, 60—62, 65—71, 77, 90). Cl. XI. Bărbulescu Adrian (5851, 56, 60, 61, 67, 68, 71, 77, 944, 6007, 20, 30, 33). Ş.m. 23. cl.IX. Băluţă Tudor (5851, 60, 61, 69, 910, 44, 62, 64, 76, 6007, 09, 29). Ş.m. 25, cl. XI. Manasiu Dan (5964, 67, 68, 69, 73, 76—79, 81, 85—87, 95). Ş.m. 27. cl. VI. Mândruţă Silvia (E: 2008, 10, 18, 21, 22, 27, 31—33, 38, 41). Cl. VII. Racoşi Iulian (E: 2008, 23, 27, 31—33, 35, 36, 41). Ş.m. 28. cl. XI. Măicănescu Alexandra (5851, 56, 60, 61, 67, 75, 99, 909, 35, 57, 76, 87). Ş.m. 32 cl. IX. Curatu Mihaela (5850—55, 60, 63, 65, 66, 68—70, 900, 01). Ş.m. 34 cl. VII. Racoviceanu Nelu (E: 2002—04, 09—11, 16, 17, 21—23, 25, 27, 31—33, 41). Clasa XI. Cernicica Petru (5898—902, 04—10, 17, 18, 20—22, 24—26, 30, 31, 33—36, 40, 42, 44—47, 49, 61, 68—70, 75, 76, 78, 79, 81—83, 86, 87, 98, 6007, 33, N). Ş.m. 36 cl. VIII. **Logofătu C. I. Bogdan** (E: 2002—12, 16—18, 21—23, 26—29, 32, 33, 36, 38, 42, 43, 45—51; 5851, 68). Ş.m. 40 cl. VII. Constantin Cornel (E: 2008, 26, 27, 31, 32, 33, 41).

Şc. el. 8 ani nr. 23 cl. VII. Petrescu M. Corneliu (E: 2027—29, 32—36, 41). Şc. el. 8 ani nr. 26 cl. VII. Popescu T. Eugeniu (E: 2026—28, 32—34, 36), Popescu Vladimir (E: 2013, 14, 16, 18, 21—23, 27). Şc. el. 8 ani nr. 41 cl. VII. Staticescu Ion (E: 2009—11, 16, 18, 22, 23, 27, 33). Şc. el. 8 ani nr. 119 cl. VI. Iorgulescu

Mihai (E: 2016, 18, 21, 23, 27, 28, 38). Şc. cl. 8 ani nr. 130 cl. VI. Stancu Cristian (E: 2006, 09, 18, 23, 27, 33, 38). Şc. cl. 8 ani nr. 145 cl. VII. Fleancu Maria (E: 2001—05, 08—10, 11, 12, 27, 28, 31, 38), Şerban Valentina (E: 2001, 05, 08—12, 31, 38).

BUHUŞI (Bacău). Ş.m. cl. XI. Bucur Gheorghe (5853, 60, 61, 67, 71, 910, 18, 35, 70, 6007, 30, 33).

BUZĂU. Ş.m. 1 cl. XI. Constantinescu Cristian (5854—56, 60, 61, 63, 66—68, 71, 77, 84, 94).

BUZIAŞ (Banat). Ş.m. cl. XI. **Foale Titi** 5850, 55, 56, 60, 61, 65—68, 70, 71, 98, 900, 14, 17, 18, 30, 35, 36, 40, 42, 44, 45, 51, 58, 59, 61, 62, 68, 74, 76, 78, 79, 83, 89, 90, 93)

CARACAL. Ş.m. 1 cl. VIII. Gheorghe Cecilia (E: 2008—10, 14, 16—18, 20—22, 27, 28, 33), Mitrache Doru (E: 2004, 09, 13, 14, 16—18, 22, 24, 25, 28, 33, 38), Pîrvan Nicolina (E: 2008—10, 13, 14, 16—18, 20, 22, 28, 33), Popescu Mariana (E: 2008—11, 14, 16—18, 21, 24, 27, 28, 33), Tănasie Marin (E: 2004, 08, 10, 13, 16, 17, 21), Vişan Valeriu (E: 2004, 09—13, 16, 21, 22, 28, 33, 38).

CARANSEBEŞ. Ş.m. nr. 1 cl. VIII. Aciocoiţei Florica (E: 2004, 06—12, 25, 27, 35), Eliass Reghină (E: 2008—11, 15, 16, 18, 22, 23, 25, 31), Ştefănescu Mircea (E: 2006, 18—11, 16, 18, 22, 25, 27, 33, 38). Cl. X. **Bena I. Dorin** (5894—903, 05—10, 14, 17, 18, 20, 21, 25, 26, 30, 35, 40, 42, 44—46, 48, 49, 51, 64, 65, 68, 69, 73—79, 81—87, 95—99, 6006—08, 11, 12, 18, 20, 26, 27, 30, 33, 34, 36), Denia Aurel (5851, 52, 60, 62, 65, 67, 71, 88, 94, 96, 952, 59, 91), Munteanu Eugenia (5872, 77, 96, 952, 56, 58, 59, 62, 87, 90, 92, 93), Suciu Maria (5851, 52, 60, 72, 77, 96, 952, 56, 58, 59, 62, 90, 92, 93).

CĂLĂRAŞI. Ş.m. N. Bălcescu cl. XI. Muşat Constantin (5851, 52, 55, 56, 60, 65—67, 70, 71, 91, 910, 17, 26, 35, 42, 44, 46), Petruş Valentina (5856, 60, 65, 65, 67, 71, 80, 900, 10, 35, 44, 76).

CHIŞINEU-CRIŞ. Ş.m. nr. 1 cl. XI. Ciul Mihai (5850, 52, 56, 60, 67, 71, 84, 924, 57, 59, 64, 65, 73).

CIMPINA. Ş.m. nr. 1 cl. VIII. Alexandriu Doru (E: 2001—04, 06, 08—14, 16, 18, 20, 21, 23—25), cl. X. Moraru Gheorghe (5852, 56, 60—62, 65—67, 70, 71, 76, 84, 89). Moraru V. Nicolae (5856, 67, 62, 66, 67, 954, 57, 59, 62, 89, 90, 93).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Şc. m. Dragoş Vodă cl. VIII. Aurite Irina (E: 2008—10, 12, 14, 16, 18, 22, 25), Bedrule Ştefan (E: 2004, 08—10, 12, 16, 21), Brînzei Doina (E: 2001, 04, 06—10, 12, 16, 21, 25), Capriuc Dorin (E: 2001, 06, 08—10, 16, 18, 22, 23, 25), Ciobanu Mihai (E: 2001, 08—11, 16, 18, 21—25), Mîndrilă Viorel (E: 2001, 04—09, 11, 12, 18, 27), Nica Vasile (E: 2004, 05, 08—10, 12, 13, 16, 20, 24), Popescu Ovidiu (E: 2026—28, 32, 36, 39, 40; 5025, 42, 76, 78). Schörf Solomon (E: 2001, 06, 08—10, 14, 18, 22, 23), Ţăranu Gheorghe E: 2002, 06, 07, 09—11, 13, 16, 20), Ududec Modest (E: 2008—10, 12, 14, 16, 18, 22, 23, 33), cl. XI Rosner Sorina (5856, 60, 61, 64, 67, 71, 79, 910, 54, 57, 59, 90), Ţăranu Vasile (5860, 67, 71, 97, 910, 14, 54, 57, 59, 89, 90, 6007, 33).

Liceul Militar. Florea Sabin (5852, 60, 61, 66, 68, 70, 80, 99, 918, 64, 76, 87, 90), cl. X. Biltac Sabin (5852, 53, 60, 65, 89, 901, 44, 64, 90—93), Cioancă Neculai (5852, 60, 61, 68, 70, 80, 89, 900, 18, 42, 44, 58, 62, 64, 76, 78, 79, 87, 90, 92, 97, 6007, 20, 27, 29, 33, 34), Crăciun Alexandru (5852, 53, 60, 61, 65—67, 79, 82, 89, 93, 94, 903, 06, 44, 45, 56, 58, 59, 62, 64, 83, 87, 90—94), Mascan Marius (5850, 52, 53, 60, 61, 65—67, 79, 82, 87, 89, 94, 99, 929, 44—46, 56, 58, 59, 64, 76, 87, 89, 90—93), Pescariu Adrian (5850, 52, 60, 61, 68, 70, 80, 99, 918, 64, 76, 87, 90), Rudenco Corneliu (5850, 53, 60, 61, 65—67, 89, 921, 42, 44, 76), cl. XI. Azoiţei Mihai (5852, 53, 60, 67, 68, 71, 80, 82, 84, 931, 33, 46, 87), Buzari Vasile (5852, 53, 60, 61, 67, 68, 71, 80, 931, 33, 64, 87, 6007, 30, 33), Darie Constantin (5860, 61, 70, 71, 84, 92, 99, 946, 57, 58, 59, 64, 78, 87, 90, 93), Dumitru D. Vasile (5860, 61, 71, 77, 84, 89, 92, 99, 946, 59, 77, 78, 87, 90), Lang Heny (5856, 60, 61, 64, 67, 71, 97, 910, 54, 57, 59, 90), Leontiş Ioan (5856, 60, 61, 64, 67, 71, 97, 910, 54, 57, 59, 90).

CLUJ. Ş.m. Em. Racoviţă nr. 4 cl. VIII. Constantinescu Maria Liana (E: 2016, 17, 21, 27, 28, 33, 40, 42, 46—49), Lascu Ioan (E: 2003, 08—10, 12, 13, 18, 21, 23, 25, 27, 28, 31, 32, 38, 41), Florea Maria (E: 2003, 04, 08—10, 16, 17, 23, 28), Grămescu M. Adrian (2017, 18, 31, 33, 42, 43, 45—48), Mureşan Mihai (E: 2001, 08—11, 16—18, 23, 28, 33). Ş.m. George Coşbuc cl. VIII. Oprea Virgil (E: 2001, 03, 08—11, 16—18, 23, 28, 33). Ş.m. N. Bălcescu nr. 8 cl. VII. Bejinaru Mircea (E: 2016, 18, 20, 23, 27, 33, 38), Man Augustin (E: 2008, 18, 21, 27, 32, 33, 45, 46, 48, 50, 52, 54), cl. VIII. Damian Dorin (E: 2027, 28, 32, 33, 38, 43, 46, 47, 48, 53; 5990), Lazăr Aurel

(E: 2027, 28, 31, 33, 35, 38, 40—43, 46), Stoian Daniela (E: 2016, 18, 21, 23, 24, 27, 28, 33, 34, 43, 48), Weiss Petru (E: 2001, 02, 08—11, 16, 18, 20, 22, 23, 25), cl. X. Gabriel Viorica (5860, 61, 62, 66, 68—70, 77, 900, 46, 51, 90), Perl Toma (5851, 60—62, 65, 66, 68—70, 77, 89, 900), Weiss Gheorghe (5851, 60, 61, 68, 77, 89, 900, 18, 46, 51, 90, 93).

CONSTANȚA. Ș.m. nr. 1 cl. IX. Mihăescu Rodica (5860, 61, 68, 85, 936, 40, 60, 64, 76—79), cl. X. Chircu Theodor (5851—53, 55, 60—62, 65, 66, 69, 70, 82, 90, 92, 94). Ș.m. nr. 2 cl. XI. Bendoiu Ana (5851, 52, 54—56, 59—61, 65, 71, 94, 906, 08, 10, 17, 18, 20, 26, 28, 33—36, 38, 40, 42, 44, 45), Kreissl Carmen (5851, 52, 55, 61, 63, 65—67, 71, 98, 901, 18, 24). Ș.m. nr. 4 cl. XI. **Luca** Ion (5850—53, 55, 56, 60—63, 66—71, 80—85, 87, 89—91, 94, 97—900, 02, 04—08, 10, 11, 14, 17, 18, 20, 24—26, 38, 30, 31, 34, 35, 38, 40, 42, 44—47, 49—53, 56, 58, 59, 62, 63, 67, 68, 73, 76, 78, 79, 83, 86, 88—92, 94).

COSTEȘTI. Absolvent (student) Nedea Constantin (5852, 60, 64, 78, 52, 55, 58, 59, 87, 90, 6030, 33).

CRAIOVA. Absolvent **Vasile Cornel** (5850, 54, 56, 58—61, 65, 67, 68, 71, 72, 77, 80—82, 84, 94, 95, 900, 05, 06, 09, 10, 17, 20, 21, 25, 26, 28, 32, 35, 36, 42, 50, 79, 81—84, 87.

Ș.m. nr. cl. VIII. Crișan Florin (E: 2013, 16—18, 23, 24, 27, 28, 31, 33, 35, 38), Dincă Vasile (E: 2013, 16—18, 23, 24, 27, 28, 31, 33, 38, 40;5945), Purcărelu Mircea (E: 2013, 16—18, 21, 23, 24, 27, 28, 31, 33, 35, 42, 5942), Gavrilescu Elvira (E: 2016, 18, 20, 21, 23, 24, 28, 31, 33, 38), Turcu Ilie (E: 2001, 04, 05, 13, 16—18, 21, 23, 24, 27, 28, 31, 35, 40; 5942, 76), Zamfir Nicolae (E: 2016, 17, 19, 21, 24, 37, 28, 33, 34, 35), cl. **X.Biscă Octavian** (5872, 76, 81, 86, 87, 92, 98—901, 05, 06, 08, 09, 14, 18, 21, 25, 26, 29, 30, 35, 42, 44, 45, 52, 53, 56, 58, 59, 62, 68, 69, 76—79, 81, 82, 85—88, 90—93), Popescu Șt. Felicia (5904, 07, 10, 14, 52, 62, 76, 77, 81, 82, 87, 990, 92), Sandu Darius (5850—52, 60, 62, 66, 68—70, 73, 77, 79, 89, 90, 93). **Georgescu George** (5856, 66—68, 76, 81, 82, 87, 91, 94, 98—901, 07, 08, 10, 11, 17, 18, 20, 25, 26, 31, 32, 35, 38, 40, 44, 61, 65, 67, 68, 76, 78, 79, 82, 86, 90, 96, 98, 6000, 07, 18, 20, 22, 26, 27, 30, 33, 34, 90, 93, P), Voicu Iuliana (5852, 60, 61, 907, 10, 14, 62, 64, 79, 82, 83, 87, 90), cl. XI. **Preda Constantin** (5856, 81, 82, 99, 900, 01, 17, 20, 26, 35, 44, 57—59, 90), **Smarandache Ștefan** (5850, 52, 53, 60, 61, 67, 77, 19, 6007, 20, 30, 33). Ș.m. nr. 2 cl. IX. Pelivan Ileana (1851, 52, 60, 62, 65, 68, 77, 82, 98, 900, 44, 82), Rusu Aurelian (5851, 60, 61, 68, 77, 80, 82, 89, 94, 901, 30, 44, 76, 78, 79, 82, 87), cl. XI. **Dragotă Georgel** (5853, 54, 80—86, 94, 98—901, 904, 07, 08, 10, 14, 17, 18, 20, 21, 24, 26, 29, 30, 34, 35, 40, 44, 46, 52—54, 56—59, 62, 64, 76, 88—93), **Gropper Mircea** (5850—58, 60, 62, 63, 65, 67, 68, 71, 74, 77, 80—84, 86, 87, 94, 98—901, 907, 08, 10, 14, 17, 18, 20, 21, 24, 26, 29, 30, 34, 35, 38, 40, 44, 46). Ș.m. nr. 3 cl. VIII. Tănase Cezar (E: 2001—04, 06, 08, 09, 11, 13, 16, 18). Cl. X. Andrei Silian (5852, 60, 61, 68, 88, 962, 76, 77, 90—93), Ciucu D. Doru (5851—53, 60, 61, 65, 68, 77, 82, 98, 900, 44, 82), Cantil Ion (5929, 52, 53, 56, 58, 62, 77, 90—93, 6033), Diaconescu Mihaela (5852, 60, 61, 68, 77, 80, 953, 58, 64, 90, 92, 93), Panduru Gh. Ion (5929, 52, 53, 56, 58, 62, 77, 90—92, 6012, 27, 33). Ș.m. nr. 4 cl. XI. Badea Dumitru (5856, 60, 61, 66, 67, 68, 71, 77, 900, 44, 82, 87), Buzatu Aurelia (5856, 60, 61, 66—68, 71, 77, 98, 900, 82, 87), Gavrilă Gheorghe (5850, 56, 61, 67, 68, 71, 77, 80, 98, 900, 01, 08).

Șc. elem. de 8 ani, cl. VI. Teodorescu Dan (E: 2001, 09, 10, 14, 16, 18, 21).

DĂENI, Hîrșova. Șc. elem. de 8 ani, cl. VI. Topoleanu Gheorghe (E: 2001, 09—11, 16, 18, 21, 23), Cl. VII. Grigorescu Viorica (E: 2001, 02, 08—11, 16, 18, 21, 23).

DEJ. Ș.m. cl. VIII. Barth Ferencs (E: 2001—12).

DRĂGANU (Argeș). Șc. elem. de 8 ani, cl. VII. Iordache Maria (E: 2008—12, 16, 18, 22, 27, 29).

DRĂGĂNEȘTI, Olt. Ș.m. cl. XI. Croitoru Florica (5851—53, 56, 67, 68, 70, 71, 80, 82, 84, 87, 89, 94), Postelnicu Teodora (5851—53, 56, 67, 68, 70, 71, 80, 82, 84, 87, 89).

FĂGET. Ș.m. cl. X. Hațegan Liviu (5852, 60, 61, 77, 82, 89, 94, 98, 901, 07, 46, 6007), Petrescu Marius (5853, 82, 89, 94, 901, 07, 40, 44, 58, 64, 90, 91).

FOCȘANI. Ș.m. Unirea, cl. IX. Cruceanu Ion (5921, 44, 45, 76, 78, 83, 88, 90—93, 6029, 32, 34), Vatră Fănică (5880, 89, 921, 44, 45, 76, 78, 83, 88, 90, 6029, 31, 34). Cl. XI. Ghețu Luminița (5893, 97, 916, 54, 57, 58, 62, 89, 92—94, 6037).

GALAȚI. Șc. elem. de 8 ani nr. 15, cl. VI. Dimofte I. Maricel (E: 2016, 18, 23, 31, 33, 41, 50, 54). Șc. elem. nr. 20,

(6209, 12, 43, 59, 62, 69, 71, 99, 301, 10, 12, 14, 17, 38).

BEIUȘ (Crișana). Ș.m. cl. VII. Toma Ioan (E: 2108, 09, 15, 17, 21—25, 29, 30, 33; 6257, 58, 91). Cl. IX. Hera Mihai (6208, 29, 39, 42, 58, 60, 67, 71, 316, 30, 38, 45).

Ș.m. 2 cl. X. Diaconu Adrian (6208, 43, 57—59, 62, 308, 10, 12, 16, 17, 45).

BISTRIȚA (Cluj). Ș.m. cl. X. Buta Grigore (6177, 92, 208, 09, 12, 15, 17, 24, 29, 42, 43, 57, 58, 63, 72—74, 76, 99, 301), Cojocaru Gheorghe (6169, 71, 77, 92, 93, 202, 08, 09, 12, 13, 62), Negruța Ioan (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 24, 29, 42, 43, 62, 71—73, 80, 90, 308, 10, 12, 17, 31, 45), Patca Teodor (6169, 83, 92, 212, 17, 42, 43, 62, 71, 73, 99), Popescu Șerban (6169, 71, 83, 203, 12, 23, 42, 43, 71, 73).

BIRLAD. Complexul școlar cl. VIII. Apostol Nicolae E: 2109, 21, 22, 29, 30, 32, 43), Bucă Maria (E: 2113, 16, 18, 29, 41—43; 6291), Bușilă Valeriu (E: 2098, 102, 08—10, 13, 16, 21, 25, 29, 32, 34), Calciu Cornalie (E: 2115, 25, 29, 43, 48, 51, 57, 58), Cînepă Victor (E: 2118, 20, 22, 25, 29, 43, 47—51; 6257, 328), Constantin Gheorghe (E: 2109, 10, 16, 21, 25, 37, 43, 51; 6328), Dimofte Dumitru (E: 2092, 95, 97, 104, 09, 15, 21, 29, 30), Drozan Mariana (E: 2103, 09, 15, 16, 21, 22, 25, 29, 43, 48; 6257, 58), Ghiur Gheorghe (E: 2109, 10, 16, 21, 25, 25, 29, 43, 49, 50, 51; 6328), Hobîncu Anișoara (E: 2115, 25, 29, 32, 41, 43, 48, 49, 51, 57, 58, 328), Nechifor Ionel (E: 2122, 25, 28, 29, 31, 34, 37, 43, 49—51; 6257, 58, 328), Obreja Clara (E: 2092, 96—98, 104, 18, 21, 23, 25, 29, 30), Piperiu Veronica (E: 2123, 25, 29, 30, 43; 6257, 58, 67, 71, 72, 75), Puiu Lucian (E: 2109, 21, 22, 29, 30, 32, 431), Secrieru Dan (E: 2098, 113, 16, 18, 21, 25, 29), Stan Ion (E: 2109, 10, 16, 18, 21, 25, 29, 43, 48, 49; 6328), Stoide Maria (E: 2109, 18, 21, 22, 25, 29, 30, 43, 47; 6257, 316), Vlad Angela (E: 2110, 14, 23, 30, 38, 43, 46, 48, 52; 6257, 58, 71), Ulinic Maria (E: 2125, 29, 45, 50, 51; 6257, 58, 91, 328). Cl. IX. Burcioargă Ioan (E: 2113, 18, 20, 29, 37, 43, 44; 6215, 42, 72, 345).

Ș.m. 2 cl. VII. Minteanski Bogdan (E: 2097, 98, 100, 03, 06, 10, 14, 16, 17, 23), Mîrza Florin (E: 2092, 93, 96, 109, 10, 17, 19, 22, 30). Cl. VIII. Duda Doina (E: 2114, 23, 25, 28, 30, 36—38, 47, 51). Cl. IX. Cristocea Gheorghe (6220, 26, 29, 43, 71, 73, 75, 330, 38, 45), Felea Victor (E: 2118, 20, 37, 43, 44; 6164, 208, 20, 23, 24, 25, 30, 35, 41, 57, 58, 60, 72, 73, 80, 90, 303, 12, 14, 16, 38, 45), Kohan Henri (E: 2120, 29, 43; 6257, 58, 60, 71, 72, 75, 80), Mardare Luminița (E: 2129, 43; 6258, 66, 67, 71, 72, 75, 80, 328, 41), Pană Jean (E: 2118, 20, 29; 6208, 20, 57—59, 66, 67, 71, 72, 74, 75, 345), Poghirc Lucia (6208, 42, 58—60, 67, 71, 72, 75, 80, 323, 45). Cl. X. Crețu Claudiu (6208, 09, 12, 13, 17, 20, 41—43, 51, 54, 62, 71, 72), Mereuță Magdalena (6129, 64, 66, 201, 09, 26, 42, 43, 57, 62, 71), Tătaru Veronica (6212, 15, 43, 57, 61, 62, 90, 301, 08, 10, 20).

BLAJ. Ș.m. cl. XI. Lodroman Lacia (6132, 42, 44, 79, 83, 85, 210, 12, 13, 42, 97, 99), Stremțan Nicolae (6165, 66, 68, 70, 74, 76, 77, 79, 83, 85, 91, 97, 99, 208—17, 19, 22, 24, 27, 29, 35, 40, 42, 43, 45, 47).

BORȘA. Ș.m. cl. VIII. Barna Ana (E: 2109, 13, 18, 21, 37, 43, 50; 6241), Font Ileana (E: 2092, 97, 98, 104, 21, 29, 30), Feintuch Sery (E: 2113, 21, 36, 37, 38; 6257, 58, 71), Stigliț Matei (E: 2113, 21, 27, 29, 32, 36, 38; 6257, 58), Timiș Ștefan (E: 2113, 21, 29, 30, 34, 36, 38; 6267, 71). Cl. X. Chiș Gheorghe (6097, 118, 31, 32, 34, 39, 42, 46, 71, 209, 12, 24, 38, 41—43, 49, 54), Juga Mihai (6169, 71, 77, 79, 81—83, 88, 91—93, 99, 201, 07—09, 12, 13, 15, 17, 23, 24, 28—30, 32, 38, 42, 43, 54, 56), Roșca Gheorghe (6208, 17, 29, 30, 42, 43, 56, 67, 71, 74, 99, 301).

BOTOȘANI. Șc. 8 ani nr. 8 cl. VII. Ungureanu Corina (E: 2123, 27, 28, 30, 36—38, 48, 51).

Ș.m. 1 cl. VIII. Manole Ilie (E: 2096—98, 100, 08, 10, 13, 21, 22, 25, 29). Cl. X. Alămureanu Gheorghe (6166, 68, 69, 71, 77, 83, 88, 92, 94, 95, 97, 208, 09, 12, 13, 15, 24, 28, 29, 36, 41—44, 49, 54).

Ș.m. 2 cl. VIII. Vecsler Nadia (E: 2120, 25, 43, 51, 54, 60—63, 68; 6257, 58).

BOZOVICI (Banat). Ș.m. cl. IX. Bogoevici Viorica (6129, 208, 19, 58—60, 71, 72, 316, 45), Lopatiță Tiberiu (E: 2121; 6208, 42, 58—60, 71, 72, 316, 45).

BRAD (Hunedoara). Șc. 8 ani cl. VII. Cardonescu Gabriel (E: 2123, 28—30, 36, 38, 44, 46, 48, 52). Cl. IX. Fornade Corneliu (6267, 71—75, 80, 90, 310, 16, 38, 45). Cl. X. Ghilea Adrian (6271, 72, 99, 312, 14, 17, 38, 44, 45, 70).

BRAȘOV. Șc. 8 ani nr. 13 cl. V. Ursu Marian (E: 2111, 12, 14, 23, 33, 36, 38, 47).

Ș.m. 1 cl. X. Bătătorescu Cristina (6208, 09, 12, 13, 15—17, 61, 62, 67, 75).

Ș.m. 4 cl. V. Bocanu Mihaela (E: 2092, 95, 104, 11, 12, 14, 21), Constantinescu Silvia (E: 2092, 93, 104, 11, 14, 23,

33, 36, 38), Galea Maria (E: 2092, 93, 104, 11, 21, 23, 33), Olaru Alexandru (E: 2092, 93, 95, 104, 11, 21, 30, 38), Pavel Florin (E: 2092, 93, 104, 11, 14, 23, 33). Cl. VI. Bosag Georgeta (E: 2121, 23, 27, 30, 33, 36, 38), Bosag Livia (E: 2121, 23, 27, 30, 33, 36, 38), Deac Georgeta (E: 2083 121, 23, 30, 33, 36, 38), Popp Eva (E: 2083, 121, 23, 30, 33, 36, 38), Stan Adriana (E: 2121, 23, 27, 30, 33, 36, 38). Cl. VII. Balea Elena (E: 2108, 16, 17, 20, 21, 30, 33). Popovici Elena (E: 2092, 93, 104, 11, 14, 21, 23, 33). Cl. VIII. **Bontaş Vasile** (E: 2108—10, 13, 16, 18, 20—22, 25, 29, 31, 32, 34, 40, 44, 49—51, 54, 55, 60, 67; 6208, 42, 57, 58, 71—73, 77, 316, 56—58, 60, 70, 72).

Ş.m. 5 Unirea, cl. VIII. Zsido Agnes (E: 2092, 95—100, 03—09, 12—21). Cl. X. Zsido György (6200, 09, 12, 15, 19, 24, 30, 34, 36, 39, 41, 43, 47).

BRĂILA. Şc. 8 ani nr. 4 cl. VII. Cărbunaru Mihai (E: 2123, 25, 28, 30, 33, 35, 36, 38, 46, 47, 51, 52).

Ş.m. 1 cl. VIII. Băieşu Adriana (E: (E: 2136, 38, 46, 47, 51—53, 58, 59, 61—64, 68), Lemnaru Liana (E: 2108—10, 13—16, 18, 19, 21—25, 29, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 43, 46—48, 51).

Ş.m. 2 cl. X. Frangu Octavian (6208—10, 12, 13, 17, 24, 29, 43, 57, 58, 61, 62, 67, 71, 73, 75).

Ş.m. 3 cl. VIII. Bucur Camelia (E: 2108, 10, 13, 21, 22, 29, 47, 51; 6257, 71), Pincu Mya (E: 2108, 09, 18, 21, 22, 25, 29, 31, 43, 51). Cl. X. Bibicu Marina (6164, 69, 71, 77, 92, 97, 99, 262, 71, 72, 75).

BRĂNEŞTI (Bucureşti). Ş.m. cl. VIII. Arsene Petra (E: 2121, 29, 34, 36, 38, 43, 46, 52), Dogaru Elena (E: 2108, 09, 21, 23, 30, 43, 46, 96), Dumitru Elena (E: 2109, 14, 21, 24, 25, 29, 34; 6258), Ene Aurelia (E: 2109, 14, 21, 25, 29, 34; 6257), Iordan Petra (E: 2121, 29, 36, 38, 43, 46, 52), Nanu Mariana (E: 2121, 29, 30, 36, 38, 43, 52), Nedelcu Constanţa (E: 2109, 13, 21, 29, 30, 34, 36, 38, 43, 52), Nuţu Maria (E: 2113, 21, 22, 29, 34, 46, 52, 80), Olteanu Niculina (E: 2121, 29, 30, 34, 36, 43, 45, 52), Radu Vasile (E: 2129—31, 36, 38, 46, 52). Cl. IX. Minea Vasile (6257—60, 71, 72, 314, 16, 38, 45), Ştefănescu Călin (6257—59, 71, 72, 310, 12, 14, 38, 45).

BREAZA (Ploieşti). Ş.m. cl. VIII. Cîrtoaje I. Vasile (E: 2108—10, 13, 16, 18, 21, 22).

Liceul militar D. Cantemir, cl. X. Alexandru Virgil (6209, 12, 38, 43, 57, 61, 62, 71, 72, 80, 310, 12, 14, 16, 17, 45), **Babonea D. Gheorghe** (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 23, 24, 26, 27, 29, 32, 34, 36, 37, 39—44, 47, 53, 57—62, 67, 70—73, 75, 76, 80, 85, 86, 90, 99, 301, 08—12, 14, 16, 17, 25, 38, 42, 45), **Berceanu Constantin** (6208, 09, 12, 17, 19, 20, 27, 29, 32, 37, 38, 40, 42, 44, 54, 57—59, 61—63, 67, 68, 71—77, 80, 87, 89, 301, 08, 10, 12, 14, 17, 18, 30, 37, 38, 40, 42, 44, 45), **Busuioc Mihai** (6209, 12, 17, 24, 30, 31, 40, 42, 43, 57, 58, 62, 67, 71—75. 80, 99, 301, 10, 12, 38, 45), **Camen Gheorghe** (6209, 12, 43, 57, 61, 62, 71, 72. 76, 310, 12, 17, 38), **Chivu Stelian** (6209, 12, 43, 61, 62, 67, 71—73, 76, 99, 301, 10, 12, 17), **Cîrstocea Benone** (6166, 68, 70, 71, 77, 208, 09, 13, 14, 17, 58—60, 67, 301, 02), **Costache Stelian** (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 23, 24, 26, 27, 29, 30, 32, 34, 36—44, 47, 53, 57—62, 67, 70—74, 87), **Filimon Nicolae** (6179, 83, 97, 99, 208, 09, 12, 13, 15, 17, 23, 24, 29, 30, 36, 40, 42, 43, 54, 56—59, 61, 62, 67, 71—73, 75, 76, 80, 99, 301, 04, 08, 10, 12, 14, 17, 20, 23, 30, 37, 38, 40, 42, 44, 45), **Manole Stelian** (6209, 12, 19, 38, 42, 43, 57, 59, 67, 71, 72, 76, 80, 308, 10, 12, 14, 17, 45), **Manolache Ion** (6164, 71, 77, 79, 91, 92, 99, 212, 13, 24, 29, 36, 57, 71, 72), **Moşoiu Traian** (6209, 12, 17, 23, 24, 29, 30, 38, 40, 42, 43, 51—59, 62, 67, 71—75, 80, 99, 301, 20), **Năstase Dumitru** (6209, 12, 38, 43, 57, 61, 62, 71, 72, 80, 99, 308, 10, 12, 14, 17), **Nicolae Ion** (6169, 71, 77, 79, 83, 93, 99, 208, 09, 12, 13, 29, 42, 43), **Petre Vasile** (6212, 43, 44, 57, 61, 62, 67, 72, 73, 80, 99, 308, 10, 12, 14, 16, 17, 37), **Pruiu Petre** (6209, 13, 15, 17, 19, 20, 23, 29, 34, 37, 39—42, 44, 47, 57, 58, 60—62, 67, 70—73, 75, 77, 80, 85, 99, 301, 04, 05, 07—10, 12, 14, 16, 17, 43, 45), **Sandu V. Ion** (6171, 99, 208, 09, 12, 13, 17, 23, 24, 29, 30, 34, 36, 38, 40—43, 54, 58, 59, 61, 62, 67, 71—77, 79, 80, 99, 301, 08, 10, 12, 14, 17, 30, 37, 38, 44), **Stamate Gheorghe** (6209, 12, 38, 43, 57, 61, 62, 71—73, 99, 308, 10, 12, 17), **Ştefan Vasile** (6209, 13, 70—73, 308, 10—12, 14, 16, 17, 20, 38), **Tănase Grigore** (6188, 92, 209, 12, 15, 43, 57, 61, 62, 71, 72, 75, 76), **Toader Marian** (6209, 12—14, 24, 43, 64, 66, 68, 69), **Toma Ion** (6215, 17, 19, 20, 27, 38, 60, 61, 67, 70—73, 75, 85, 90, 99, 301, 04, 08—12, 14, 16, 17, 20, 23, 38)), **Voine Ion** (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 24, 29, 32, 37, 38, 40, 42—44, 57—59, 61—63, 67, 71—76, 80, 85—87, 99, 301, 08, 10, 12, 14, 17, 20, 30, 33, 37, 38, 40, 42—45).

BUCUREȘTI. Șc. 8 ani nr. 5, cl. VI. Burducea Corina (E: 2092, 93, 95, 96, 98—100, 03, 04, 06).

Șc. 8 ani nr. 23, cl. VII. Georgescu Eugen (E: 2097—100, 02, 03, 05—07, 21).

Șc. 8 ani nr. 26, cl. VII. Popescu T. Vladimir (E: 2092, 95—97, 99, 103, 08—11).

Șc. 8 ani nr. 28, cl. VI. Cioicu M. Radu Nicolae (E: 2080, 81, 90, 115).

Șc. 8 ani nr. 95, cl. VII. Tiner Ernest (E: 2092—98, 100, 02—17, 19—26, 28—30, 32—36, 38—42, 44, 46—52; 6271—74, 328, 44).

Șc. 8 ani nr. 121, cl. VI. Donescu Florin (E: 2115, 17, 19, 24, 30, 35, 46, 52).

Șc. 8 ani nr. 128, cl. VI. Ciora Mihaela (E: 2095, 104, 14—16, 23, 30, 33), Ciontea Mariana (E: 2092, 95, 104, 15, 16, 33, 36, 38), Gruia Vladimir (E: 2092, 95, 104, 11, 14—16), Nedelcu Irina (E: 2112, 15, 23, 30, 33, 36, 38). Cl. VII. Oprică Rodica (E: 2095, 99, 108, 11, 13, 15, 20).

Șc. 8 ani nr. 145, cl. VII. Bărbosu Constanța (E: 2095, 97, 93, 100, 02—04, 10, 12), Lixandru Aura (E: 2092, 96, 102—04, 08, 09), Neagoe Florica (E: 2092, 95, 96, 99, 103, 04, 08, 15, 20, 22), Opriș Nicoleta (E: 2095, 95, 90, 102, 08—10, 15, 22)), Șerban Valentina (E: 2095—100, 02, 07, 15).

Șc. 8 ani nr. 146, cl. VI. Bădescu S. (E: 2109, 10, 23, 25, 27, 28, 30, 32, 35, 36, 38, 43). Cl. VII. Atanasiu Traian (E: 2108, 16, 20, 21, 23, 24, 30, 32, 33).

Șc. 8 ani nr. 169, cl. VII. Ionescu C. Nicolae (E: 2108—10, 13, 16, 18, 22, 25, 29, 43, 48, 49).

Absolventă Tănase I. Anca (6164—73, 76—78, 80, 82, 83, 85, 86, 90, 95, 99, 200, 01, 04, 05, 08—16, 18, 20—22, 25, 35, 45, 54, 80, 89, 91, 99, 300, 01, 05, 13, 15, 18, 24, 30, 38, 45, 49), Bichir Vasilica Viviana (6210—12, 14, 16, 17, 81, 308—12, 14, 16—18, 42), Dobrescu N. Nicolae (6208—17, 19, 24, 25, 42, 43, 65, 67, 71, 83, 89, 308—12, 14, 16—18, 20), Pătrașcu Mihai (6164—66, 68—71, 74, 76—79, 83, 90, 92, 97, 99).

Ș.m. 1 N. Bălcescu, cl. VIII. Munteanu Corneliu (E: 2096, 103, 09, 13, 21, 29; 6229, 71), Brăileanu Ana (E: 2108, 09, 10, 13, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 29), Croitoru Steliana (6191; E: 2098, 101, 09, 13, 18, 21, 20, 31, 34). Cl. X. Andrei Romulus (6252, 70—73, 75, 76, 81, 301, 08, 10, 14, 16, 17), Lupu Valentin (5143, 58, 60, 69, 71, 99, 203, 13, 35, 77, 85, 87, 98, 308, 10, 14, 16, 17, 20, 30, 38, 44, 45, P).

Ș.m. 2, cl. IX. Leoveanu Nicoleta (6208, 57—60, 71, 72, 314, 15, 45), Nicolae I. Dan (6208, 71—73, 314, 15, 45, 56, 70, 71, 73).

Ș.m. 3, cl. VIII. Nicolae Elena (E: 2112, 18, 21, 22, 20, 30; 6257, 58, 71). Cl. X. Teodorescu Dumitru (6209, 12, 71—73, 91, 99, 308, 10, 12, 14, 17, 45). Cl. XI. Russe Gheorghe (6169, 71, 92, 97, 99, 208, 09, 12, 13, 17, 42, 43, 57, 58, 62, 71—73, 76, 86, 99, 301, 08, 10, 12, 14, 17, 45).

Ș.m. 4, cl. X, Chițescu Mihai (6212, 13, 15, 17, 29, 42—44, 62, 79, 308, 12, 13, 16, 17, 45), Iepure Ioan (6169, 71, 77—79, 91, 92, 203, 00, 12, 17, 43, 308, 10—12, 14, 16, 17, 20, 34, 38, 45). Cl. XI. Gonciar Mircea (6169, 71, 92, 208—15, 17, 19, 24, 42, 43, 57, 62, 76, 81, 90).

Ș.m. 5, cl. VIII. Pleșoianu Ana Maria (E: 2096—99, 102 05, 07, 09, 16, 22), Tun Marilena (E: 2109, 11, 13, 21—23, 27, 30, 33).

Ș.m. 6, cl. VI. Weiner Irina (E: 2111, 12, 14, 15, 17, 19, 21, 30). Cl. IX. Frățilă Eliade (6169, 71, 208—10, 12, 13, 15, 17, 20, 23, 25, 26, 29, 37, 38, 41—44, 57—59, 62, 67, 71—75, 90, 92, 310—12, 14, 16, 17, 22, 23, 33, 44, 45). Cl. X. Șerban Teodor (6171, 208, 09, 12, 13, 15, 17, 23, 24, 42, 43, 57—63, 67, 71—76, 80, 82, 90, 308, 10—12, 14, 16, 17, 20, 38, 45). Cl. XI. Ginghină Octavian (6209, 17, 42, 43, 57, 71, 72, 308, 10, 12, 16, 17, 45).

Ș.m. 7, cl. VII. Mateescu Alexandru (E: 2092, 96, 98, 100, 04, 08, 00, 14, 30), Nichita Anca (E: 2108, 09, 14—16, 20—22), Stîncu Eugenia (E: 2092, 95—100, 10—16, 20—22). Cl. VIII. George Ion (6125, 25, 28, 29, 31, 34, 43, 44, 48, 49, 51, 54, 55, 60—63, 67, 68, 257—59, 67, 71—75, 314, 15, 28, 44, 56—58, 67, 68, 70, 75, 400).

Ș.m. 8, cl. VII. Cinteză Mircea (E: 2108—12, 14—17, 19—22). Cl. VIII. Savu Lucian (E: 2125, 29 30, 33, 36, 38, 46, 52).

Ș.m. 10, cl. VI. Popescu C. Dorin (E: 2092, 104, 11, 12, 14, 23, 30, 33). Cl. VII. Vlad Cristian (E: 2096—100, 03, 22). Cl. X. Chițescu Ion (6232, 57, 58, 60—63, 66, 67, 71, 72, 76, 78, 80, 83, 85, 87, 90, 91, 97, 99, 301, 02, 05, 07, 08, 10—12, 14, 16, 17, 20—23, 25, 28, 37, 40—45, N, P).

Ș.m. 11, cl. VIII. Leasă Steluța (E: 2096, 98, 100, 14, 15, 21, 22, 25). Cl. IX. Lutașu Marius (6208, 13, 29, 41, 57—59, 71, 72, 75, 77, 308, 45), Ștefănescu Maria (6257, 59, 71—73, 80, 308, 10, 14, 16, 17, 25, 38, 45), Vasiliu Șerban

(6166, 75, 79, 87, 91, 201, 23, 29, 36, 42). Cl. X. Bodor Corneliu (6208, 13, 15, 17, 23, 28, 71, 72, 80, 314, 16, 45), Bunea Corneliu (6208, 58, 59, 61, 63, 71, 72, 99, 308, 12, 14, 17), Mihalcea Dan (6285, 87, 302, 08, 10, 14, 16, 17, 21, 26, 28, 29, 37, 42, P, N), Popa Iulian (6258—60, 72, 77, 80, 90, 308, 14, 16, 29, 45), Prichici Robert (6208, 13, 15, 17, 23, 28, 71, 72, 80, 314, 16, 45). Cl. XI. **Ursulescu Octavian** (6213, 25, 30, 32, 34, 36, 41, 43, 45, 46, 47, 54, 56—58, 60—63, 65—67, 69—73, 75, 76, 80, 81, 87, 89, 93, 97, 99, 300, 04, 05, 07).

Ş.m. 12, cl. VIII. **Cartianu Dan** (E: 2097, 98, 100—02, 05, 07—10, 13, 16, 18, 20, 21, 25, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 43, 44, 49, 6139, 55, 58, 91, 241, 57, 58, 71, 72, 77, 308—10, 12, 14, 16, 28, 45), **Roman Irina** (E: 2033, 38, 40, 45, 47, 48, 50, 108—10, 15, 16, 18, 21, 22, 25, 30, 36, 38, 43, 48, 71, 72, 81; 6223, 67, 71, 74, 75, 328).

Ş.m. 13, cl. VIII. Arapu Bogdan (E: 2097, 98, 105, 07, 10, 13, 16, 20, 21, 25, 26, 28, 32, 34, 77, 91; 6201, 41). Cl. VIII. **Otopeanu Alexandra** (6127—29, 31, 35, 49, 63, 64, 66, 68, 79, 201, 08, 11, 13, 15, 20, 23, 42; E: 2080—86, 88—100, 02—15, 17—22). Cl. X. Dumitrașcu Ion (6169, 71, 92, 97, 99, 208, 09, 12, 17, 19, 30, 42, 43, 58, 60, 72, 76, 308, 10, 12, 14, 16, 17), Ioniță Achim (6092, 118, 66, 68, 69, 71, 77, 224, 43, 44, 54).

Ş.m. 15, cl. X. Dragomir Elena (6208, 09, 13, 15, 17, 42, 43, 308, 10, 14, 16, 17).

Ş.m. 16, cl. VIII. Spilcă Niculina (E: (E: 2092—95, 97, 98, 100—04). Cl. X. Ilie C. Romeo (6257—60, 71, 72, 314, 33, 45, 57, 59, 60, 67, 70, 73, 73).

Ş.m. 17, cl. IX. Borangiu Teodor (6208, 29, 38, 42, 57, 59, 71, 74, 75, 80, 90, 316, 45; E: 2118, 29), Suciu Paul (6208, 20, 26, 36, 39, 41, 42, 58, 60, 72). Cl. X. Neagu Sorin (6169, 71, 88, 212, 57, 59, 61, 62, 67, 68, 70, 71, 76), Weinberg Liliane (6257, 59, 61, 62, 71, 72, 99, 308, 10, 12, 14, 17). Cl. XI. **Almer David** (6213, 17, 20, 27, 29, 30, 32, 36, 47, 49, 54, 57, 59—62, 67, 70—76, 80, 86, 99, 303, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 28, 30, 38, 42, 44, 45).

Ş.m. 18, cl. XI. Constantinescu Corina (6208—12, 14—17, 21, 42, 43).

Ş.m. 20, cl. VIII. Cegăneanu Nicoleta (E: 2097, 100, 04, 15, 21, 22, 29, 30, 34), Drăgușin Carmen (E: 2095, 97, 103, 05, 07, 08, 13—15, 21—25, 29, 30; 6244). Cl. IX. Herling Mihail (6208, 09, 12, 13, 15, 19, 29, 39, 41, 42, 57—60, 67, 70—73, 80, 308, 10—12, 14, 16, 30, 38, 44, 45). Cl. X. Pogoneanu Sorin (6257, 59, 62, 67, 71—73, 80, 301, 10, 12, 16, 17, 30, 38, 44, 45), Statovici Laurenția (6209, 12, 15, 17, 62, 63, 71, 72, 310—12, 14, 16, 17). Cl. XI. Bichir Viviana (6165, 66, 68, 71, 74, 92, 99, 261, 64, 65, 69, 72), Grădinaru Radu (6217, 59, 71, 72, 80, 308, 10—12, 28, 70, 373, 400), Popescu Silvia (6208—11, 14, 17, 57, 65, 71, 81).

Ş.m. 21, cl. VIII. Constantinescu Ion (E: 2143, 49, 51, 54, 55, 60—63, 67, 68; 6357, 89), Voiculescu Dan (6311, 12, 14, 16, 17, 20, 21, 23, 29, 30, 33, 38, 40, 42, 44, 45, 51, 53, 54, 56—59, 62, 67, 72, 75—79, 81, 82, 87—90, 93, 98, 400, N, P).

Ş.m. 22, cl. VIII. Strenc Alexandru (E: 2110, 15, 20, 23, 25, 29, 30). Cl. IX. Becea Aurel (6208, 13, 19, 20, 28, 42, 52, 59, 60, 67, 71—73, 75, 80, 310, 14, 16, 30, 45). Cl. X. Ifrim Daniel (6164, 69, 71, 90, 92, 95, 97, 99, 207, 09, 12, 23, 24, 41, 43), Ignea Silviu (6209, 13—15, 17, 20, 23, 26, 27, 29, 30, 32, 34, 39, 47, 57—62, 70—75, 77, 85, 92, 99, 301, 05, 07, 08, 10—12, 14, 16, 17, 20, 21, 38, 42, 44, 45, 50), Manole Mihai (6164, 69, 71, 92, 208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 34, 62), Tiron Dan (6164, 69, 71, 77, 78, 83, 90—95, 97, 99, 208, 09, 12, 13, 43).

Ş.m. 23, cl. VIII. Petrescu Anca (E: 2109, 18, 21—23, 30, 36, 38, 43). Cl. IX. Băluță Tudor (6179, 91, 201, 02, 08, 20, 29, 42, 54, 57, 59, 67, 71, 74, 80, 90, 91), Zaharia Dragoș (6229, 42, 57, 58, 60, 67, 70—73, 75, 45). Cl. X. Cîrstea Mihail (6212, 29, 32, 42, 43, 61, 62, 87, 308, 10, 14, 17), Ioanițescu Constantin (6212, 13, 15, 17, 57, 62, 71, 72, 99, 301, 08, 10, 17, 45), Rădulescu Valentin (6169, 71, 79, 92, 97, 209, 12, 24, 36, 42, 43, 61, 62, 72, 73), Zăinescu Marcel (6271, 72, 74, 308, 10, 14, 18, 70, 73, 99). Cl. XI. Bădescu Dumitru (6209, 12, 62, 99, 308, 11, 12, 14, 17, 20).

Ş.m. 28, cl. VIII. Barna Ivan (E: 2108, 09, 13, 16, 18, 25, 29), Flișcă **Grațian** (E: 2108, 09, 13, 16, 20—22, 25, 29, 32), Petculescu Ana-Maria (E: 2096—98, 100, 08, 21, 22), Vineșiu Dan (E: 2108, 10, 13, 16, 20, 21; 6244). Cl. IX. Bellu Andrei (6208, 23, 42, 57, 58, 60, 91, 308, 14, 16, 45).

Ş.m. 32, cl. V. Dumitrescu Anca (E: 2110—14, 21, 28, 30, 33, 35—38, 46, 47, 52). Cl. VI. Văleanu Mihai (E: 2092, 95, 104, 15, 17, 30, 36). Cl. VIII. Văleanu Victor (E: 2097, 98, 121, 25, 29; 6257, 62, 97).

Ş.m. 33, cl. VIII. Costinescu Nicolae (E: 2109, 12—20, 22), Tudora Marius (E: 2029, 37, 43, 49, 51, 54, 60, 63; 6328).

Ş.m. 34, cl. VIII. Stoleru Pavel (E: 2096—99, 113, 22, 29).

Ş.m. 36, cl. VIII. **Logofătu Bogdan** (6166, 68, 201, 08, 11, 13, 15, 20, 23, 57—62, 67, 71, 73—76, 80; E: 2093, 94, 103, 05, 06, 08— 11, 13—18, 20—25, 29, 30, 33, 34, 35; P). Cl. X. **Jula Maria** (6211—13, 15, 17, 19, 23, 29, 41, 42, 57—63, 67, 68, 70—76, 78, 85, 86, 98, 301, 07, 11, 16, 17, 20, 23, 33, 34, 45), Soare Doru Tudorel (6208, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 43, 310, 12, 17, 20), Ştefan Vasile (6215, 17, 19, 43, 62, 72, 308, 10, 11, 17, 20), Zisu Silviu (6247, 71, 77, 90, 99, 310, 12, 13, 15, 24, 40—43).

Ş.m. 37, cl. VIII. Kalisz Eugenia E: 2096, 98, 109, 18, 21, 25, 29; 6191), Secoşan Mihaela (E: 2154, 61—63, 68; 6258, 356, 89). Cl. X. Ghiţulescu Nicolae (6209, 13, 15, 29, 42, 43, 57, 61, 71—73, 308, 12, 17, 30), Militaru Nicolae (6209, 13, 15, 29, 42, 43, 57, 58, 61, 62, 71—73, 312, 17, 30).

Ş.m. 39, cl. VIII. Gavriliuc Mihai (E: 2108—10, 13, 18, 21, 22), Ruse Elena (E: 2096, 108, 18, 21, 25, 26, 28, 29, 43, 58, 60, 62, 68). Cl. IX. Arsene Eugenia (6171, 209, 12, 61—63, 301, 58, 10—12, 14, 17).

Ş.m. 40, cl. VII. Bîrsan Vasile (E: 2093, 95, 96, 103, 07, 20, 25, 64; 6225); Constantin Cornel (E: 2092, 93, 96, 97, 99, 103, 07, 30, 33).

BUFTEA (Bucureşti). Ş.m. cl. VIII. Costache N. Radu (E: 2083, 84, 97—100, 10, 18, 21, 22).

BUHUŞI. Ş.m. cl. X. Schmidt Gabriel (6208, 09, 11, 12, 20, 23, 29, 30, 36, 37, 42, 43, 57—60, 62, 67, 72, 74, 76, 80, 301, 08, 14, 16, 17, 20, 338, 40, 45).

BUJOR. Ş.m.m. cl. X. Modiga Ochiţă (6161, 99, 201, 08, 09, 13, 42, 58, 60, 61).

BUZĂU. Şc. 8 ani nr. 6, cl. VIII. Manea Dumitru (E: 2108—10, 14—17, 19—22).

Ş.m. B. P. Hajdeu, cl. VIII. Stănescu Aurel (E: 2108, 10, 14, 18, 23—25, 29, 30). Cl. IX. Marinescu R. Marin (6219, 23, 29, 36, 39, 41, 42, 58, 80, 316, 30, 45). Cl. X. **Andreescu Liviu** (6169, 71, 79, 88, 92, 201, 08, 09, 12, 13, 15, 17, 20, 23, 34, 37, 42, 43, 44, 47, 56—59, 61, 67, 71, 73, 75, 76, 80, 90, 301, 08, 10—12, 14, 16, 17, 38, 44, 45, 49); **Filipoiu St. Alexandru** (6169, 78, 212, 15, 20, 54, 57—63, 67, 71, 73, 75, 86, 90, 97, 301, 07, 08, 10—12, 14, 16, 17, 21, 22, 28, 30, 33, 38, 40, 4,2 44, 45). Cl. X. **Cojanu Marius** (6224, 32, 57—59, 61—63, 70—73, 75, 76, 82, 85, 208, 10—12, 14, 16, 17, 20, 29, 38, 42, 44, 56—59, 61, 62, 65, 67, 68, 70—75, 77, 86, 93, 98, 400, P), **Păltănea Cornel** (6168, 69, 71, 83, 92, 93, 201, 03, 08, 09, 12, 13, 15, 17, 24, 29, 41—43, 57—59, 61, 62, 67, 70—73, 75, 76, 80, 85, 99, 301, 08, 10—12, 14, 16, 17, 44, 45).

Ş.m. 2 M. Eminescu, cl. VII. Constantin Nicolae (E: 2108, 09, 11, 16, 20—27). Cl. VIII. Gavrilă Şerban (E: 2108—10, 13, 16, 18, 20—22, 25, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 40, 43, 44, 49; 6229, 41, 42, 44, 57, 58, 67, 70—73, 89, 304, 28, 44). Cl. X. Gavrilă Rodica (6208, 09, 12, 13, 15, 29, 38, 42, 43, 57—59, 62, 67, 71, 73, 76, 301, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 22, 30, 38, 44, 45).

Ş.m. 3, cl. IX. Năstase Corneliu (6257, 58, 71, 72, 74, 308, 14, 16, 44, 45).

BUZIAŞ (Banat). Ş.m. cl. VII. Albu Elena (E: 2096, 108, 10, 15, 21—23, 30), Aldan Ion (E: 2092, 96, 104, 08, 10, 21, 30), Moldovan Carol (E: 2096, 108—10, 15, 21, 22, 30), Reinert Edith (E: 2092, 96, 97, 108, 10, 22, 30).

CALAFAT. Ş.m. cl. VIII. Bistriceanu Constantin (E: 2123, 29, 30, 36, 38—40, 46; 6271), Caragea Aurel (E: 2108—10, 13, 16, 21, 25, 29, 52, 316, 45), Tomescu Mihai (E: 2096, 97, 98, 100, 08, 14, 15, 21).

CĂLAN (Hunedoara). Ş.m. cl. VIII. Gospodărescu Gheorghe (E: 2108, 17, 19, 21, 24, 25, 30, 32), Ţigănuş Vasilica (E: 2092, 97, 98, 100, 02, 03, 06).

CĂLINENI (Galaţi). Şc. 8 ani cl. VII. Baloşin Maria (E: 2108, 17, 19, 21, 24, 25, 30, 32), Ţigănuş Vasilica (E: 2110, 13, 20, 23, 28, 33—35).

CĂLIMĂNEŞTI (Argeş). Ş.m. cl. VIII. Puchiu Cristiana (E: 2092, 95, 97, 98, 104, 08, 14, 21), Zamfirache Sabina (E: 2092, 97, 98, 100, 02, 03, 06).

CĂLINEŞTI. Şc. 8 ani cl. VI. Rotaru Viorica (E: 2090, 92, 95, 99, 114, 15, 23, 30).

CĂLĂRAŞI. Şc. 8 ani cl. V. Mirea Doina (E: 2090, 92, 104, 14, 23, 36, 38), Postelnicu Mircea (E: 2090, 92, 104, 14, 23, 36, 38). Cl. VIII. Farmache Constantin (E: 2109, 29, 32, 48, 71, 72; 6254), Harth Viorel (E: 2096, 98, 99, 108, 09, 16, 21, 22, 25, 29), Sarlovski Ion (E: 2096—99, 109, 21, 22, 25, 29), Vasile Eugen (E: 2094, 97, 98, 99, 101, 05, 07). Cl. IX. Constantin Dan (6208, 11, 42, 45, 58, 72, 73, 308, 13, 28), Ştefănescu Ştefan (E: 2113, 18, 20, 26, 33, 43, 44, 49, 50; 6223, 25, 29, 36, 38, 41, 42, 49, 77, 330, 38). Cl. X. Badea

Petru (6208, 09, 12, 24, 43, 59, 62, 71, 76, 85, 308, 10, 16, 17).

CARANSEBEȘ. Ș.m. cl. VIII. Geană Nistor (E: 2096, 98, 99, 108, 09, 21, 29), Hahui Constantin (E: 2125, 29, 32, 41, 47, 49, 50, 51, 58, 71, 344), Spaia Elena (E: 2096, 99, 109, 18, 21, 22, 29, 57, 71). Cl. IX. Marinescu Elisabeta (E: 2113, 21, 29, 32, 37, 49; 6271, 76, 99, 310, 16, 33, 45). Cl. X. Enea Aurel (6264, 67, 69, 74, 76, 80, 85, 86, 90, 92, 99, 301, 03—05, 08, 10, 14, 16, 17, 23, 28, 38, 42, 57, 58, 65, 67, 70, 72—74), Man Carol (6164, 71, 79, 86, 88, 92, 208, 09, 12, 15, 17, 23, 24, 32, 36, 42, 43, 47, 54, 56—59, 61, 62, 71—73, 75, 85, 86, 97, 99, 301, 03, 10, 12, 14, 16, 17, 38, 44, 45). Cl. XI. Bena Dorin (6214, 15, 25, 30, 39, 49, 50, 51, 53, 77, 85, 87, 89, 90, 97, 93, 302, 05, 07, 08, 10—12, 14, 16, 17, 20, 25, 28, 30, 33, 37, 42, 44, 45).

CENAD (Mediaș). Șc. 8 ani cl. VII. Olar Mihai (E: 2123, 30, 33, 36, 38, 47, 51).

CERNAVODĂ. Ș.m. cl. X. Cristache Mihai (6091, 100, 29, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 45, 49, 58, 63, 249, 57—63, 71, 72, 75, 76, 92, 99).

CETATE (Oltenia). Ș.m. cl. VIII. Cioclov Domnica (E: 2123, 29, 30, 36, 38, 39, 40, 46, 51, 52; M 6258, 71). Cl. X. Călin Nicoleta (6208, 12, 15, 32, 42, 47, 61, 62, 76, 99). Ciobanu Ion (6208, 12, 29, 32, 42, 43, 61, 62, 76, 99). Crăciun Gheorghița (6208, 12, 15, 29, 32, 43, 61, 62, 76, 99). Zablău Petre (6202, 12, 15, 29, 32, 42, 43, 61, 62, 76, 80, 99).

CIMPINA. Șc. 8 ani cl. VII. Șerban Gheorghe (E: 2096, 117, 20, 21, 30, 37, 38, 41), Tudor Constantin (E: 2120, 21, 22, 30, 35, 37, 38). Ș.m. 1 cl. VIII. Alexandriu I. Doru (E: 2108—10, 13, 211, 13, 16, 18, 20, 21, 25, 26, 28, 29, 34, 43, 44, 48, 50, 54—63, 67; 6213, 20, 29, 42, 56—58, 70—75, 79, 80, 89, 310, 12), Mărășescu Adrian (E: 2102, 13, 16, 25, 29, 54, 55, 60—63, 67; 6201, 57), Stoian Luminița (E: 2109, 18, 21, 25, 29; 6257, 58, 71, 73), Piotrovski Dan (E: 2096—99, 109, 21, 29), Văcăroiu Ioana (E: 2143, 49, 51, 54, 60—63, 67). Cl. X. Chețeanu Liliana (6209, 12, 13, 59, 217, 62, 71, 301, 03, 10, 12, 14, 17, 301—14), Constantinescu Marilena (6217, 308, 10, 12, 16, 17, 32, 38, 45). Cl. XI. Rotaru Alexandru (6262, 71, 72, 310, 12, 14, 16, 17, 38, 45, 55, 72, 73).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Absolvent Gheorghe Vasile (6165, 207—12, 14—19, 22, 23, 25, 27, 29, 42—44, 57, 59, 62, 67, 71, 80, 308—12, 14, 16—18, 20, 33, 35, 42, 44, 45).

Ș.m. Dragoș Vodă, cl. VIII. Popescu Ovidiu (E: 2115, 16, 18, 19, 20, 21; 6256), Tăranuv Gheorghe (E: 2097, 103, 04, 07, 13, 17, 21).

Liceul militar Ștefan-cel-Mare, cl. X. Agheorghițoaiei Ilie (6208, 09, 12, 13, 17, 20, 42, 43, 62, 72, 80, 99, 310, 16, 17, 30, 38, 45), Apetrichioaei Constantin (6212, 42, 43, 59, 62, 308, 10—12, 17), Boureanu Jenică (6209, 12, 17, 42, 43, 62, 67, 71, 308, 10—12, 17), Ciornodolea Maricel (6169, 71, 79, 92, 208, 09, 12; 13, 17, 20, 42, 43, 80, 90, 99), Dascălu Gheorghe (6209, 17, 42, 43, 62, 71, 308, 10—12, 17), Dumitrescu Dorin (6209, 13, 42, 71, 308, 11, 14, 17, 42, 45), Fetică Emil (6208, 15, 17, 19, 47, 57, 61, 62, 71, 76, 301, 08, 10—12, 16, 17, 20, 30, 38, 44, 45), Fita Marcel (6209, 12, 13, 42, 43, 61, 62, 63, 67, 71—73, 75, 80, 301), Ivanov Dumitru (6208, 09, 12, 13, 42, 43, 62, 71, 72, 310—12, 16, 17), Joldea Ion (6209, 12, 13, 17, 20, 24, 38, 42, 43, 47, 62, 80, 99, 301, 10, 12, 14, 17, 30, 38), Kenyeres Andrei (6209, 12, 38, 42, 43, 57, 62, 308, 10, 12, 16, 17, 20, 30, 42, 44, 45), Lazea Viorel (6209, 12, 13, 42, 43, 62, 71, 72, 75, 310—12, 16, 17), Macovei Neculai (6171, 83, 92, 208, 12, 15, 17, 62, 71, 308, 10—12, 17), Manolache Ioan (6209, 12, 15, 17, 43, 67, 71, 310—12, 17), Petrovan Nicolae (6209, 12, 38, 42, 43, 58, 62, 71, 301, 08, 10, 12, 17, 45), Pop Gavril (6209, 12, 13, 38, 42, 43, 57, 62, 71, 80, 301, 08, 10—12, 14, 16, 17, 38, 45).

CIMPULUNG MUSCEL. Absolvent Golescu Alexandru (6263, 65, 81, 87, 89, 90, 99, 93, 329, 45).

Ș.m. Dinicu Golescu, cl. X. Boncoi Gabriela (6131, 34, 42, 46, 63, 69, 71, 83, 97, 99).

CILNIC. Șc. 8 ani cl. VII. (Nesemnat) (E: 2080, 82, 90, 92, 95, 104, 08, 21).

CLUJ. Absolvent Man Eugen (6128, 29, 33, 47, 50—53, 63, 65, 67, 70, 73, 74, 76, 80—82, 99, 207—17, 19—21, 23, 27, 29, 40, 42, 43, 45, 51, 54—59, 61, 64—66, 69, 71—73, 75, 80, 97, 99).

Ș.m. 5, cl. VIII. Grigore Cornel (E: 2125, 26, 28, 29, 31; 6258, 72, 73, 75, 308, 14), Sasu Ioan (E: 2125, 26, 28, 29, 31, 32, 34). Cl. XI. Călugăreanu Grigore (6165, 73, 76, 80—82, 84, 94—96, 200, 03, 07, 20, 23, 32, 34—36, 45, 46, 53, 56—62, 64—67, 71—76, 79—81, 86, 89, 90, 97—99, 301, 04, 05, 07—18, 28, 30, 33, 38, 42, 44, 45).

Ș.m. 8, cl. VII. Latiș Marius (E: 2092, 95, 96, 104, 09, 21, 22), Man Augustin

(E: 2098, 100, 06, 11, 14, 20, 30, 33, 36, 38, 51, 53, 56, 58, 63, 64, 68). Cl. VIII. Beca Ioan (E: 2108, 13, 16, 25, 29; 6257, 58), Damian Dorin (E: 2108—10, 15, 16, 21, 29), Florescu Adrian (E: 2096, 98, 100, 08, 09, 13, 16, 18, 20—22, 29; 6257, 58), Ionescu Marian (E: 2108—10, 14, 20, 22, 29), Lazăr Aurel 2096—100, 08—10, 13, 16, 18, 20—22), Stoian Daniela (E: 2143, 48, 51; 6267, 316, 28, 45), Tulbure Valerica (E: 2108, 09, 16, 21, 22; 6257, 58).

Ş.m. E. Racoviţă, cl. VII. Lascu George (E: 2108, 13, 14, 16, 23, 30, 36, 38, 51). Cl. VIII. Suciu Viorel (E: 2108, 12, 14, 21, 24, 25, 29, 30). Cl. X. Milă Cernel (6169, 71, 77—79, 83, 86, 92, 97, 208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 22, 23, 24, 29, 30, 32, 34, 36, 40—43, 47, 57, 63, 67, 69—73, 76, 79, 80, 82, 86, 87, 92, 99, 301, 02), Perl Toma (6209, 11—13, 15, 40, 42, 43, 47, 54, 56—59, 61, 62, 67, 69, 70—76, 86, 92, 301, 08, 10, 14, 17, 25, 38, 45).

COGEALIC (Dobrogea). Ş.m. cl. IX. Dumitru Constantin (6208, 29, 41, 42, 58—60, 71—73, 80, 303, 14, 16, 36, 38, 44, 45).

COLELIA (Slobozia). Şc. 8 ani cl. VII. Iosifescu Georgeta (E: 2130, 33, 34, 36, 38, 43, 46—48, 51, 52), Nicolae Ana (E: 2092, 93, 95, 96, 98, 100, 04).

COSTEŞTI (Argeş). Ş.m. cl. VIII. Rădulescu Marin (E: 2114, 25, 30, 36—38, 46, 52), Dragomir Aurel (6271, 19—21, 25, 28—30, 33, 36—38, 40, 46, 47, 51, 52).

COMĂNEŞTI (Bacău). Ş.m. cl. XI. Pătraşcu Nicolae (6144, 46, 48, 50, 51, 57, 71, 79, 220, 43).

CONSTANŢA. Ş.m. 1, cl. VIII. Ştefănescu Radu (E: 2080, 82, 84, 86, 91, 97, 113). Cl. X. Chircu Teodor (6208, 09, 12, 13, 15—17, 20, 24, 26, 29, 30, 32, 34, 36, 40, 42, 43, 47, 54), Prunişoară Dan (6208, 09, 15, 17, 29, 32, 42, 43, 58, 61, 62, 67, 72, 76).

Ş.m. 3, cl. VIII. Blană Ionel (E: 2100, 08, 09, 13, 21; 6264, 201). Cl. X. Eremia Vasile (6169, 71, 92, 208, 09, 11, 12, 17, 24, 27, 42, 58, 62, 67, 72), Răduinea Nicolae (6171, 79, 83, 92, 201, 11, 13, 15, 17, 19, 23, 38, 43, 57—59, 61, 62, 67, 70—75, 80, 90, 97, 99, 301, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 27, 28, 38, 42, 45).

Ş.m. 7, cl. VIII. Belciug Costinel (E: 2109, 23, 29, 30, 36, 39, 43), Bindea Marcela (E: 2109, 23, 36, 38, 46, 51, 52), Remescu Gavrilă (E: 2109, 21, 22, 30, 36, 38, 43), Vasile Marioara (E: 2123, 30, 36, 38, 40, 47, 52).

CORABIA. Ş.m. cl. VIII. Dimulescu Alexandru (E: 2109, 14, 15, 36, 46—48, 71), Florescu Veronica (E: 2108, 09, 10, 16, 21, 25, 29, 43, 51), Marinaş Sergiu (E: 2124, 29, 35, 37, 43, 49, 51, 52). Cl. X. Delu Maria (6261, 62, 67, 99, 301, 08, 10—12, 17), Drăguţ Florea (6172, 208, 43, 58, 61, 71, 90, 308, 10, 12, 16, 17, 45), Niculescu Vicotria (6213, 62, 90, 308, 10—12, 17, 20, 45).

CRAIOVA. Absolvent Mateescu Lucian (6168, 70, 90, 94, 201, 11, 13, 14, 16, 21, 23, 24, 32, 36, 40, 44, 51, 57—62, 64—66, 71, 72, 81, 97, 99, 301).

Ş.m. 1, cl. VIII. Bălan Virgil (E: 2108, 09, 13, 21, 29, 32, 49), Dumitru Gheorghe (E: 2125, 29, 43; 6291, 316, 56—58), Gavrilescu Elvira (E: 2108, 10, 21, 25, 29, 32, 43), Pătra Cristian (E: 2113, 14, 16, 18, 21, 25, 29, 30, 32; 6158, 71), Slabu Dan (E: 2154, 55, 60—63, 67, 68), Turcu Ilie (E: 2096, 101, 05, 07—10, 13, 16, 18—21; 6164, 75, 79, 91, 93), Zamfir Nicolae (E: 2096—100, 09, 21, 31, 42). Cl. IX. Manola Constantin (6179, 87, 213, 34, 45, 58, 90, 312, 16, 45). Cl. X. Popescu Felicia (6209, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 32, 46, 57, 58, 60—62, 67, 71—76, 80, 99, 301, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 44, 45), Sandu Darius (6223, 29, 34, 56—63, 67, 70, 76, 92, 99, 308, 10—12, 14, 16, 17, 33, 45), Stăncuţ Lucia (6164, 75, 79, 83, 88, 90, 93, 204, 08, 09, 12, 13, 17, 24, 27, 30, 42, 43, 57, 58, 60—62, 67, 71, 72, 76, 80, 82, 85, 99, 301). Cl. XI. Călina Ion (6095—97, 99, 100, 11, 18, 27—32, 34—36, 39, 42, 44, 46—48, 50, 52, 62, 63, 69, 71, 77, 79, 82, 91, 92, 99, 208—10, 12, 14, 16, 19, 21, 24, 27, 29, 31, 32, 35, 36, 40, 42).

Ş.m. 2, cl. VIII. Andrei V. Aurel (E: 2109, 13, 21, 29, 32, 42, 57, 58, 343), Diaconu Constantin (E: 2109, 13, 21, 22, 25, 29, 30, 36, 46, 51), Gheorghe Felicia (E: 2092, 93, 95—98, 100, 03—06, 08—10, 14—17, 21—23, 29). Cl. XI. Dragotă Georgel (6118, 27—36, 39, 42, 44, 46—48, 50, 52, 55, 58, 62, 63, 65, 67, 69, 71, 74, 77, 79, 91, 92, 99, 208—10, 12, 13, 15, 19, 21, 24, 27, 29, 32, 36, 40, 42—45, 51, 59, 61, 62, 64, 65, 69, 71, 73, 75, 301).

Ş.m. 3, cl. VIII. Cilea Dana (E: 2109, 14, 15, 18, 21, 22, 29), Calotă Gabriela (E: 2095, 97, 109, 10, 14, 21, 29), Georgescu Dana (E: 2114, 15, 23, 29, 30, 36, 38, 40, 46), Holbeanu Eugenia (E: 2092, 97, 98, 100, 14, 27, 29, 30), Mărăşescu Sebastiana (E: 2110, 14, 20, 23, 36, 38, 40), Olaru Victoria (E: 2097, 98, 100, 04, 14, 21, 27), Stăncioiu Elena (E: 2097, 98, 100, 25, 27, 29, 30), Stănciulescu Ioan (E: 2122, 25, 29, 41, 43, 46, 68; 6257, 58, 71), Preda Marcel (E:

2108—10, 13, 18, 21, 22, 29; 6257, 58), Stroe Florica (E: 2092, 97, 98, 100, 14, 27, 29, 30), Telega Floarea (E: 2092, 97, 98, 100, 04, 14, 21). Cl. X. Căluşeru Elena (6169, 71, 83, 99, 212, 43, 57, 62, 63, 71, 73), Canţil Ion (6219, 29, 42, 308, 10, 12, 14, 16, 17, 30, 33, 44, 45). Cl. XI. Diaconescu Mihaela (6208, 09, 12, 13, 15, 43, 61, 62, 71, 308, 10, 12, 14, 16, 17).

Ş.m. 4, cl. XI. Dragotescu Gheorghe (6208, 09, 11—13, 21, 22, 43, 57, 61, 71, 310, 45), Iordăchescu Anca (6179, 83, 92, 99, 208, 09, 13, 15, 17, 19, 20, 23, 24, 30, 36, 42, 43, 47).

CUGIR. Ş.m. cl. X. Tandau Mircea (6308, 10, 12, 14, 17, 45, 67, 68, 70, 72, 89, 400).

DĂENI (Hîrşova). Şc. 8 ani cl. VII. Bădău Aneta (E: 2097, 100, 02, 04, 06, 10, 11), Grigorescu Viorica (E: 2092, 95—99, 100, 04), Stoica Elena (E: 2092, 96, 97, 104, 08, 10, 11).

DEJ. Ş.m. cl. VIII. Hosu Lucian (E: 2107, 08, 10, 13, 14, 16, 21), Mureşan Doina (E: 2097, 99, 104, 15, 16, 25, 29), Steininger Iozef (E: 2121, 22, 30, 33, 36, 46, 52), Varga Harpad (E: 2021, 22, 30, 33, 36, 46, 52). Cl. X. Bruja Adrian (6208, 09, 12, 13, 42, 43, 57, 308, 10—12, 14, 17), Chindriş Mircea (6271, 72, 99, 310, 12, 17, 45, 59, 70, 73, 88, 93), Mătieş Vistrian (6208, 09, 12, 42, 43, 57, 308, 10—12, 14, 17), Petraru Pamfil (6208, 09, 12, 13, 42, 43, 57, 59, 308, 10—12, 14, 17).

DITRĂU (Mureş). Ş.m. cl. X. Szabo Arpad (6209, 20, 24, 43, 71, 74, 99, 310, 12, 16, 17).

DOMAŞNEA (Banat). Şc. 8 ani cl. VII. Vrăjitoru Dumitru (E: 2109, 12, 16, 18, 21, 22; 6271).

DRĂGĂNEŞTI-OLT. Ş.m. cl. VIII. Păduraru C. Paul (E: 2108—10, 13, 16, 18, 21, 22, 25, 29, 43, 46—49), Tîrcă Constantin (E: 2108, 09, 13, 16, 18, 21, 25, 29, 41, 47), Văduva Florea (E: 2108, 09, 13, 18, 21, 22, 25, 29, 43, 47—49). Cl. X. Cîcă F. Constantin (6209, 15, 42, 43, 62, 71, 72, 308, 10, 12, 14, 16, 17, 45).

DRĂGĂŞANI (Argeş). Ş.m. cl. VI. Vasile Dragoş (E: 2092, 93, 104, 11, 12, 14, 15, 17, 21, 23, 24, 30). Cl. VII. Scripcă Valentin (E: 2096, 99, 104, 20, 22, 36, 51).

FĂGĂRAŞ (Braşov). Ş.m. cl. IX. Grovu Nicolae (6164, 201, 08, 19, 41, 42, 57—60), Ortocol Gheorghe (6164, 201, 08, 13, 29, 41, 42, 57—60, 71, 72, 80, 97, 314, 16, 21, 38, 44, 45).

FĂGET (Banat). Ş.m. cl. VIII. Sava Petru (E: 2125, 28, 29, 32, 34, 40, 41, 43, 44, 47, 49; 6208, 13, 15, 29, 39, 41—43, 57—59, 67, 71—74, 80, 304, 08, 10, 14, 16, 17, 28, 30, 38, 45). Cl. IX. Costa Simion (6208, 29, 42, 57, 58, 71—74, 308, 10, 14, 16, 30, 45). Cl. X. Petruescu Marius (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 23, 29, 42, 43, 57, 71—73, 75, 76).

FĂLTICENI (Suceava). Ş.m. 3, cl. X. Zoiţa Vasile (6208, 09, 12, 15, 17, 19, 32, 42, 43, 59, 62, 80).

FELDRU (Cluj). Şc. 8 ani cl. VII. Marinescu Oltea (E: 2092, 95, 96, 98—100, 04, 21, 30).

FETEŞTI-Gară. Ş.m. cl. X. Gonciar Ştefan (6257—67, 71—75, 77, 80, 82, 99, 301, 03, 04, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 25, 29, 34, 38, 44, 45, 56—60, 62, 65—68, 70—76, 89, 90, 98).

FILIAŞI (Oltenia). Ş.m. cl. XI. Oprescu Gheorghe (6208, 11, 12, 14—16, 19—21, 23, 29, 30, 34, 35, 40, 41, 43, 47).

FLOREŞTI-TITU. Ş.m. cl. X. Tăchescu Ion (6257—59, 72, 90, 308, 12, 14, 38, 45).

FOCŞANI. Absolventa Gheţu Luminiţa (6165, 66, 68—71, 74, 77, 81, 83, 92, 99, 208—17, 19, 21—23, 29, 35, 43, 54, 57).

Ş.m. cl. X. Şcorţeanu Rodica (6199, 207, 08, 13, 15, 27, 42, 62, 71—73, 75, 80).

GALAŢI. Şc. 8 ani nr. 21, cl. VII. Carabogdan Elena (E: 2123, 25, 28, 33, 36, 38, 47, 58, 68).

Şc. 8 ani nr. 23, cl. VI. Thiel Valeriu (E: 2092, 106, 12, 17, 21, 30, 33).

Ş.m. 1, cl. VIII. Ghelase Dumitru (E: 2092, 95, 97, 102, 03, 22; 6164, 91), Katz Carmi (E: 2125, 28, 29, 32; 6258, 67, 71, 72, 75), Mihăilă Costică (E: 2097, 100, 21, 25, 29, 46—48, 51; 6157, 58), Niculiţă Petru (E: 2096—100, 21, 22, 25, 29), Rosenzweig Niky (E: 2108, 09, 13, 16, 18, 21, 22, 25, 29). Cl. X. Adamiţă Elena (6229, 32, 42, 43, 71, 308, 10, 14, 16, 17, 30, 38, 42, 45), Andrei Viorel (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 29, 32, 34, 36, 40—43, 47, 51, 57—62, 67, 71—76, 80, 85—87, 97, 99, 301, 05, 07—12, 14, 16, 17, 23, 28, 29, 33, 38, 40, 42—45, 50). Neacşu Dumitru (6177, 90—92, 99, 212, 15, 24, 32, 40, 42, 43).

Ş.m. 2, cl. VIII. Cristea Eugen (E: 2108, 09, 21, 22, 29, 43, 44).

Ş.m. 4, cl. VIII. Filici Octavian (E: 2110, 13, 21, 22, 25, 28, 29), Sosai Petru (E: 2096, 89, 100, 08, 09, 13, 29). Cl. X. Ene Adrian (6171, 77, 83, 95, 209, 12, 15, 17, 42, 43, 76), Petrescu Octavian (6177, 83, 92, 95, 209, 12, 15, 17, 42, 43, 71, 72), Petrescu

Victor (6164, 69, 71, 77, 83, 92, 209, 12, 15, 17, 42, 43). Cl. XI. Anton Constantin (6208, 09, 12, 15, 17, 23, 34, 36, 42, 43, 71, 76).

Ş.m. 5, cl. VIII. Breazu Livia (E: 2082, 83, 92, 97, 98, 100, 14, 21, 22, 29), Carabas Luiza (E: 2029, 95, 110, 14, 21; 6164, 65), Dumitriu Ion (E: 2131, 32, 35, 36, 38, 41, 43, 46, 47, 49, 51; 6258, 71), Lupoaie Marian (E: 2096, 110, 23, 25, 29, 30; 6271). Cl. IX. Anghelescu Bagi (6164, 79, 91, 95, 201, 08, 42, 57, 60, 71), Buşilă Maria (E: 2113, 29; 6208, 57—60, 68, 73, 77), Dalea Aurelia (6164, 79, 91, 95, 201, 08, 42, 57, 60, 71). Cl. X. Ispirescu Otilia (6257, 58, 60, 61, 63, 67, 311, 73, 75, 80—90), Radief Marin (6257—59, 62, 63, 67, 71, 77, 80, 301), Susai Amalia (6257—63, 67, 71, 73—75, 77, 80, 301).

Ş.m. 7, cl. VIII. Vartolomei Alexandru (E: 2107—13, 16, 20—22; 6121, 201, 347).

GĂTAIA (Banat). Ş.m. cl. VIII. Beleuţă Olimpia (E: 2109, 13, 20, 29, 31; 6164, 257), Cionvică Ilie (E: 2108, 13, 18, 21, 41, 44, 49—51, 60, 61; 6244, 67, 89, 92, 314, 44, 45, 89), Florescu Horia (E: 2129, 41; 6258, 72, 308, 28, 400).

GIURGIU. Ş.m. cl. VIII. Gănuş Alexandru (E: 2108—10, 13, 16, 18, 22, 25, 29, 43, 51; 6257), Gîscă Iulia (E: 2096—98, 109, 13, 18, 21, 25, 29), Marinescu Nicolae (E: 2125, 43, 46—48, 51, 54, 60—63, 67, 68; 6208, 13, 356, 58, 67, 70, 89), Păunescu Ema (E: 2096—98, 100, 08, 09, 13, 18), Ştirbu Rodica (6227, 71, 75, 356, 84; E: 2130, 36, 38, 43, 46, 61, 63), Răboj Constanţa (E: 2082—84, 88, 91, 96—98, 100, 08, 09, 15, 14, 16, 18, 21, 27). Cl. X. Balaciu Jana (6209, 43, 71, 72, 301, 08, 10, 11, 16, 17, 33), Dorobanţu George (6209, 12, 43, 58, 59, 62, 71, 72, 99, 301, 10, 12, 17), Năvală Marcel (6208, 09, 12, 13, 15, 19, 37, 38, 42, 43, 62, 71, 72, 310, 17), Oprea Ştefan (6164, 69, 71, 83, 86, 88, 92, 95, 209, 12, 43), Păun Iulian (6208, 12, 15, 17, 19, 42, 43, 61—63, 80, 82, 308, 10—12, 14, 16, 17), Rabîncă Emil Nicolae (6169, 71, 85, 92, 208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 27, 37—39, 42, 47, 62, 69, 99, 317, 42, 45), Rada C. Mircea (6164, 69, 90, 201, 10, 24, 42, 62, 72, 99, 215, 19, 30, 37, 39, 40, 47, 61, 63, 69, 71, 73, 85, 87, 304, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 21, 22, 30, 33, 423, 44, 45, 56, 58, 65, 67, 72, 73, 86).

GHEORGHENI. Ş.m. Cl. VIII. Tofan Liliana (E: 2108—10, 15, 21, 22, 29, 30, 31, 37).

GHERLA. Ş.m. cl. XI. Roman Cornel (6169, 77, 79, 83, 92, 99, 208, 13, 29, 32, 40, 43, 56).

GURA BARZA. Şc. prof., an. III. Tripa Gheorghe (E: 2136, 38, 46—48, 51, 52; 6738).

GURA HUMORULUI. Ş.m. cl. XI. Beleca Nicolae (6210, 13, 14, 16, 42, 57—65).

HĂLĂUCEŞTI (Paşcani). Ş.m. cl. IX. Dulharu Olimpia (6145, 50, 56, 58, 208, 09, 12, 13, 24, 43).

HALEŞ (Buzău). Şc. 8 ani cl. VI. Dogaru Vasilica (E: 2092, 95, 96, 99, 104, 17, 22).

HAŢEG. Ş.m. cl. VIII. Berghian Ion (E: 2108—11, 13—17, 19—22), Maftei Nicolae (E: 2108—11, 13—17, 19—22, 36; 6257, 58, 71, 72, 75).

HUNEDOARA. Ş.m. cl. VIII. Oprişan Doru (E: 2096, 98, 109, 21, 22, 29; 6257, 58), Păuşan Doru Virgil (E: 2096—98, 107, 09, 10, 13, 15, 21, 29), Postelnicu Reti (E: 2109, 13, 14, 17, 22, 34; 6257, 303). Cl. X. Belu Emil (209, 12, 15, 43, 72, 310, 11, 12, 14, 17, 45), Căpăţînă Ion (6209, 12, 13, 15, 42, 54, 61, 62, 70—73, 75; 6338), Lupu Alexandru (6209, 13, 24, 43, 57, 59, 62, 71, 72, 308, 14).

HUŞI. Ş.m. cl. VIII. Bursuc Gheorghe (E: 2129, 54; 6258, 67, 72, 314, 89). Cl. IX. Diaconu Aurel (6164, 93, 201, 08, 39, 41, 42, 58, 67, 70, 72, 73).

IANCA (Galaţi). Ş.m. cl. IX. Stratan Mihai (6208, 11, 13, 19, 25, 42, 71, 72, 74, 75).

IAŞI. Absolventă Asadurian Alice (6208, 09, 12, 14, 16, 23—25, 27, 35, 42, 43, 57—59, 71, 73, 301).

Şc. experim. de 8 ani nr. 1, cl. VII. Economu Cristina (E: 2096, 103, 08, 10, 16, 21, 23, 28—30).

Ş.m. 1, cl. VI. Berneagă Adina (E: 2092, 93, 95, 104, 12, 15, 17, 27, 30), Ionescu Cristina (E: 2108, 10, 12, 14, 15, 21, 23, 33, 36), Mistreanu Gabriela (E: 2108, 10—12, 14, 15, 21), Mîrt Puiu (E: 2108, 12, 14—17, 19, 21, 30, 35, 36, 38, 46, 47, 52), Mîrzan Magda (E: 2093, 95, 108, 15, 16, 21, 23, 30, 33, 35), Nistor Silviu (E: 2092, 93, 95, 104, 12, 15, 21, 23, 30, 33, 35), Pancu Costel (E: 2092, 93, 95, 98, 104, 12, 14, 15, 17, 21, 30, 33, 36). Cl. VII. Cozloschi Dan (E: 2108, 14, 16, 21, 23, 28, 30, 36, 38, 46), Istrate Nuşa (E: 2108, 10, 14, 21—24, 30), Proca Constantin (E: 2095, 96, 104, 12, 14, 15, 21, 23, 30).

Ş.m. 2, cl. VII. Builă Horia (E: 2108, 09, 10, 14, 15, 21, 22, 30, 32), Cl. VIII. Cahniţă Maria (E: 2092, 98, 100, 08, 13, 21, 23, 29, 30), Ionescu Marina (E: 2196,

98, 108, 10, 13, 16, 29, 32), Mihailovici Manuela (E: 2123—25, 36, 38, 46—48, 52, 58). Cl. X. Alexandru Dimitrie (6166, 69, 71, 77—79, 83, 84, 86, 88, 94, 95, 203, 08, 12, 13, 17, 20, 23, 32, 34, 42, 43, 47, 54, 57—63, 71—73, 75, 301). Cl. XI. Angelescu Ioana (6127, 29, 34, 43, 45, 46, 50, 54, 56, 69, 71, 75, 77, 83, 87, 92, 97, 99; 6207).

Ş.m. 3, cl. VII. Linde Radu (E: 2123—25, 28, 30, 32, 33, 35, 36, 38—40, 46—48, 51, 52). Cl. VIII. Popa Eugen (E: 2137, 40, 41, 43, 49—51; 6209, 15, 21, 25, 32, 38, 60, 67, 69, 72, 73, 75, 80, 86, 97, 307, 09—12, 16—18, 20, 21, 30, 38, 40, 42, 44, 45, 54). Cl. X. Marcovici Gheorghe (6223, 51, 58—60, 67, 71, 73, 75, 314, 16, 45).

Ş.m. 4, cl. VII. Bulandra Mariana (E: 2080—86, 88—90). Cl. VIII. Şerban Elena (E: 2125, 26, 28, 29, 32; 6257, 58, 71—73).

Ş.m. 7, cl. VIII. Breaur Neculai (E: 2109, 16, 18, 22, 29, 71, 73), Burduja Gheorghe (E: 2108, 09, 11—18, 20—22; 6139). Cl. IX. Burduja Mihai (6208, 12, 19, 26, 38, 41, 42, 54, 93), Mihăilescu Camelia (6208, 09, 12, 43, 308, 10, 12, 16, 17, 45, 57, 58—59, 62, 67, 71, 73, 76, 80, 82, 99, 301), Oprescu Angela (6179, 208, 13, 29, 41, 42, 57—60, 71, 73). Cl. X. Florescu Liviu (6164, 69, 77, 79, 83, 86, 90—93, 96, 99, 201, 03, 08, 09, 12, 15, 17, 24, 32, 34, 36, 37, 39—43, 57—63, 67, 71—73, 87, 99), Tebeanu Theodor (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 23, 24, 26, 29, 30, 32, 34, 36—38, 42, 43, 47, 57—63, 67, 71—73, 76, 80, 82, 85, 87, 90, 99, 307, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 21, 22, 28, 30, 33, 42—45, 54).

Ş.m. 8, cl. VIII. Bordeianu Floarea (E: 2097, 98, 108, 11, 23, 24, 29), Cristea Aurica (E: 2091, 102, 03, 05, 10, 21, 23), Ichim Neculai (E: 2097, 98, 110, 19, 21, 25, 29 30, 33), Luca Cornelia (E: 2097, 98, 104, 20, 21, 23—25, 30, 108, 14), Ştefan Luiza (E: 2129, 36, 38, 43, 56; 6257—59), Tănculescu Vasile (E: 2109, 10, 17, 21, 23—25, 30, 33).

INEU. Ş.m. cl. VIII. Alexa Nicolae (E: 2108—10, 13, 16, 20, 21, 29, 47, 48). Cl. IX. Giurgiu Emil (E: 2118, 20, 29, 31, 43; 6208, 42, 59, 71, 72, 74, 90, 308, 86). Cl. X. Brîncovean Valeriu (6208, 09, 12, 17, 42, 43, 61, 62, 67, 71, 72, 301, 08, 10, 12, 16, 17, 45), Dudan Pavel (6209, 12, 24, 43, 62, 67, 71, 72, 75, 308, 10, 12, 16, 17, 38), Pătruţ Popa Ioan (6169, 71, 77, 86, 208, 09, 12, 24, 42, 43, 56, 58, 61—63, 71, 72, 75, 80, 301).

JIMBOLIA. Ş.m. cl. XI. Mănescu Ion (6209, 12, 15, 43, 61, 68, 71, 75, 301, 08, 14, 17), Romînu Radu (6208, 10, 12, 13, 19, 21, 22, 59, 62, 81).

LACRIŢA BALŞ (Oltenia). Şc. 8 ani cl. VI. Andronescu Gabriela (E: 2092, 95, 104, 15, 17, 21, 23, 30, 33, 35).

LUGOJ. Ş.m. cl. IX. Băcilă Dan (6208, 26, 36, 42, 59, 67, 71, 74, 315, 44, 45), Hărăguş Ştefan (6208, 10, 12, 13, 19, 21, 24, 29, 34, 36, 39, 41—43, 56—60, 62, 67, 71, 72, 74, 75, 77, 80, 87, 90, 97, 98, 307, 08, 10—12, 16, 17, 28, 34, 35). Cl. X. Iovănescu Ioan (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 32, 36, 40, 42, 43), Jurcă Ioan (6169, 71, 77, 92, 207—10, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 43, 47, 54, 57—62, 65—75, 86, 88, 89, 93, 99, 400), Şerb Ioan (6164—66, 68—71, 77, 79, 82—86, 88, 90—92, 94—202, 03, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 29, 32, 36, 37, 39—43, 54—57).

Liceul nr. 1, cl. X. Popovici Cornel (6200, 14, 21, 23, 25, 57, 58—62, 67, 71, 73—76, 97—99, 305, 08—12, 14, 16, 17, 19, 21—23, 25, 25, 28, 30, 33, 34, 38, 40, 42, 44, 45, 54).

MARGA (Banat). Şc. 8 ani cl. VIII. Grozav Nicuşor (E: 2092, 96, 98, 104, 21, 23, 24, 30).

MĂRĂŞEŞTI. Ş.m. cl. VIII. Apostol Ovidiu (E: 2096—98, 100, 05, 08, 09, 21).

MEDGIDIA. Ş.m. 2, cl. VIII. Bulmă Ion (E: 2096—98, 105, 07—10, 13, 16, 21, 22).

MEDIAŞ. Ş.m. 1, cl. X. Moldovan Liviu (6209, 42, 43, 70—72, 308, 10, 12, 17, 44), Orban Elek (6169, 212, 15, 24, 27, 56—58, 61, 62, 67, 68, 71—73, 75, 76, 80, 97, 301).

MEHADIA (Banat). Ş.m. cl. IX. Vrăjitoru Isaac (E: 2101, 07, 13, 18, 20, 29; 6164, 79, 229, 42, 56, 58—60, 67, 71, 72, 75). Cl. X. Ciortan Mihai (6208, 09, 12, 13, 15, 42, 43, 62, 67, 71, 72, 80, 308, 12, 16).

MOINEŞTI (Bacău). Ş.m. cl. VIII. Mărăcine Florica (E: 2109, 13, 21, 22, 25, 29, 46), Vrînceanu Gabriela (E: 2092, 93, 95—98, 100, 02, 04, 06).

MOLDOVA NCUĂ. Ş.m. cl. IX. Iancovici Elena (E: 2129, 37, 54, 60, 67; 6271, 90, 303, 20, 70, 80, 82, 88).

MORENI (Ploieşti). Ş.m. cl. VIII. Ionescu Grigore (E: 2108, 10, 16, 21, 25, 29, 51). Cl. XI. Matei C. Gheorghe (6164—66, 69, 71, 77, 82, 88, 92, 95, 97, 99, 209, 10, 12, 14, 15, 23, 35, 42, 43).

NADRAG (Banat). Ş.m. cl. X. Petrescu Zorel (6208, 09, 12, 13, 17, 23, 29, 42, 43, 57, 58, 61, 62, 67, 71, 72, 74, 308, 10, 12, 14, 16, 17).

NĂSĂUD. Ş.m. G. Coşbuc, cl. VIII. Ceuca George (E: 2109, 18, 20, 43, 46—49, 51; 6257, 58, 71, 344), Scurtu Vasile (E: 2113, 20, 29, 34, 43, 49, 51; 6257, 58, 62, 71). Cl. IX. Kiselstein Aurel (6208, 13, 19, 29, 38, 42, 57, 58, 71—73, 75, 314, 16, 45). Cl. X. Morariu Ion (6242, 48, 58, 67, 72, 73, 308, 10, 12, 14, 17, 38).

NEGREŞTI OAŞ. Ş.m. cl. VIII. Corodan Vasile (E: 2092, 98, 110, 14, 16, 21, 29), Lohan Octavian (E: 2092, 96—98, 100, 13, 21, 23, 29, 30).

ORBEASCA DE JOS (Bucureşti). Şc. 8 ani cl. VII. Badea Iulia (E: 2115, 23—25, 30, 31, 33).

OŢELUL ROŞU (Banat). Ş.m. cl. VIII. Angelescu Ana (E: 2108—10, 13—15, 18, 21, 23, 29).

ODOBEŞTI. Ş.m. cl. XI. Păncescu Adriana (6208, 09, 12, 13, 42, 43, 58, 59, 62, 71, 73, 308, 10, 13, 14, 17).

OLTENIŢA. Ş.m. cl. X. **Chirca Iulian** (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 47, 58, 79, 83, 95, 203, 08, 12, 13, 15, 17, 20, 23, 42, 48, 54—59, 61, 62, 67, 71—73, 75, 79, 82, 301, 02).

ONEŞTI. Şc. 8 ani nr. 5, cl. VII. Papanicolau Lefteris (E: 2080, 81, 83, 90, 92, 96, 98, 104).

ORADEA. Ş.m. 4, cl. X. Varga Ludovic (6209, 12, 24, 42, 301, 12, 17, 20, 33, 45).

PANCIU. Ş.m. Ion Slavici, cl. VII. Pătrăşcan Ana (E: 2111, 14, 30, 36, 38, 48), Pop Gica (E: 2123, 25, 27, 28, 38, 40, 41, 51). Cl. XI. Mocanu Dumitru (6212, 42, 43, 67, 71, 72, 76, 338, 45; E: 2127, 31, 37), Nedelcu Gh. (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 24, 42, 43, 308, 16, 17).

PARVA. Şc. 8 ani cl. VII. Rus Anton (E: 2092, 96—99, 109, 10, 15, 20, 21), Scurtu Vasile (E: 2092, 96—99, 109, 10, 15, 20, 21).

PĂTÎRLAGELE. Ş.m. cl. X. **Pavel Dumitru** (6215, 17, 20, 23, 30, 36, 38, 41, 47, 50, 57, 58, 60—62, 69, 71—76, 80, 97, 99, 308, 10 ,12, 14, 16, 17, 44, 45, 56, 67, 73).

PĂUNEŞTI. Şc. 8 ani cl. VI. Georghiu Gabriela (E: 2108, 11, 17, 28, 33, 36, 38, 48), Novac Maria (E: 2108, 09, 11, 12, 14, 19, 23, 30, 33, 36, 38, 48), Riziuc Rodica (E: 2108, 11, 15, 21, 22, 28, 33, 38). Cl. VII. Bacalu Lucica (E: 2099, 104, 08, 21, 22, 28, 30, 36, 38, 48), Banciu **Virginica** (E: 2109, 14, 21, 22, 30, 33, 36, 48), Berbece Maria (E: 2108, 10, 11, 14, 20, 23, 29, 33, 36, 38), Stroescu Gh. (E: 2108, 15, 21, 22, 30, 33, 36), Vişan Ştefan (E: 2092, 96, 99, 108, 09, 11, 15, 21, 30, 33, 48).

PEŞTEANA JIU. Ş.m. cl. VIII. Negrilă Ion (E: 2082, 83, 86, 91, 92, 97, 109, 13—15, 20—22).

PETRIŞ-LIPOVA. Şc. 8 ani cl. V. Iacob Valeria (E: 2111, 14, 16, 23, 30, 33, 35).

PETROŞENI. Ş.m. cl. VIII. Filipovici Adrian (E: 2108, 10, 14, 16, 21—23, 25, 29, 30, 36, 38, 46, 51, 52), Păişanu Viorel (E: 2108—11, 14, 16, 19—21, 23—26, 29, 30, 36, 38, 46, 47, 52), **Popa Lucia** (E: 2064, 66—71, 73—86, 89—92, 95—100, 02—04, 06, 08—11, 13—16, 18—25, 28—30, 32, 33, 35, 36, 6126, 131, 8). Pricop Voicu (E: 2108, 09, 14, 16, 18, 20—25, 29, 30, 33, 34, 36, 38, 43, 46—49, 51, 52), Vlădan Angela (E: 2108, 09, 13—16, 20, 23, 25, 29, 30, 36, 38, 46, 48, 51, 52). Cl. IX. Chirca Tatiana (6164, 66, 78, 79, 84, 91, 94, 201, 08, 42), Firescu Maria (6208, 19, 42, 57—59, 71, 72, 74, 75, 16, 38, 45), Joni Nicolae (6164, 78, 79, 84, 91, 94, 219, 59, 62, 71—73), Martinovici Mihai (6208, 19, 42, 57, 59, 71, 75, 93, 314, 16, 29, 38, 45), Pătru Marin (6208, 19, 42, 57—59, 70—74, 303, 14, 16, 45, 54). Rug Aliu (6208, 19, 42, 57, 59, 75, 314, 16, 29, 38, 44, 45), State Mariana (6208, 19, 42, 57—59, 71, 73, 74, 314, 16, 38, 45), Teodora Onciu (6164, 66, 78, 79, 84, 91, 94, 201, 08, 42). Cl. XI. **Orlov Zinaida** (6127—35, 39, 42, 44, 46, 50, 52, 58, 63—66, 68, 71, 74, 77, 79, 82, 83, 91, 92, 97, 99, 208, 09, 11, 14—16, 21—23, 29, 31, 35, 42, 43).

PIATRA NEAMŢ. Ş.m. 2, cl. X. Todicescu Georgeta (6210, 12, 13, 42, 56, 304, 08, 10—12, 14, 16, 17), Şc. de 8 ani nr. 3, cl. VII. Voinovici Adrian (E: 2123—25, 28, 30, 32, 33).

PITEŞTI. Ş.m. 1, cl. IX. Petri Ion (6258, 71, 72, 75, 314, 45, 70, 72, 73, 93; E: 2129, 54, 55, 67), cl. X Maftei Nina (6208, 09, 12, 13, 15, 43, 57, 59, 62, 301, 08, 10, 12, 16, 17). Moiceanu Cornel (6209, 13, 15, 17, 23, 24, 29, 39, 44, 57, 58, 60, 61), Naum Mihaela (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 43, 57, 59, 61, 62, 71—73), Trafin Dan (6209, 12, 13, 15, 23, 24, 29, 42, 43, 57, 58, 71, 72, 80)), cl. XI, Manolescu Mihai (6210, 12, 19, 42, 43, 86, 308—10, 13, 19, 23, 24, 28, 38, 45), Ş.m. 2, cl. VIII. Ionescu Radu (E: 2082, 92, 93, 95, 97, 104, 21), Zimnicazu Victoria (E: 2109, 14, 21, 22, 29, 54, 55, 60—63), cl. XI. Iuga Adrian (6208—12, 14—17, 19, 21, 38—43, 56), Ş.m. 3, cl. IX. Năsturescu Constantin (6208, 11, 13, 23, 26, 29, 39, 41, 42, 57—60, 67, 70, 71—73, 77, 80, 91, 97, 308, 14, 44).

PLOIEȘTI. Ș.m. 1, cl. VII. Boaldă Nicolae (E: 2109, 13—15, 18—20, 22, 27, 29), Gafițeanu Liliana (E: 2096—98, 100, 04, 08, 10—12, 14, 25). Iordache Sorin (E: 2108, 09, 13, 15, 17, 20—22). Cl. VIII. Botoșan Lidia (6257, 58, 90; E: 2096, 98, 102, 09, 21, 25, 29, 32), Breteanu Sabina (6238, 44, 310, 16, 28; E: 2113, 18, 37, 43, 44, 49), Dragomirescu Cezar (E: 2108—10, 16, 18, 20—22), Gafițeanu Carmen (E: 2084, 90—93, 95, 97, 98, 104, 08—12, 14, 19—23, 25, 27, 30), Mazilu Ion (6277; E: 2105, 08, 10, 13, 14, 21, 22, 24, 25, 29, 32), Neguț Gheorghe (6273, 356, 68, 70, 72, 73, 93; E: 2137, 43, 48, 49, 51—55, 58—64, 66—68), Nicolescu Aurelia (6234, 38, 57, 58, 67, 71, 323, 44, 56, 58; E: 2098, 108, 21, 25, 29, 34, 37, 43, 49, 54, 55, 61, 63, 67). Cl. IX. Andreescu Nicoleta (6257—59, 67, 71, 73—75, 80, 90), Brătulescu Nicolae (6175, 79, 91, 208, 38, 57, 58, 60, 71, 72, 80, 97), Cerchez Daniela (6100, 05, 07, 30, 39, 44, 46, 17, 50, 79, 211, 42, 59; E: 2080, 82, 83, 85, 86, 90, 107, 09, 13—15, 18, 21, 29—31, 33), Ciobanu Costache (6211, 13, 15, 19, 29, 42, 71, 75, 80; E: 2129), Cîrstea Adriana (6223, 38, 42, 57—59, 67, 71, 72, 74, 75, 90), Crăsnaru Nicoleta (6100, 05, 31, 32, 39, 44, 47, 79, 208; E: 2107), Georgescu Liliana (6100, 05, 31, 39, 44, 47, 79, 207, 08, 11, 42, 59; E: 2107), Grigorescu Cornelia (6219, 36, 38, 42, 57, 59, 60, 67, 71, 73—75, 80), Grigorescu 75, 80, 90), Mihai Dan (6123, 213, 15, Mariana (6219, 36, 38, 42, 58—60, 70—D18, 23, 42, 57—60, 67, 71—75, 80, 90), Nicolaescu Cristina (6219, 36, 38, 42, 57, 59, 60, 67, 70, 71, 73—75, 80), Reghină 50, 57—60, 67, 71—75, 90), Simion Gh. 23, 24, 29, 32, 42, 43, 58—63, 71—73, 76, 85, 99).
70, 74, 76, 82, 85, 97, 99, 301, 04, 10—14, 16, 17, 19, 21, 25, 28, 30, 38, 44, 45, 49, 50), Stanciu Grigore (6223, 57—60, 67, 72—75, 90), **Stănescu Dan** (6209, 12, 15, 19, 35, 38, 56—60, 67, 70—75, 80, 87, 90, 91, 97, 99, 302, 08—12, 14, 16, 17, 30, 38, 40, 44, 45, 50), Ștefănescu Doru (6213, 15, 19, 23, 42, 57—60, 67, 71—75, 80, 90), Tudor Dumitru (6191, 211, 29, 38, 42, 57, 58, 71—73, 80), Vlădăreanu Anela (6219, 36, 38, 42, 57—60, 71, 73—75, 314, 30), cl. X, Alboteanu Radu (6219, 37, 38, 41, 42, 44, 57—60, 71, 72, 80, 90), Barac Ana-Cristina (6208, 09, 12, 13, 42, 43, 58, 59, 62, 71, 99, 308, 10, 17), Diaconescu Aurelia (6209, 12, 42, 43, 57, 61, 62, 75, 86, 317, 42), Florea Sorin (6208, 13, 15, 34, 57, 67, 75, 307, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 23, 33, 38, 44, 45), Mia Constantin (6202, 08, 09, 12, 13, 19, 34, 36, 42—44, 48, 62, 72, 74, 75, 99), Moisescu Anca (6098, 100, 01, 10, 18, 27, 31, 32, 34, 42, 44, 46, 48, 50, 69, 71, 77, 83, 90, 92, 97, 201), Naum Mariana (E: 6209, 12, 42, 43, 57, 58, 61—63, 75, 86, 317), Săvulescu Alex. (6132, 42, 97, 6208, 09, 12, 13, 34, 36, 42—44, 53, 58, 62, 67, 71, 72, 75, 99), Stere Cornelia (6209, 12, 13, 23, 42, 43, 57, 58, 61—63, 71—73, 75, 86, 308, 17, 42), Stoica Cornelia (6134, 69, 71, 208, 12, 13, 42—44, 58, 62, 71, 72, 99, 301), Ștefănescu Viorel (6208, 09, 13, 19, 34, 36, 38, 44, 57, 58, 62, 67, 70, 71, 73—75, 80, 99, 307), Vlădăreanu Sorin (6208, 09, 12, 13, 19, 34, 36, 38, 43, 44, 62, 99). Cl. XI. Ghiță Veronica (6209, 12, 13, 42, 43, 58, 61—63, 86, 308, 42), Moisescu Anca (6208, 09, 12, 15, 19, 29, 30, 43, 47, 61—63), Oprescu Gabriel (6208, 09, 12, 13, 15, Vasile (6166, 79, 208, 11, 29, 38, 39, (6209, 12, 14, 19, 24, 25, 36, 38, 62,

Ș.m. 2, cl. VI. Dumitriu Adrian (E: 2092, 95, 104, 19, 21, 23, 30). Cl. VII. Militaru Mariana (E: 2108, 15, 23, 26, 30, 56—58, 66, 68), Nicolaescu Traian (E: 2113, 26, 30, 35, 37, 47, 53, 56, 58, 61, 64). Cl. VIII. Dănucă Rozalia (E: 2108—10, 13, 15, 16, 21, 22, 29), Dumitrescu Mihaela (E: 2084, 2096—100, 08, 22), Georgescu Letiția (E: 2096—99, 101, 09, 31, 34), Mîndrilă Dumitru (6257; E: 2108, 13, 20, 22, 25, 29, 31, 32, 34), Orășanu Laurențiu (6164, 201, 08, 13, 38, 42, 57—59, 71, 73, 316, 45; E: 2108—10, 13—16, 18, 19, 21—26, 28, 32, 34, 36—38, 41, 43, 46—49), Popescu Adrian (E: 2125, 28, 29, 36, 41, 43, 46, 56, 57, 59—63), Seremet Rodica (E: 2097, 98, 100, 09, 10, 13, 20, 21, 25, 29), Tudor Stoica (6258, 71, 356; E: 2143, 45, 48, 51, 54, 60, 62, 63, 67), cl. IX. Ioan Simona (6208, 19, 20, 38, 42, 57, 59, 60, 71, 72), Mazepa Lidia (6179, 220, 29, 38, 42, 57, 59, 60, 71, 72), Tintă Mircea (6164, 75, 79, 93, 201, 03, 08, 13, 20, 38, 42), Vișan Lucian (6208, 13, 15, 20, 23, 27, 29, 38, 39, 41, 42, 54), cl. X Gheorghe Maria (6169, 71, 86, 92, 209, 24, 43, 62, 301, 07), Mateescu Cezar (6208, 09, 12, 13, 34, 42—44, 48, 50, 58, 71, 99), Radu Vasile (6214, 30, 36, 44, 49, 55, 75, 77, 79, 85, 90, 92, 95—98, 304, 05, 07, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 23, 29, 38, 41, 43—45), Teodorescu Dan (6208, 57, 62, 71—73, 308, 10, 17, 45, E: 2129, 37), cl. XI. Ionescu Nelly (6258, 59, 61, 62, 71, 99, 308, 14, 17, 45),

Ş.m. 3, cl. VIII. Malide Anne-Marie (6171; E: 2109, 13, 18, 21, 22, 29), Mărăcineanu Paula (6271; E: 2109, 13, 18, 21, 22, 29).

Ş.m. 4, cl. VIII. Gheorghe Maria (6271, 73; 2108, 09, 13, 20, 21, 29), Ionescu Elena (6244; E: 2108—10, 13, 18, 20—22), Ioniţă Domnica (E: 2108—10, 13, 18, 20—22), Mortoiu Tudorina (6271, 73; E: 2108, 20—22, 25, 29, 32), Sachelarie Dan (6131, 39, 46, 63, 95, 202, 08, 23, 26, 54; E: 2108—16, 19—26, 28—30, 2132, 34—36, 38, 39, 43, 46—49, 51, 52).

Ş.m. 5, cl. IX. Nicolae Florea (6208, 29, 39, 41, 42, 44, 57—59, 71—73, 314, 25, 30, 44, 45).

Şc. de 8 ani nr. 2, cl. V. Biris Ecaterina (E: 2092, 93, 104, 11, 23, 27, 33), Ivanof Elena (E: 2092, 93, 104, 11, 23, 27, 33), Vasilescu Mihaela (E: 2092, 93, 104, 11—23, 27, 33), Şc. de 8 ani nr. 9, cl. VI. Chiru Dan (E: 2108, 10, 15, 17, 19, 21, 23, 30).

POIANA MARE (CĂLAFAT). Ş.m. cl. VIII. Trăistaru Ion (6314, 16, 45, E: 2108—10, 13, 16, 18, 21, 25, 29, 51).

POTCOAVA (SLATINA). Şc. de 8 ani cl. VII. Rădoi Ion (E: 2080, 81, 83, 90, 208, 16, 22, 23, 28, 36, 47, 48).

PREDEAL. Ş.m. cl. XI. Ioniţă Maria (6208, 09, 12, 13, 20, 24, 34, 42, 43, 47).

PRISĂCANI (IAŞI). Şc. de 8 ani cl. VI. Drăgan Alex. (E: 2114, 15, 19, 23, 30, 36, 38, 52).

PUCIOASA. Absolvent Spătaru Aurel, (6176, 90, 93, 201, 05, 08—32, 34, 35, 38, 40—44, 46, 47, 54, 56), Ş.m. cl. VIII. Diaconu Gh. (6314; E: 2108—10, 13, 16, 18, 20—22), Lică Chiriţă (E: 2108—10, 13, 16, 18, 20—22), cl. IX. Vasilescu Niculae (6208, 10, 11, 13, 23, 42, 51, 54, 56, 58—60, 72—75, 91, 93, 303, 08, 10, 13, 14, 16, 21, 29, 30, 38, 40, 45), cl. X. Aron Constantin (6135, 64, 66, 68, 69, 71, 79, 83, 88, 203, 08, 09, 11—13, 15, 16, 19, 23—25, 29, 38, 42, 43, 56—59, 62, 67, 68, 70—76, 80, 91, 97, 99, 301—03, 08—14, 16, 17, 29, 30, 37, 38, 45), Marcu Constantin (6208, 12, 42, 61, 62, 67, 71, 99, 301, 17, 22, 45), Popescu Pavel (6099, 101, 05, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 50, 63, 69, 71, 88),

RĂCARI. Ş.m. cl. XI. Dincă Gheorghe (6212, 13, 15, 16, 24, 32, 36, 50, 42, 49, 51, 54, 56—62, 67, 71—73, 75, 80, 87, 89—91, 308—12, 14, 16—18, 28, 30, 37, 40, 42, 44—46), Duţu Ioana (6226, 42, 43, 57, 58, 60, 67, 71, 72, 311, 14, 16, 28, 42, 44, 45), Boiangiu Traian (6208, 26, 29, 41—43, 54, 58, 60, 67, 71, 72, 311, 14, 28, 37, 44, 45), Gheorghe Niculina (6226, 29, 42, 43, 54, 57, 58, 60, 67, 71, 72, 310, 11, 14, 16, 18, 45), Oancea Petre (6208, 26, 29, 39, 41—43, 49, 57, 58, 60, 67, 71, 72, 308), cl. X, Miulescu Elena (6209, 13, 43, 57, 58, 62, 67, 71—73, 99, 310, 12, 14 42, 44).

REGHIN. Ş.m. 2, cl. X. Vas Istvan (6224, 29, 34, 42, 43, 80, 99, 301—13, 07).

RIMNICU SĂRAT. Ş.m. cl. X. Popescu George (6169, 71, 79, 88, 92, 208, 09, 13, 15, 24, 43, 44, 57, 59, 62).

RIMNICU VÎLCEA. Ş.m. cl. X. Diaconescu Constantin (6209, 12, 17, 11, 38, 42, 43, 56, 62, 57, 58, 71, 72, 99, 308, 10, 17), Popescu Lucian (6208, 09, 13, 15, 19, 17, 20, 23, 24, 27, 29, 32, 36, 38, 41—43, 56), Stratulat Florin (6215, 29, 42, 90, 97, 308, 12, 16, 17, 30, 45), Sogorescu Vasile (6209, 12, 13, 17, 23, 24, 27, 32, 36, 38, 43, 56), cl. XI. Dumitraşcu Liviu (6209, 12, 13, 19, 20, 23, 30, 32, 36, 40, 42, 56), Tănase Constantin (6257, 59, 62, 67, 308, 12, 17, 30, 45, 70).

ROMAN. Ş.m. cl. IX. Smit Petru (6164, 79, 208, 19, 38, 54, 58—60, 71, 72, 314, 16, 45).

ROŞIORII DE VEDE. Ş.m. cl. VIII. Cîrnaru Marcel (elementar 2114, 21, 30, 36, 46, 47, 52), Popescu Teodor (6356, 57, 70, 73, 89; E: 2146—48, 52, 60, 62, 67), Porumbescu Silvia E: 2108—10, 13—15, 18, 20, 21). Cl. X Georgescu Mihai (6208, 09, 11—13, 15, 23, 42, 43, 57, 59, 60, 62, 67, 71—73, 75, 301, 08, 10, 12, 16, 17, 45). Cl. XI. Nedelea Ion (6208, 09, 12, 71, 73, 308, 10, 12, 16, 17, 30, 45).

ROZNOV. Ş.m. cl. VIII. Ichim Neculai (E: 2084, 89, 91, 96, 99, 121, 22).

SATU MARE. Ş.m. cl. VIII. Noje Georheta (E: 2092, 96, 104, 08, 09, 13, 21, 30), Toma Alex. (E: 2096—99, 109, 13, 22).

SĂVENI. Ş.m. cl. VIII. Baciu Silvia (6257; E: 2125, 30, 36, 38, 46, 47, 52), Bejinaru Maria (6247; E: 2121, 25, 30, 36, 46, 52), Lungu Vasile (E: 2114, 16, 23, 25, 30, 34, 36, 38, 46, 47, 52).

SECUIENI (Bacău). Absolvent Obreja Petre (61167, 70, 72, 76, 80, 84, 95, 202, 03, 05, 11, 24, 27, 29, 38, 42, 43, 56—62, 67, 70, 71, 73—77, 80, 81, 97, 99, 301, 02).

SIBIU. Ş.m. 1, cl. VIII. Roşculeţ Vanda (E: 2123, 25, 30, 36, 38, 46, 59, 61—64, 68). Cl. IX. Cuşmir Dana (6208, 23, 38, 41, 42, 59, 70, 72, 316, 45), Rusnac Doina (6208, 29, 38, 42, 68, 72, 75, 316, 45) E: 2113, 18, 20). Cl. X. Balomiri

Adcian (6207—09, 12, 13, 15, 17, 23, 24, 27, 29, 32, 36, 38, 42, 43, 62, 71, 72, 99), Carabulea Ilie (6210, 26, 36, 40, 42, 56, 71, 85, 86, 99, 308, 10, 12, 16), Căliman Ionel (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 27, 29, 32, 34, 36, 38, 40, 42), Gureanu Dorin (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 27, 29, 32, 36, 38, 42, 43, 62, 71, 72, 79), **Lupu** Mihai (6210, 26, 29, 32, 34, 36, 38, 42 43, 47, 57—63, 67, 71—75, 80, 85, 89, 98, 99, 301, 07, 08, 10—12, 14, 16—18, 37, 45), Onac Ovidiu (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 27, 29, 32, 36, 38, 42, 43, 71, 72, 99).

Ş.m. 2, cl. VIII. Hodor Liviu (6258, 71, 72; E: 2118, 20, 25, 29, 43, 47—49, 51), Nicu Eugenia (6370, 72; E: 2111, 22, 29, 42, 43, 48, 51, 54, 58, 61, 62, 68). Cl. IX. Eneşel Horea (6208, 13, 15, 20, 23, 36, 44, 51, 54, 57, 58—61, 67, 70—75, 80, 308, 10, 12, 14, 16, 30), Văleanu Lucia (6127, 31, 39, 44, 46, 47, 50, 55, 79, 91, 210, 27). Cl. X. Bujor Irina (6209, 12, 13, 15, 43, 85, 99, 301, 08, 10, 12, 17, 42), Cristea Nicolae (6209, 12, 24, 27, 32, 38, 43, 57, 62, 76, 85, 301, 17), Gal Alexandru (6213, 15, 62, 76, 80, 85, 99, 308, 10, 17), Moldovan Gheorghe (6131, 32, 34, 39, 42, 44, 46, 71, 212, 13), Săbău Mircea (6169, 71, 91, 209, 12, 62, 76, 85, 308, 10, 12, 17, 42, 45).

Ş.m. 3, cl. VIII. Nicola Dan (E: 2096, 98, 109, 13, 21, 22, 25). Cl. IX. Brudi Andrein (6208, 10, 15, 20, 23, 29, 36, 38, 42, 44, 54, 58, 60, 71). Cl. X. Dobrotă Marinela (6128, 29, 77, 92, 99, 2012, 24, 38, 40, 42, 43, 54), Helju Doina (6130, 32, 34, 48, 51, 56, 61—63 79, 92, 99, 201), Jugastru Niculae (6169, 91, 92, 97, 212, 24, 34, 38, 42, 71), **Mărtinuş Ştefan** (6135, 64, 64, 67—69, 74, 77—79, 81, 83, 86, 91, 92, 95, 97, 99, 201, 03, 08, 09, 11—13, 15, 17, 19, 20, 23, 24, 27—29, 34, 38—40, 42, 43, 54, 57—59, 61, 62, 67, 71, 72, 75, 97), Măigrădeanu Cornel (6164, 67, 77, 92, 219, 23, 24, 34, 39, 62, 80, 99, 301), Năstoiu Aneta (6130—32, 34, 37, 41, 48, 51, 56, 71, 79, 83, 92, 99, 201, 09, 38, 61—63, 67, 71, 74), Oroş Ion (6169, 91, 92, 97, 99, 212, 24, 34, 38, 40, 42, 43, 63, 71, 99), Pascu Ion (6142, 46, 49, 91, 92, 99, 224, 34, 38, 40, 42, 43, 61, 63), Petraşcu Florica (6169, 74, 79, 83, 91, 92, 97, 203, 12, 19, 29, 42, 59, 62, 67, 71, 80, 301), Sorici Rodica (6177, 91, 92, 223, 24, 34, 38, 43, 54, 61, 62, 67, 71, 99), Vleiculescu Dan (6169, 71, 91, 99, 209, 12, 24, 34, 38, 40, 42, 43, 47, 71, 99, 302), **Zăgan I. Dumitru** (6208—10, 12, 13, 19, 23, 26, 28, 36—43, 58, 54, 57—62, 67, 71, 80, 83, 89, 302, 05, 11, 14, 16, 29, 30, 32, 38, 44, 45, 54), Cl. XI. Ionescu Mircea (6208, 09, 11—16, 21, 65, 81, 308).

Şc. de 8 ani nr. 4, cl. VI. Laşchescu Dorin (E: 2108—10, 12, 14, 15, 21, 22).

Şc. de 8 ani nr. 8 ,cl. VII. Cramer Werner (E: 2092, 93, 95, 96, 99, 104, 08, 12, 15, 16).

Şc. de 8 ani nr. 17, cl. VII. Nicu Olguţa (E: 2122, 48, 51, 56, 58, 61, 62).

Şc. de 8 ani nr. 15, cl. V. Achim Anca (E: 2093 ,95, 104, 11, 12, 14, 30, 33, 36, 38), Buian Sanda (E: 2092, 93, 95, 111, 12, 14, 15, 21, 23, 30, 33, 36, 38), Ciobanu Adrian (E: 2111, 14, 15, 21, 30, 33, 36, 38), Dragomir Cristina (E: 2092, 93, 95, 104, 11, 12, 14, 15, 21, 23, 30, 33, 36, 38), Ţugulea Ionel (E: 2092, 93, 104, 11, 12, 21, 23, 30, 36, 38), încă 11 elevi au dat soluţii identice. Cl. VII. Anton Elena (E: 2108, 09, 14, 17, 23, 30, 33), Bălica Rodica (E: 2109, 15, 17, 22, 23, 30, 33, 36, 38, 45, 48), Besoiu Rodica (E: 2104, 15, 22, 30, 33, 36, 39, 48), Brudi Edit (E: 2096, 104, 09, 22, 30, 33, 36, 45, 48), Costăchescu Sanda (E: 2093, 99, 104, 08, 09, 23, 33, 36, 48, 00), Cramarenco Eugen (E: 2109, 20, 22, 30, 33, 36, 48), Damian Iulian (E: 2104, 09, 22, 23, 30, 36, 45, 48), Dobrotă Doru (E: 2109, 20—23, 33, 36, 48), Gîrlea Viorel (E: 2109, 22, 23, 30, 33, 36, 48, 51), Gladcă Daniel (E: 2093, 104, 11, 20—23, 36, 48), Munteanu Ion (E: 2109, 22, 23, 30, 33, 36, 48, 51), Popa Petru (E: 2109, 22, 23, 30, 33, 36, 38, 45, 48), Ţenciuc Tamara (E: 2096, 104, 02, 17, 22, 30, 33, 36), încă 9 elevi au dat soluţii identice.

SIGHIŞOARA. Şc. de 8 ani nr. 2, cl. VI. Vlăduţiu Anca (E: 2080—83, 85, 86, 90).

SIMERIA. Ş.m. cl. X. Pepenaru Neluţu (6209, 11—13, 15, 16, 23, 24, 42, 43, 55), Seucan Gavril (6127, 30—32, 34, 42, 44, 48, 69, 71, 243).

SINAIA. Ş.m. cl. VII. Stroică Viorel (2108—10, 13—15, 19, 21, 22). Cl. X. **Catană Ilie** (6217, 32, 47, 57—63, 69, 71—73, 76, 90, 97, 99, 308, 10—12, 14, 16, 17, 22, 30, 38, 44, 45, 59, 60, 62, 67, 70, 72, 73, 89, 93).

SÎNNICOLAUL MARE (Banat). Ş.m. cl. X. Raica Gh. (6208, 09, 12, 13, 43, 310, 12, 16, 20, 45).

SÎNTANA (Crişana), Ş.m. cl. IX. Pop Mircea (6194, 208—10, 12, 19, 23, 24, 29, 34, 38, 42, 43, 57, 71, 316, 28).

SLATINA. Ş.m. cl. IX. Leulescu Constantin (6208, 23, 29, 36, 42, 57—60,

71, 350, 70, 93), **Veresciu Sergiu** (6208, 13, 23, 38, 41—44, 57—60, 65, 67, 71, 72—75, 77, 80, 81, 308, 14, 16, 28, 29, 37, 44, 45, 55, 70, 71, 75, 89). Cl. X. Prună Florin (6208, 09, 11, 13, 15, 17, 29, 42, 43, 44), Ștefan Virgil (6169, 71, 77, 92, 208, 09, 12, 15, 24, 43, 71, 72, 75).

STREHAIA. Ș.m. cl. X. Grecea Alex. (6208, 09, 12, 13, 42, 59, 62, 71, 72, 308, 10, 12, 17, 29, 38, 45).

SUCEAVA. Ș.m. 2, cl. VIII. Zavera Ion (E: 2109, 13, 21, 22, 29, 51, 54, 61, 62, 67, 68, 70).

ȘOMCUȚA MARE (Maramureș). Ș.m. cl. X. **David Vasile** (6258—62, 67, 68, 70—73, 76, 80, 85—87, 90, 92, 97, 99, 301, 07, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 28—30, 33, 37, 38, 42, 44, 45).

ȘIMLEUL SILVANIEI. Ș.m. cl. VIII. Crîsnic Călin (E: 2096—99, 113, 20, 29).

TECUCI. Ș.m. 1, cl. VIII. Ojoc Ioana (E: 2056, 66, 67, 69, 71, 74, 92, 97, 98, 104, 21, 23, 30).

Ș.m. 2, cl. X. Petrovici Dan (6139, 42, 71, 92, 208, 09, 12, 43, 44, 45).

TIMIȘOARA. Ș.m. 1, cl. VIII. Anton Anton (6270; E:2108—10, 12—16, 18, 20—24, 29, 30, 36), Ivașcu Corneliu (E: 2080—84, 86, 90, 92, 93, 104). Cl. X. Braun Tiberiu (6171, 79, 88, 92, 97, 238, 42, 43, 61, 62, 79, 301), Bugescu Maria (6171, 93, 97, 99, 209, 13, 43, 58, 301, 07).

Ș.m. 2, cl. VII. Ciuhandu Diana (E: 2115, 20, 22, 30, 36, 38, 48, 52), Filip Alex. (E: 2108, 12, 20, 21, 30, 33, 36, 38), Cl. VIII. Esch Franz (6257, E: 2108, 09, 13, 18, 21, 29, 37, 41, 43, 49, 51), Hausner Robert (E: 2108, 09, 13, 18, 21, 29, 37, 41, 43, 49, 51), Pfeiffer Josef (E: 2108, 09, 13, 18, 21, 29, 37, 41, 43, 49, 51), Wagner Cornel (E: 2108, 20, 22, 28, 30, 33, 36). Cl. X. Cihandu Gh. (6208, 09, 17, 42, 43, 61, 62, 67, 71, 310, 12, 17, 45), **Dehelеanu Dan** (6257—63, 69—73, 76, 97, 99, 301, 02, 05, 08, 10—12, 14, 16, 17, 20, 28, 38, 45, 56, 58, 59, 65, 66—70, 72, 73), Fritz Georg (6208, 12, 17, 19, 43, 57, 58, 60—72, 69, 71, 73, 75), Cirawisch Richard (6213, 42, 43, 57—59, 61, 62, 71, 73, 76, 310, 12, 16, 17, 45), Uianu Sever (6110, 18, 31, 32, 34, 39, 42, 46, 71, 77, 92, 208, 09, 12, 17, 42, 43, 61, 62, 67, 71, 310, 12, 17, 45), Lakatos Elisabeth (6218, 13, 42, 61, 62, 71, 308, 10, 12, 16, 17, 45). Petri Norbert (6164, 66, 71, 75, 77, 79, 86, 90, 92, 08, 09, 12, 15—17, 19, 42, 43, 57—63, 70—72, 75—77, 305), Schwengher Wikolaus (6209, 12, 17, 43, 57, 59, 61, 62, 71, 76, 99, 310, 12, 14, 17), Sehr Richard (6208, 09, 12, 15, 17, 19, 42, 43, 57, 59, 61, 62, 71—73, 75, 76, 305), Văcariu Alex. (6212, 42, 43, 61, 62, 67, 71, 72, 99, 308, 10, 12, 17, 45), Wagner Wilhelm (6209, 12, 42, 43, 61, 62, 71, 73, 310, 12, 14, 17), Wetzer Frantz (6212, 15, 24, 42, 43, 57, 61, 62, 71, 73, 99, 308, 10, 12, 17), Cl. XI. Basch Ivan (6124, 71, 208—10, 12, 42, 43, 65, 99, 311, 17).

Ș.m. 3, cl. VII. Constandiș Brîndușa (E: 2108, 09, 20—22, 30, 36, 48).

Ș.m. 5, cl. VIII. (seral) Neguș Spiridon (6208, 09, 13, 20, 57—59, 61, 67, 71, 73, 77).

Ș.m. 7, cl. X. Rothenstein Anica (6131, 32, 34, 42, 44, 46, 69, 212, 13, 43).

Șc. de 8 ani nr .10, cl. VI. Lația Olimpia (E: 2115, 19, 28, 30, 36, 38, 47).

TÎRGOVIȘTE. Ș.m. 1, cl. VIII. Martac Georgeta (6257, 58, E: 2108—10, 21, 25, 29).

Ș.m. 2, cl. IX. **Enache Gh.** (6208, 13, 15, 20, 23, 26, 29, 36, 38, 39, 41, 42, 44, 57—61, 67, 71—75, 80, 90—92, 99, 303, 10, 14, 16, 25, 27, 30, 33, 38, 44, 45). Cl. X. Tudor Andrei (6208, 09, 43, 301, 09, 10, 12, 16, 17, 45). Cl. X (seral) **Bratu Constantin** (6179, 210, 13, 15, 21, 42, 43, 57—63, 67, 71—76, 80, 90, 99, 308—12, 14, 16, 17, 30, 38, 45). Absolvent **Popa Alexandru** (6071, 78, 118, 31, 32, 34—36, 39, 42, 46, 50, 58, 60, 68, 69, 71, 77, 78, 83, 88, 92, 24, 27, 29, 32, 36, 38, 42, 43, 02, 71, 209, 10, 12—17, 37, 40, 42, 43).

TÎRGU CĂRBUNEȘTI. Ș.m. cl. VIII. Nicolae Cecilia (6257, 58, 67, 71—73, 75, 77, 304; E: 2124—26, 28, 29, 31, 32, 34). Cl. X. Cătănescu Adrian (6142, 257—63, 71, 72, 76, 77), Ciobanu Ion (6209, 12, 24, 42, 43, 57, 58, 61, 62, 71, 72, 308, 10, 12, 17), Mutu Dumitru (6213, 36, 38, 42, 57, 58, 61, 62, 71—73, 310, 16, 17, 45.

TÎRGU JIU. Ș.m. 1, cl. VIII. Bobocescu Lucia (E: 2084, 91, 96, 98, 110, 16, 21), Burdulea Cornelia (E: 2095, 97, 99, 100, 09, 13, 17, 18, 20), Ciocîrlie Valeriu (6257, 58, 71, 356, 58, 70, 72, 74; E: 2125, 29, 49, 51, 55, 61, 63), Drăguț Virginia (E: 2082, 84, 96, 98, 100, 19, 13, 14, 20, 21), Enăștescu Maria (E: 2091, 96, 98, 109, 18, 20, 21), Huidu Sevastița (E: 2084, 96—98, 100, 09, 18, 20, 21), Priescu Doina (E: 2084, 91, 97, 98, 100, 10, 20, 21), Sîrbu Ion (6241; E: 2092, 97, 98, 104, 10, 14, 21, 30). Cl. IX. Boroș Ion (6229, 41, 42, 57—60, 97, 316, 45; E: 2143), Bușe Florian (6150, 211, 13, 19, 29, 41, 62, 67, 72, 314, 16, 17, 48, 45; E: 2143), Ciocăzeanu Maria (6194, 211, 13, 19, 36, 59, 71, 73, 80; E: 2011), Cocheci Maria

(6194, 211, 13, 19, 36, 59, 71, 73, 80; E: 2091), Chițulescu Adriana (6194, 213, 19, 59, 71, 97; E: 2123, 25, 46, 92), Hoară Dumitru (6147, 79, 229, 42; E: 2094, 100, 07, 13, 18, 20), Pîrvulescu Sevastița (6150, 211, 13, 19, 59, 62, 71, 89, 94, 97, 316, 17, 38, 45), Popescu Ecaterina (6194, 208, 13, 19, 42, 59, 71, 80; E: 2091, 118, 22), Vișan Ion (6194, 219, 59, 71, 75; E: 2105, 13, 18, 20, 29). Cl. X. Dabela Gh. (6209, 12, 24, 42, 43, 61, 62, 71, 72, 308, 10, 12; E: 2118, 29), cl. XI Dumitru Alex. (6171, 209, 12, 43, 61, 62, 65, 71, 72; E: 2129).

Ș.m. 2, cl. VIII. Vasilescu Vasile (E: 2108—10, 14, 15, 18, 21, 22).

TIRGU LĂPUȘ. Ș.m. cl. VI. Bobu Georgeta (E: 2092, 95, 96, 115, 22, 27, 30), Petrehuș Viorel (E: 2093, 97, 98, 114, 16, 21, 33). Cl. VII. Baciu Dorina (E: 2092, 95, 96, 99, 122, 30, 33), Barany Eugenia (E: 2092, 96, 104, 15, 21, 30, 32), Cupșa Mariana (E: 2092, 98, 99, 122, 30, 32, 33), Kauffman Robert (E: 2080, 88, 92, 93, 95, 96, 104), Petruț Irina (E: 2092, 98, 122, 28, 30, 32, 33, 34), Samuel Aleza (E: 2093, 95, 103, 04, 30, 33, 34), Ticuleanu Emilia (E: 2092, 96, 98, 128, 30, 33, 34). Cl. VIII. Bota Maria (6257, 58; E: 2109, 16, 18, 25, 29, 34), Bozga Liviu (6257, 58, 67, 71; E: 2097, 113, 16, 23, 25, 29, 32, 34), Ciripei Violeta (6271; E: 2098, 104, 08, 09, 14, 21, 30), Danciu Olimpia (E: 2097, 98, 113, 18, 21, 22, 29, 34), Filip Aurel (6271; E: 2097, 98, 113, 18, 21, 22, 29, 34), Fuciec Maria (6257, 71; E: 2098, 108, 13, 18, 21, 31), Lisi Aurel (6257, 58, 70, 75; E: 2108—10, 13, 14, 16, 18, 21, 22), Mereșan Ștefan (6147; E: 2080, 82, 83, 88, 91, 92, 96, 98, 104, 09), Meș Raveca (6257; E: 2069, 71, 92, 110, 21, 29), Pampa Ileana (6271, 75; 2097, 98, 108, 14, 21, 25, 29, 34), Pop Maria (E: 2081, 82, 92, 97, 118, 21, 22, 25, 29, 34), Thira Florica (6257, 71, 75; E: 2091, 97, 98, 104, 08, 09, 21, 29, 34), încă 5 elevi au dat soluții identice. Cl. IX. Mureșan Roman (6208, 11, 13, 14, 26, 31, 57, 58, 60, 71, 73, 89, 91; E: 2113, 20, 29). Cl. X. Hodor Ion (6209, 12, 13, 42, 43, 57, 59, 62, 67, 71), Latiș Suzana (6179, 83, 209, 12, 13, 42, 43, 57, 67, 71), Sălniceanu Sever (6179, 212, 13, 42, 43, 62, 67, 71, 72, 75), Sraum Adalbert (6169, 77, 92, 208, 09, 11—13, 17, 42, 43), Samuel Iacob (6212, 13, 42, 43, 62, 71—73, 75), cl. XI, Cosma Constantin (6165—72, 74, 76—79, 82, 91).

TIRGU MUREȘ. Ș.m. Unirea, cl. VIII. Hausar Florian (E: 2084, 92, 104, 09, 15, 21, 29, 30, 36, 37, 43, 52), Kesztenbaum Andrei (E: 2092, 97, 98, 104, 09, 10, 14, 16, 21, 25, 29, 90). Cl. IX. Bățaga Ion (6208, 29, 36, 42, 54, 57—59, 67, 302), Butaru Vasile (6208, 29, 42, 57—59, 67, 302; E: 2113, 20, 29), Mesaroș Ștefan (6164, 79, 91, 208, 36, 42, 54, 57—59, 67, 302), Nagy László (6208, 42, 57—59, 67, 302; E: 2113, 20, 29), Oprișor Vasile (6208, 29, 42, 57—59, 67, 302; E: 2113, 20, 29). Cl. X. Sarchiz Doru (6183, 92, 212, 13, 15, 36, 43, 76, 310—12, 17). Cl. XI. Cistelecan Mihai (6164—66, 68—71, 79, 82, 85, 90—92, 95, 208—17, 19, 21, 25, 29, 34, 36, 40, 42, 43, 47, 54, 56).

Ș.m. Papiu Ilarian, cl. VII. Vamoș Vasile (E: 2112, 24, 36, 48, 46, 48, 51, 52).

TIRGU NEAMȚ. Ș.m. cl. VIII. Agapie Ion (E: 2137, 43, 44, 47—49, 51). Cl. X. Gheorghiță Gabriela (6208, 09, 12, 13, 17, 19, 20, 43, 308—10, 12, 14, 16, 17), Sofica Victoria (6209, 12, 17, 19, 43, 85, 308, 10, 12, 17).

TRUSEȘTI. Ș.m. cl. VIII. Androescu Mihai (E: 2092, 96, 98, 100, 104, 08, 09, 14, 15, 21, 23—25, 30), Cezar Constantin (E: 2092, 95, 97, 101, 03, 09, 10, 13, 22, 24, 29, 30, 33), Livadaru Emil (6257, 58, 67; E: 2113, 21, 22, 29, 30, 32, 36, 38, 43, 45—48, 52). Cl. IX. Aionesci Ion (6135, 50, 208, 38, 50, 54, 60, 67, 71—75; E: 2129), Său Gheorghe (6131, 39, 41, 47, 49, 60, 91, 201, 08, 11, 13, 15, 38, 39, 40, 42, 44, 54, 57—60, 67, 71—73, 77, 80, 91, 314, 16, 30, 44, 45; E: 2113, 20, 29, 43), Schiopu Constantin (6213, 41, 58, 71, 73, 302, 16, 45, 70, 89, E: 2129, 57). Cl. X. Arcip Petre (6169, 71, 77, 86, 88, 91, 92, 97, 99, 209, 12, 13, 15, 17, 24, 36, 40, 32, 40, 42, 43, 47, 71, 73, 75, 85, 92, 301), **Cozamanciuc Dumitru** (6141, 68, 69, 71, 77, 86, 88, 91, 92, 97, 99, 201, 08, 09, 11—13, 15, 17, 23, 24, 26, 30, 32, 40, 43, 47, 54, 57—63, 71—73, 75, 76, 80, 85, 99, 301), **Crăciun Gh.** (6092, 99, 100, 14, 20, 27—32, 34, 35, 39, 41—48, 50, 56, 58, 60, 63, 66, 69, 71, 88, 91, 92, 99, 209, 12, 13, 17, 32, 40, 42, 43, 54, 61, 62, 99, 301), Mîrza Mihai (6168, 69, 71, 88, 91, 92, 97, 99, 209, 11—13, 15, 17, 26, 30, 32, 38, 40—43, 47, 61—63, 71, 72, 75, 99, 301), **Turculeț Demostene** (6162, 66, 68, 69, 71, 77, 78, 88, 91, 92, 95, 97, 99, 208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 26, 27, 30, 32, 36, 37, 40—43, 47, 52, 54, 56, 58, 61, 62, 71, 72, 75, 76, 99). Cl. XI. Iacob Gh. (131, 32, 34, 39, 41, 42, 44, 46, 48, 50, 69, 71, 91, 92, 97,

208, 09, 12, 13, 17, 32, 40, 42, 43, 57—63, 67, 71, 75, 301, 10, 12, 16).

TUFEȘTI (BRĂILA). Șc. de 8 ani, cl. VII. Sîrbu Cornelia (E: 2122, 27, 30, 36, 38, 46, 47, 48, 51, 52).

TULCEA. Absolvent Slavov Eugen (6208—14, 17, 19, 21, 23, 42, 43).

Ș.m. cl. VII. Vasiliu Marian (E: 2108, 11, 12, 15, 16, 19—22, 33, 36, 38, 51).

TURDA. Ș.m. 1, cl. IX. Ionuț Ana (6201, 08, 26, 41, 42, 57—59, 67, 71). Cl. X. Cota Justin (6131, 34, 39, 42, 44, 49, 58, 97, 209, 12, 17, 19, 24, 39, 42, 43).

Ș.m. 2, cl. IX. Iliescu Traian (6208, 13, 23, 29, 34, 38, 57, 60, 67, 71, 72, 97, 216, 30, 45), Rada Lucia (6208, 13, 23, 29, 34, 38, 42, 57—60, 67, 71, 72, 97, 99, 316, 44, 45). Cl. X. **Șerban** Petru (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 26, 29, 34, 36, 38, 42, 43, 47, 57—63, 67, 71—73, 80, 85, 86, 90, 97, 99, 301, 08, 10—12, 14, 16, 17, 20, 28, 30, 34, 38, 44, 45).

TURNU SEVERIN. Ș.m. 1, cl. V. Tontoiu Dorin (E: 2123, 25, 30, 33, 36, 38, 47, 51, 53, 58, 61, 64, 68), cl. VIII. **Popescu Constantin** (6208, 57, 58, 71—73, 308, 10, 13, 16, 46, 56—58, 67, 70—72, 89, E: 2108—10, 13, 16, 18, 21, 22, 25, 29, 34, 43, 44, 50, 51, 54, 55, 60—63, 68). Cl. IX. Pană Nicolae (6208, 42, 57—60, 71, 72, 75, 314, 16, 44, 45). Cl. X. **Popescu Eleodor** (6127, 29—32, 34, 36, 39,—51, 55, 56, 58, 60—63, 69, 71, 90—92, 97—99).

URLAȚI (PLOIEȘTI). Ș.m. cl. VIII. Zotta Dan (6241; E: 2108, 09, 13, 16, 18, 20, 21, 25, 32).

URZICENI. Ș.m. cl. X. Barbu Aurelia (6171, 208, 09, 13, 34, 58, 61, 62, 70—72), Zaharia Mariana (6208, 23, 41, 57—60, 67, 71—74, 316).

VADUL CRIȘULUI (Crișana). Ș.m. cl. XI. Noje Vasile (208, 09, 12, 13, 15, 17, 23, 43, 57—59, 310—12, 17).

VASLUI. Ș.m. 1, cl. X. Iacob Alex. (6213, 15, 17, 19, 29, 30, 36—38, 41, 42, 57—63, 67, 71—76, 98, 99, 307. 08, 10, 12, 14, 17, 20, 30, 42, 45), **Pencu Adrian** (6127, 29—32, 34, 36, 37, 39, 42—48, 50, 54, 58, 63, 64, 66, 68, 69, 71, 77—79, 83, 86—95, 97, 99, 201).

VICOVUL DE SUS (Rădăuți). Ș.m. cl. VIII. Crețan Constantin (E: 2096—98, 104, 14, 15, 21, 22, 29), Tironeac Vasile (6328; E: 2108, 09, 13, 21, 22, 25, 29, 37, 43, 44. 51).

VINDEREI (Galați). Absolvent Rusu Tofan (6209, 10, 12, 29, 42, 43, 57, 65, 71, 311).

VIȘINA (Argeș). Ș.m. cl. VIII. Bunea Marin (E: 2108—10, 14, 15, 18, 22).

VOIVOZI (Crișana). Absolvent a 7 clase Vesa Gavril (E: 2080—83, 85, 86, 90, 92, 96—100, 04, 08, 09, 11, 15, 18, 21, 22).

ZALĂU. Ș.m. cl. VIII. Lungu Ion (E: 2108, 10, 13, 19—25). Cl. X. Schmidt Gh. (6169, 71, 77, 79, 83, 209, 43, 90, 97, 301).

ZIMNICEA. Ș.m. cl. X. Matei Octavian (6129, 209, 13, 42, 62, 99, 308, 11, 12, 17).

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 15 august 1964 s-au mai evidențiat ca rezolvitori de probleme din G.M.-B, după cum urmează:

1. **Geleriu Dan** (cl. X ș.m. 3 Sibiu), 2. **Popa Eugen** (cl. VIII ș.m. 3 Iași), 3. **Chițescu Ion** (cl. X ș.m. 10 București), 4. **Otopeanu Alexandra** (cl. VIII ș.m. 13 București), 5. **Georgescu George** (absolvent Craiova), 6. **Weinstein Jack** (cl. XI ș.m. Rădăuți), 7. **Stan Mihai** (cl. VIII ș.m. Petroșeni), 8. **Mignea Arminius** (cl. VIII ș.m. 2 Ploiești), 9. **Trif Nicolae** (cl. IX ș.m. 2 Sibiu), 10. **Arcip Petre** (cl. X ș.m. Trușești, Suceava), 11. **Lașiță Ileana** (cl. X ș.m. 3 Sibiu), 12. **Trif Maria** (cl. XI ș.m. 2 Sibiu), 13. **Zăgan Dumitru** (cl. IX ș.m. 3 Sibiu), 14. **Turculeț Demostene** (cl. X Trușești), 15. **Isac Horațiu** (cl. IX ș.m. 1 Tîrgu Jiu), 16. **Dăncilă Ion** (cl. X ș.m. 3 Sibiu), 17. **Lungulescu Bogdan Eugen** (cl. IX ș.m. 1 Pitești), 18. **Raloscu Dan** (cl. VIII ș.m. 12 București), 19. **Stănescu C. C.** (cl. X ș.m. 2 Craiova), 20. **Radu Vasile** (cl. X ș.m. 2 Ploiești), 21. **Oprescu Gheorghe** (absolvent Filiași, Oltenia), 22. **Petrescu A. Ion** (cl. IX ș.m. 2 Craiova), 23. **Birlog Corneliu** (cl. XI ș.m. Pucioasa), 24. **Simion Virgil** (absolvent, Sibiu), 25. **Giurgiu Florin** (cl. X Pîncota), 26. **Buță Viorel** (cl. XI. Reșița), 27. **Boac Monica** (cl. X ș.m. 3 Sibiu), 28. **Heilpern Andrei** (cl. X ș.m. E. Racoviță, Cluj), 29. **Pop Marius** (cl. IX, Ineu), 30. **Florea Florian** (cl. VIII ș.m. 4 Ploiești), 31. **Blatz Adrian** (cl. XI Roșiorii de Vede), 32. **Niculescu Constantin** (cl. X ș.m. 3 Tîrgoviște), 33. **Popovici Cornel** (absolvent Timișoara), 34. **Corțeoi Ion** (absolvent, Vaslui), 35. **Tonceanu Dan** (cl. X ș.m. 11 București), 36. **Ursulescu Octavian** (cl. XI ș.m. 11 București), 37. **Nițescu Dan** (cl. X ș.m. Pucioasa), 38. **Mincinopschi Gheorghe** (student fac. electrică, București), 39. **Witinig Silviu** (student, București), 40. **Vrînceanu Vasile** (cl. X ș.m. 1 Ploiești), 41. **Cistelecan Mihai** (absolvent Tîrgu Mureș), 42. **Coșuleț Dan** (absolvent Brașov), 43. **Bena Dorin** (cl. XI Caran-

sebeș), 44. Vișan Lucian (cl. VIII ș.m. 2 Ploiești), 45. Mărășescu Gheorghe (cl. X ș.m. Moreni), 46. Tican Mihai Gabriel (cl. X ș.m. Moreni), 47. Pleș. O. Gheorghe (cl. XI ș.m. Năsăud), 48. Petricu Emil (absolvent, Hațeg), 49. Șerb Ioan (cl. X ș.m. Lugoj), 50. Anca Tănase (absolvent, București), 51. Gărgălie Silvestru (clasa VIII ș.m. 1 Turnu Severin), 52. Ioniță Georgeta (cl. VIII ș.m. 39 București), 53. Sachelarie Dan (cl. VIII ș.m. 4 Ploiești), 54. Ion St. Nicolae (cl. IX ș.m. Răcari), 55. Papuc Ilie (cl. XI ș.m. 4 Ploiești), 56. Pătruț Popa Ioan (cl. X Crișana), 57. Petric Mircea (cl. X, Anina), 58. Manolache Nicolae (cl. VIII ș.m. 5 București), 59. Spătaru Aurel (absolvent, Pucioasa), 60. Gavrilă M. Gheorghe (absolvent, Craiova), 61. Dragotă Georgel cl. XI ș.m. 2 Craiova), 62. Andrei Titus (cl. X Pătîrlagele), 63. Corcalciuc Valentin (absolvent, Ploiești), 64. Oprișiu Cornel (cl. X ș.m. Petroșeni), 65. Simion Gheorghe (cl. IX ș.m. 1 Ploiești), 66. Stanciu Dumitru (cl. IX Răcari), 67. Rădulescu Dorin (cl. X ș.m. 11 București), 68. Călina Ion (cl. XI ș.m. 2 Craiova), 69. Dumitrescu Marian (cl. VIII ș.m. 1 Ploiești), 70. Negruțiu Vasile (cl. X ș.m. 1 Oradea), 71. Stan Emil (cl. VIII ș.m. 2 Ploiești), 72. Lupu Rela (cl. X Oradea), 73. Orășanu Laurențiu (cl. VIII ș.m. 2 Ploiești), 74. Pavel Dumitru (cl. X Pătîrlagele), 75. Miță T. Gheorghe (cl. VIII ș.m. Călărași), 76. Lepădatu Ion (cl. XI ș.m. Petroșeni), 77. Timbulea Ion (cl. VIII ș.m. Năsăud), 78. Hîncu Marius (cl. X ș.m. 1 Oradea), 79. Metea Ovidiu (cl. X ș.m. 1 Oradea), 80. Ioniță Maria (cl. XI Predeal), 81. Cureanu George (cl. IX ș.m. 1 Tîrgu Jiu), 82. Giurgiuc Costel (absolvent, Rudina Oltenia), 83. Miulescu Cecilia (cl. IX Răcari), 84. Pestroiu Daniel (cl. IX ș.m. 1 Tîrgu Jiu), 85. Obreja Petru (absolvent, Secueni, Bacău), 36. Stanciu Virgil (cl. IX ș.m. 3 Tîrgoviște), 87. Csapo Gheorghe (cl. XI ș.m. 4 Timișoara), 88. Buzoianu Mureș (cl. VIII ș.m. 1 Sibiu), 89. Bratu Constantin (cl. X serală Tîrgoviște), 90. Pop Mircea (cl. IX Sîntana, Crișana), 91. Bucur Liliana (cl. X ș.m. 3 Sibiu), 92. Pencu Adrian (cl. X ș.m. Vaslui), 93. Martinuș Radu (cl. X ș.m. 3 Sibiu), 94. Martinuș Ștefan (cl. X ș.m. 3 Sibiu), 95. Mîrza Mihai (cl. X ș.m. Trușești), 96. Poenaru Paraschiva (cl. VII Vlahi, Dobrogea), 97. Ignea Silviu (cl. X ș.m. 22 București), 98. Gavrilă Șerban (cl. VIII ș.m. 2 Buzău), 99. Ștefăneanu Mircea (cl. VIII ș.m. Caransebeș), 100. Tiron Dan (cl. X ș.m. 22 București), 101. Zissu Silviu (cl. X ș.m. 36 București), 102. Manasiu Dan (cl. XI ș.m. 25 București), 103. Stremțan Niculae (cl. XI ș.m. Blaj), 104. Opriș Paul (cl. X Bacău), 105. Ghera Petru (cl. XI ș.m. Lugoj), 106. Nicolae M. Ilie (cl. X ș.m. Giurgiu), 107. Licoiu Dorin (cl. X ș.m. 2 Craiova), 108. Gîde Liviu (cl. X ș.m. 2 Craiova), 109. Păun Ion (cl. VIII. ș.m. 1 Craiova), 110. Blană Ionel (cl. VIII ș.m. 3 Constanța), 111. Gabriel Viorica (cl. VIII ș.m. N. Bălcescu Cluj), 112. Lascu Ioan (cl. VIII ș.m. E. Racoviță Cluj).

Pînă la 15 august 1964 s-au mai primit soluții bune la problemele publicate în „Gazeta matematică" seria B de la următorii:

ADÎNCATA (Ploiești). Șc. de 8 ani cl. VII. Ene R. Bujor (E: 2123, 25, 29, 30, 33, 35, 36, 39, 44, 45, 47, 51; 6257, 74).

ADJUD. Ș.m. cl. VIII. Gurămultă Dănuț (E: 2125, 29, 43, 54, 60—63, 67, 68). Cl. XI. Cernătescu Mircea (6257, 67, 71, 75, 301, 10, 12, 17, 67, 70, 72).

AIUD. Șc. 8 ani nr. 1 cl. VII. Leția Tiberiu (E: 2136, 38, 47, 53, 56—59, 62, 64, 65). Cl. X. Hamarszky Iosif (6310, 12, 16, 17, 30, 34, 38, 42, 45, 56, 58).

ALBA IULIA. Ș.m. Horia, Cloșca și Crișan cl. VIII. Miclea Cornel (E: 2123, 25, 29, 30, 32, 33, 36, 38, 43, 46—48, 52—54, 57—59, 61—64, 66; 6271, 308, 14, 68, 70, 74, 89), Oarga Gheorghe (E: 2108—10, 12—14, 16—18, 20—22). Cl. X. Răceanu Marilena (6262, 71—73, 80, 90, 99, 301, 08, 10, 12, 17).

ALBOTEȘTI (Bacău). Șc. 8 ani cl. VII. Badea Manuela (E: 2136, 38, 46—48, 52, 53, 57—59).

ALEXANDRIA. Absolvent Simescu Alexandru (6269, 71—73, 308—12, 14, 16, 17).

ANINA. Ș.m. cl. X. Petric Mircea (6257, 59, 67, 71—75, 308—12, 14, 16, 17, 38, 44, 45, 56, 58—60, 65—68, 70—75, 77, 86, 88, 89, 93, 99, 340; E: 2137, 44, 49, 54, 55, 60, 67).

ARAD. Cl. VIII. Balla Ioan (E: 2125, 29, 31, 34; 6258, 70, 75).

Ș.m. 2 cl. VIII. Bocșoiu Voicu (E: 2108, 10, 14, 22—25, 30, 33, 35, 36, 38, 46), Decis Florin (E: 2123—25, 28, 30, 32, 33, 36, 38, 46, 47, 52). Cl. IX. Neamțu Elisabeta (E: 2154, 55, 57, 59; 6271, 90, 345, 67, 70, 71, 73, 93), Pîrvănescu Horia (6257—60, 67, 71—75, 77, 80), Popovici Mircea (6256—58, 60, 67, 71—73, 75, 77, 308, 38, 45, 56, 60, 93).

AVRIG (Brașov). Ș.m. Gheorghe Lazăr cl. IX. Ionescu Maria (6280, 98, 314, 16, 28, 30, 38, 45, 88, 93).

BACĂU. Doroftei Mihai (student inst. pedag.) (6308—12, 17, 66, 67, 69, 70, 75, 76, 89, 94).

Ş.m. 1 cl. IX. Ciochină Silviu (6314, 16, 25, 29, 30, 38, 44, 45, 56, 57, 59, 60, 66, 67). Cl. X. Ghelberg Emil (6257—59, 330, 38, 56, 59 70, 72, 89, 93, 98), Opriş Paul (6208, 10, 12, 13, 15, 17, 20, 23, 24, 29, 32, 34, 36, 38, 41—44, 58, 61, 63, 67, 69—76, 85, 99, 308, 10, 12, 14, 16, 17, 45). Cl. XI. Cartaş Mihaela (6208, 09, 32, 42, 43, 57, 58, 62, 63, 68, 71, 72, 99, 307, 08, 10, 12, 14, 17, 45), Nicoiu Antonel (6260—63, 67, 69, 70, 72, 73, 75, 86, 87, 307). Ş.m. 2 cl. IX. Cosma Aurel (6257—62, 72, 76, 80, 90, 98, 310, 12, 16, 28, 40). Ş.m. 4 cl. X. Buruiană Marcel (6258, 59, 72, 76, 90, 99, 301, 02, 07, 72), Simsensohn Arthur (6357—59, 62, 67, 70, 72, 73, 75, 77, 89).

BALTA ALBĂ (Galaţi). Şc. 8 ani cl. VI. Mocanu Titel (E: 2129, 30, 34, 36, 38, 56, 58, 68, 69).

BAIA DE ARAMĂ (Oltenia). Ş.m. 1 cl. IX. Manolescu Gheorghe (6258, 71, 308, 14, 16, 30, 45, 67, 70, 73, 89).

BAIA MARE. Şc. 8 ani nr. 11 cl. VII. Kapros Ştefan (E: 2123, 28, 30, 33, 35, 36, 38).

Ş.m. 1 cl. VIII. Crăciun Horia (E: 2125, 29, 43, 51, 54, 55, 60, 61, 63, 67; 6356, 70), Sahan Ioan (E: 2108, 13, 16, 18, 22, 25, 29, 31, 38, 51; 6271). Ş.m. 3 cl. VIII. Apşan Dan (E: 2125, 28, 29, 32, 34, 33; 6214, 44).

BAICOI (Ploieşti). Cl. XI. Bercaru Gheorghe (6258, 70, 72—76, 80, 82, 87, 308, 16, 37, 40, 44, 45, 56, 59, 67, 68), Jilăveanu Victor (6257, 59, 60, 70—72, 82, 99, 301, 12, 16, 17, 41).

BEIUŞ (Oradea). Ş.m. 1 cl. VIII. Gavruţă Pascu (E: 2108—10, 13—18, 21).

BISTRIŢA. Ş.m. cl. XI. Buta Grigore (6308, 10, 12, 14, 16, 17, 38, 44, 56 65, 67, 72, 73, 75).

BÎRCA (Oltenia). Ş.m. cl. X. Crînguş Florea (6257—59, 61, 62, 310, 45, 56, 57, 60, 86, 89, 90, 93), Teodorescu Ligiana (6259, 62, 308, 14, 17, 38, 56, 57, 86, 89, 93).

BÎRLAD. Absolvent Popescu Vasile (6257, 62, 65—67, 69, 73, 75, 76, 78, 80, 81, 89, 97, 99, 305, 07, 08, 14, 16, 17).

Şc. 8 ani cl. VII. Agafiţei Silvia (E: 2129, 30, 36, 38, 48, 57, 61, 63, 64, 68).

Ş.m. 2 cl. VIII. Bostaca Ion (E: 2125, 29, 43, 54; 6257, 58, 71). Cl. IX. Agafiţei Alexandru (E: 2129, 37, 43, 54, 55, 60; 6258—60, 67, 71, 75, 80, 92, 316, 28, 38, 45, 54, 67, 72, 93), Postăvaru Elena (E: 2129, 37, 43, 54, 55; 6257, 58, 71, 328, 38, 45, 54). Complexul şcolar cl. VIII. Grigoraş Georgeta (E: 2109, 36, 38, 41, 43, 51, 52).

BLAJ. Ş.m. cl. XI. **Stremţan Nicolae** (6257—66, 69—72, 75—77, 80, 81, 86, 87, 89—91, 93, 300, 01, 08—19, 45).

BOCŞA (Banat). Ş.m. cl. VIII. Iorgovan Gheorghe (E: 2129, 32, 34, 37, 43, 49, 61, 67; 6257, 58, 344, 57, 89). Cl. X. Bocşan Gheorghe (6258—60, 62, 87, 90, 91, 99, 304, 08, 10—12, 14, 16, 17, 22, 23, 28, 33, 37, 42, 44, 45, 65).

BOLINTINUL DIN VALE. Ş.m. cl. VIII. Grigore Nicolae (E: 2129, 30, 36, 38, 48, 54, 57). Cl. IX. Sovărel Eugen (E: 2129, 43, 54, 59, 60, 72, 314, 58, 60, 70, 93).

BORŞA (Vişeu). Ş.m. 1 cl. VIII. Juga Grigore (E: 2123, 30, 34, 38, 43, 52, 55; 6257, 58, 67), Vlad Gh. Ion (E: 2098, 114, 23—25, 36, 38, 50, 53, 58, 59). Cl. IX. Juga Ion (6257—60, 67, 68, 70—75, 302, 70, 72, 74, 93).

BOTOŞANI. Ş.m. 1 cl. VIII. Drăgan Laurenţiu (E: 2143, 47, 49, 51, 61, 62; 6389). Cl. IX. Lazarovici Hary (6257—60, 67, 71, 72, 77, 80, 91, 328, 29, 38, 45, 56, 400). Cl. X. Borcăneanu Sergiu (6258, 59, 71, 72, 75, 345, 56—59, 67, 70, 72). Cl. XI. Alamurianu Gh. (6268, 70, 304, 12, 45, 57, 65, 68, 71—75, 88).

Ş.m. 2 cl. VII. Wagner Richard (E: 2108—11, 13, 14, 16, 17, 20, 21, 23, 25, 30, 36—39, 46, 47, 75).

BOZOVICI (Banat). Ş.m. cl. X. Valuşescu Ilie (6209, 11—13, 15, 17, 24, 26, 42, 43, 53, 58—62, 67, 68, 70—72, 76, 79, 82, 85, 301, 03, 08, 10—12, 14, 16, 17, 45).

BRAD (Hunedoara). Şc. 8 ani cl. VII. Grozea Ghiocel (E: 2128, 30, 34, 36, 38, 42, 47, 51, 61, 64, 68).

Ş.m. cl. VIII. Bruma Vasile (E: 2123, 25, 29—31, 34; 6271).

BRAŞOV. Şc. 8 ani nr. 3 cl. VII. Corniciuc Mircea (E: 2123—25, 28, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 48), Ionaşcu Doina (E: 2123, 30, 36, 38, 48, 58, 61). Sluşaru Ileana (E: 2123, 30, 33, 36, 38, 48, 51, 58, 61). Ursu I. Marian (E: 2153, 56—59, 64, 66).

Absolvent **Coşuleţ Dan** (6257—62, 64, 65, 67, 69—71, 73, 76, 77, 80, 81, 86, 99, 302, 05, 07—09, 11, 17—19, 30, 33, 42, 56, 58, 63, 65, 70, 90, 95, 98). Ş.m. 1 cl. VIII. Apostol Aurelian (E: 2123—26, 29—31, 33—35), Zsido Agnes (E: 2123—25, 28—35; 6258, 71, 74), Zsido Görgy (6257, 58, 61, 62, 71, 74, 75, 85, 93, 99, 301, 03, 07). Ş.m. 4 cl. IX. Pitiş Gheorghe (6316, 30, 45, 56, 57, 59, 68, 70—73, 88, 93; E: 2143, 54, 55, 60, 67).

Ş.m. Unirea cl. VIII. Enache Valeriu (E: 2125, 29, 32, 34, 43, 44; 6258, 71—73, 75, 314). Cl. XI. Dumitraş Dan (6209, 12, 17, 54, 58, 59, 67, 70, 72, 73, 75, 80, 90, 92, 99, 301, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 38, 44, 45).

BRĂNEȘTI (București). Ș.m. cl. X. Dinescu Gabriela Elena (6257—63, 67, 71, 72, 76, 83, 301, 08—10, 12, 14—17, 29, 44, 45).

BRĂILA. Șc. 8 ani nr. 4, cl. VII. Cărbunaru Mihail (E: 2157—59, 61—63, 66, 68).

Ș.m. 1, cl. VIII. Frangu Silvia (E: 2123—26, 29—34; 6271), Petride Horia (E: 2123, 24, 26, 29, 30, 36, 38, 43, 46—50, 54, 58—65, 68), Todirică Alexandru (E: 2129, 36, 38, 43, 46, 54, 55, 60, 61, 67; 6271 389). Cl. X. Frangu Octavian (6259, 65, 70, 74, 76, 80, 82, 90, 91, 304, 05), Lăzărescu Vasile (6212, 58, 59, 62, 67, 71, 72, 76, 99, 301, 08, 12, 14, 16, 17, 20, 38, 45, 56, 66, 67, 70, 73, 75). Cl. XI. Barasch Marian (6257—59, 61, 62, 67, 68, 72, 73, 75, 76, 99), Grosu G. (E: 2657, 59, 61, 62, 71, 73, 76, 99, 317, 56, 70, 73).

Ș.m. 3, cl. VIII. Borîndel Elena (E: 2125, 29, 43, 51, 54, 61, 62), Bucur Camelia (E: 2143, 54, 55, 60—62; 6258, 73, 75, 367).

BREAZA (Ploiești). Ș.m. Aurel Vlaicu, cl. VIII. Cîrtoaje Vasile (E: 2125, 28, 29, 32, 34; 6257, 58, 72, 73).

Liceul militar cl. X. **Puiu Petre** (6259, 63, 74, 76, 86, 87, 90, 91, 303, 20, 22, 26, 30, 33, 37, 40, 43, 44, 50, 56—60, 65—68, 70, 72, 73), **Răducanu** Petre (6258, 62, 71, 80, 310, 12, 17, 20, 30, 45, 67, 88), **Sandu Ion** (6304, 40, 42, 45, 66, 67, 72—75, 89, 93), **Șendrea George** (6257, 58, 61, 62, 67, 71—76, 80, 87, 99, 308, 12, 14, 16, 17, 23, 30, 37, 42, 45), **Nicolae Ion** (6215, 24, 38, 57—59, 61, 62, 67, 70—73, 75, 90, 99, 308, 10—12, 14, 16, 17, 30, 45).

BUCUREȘTI. Șc. 8 ani nr. 23, cl. VII. Georgescu Maria Eugen (E: 2108, 10, 11, 14—17, 20, 23—26, 29, 30, 32; 6333).

Șc. 8 ani nr. 41, cl. VII. Staticescu Ion (E: 2123, 24, 28, 30, 33, 35, 36, 38, 51, 53, 58, 59, 61, 64—66, 68).

Șc. 8 ani nr. 71, cl. VII. Vasiliu Alexandru (E: 2123, 28—30, 33, 35).

Șc. 8 ani nr. 76, cl. VII. Talianu Andrușca (E: 2123, 30, 35, 38, 53, 61, 68), Tiron Liviu (E: 2108—22).

Șc. 8 ani nr. 146, cl. VII. Bidescu Smaranda (E: 2140, 41, 46, 47, 58, 59, 61, 64).

Șc. Vasile Alecsandri, cl. VII. Năstase Adrian (E: 2123, 29, 30, 33, 36, 46, 47, 53, 58, 61, 63, 64).

Absolvenți: **Anca I. Tănase** (6257—61, 63, 66—76, 82, 85, 97, 98, 302, 08, 10—12, 14, 16, 17, 20, 56—63, 65—71, 73, 84, 410—12), Constantinescu Florina (6257, 62, 65, 71, 72, 80, 99, 301, 13, 17, 20, 28, 56, 57, 59, 70), Dobrescu Nicolae (6257—62, 68, 69, 72—76, 85, 92, 301, 15, 30, 45, 56, 65—70, 72, 73, 75, 86, 93), Hajos Ladislau (6257—59, 65, 69, 70, 73, 75, 99, 308—12, 14, 16, 56, 57, 59, 65, 67, 69, 70, 72, 73).

Studenți: Mincinopscki Gh. (6257, 58, 61, 62, 65, 69, 71—73, 90, 97, 305, 08—14, 16—19, 21, 28, 30, 38, 45, 56, 59, 67, 75, 83, 86, 88), Opriș Valentin (6257—60, 62, 97, 99, 307, 09, 11, 16—18), Wittinig Silviu (6257—62, 64—67, 69, 71—76, 79—81, 99, 308—18, 30, 37, 38, 44, 45, 56, 57, 59, 67, 69—73, 75, 87, 90, 93).

Ș.m. N. Bălcescu, cl. VIII. Brăileanu Ana (E: 2108—10, 13—16, 18, 20—23, 24, 26, 29, 45; 6208, 13, 23, 28, 29, 42, 44, 57—59, 67, 71, 72, 74, 75), Croitoru Sabina (E: 2090, 101, 09, 13, 18, 21, 29, 31, 34, 43, 54, 55, 60, 67; 6191, 344, 89), Jifcovici Vladimir (E: 2136, 38, 46, 47, 49, 51, 57, 60, 68), Sbîrnea Mihai (E: 2125, 29, 31; 6257, 58, 71, 72, 74), Teușeanu Cornel (E: 2123—25, 29, 30, 36, 38, 43, 46, 47; 6257, 58). Cl. IX. Cioroianu Mihai (6257, 58, 62, 67—69, 71—73, 75, 77, 79, 80, 85, 89, 93; 6302, 03), Măgureanu Livia (6267, 71—73, 314, 16, 56, 57, 67, 70), Munteanu Corneliu (6137, 43, 54, 55, 60, 213, 58, 71, 73; 6370, 72). Cl. X. Andrei Romulus (6259, 345, 56, 58, 59, 67, 68, 70, 72, 73, 89), Munteanu Mariana (6208, 13, 23, 26, 29, 36, 39, 41, 42, 44, 57—60, 71—75, 77, 80, 90, 92, 304). Cl. XI. Mihăilescu Simona (6208, 09, 43, 57, 62, 67, 71, 310, 14, 16, 17, 44, 45).

Șc.m. 3, cl. VII: Nicolescu Nicolae (E: 2123, 28, 30, 33, 36, 48, 58, 61). Cl. X. Culianu Andrei (6272, 91, 99, 308, 10—14, 17, 29, 56, 58, 70, 89).

Ș.m. 4, cl. XI: Oros Justin (6208—17, 21, 27, 29, 30, 35, 36, 40, 42, 43, 46, 51, 54), Petrișor Theodor (6264, 65, 71, 309, 11, 12, 14, 16, 45, 69).

Rezolvitorii de probleme cu cel puțin 3 evidențieri în 1964, sînt rugați să trimită o fișă cu totalizarea numărului de probleme anunțate în G.M.-B. nr. 1—10 la rubrica rezolvitorilor, precum și adresa lor actuală, în vederea întocmirii clasificării și distribuirii premiilor.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 35—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.-B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate, corect rezolvate și citeț semnate. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit odată cel puțin 8 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și să dea adresa lor exactă.

★

În vederea stimulării elevilor clasei XI premiați la olimpiadele internaționale de matematici și olimpiadele interne (etapă finală), care devin studenți ai facultății de matematică-mecanică sau fizică de la Universități, conducerea Ministerului Învățămîntului a hotărît să li se acorde următoarele forme de sprijin material:

a) bursă în primul an de studii, indiferent de situația lor materială. În următorii ani de studii bursa să fie menținută în aceleași condiții dacă obțin media generală cel puțin 9,00.

b) la începutul primului an de studii să li se acorde cărți și manuale de specialitate în valoare de 500 lei.

c) în vacanțele anului I de studii să fie trimiși cu prioritate la odihnă în taberele studențești (iarna sau vara la alegerea studentului) dacă rezultatele școlare sînt foarte bune.

★

Tirajul fiind limitat, gazetele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștri să se aboneze pentru restul numerelor din 1964. Prețul este de 1,50 lei exemplarul.

Fiecare abonat este rugat să facă cunoscut această publicație și altor colegi, pentru a se abona din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

— Abonamentele se pot face prin oficiile poștale locale.

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 10610

Index 41601

Lei 1,50

E1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) noiembrie 1964

11

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

Anul XV (I), nr. 11 — noiembrie 1964

SUMARUL

pag.

1. Algebra în Europa medievală de Iacob Crişan, Bucureşti 481
2. În legătură cu trisectoarele unui triunghi de Tudor Zamfirescu, Bucureşti 483
3. Cîteva generalizări în legătură cu calculul laturii unor poligoane regulate de Victor Neagoe, Tr. Măgurele 485
4. Note matematice de Dan Voiculescu, Corneliu Popescu, Bucureşti 490
5. Din activitatea cercului de matematică din şcoala medie „Mihai Viteazul", Bucureşti 493
6. Probleme rezolvate (6006, 6018, 6019, 6020, 6022, 6025, 6026, 6029, 6033, 6035) 496
7. Chestiuni de examen (6580—6595) 505
8. Probleme propuse (6596—6626) 509
9. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E : 2220—2232) 515
10. Cărţi noi 517
11. Rubrica rezolvitorilor de probleme 518

ANUL XV (I) **11** NOIEMBRIE

O mare parte din materialele publicate în acest număr a fost asigurată de către filiala Bucureşti a Societăţii de ştiinţe matematice din R.P.R.

COMITETUL DE REDACŢIE

Cristea I., asistent ; *Dincă N.*, profesor ; *Grosu A.*, profesoară ; *Ionescu Bujor C.*, prof univ. emerit ; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct ; *Kiss E.*, conf. univ. (Cluj) ; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj) ; *Muşat I.* prof. ; *Ottescu C.*, profesor ; *Păvăluţ M.*, profesor ; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef ; *Simionescu Gh.*, conf. univ. ; *Ţene L.*, profesoară.

REDACŢIA : Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) nr. 11 noiembrie 1964

ALGEBRA ÎN EUROPA MEDIEVALĂ

IACOB CRIȘAN, profesor, București

În Europa medievală, matematica a pornit de la cunoștințe modeste de aritmetică și geometrie aplicată. În viața de toate zilele lumea se limita la un minim de cunoștințe aritmetice și geometrice: operații elementare cu numere întregi și fracții și la cîteva reguli de măsurare a celor mai simple figuri. Dezvoltarea treptată a forțelor de producție, a producției de mărfuri și a comerțului, construirea orașelor și formarea monarhiilor naționale au dat un impuls general dezvoltării științelor naturii și, în mod special, interesului pentru studiile matematice.

În urma expedițiilor războinice și mai ales, după stabilirea maurilor în Spania de azi (747), datorită călătoriilor cu scop comercial și relațiilor politice și amicale cu califii din Bagdad, literatura filozofică și științifică, bogățiile culturii arabe și ale celei antice devin accesibile europenilor. La cele mai înalte școli din Grenada, Cordova și Sevilla se citeau și se comentau în traducere, lucrările lui Euclid, Archimede, Apollonius și Ptolomeu; de asemenea și lucrările algebriștilor arabi. Pătrunderea cunoștințelor matematice s-a făcut prin traducerea în limba latină a lucrărilor mai importante.

Astfel, *Adelhard de Bath*, în anul 1130, traduce din limba arabă în limba latină, Elementele lui Euclid, iar lucrarea sa „Algoritmi de numero Indorum" nu este altceva decît aritmetica lui Alkwarismi.

Printre alți traducători menționăm pe Abraham Ben Ezra (1097—1167), care a scris și un tratat de aritmetică în care expune sistemul de numerație arab, cu 9 cifre semnificative și zero, operațiile fundamentale și regula de trei.

Gerardo da Cremona (1114—1187) traduce în limba latină, pe lîngă lucrarea de astronomie Almagest a lui Ptolomeu, și o ediție arabă a Elementelor lui Euclid; iar Jordanus Nemorarius publică între altele, un tratat de algebră „De Numeris Datis" (Despre numerele date), cunoscută mai tîrziu de Regiomantus — în care întrebuințează pentru prima dată, literele pentru a desemna cantități cunoscute sau necunoscute. Lucrarea conține probleme cu ecuații liniare și de gradul doi.

În lucrarea sa „Algorithmus Demonstratus" se ocupă cu proprietățile numerelor, rapoarte, puteri și progresii, demonstrînd regulile de aritmetică după aceeași metodă ca în algebră.

Printre cei mai de seamă oameni de știință ai evului mediu, care au adus un aport deosebit în algebră, trebuie să amintim pe Gerbert, în Franța și Leonardo de Pisa, cunoscut sub numele de Fibonacci, în Italia.

Gerbert (930—1003) o personalitate deosebită a timpului său prin cultura sa multilaterală, a scris un tratat despre abac „Regula de abaco computi" (reguli de calcul cu abac), o lucrare de aritmetică „Libellus de numerorum divisione (carte despre împărțirea numerelor) și una de geometrie, cu aplicații la determinarea înălțimilor obiectelor inaccesibile. A rezolvat una din cele mai grele probleme ale timpului său: Să se calculeze laturile unui triunghi dreptunghi cunoscînd ipotenuza și suprafața triunghiului. Notează ipotenuza cu c și suprafața cu h^2, află catetele prin relațiile:

$$\frac{1}{2}(\sqrt{c^2+4h^2}+\sqrt{c^2-4h^2}) \text{ și } \frac{1}{2}(\sqrt{c^2+4h^2}-\sqrt{c^2-4h^2}).$$

Leonardo Fibonacci (adică, filius Bonacci) născut în 1175, în urma mai multor călătorii se familiarizează cu sistemul de numerație arab și ia cunoștință de algebra lui Alkwarismi. După reîntoarcerea sa în Italia (1200), publică în 1202 o lucrare intitulată „Algebra et almuchabola", cunoscută în genere, sub numele de „Liber Abaci", în care explică avantajul sistemului de numerație arab față de cel roman. El arată soluția cîtorva ecuații de gradul al doilea și cîteva metode pentru rezolvarea ecuațiilor nedeterminate. Această lucrare a fost foarte răspîndită și a avut o importanță deosebită în cunoașterea sistemului numeric arab, mai ales printre oamenii de afaceri italieni. Chiar Roger Bacon, scriitor și gînditor al timpului, recomandă algorithmul (adică aritmetica bazată pe notația arabă) ca un studiu necesar.

Putem spune că pe la 1300 sau 1350, sistemul arab era familiar matematicienilor și oamenilor de afaceri italieni.

Reputația lui Fibonacci era așa de mare că, împăratul Frederic al II-lea se oprește în 1225 la Paris, pentru a prezida o dispută matematică. Leonardo trebuia să dezlege mai multe probleme printre care: Să se găsească o linie a cărei lungime x să satisfacă ecuația: $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$. Leonardo arată că geometric, problema este imposibilă, dar află o valoare apropiată a rădăcinii acestei ecuații, calculînd-o cu 9 zecimale.

Printre cei care au adus în această perioadă o contribuție în dezvoltarea algebrei trebuie să mai amintim pe Lucas Pacciolo sau Paccioli (1445—1514), de la care avem cel mai vechi tratat de aritmetică și algebră tipărit: „Suma de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita" (Suma cunoștințelor de aritmetică, rapoarte și proporționalități) (1494). Pentru rezolvarea ecuațiilor de gradul al doilea se dădeau reguli verbale sau chiar în versuri, aceasta din cauză că încă în algebră nu s-a ajuns la simboluri care să dea metodelor algebrei generalitatea proprie.

Astfel, Paccioli pentru rezolvarea ecuației de forma $x^2 + bx = a$ dă următoarea regulă: „Si res et census numero coaequantur, a rebus dimidio sumpto censum producere debes, addereque numero, cujus a radice

totiens talle semis rerum, census latusque redibit", ceea ce în limbaj algebric modern se exprimă:

$$x = -\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}b^2 + a}.$$

Aceasta era forma în care se dădea soluția ecuației de gradul al doilea, iar despre soluția ecuației de gradul al treilea încă nu se putea vorbi.

Lucrările lui Jan Widmann, profesor la Universitatea din Leipzig, primul care începe să predea algebra la universitate și care introduce semnele + pentru adunare și — pentru scădere, precum și lucrarea lui Nicolas Chuquet, care prezintă regulile operațiilor cu numere negative, pregătesc teoreme pentru lucrarea lui François Viète (1540—1603), care poate fi considerat părintele algebrei. El pune bazele calculului algebric, se ocupă de teoria ecuațiilor algebrice și studiază rezolvarea ecuațiilor numerice de grad superior.

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

IN LEGĂTURĂ CU TRISECTOARELE UNUI TRIUNGHI

Fie triunghiul ABC de laturi a, b, c și intersecțiile L, M, N ale trisectoarelor mai apropiate de BC, CA, AB duse prin extremitățile acestor laturi. Notăm intersecțiile $(LM, NB) \equiv A_1$; $(NL, MC) \equiv A_2$; $(MN, LC) \equiv B_1$; $(LM, NA) \equiv B_2$; $(NL, MA) \equiv C_1$; $(MN, LB) \equiv C_2$; $(BB_1\ CC_2) \equiv A'$; $(CC_1,\ AA_2) \equiv B'$; $(AA_1,\ BB_2) \equiv C'$; $(BN, MC) \equiv P$; $(CL, NA) \equiv Q$; $(AM, LB) \equiv R$, iar razele cercurilor $A'BC$, $AB'C$, ABC' le notăm cu R_1', R_2', R_3'.

1. *Pentagoanele* AA_1A_2MN, BB_1B_2NL, CC_1C_2LM *sînt inscriptibile.*

Să notăm $\alpha = \frac{1}{3} \cdot \sphericalangle A$; $\beta = \frac{1}{3} \cdot \sphericalangle B$; $\gamma = \frac{1}{3} \cdot \sphericalangle C$. Se știe că PL și MN sînt perpendiculare, iar triunghiul LMN este echilateral, potrivit teoremei lui Morley. Dreapta PL este bisectoare în triunghiul PBC. Găsim că $\sphericalangle BPC = 60° + 2\alpha$, de unde $\sphericalangle LPC = 30° + \alpha$; apoi $\sphericalangle PA_1L = \sphericalangle NPL - \sphericalangle PLA_1 = \alpha$ și, la fel, $\sphericalangle PA_2L = \alpha$. Deci, pentagonul AA_1A_2MN este inscriptibil.

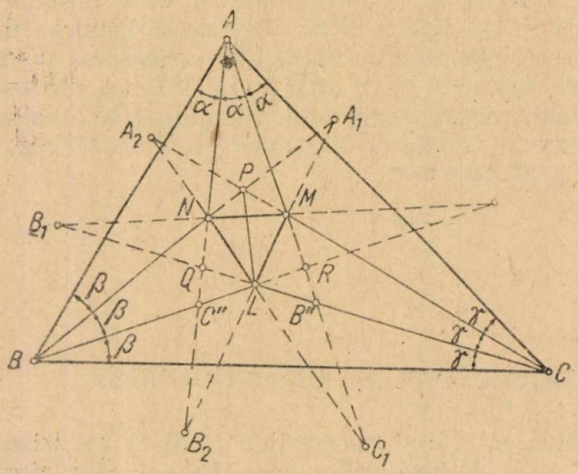
Analog, și pentagoanele BB_1B_2NL și CC_1C_2LM sînt inscriptibile.

2. *Dacă* R_1, R_2, R_3 *sînt razele cercurilor circumscrise acestor pentagoane, atunci*

$$\frac{R_1}{R_1'}\,a = \frac{R_2}{R_2'}\,b = \frac{R_3}{R_3'}\,c.$$

Considerăm cercul BB_1B_2NL. Avem arc $B_1L = 2 \cdot \sphericalangle MNL = 120°$. Deci, $\sphericalangle B_1BC = \sphericalangle B_1BL + \sphericalangle LBC = 60° + \beta$. Analog, $\sphericalangle C_2CB = 60° + \gamma$. Rezultă că $\sphericalangle BA'C = \alpha$. Aplicăm teorema sinusului în triunghiurile

$A'BC$ și ANM: $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R_1'$ pentru triunghiul $A'BC$ și $\frac{d}{\sin\alpha} = 2R_1$ pentru triunghiul ANM, unde d este lungimea laturii triunghiului echilateral LMN. Rezultă, prin împărțire, că $\frac{R_1'}{R_1} = \frac{a}{d}$ sau $d = \frac{R_1}{R_1'}a$. Analog, $d = \frac{R_2}{R_2'}b = \frac{R_3}{R_3'}c$; deci relația este demonstrată.



3. *Triunghiurile A'BC, B'CA, C'AB sînt respectiv asemenea cu triunghiurile ANM, BLN, CML.*

În adevăr, am găsit că $\sphericalangle BA'C = \alpha = \sphericalangle NAM$. Apoi, am văzut de asemenea că $\sphericalangle LPC = 30° + \alpha$; analog, $\sphericalangle MQA = 30° + \beta$. Avem $\sphericalangle ANM = \sphericalangle NQM + \sphericalangle NMQ$; iar $\sphericalangle NMQ$ se știe că este de $30°$ și $\sphericalangle NQM = 30° + \beta$; deci $\sphericalangle ANM = 60° + \beta = \sphericalangle B_1BC$. Rezultă că triunghiurile $A'BC$ și ANM, avînd cîte două unghiuri respectiv egale, sînt asemenea; analog triunghiurile $B'CA$ și BLN precum și $C'AB$ și CML sînt asemenea.

Observăm că în baza asemănării perechilor de triunghiuri de la punctul 3, putem demonstra imediat relația de la punctul 2. Într-adevăr,

$$\frac{R_1'}{R_1} = \frac{a}{d}; \quad \frac{R_2'}{R_2} = \frac{b}{d}; \quad \frac{R_3'}{R_3} = \frac{c}{d}$$

de unde relația căutată rezultă îndată.

4. *Triunghiurile ABC, PQR, LMN sînt două cîte două omologice.*

Se știe că PL, QM și RN sînt concurente; ele, de altfel, s-a precizat că sînt înălțimi în triunghiul LMN. Deci, triunghiurile PQR și LMN sînt omologice. Fiecare dintre ele este omologic cu triunghiul ABC (v. articolul „Izogonale și unghiuri rotite într-un triunghi" din G.M.F.-B, nr. 4, 1963, teoremele I.4 și III.12), deci, afirmația este dovedită.

Atragem atenția că nu era suficientă probarea omologiei a numai două perechi de triunghiuri, deoarece această relație nu este tranzitivă. De exemplu, dintre triunghiurile $PB''C''$, ABC, LMN, unde $B'' \equiv (LC, AM)$ și $C'' \equiv (LB, AN)$, primele și ultimele două triunghiuri sînt omologice (v. același articol) oricare ar fi triunghiul ABC, în timp ce primul și ultimul triunghi sînt omologice dacă și numai dacă triunghiul ABC este isoscel ($AB = AC$). Să dovedim aceasta: dreptele PL, $B''M$, $C''N$ sînt concurente atunci și numai atunci cînd A se află pe mediatoarea PL a lui MN, deci cînd

$\sphericalangle ANM = \sphericalangle AMN$. Dar, $\sphericalangle ANM = 60° + \beta$ şi $\sphericalangle AMN = 60° + \gamma$. Deci, condiţia necesară şi suficientă ca triunghiurile $PB''C''$ şi LMN să fie omologice este ca $\beta = \gamma$ sau $\sphericalangle B = \sphericalangle C$.

5. *Cel puţin două dintre vîrfurile triunghiului PQR se află în exteriorul cercului LMN. Astfel, vîrful P se află în interiorul cercului LMN dacă şi numai dacă triunghiul ABC este obtuzunghic în A.*

Evident, P se află în interiorul, pe circumferinţa sau în exteriorul cercului LMN, după cum $\sphericalangle NPM$ este mai mare, egal sau mai mic decît $180° - \sphericalangle NLM = 120°$. Dar $NPM = 60° + 2\alpha$. Deci P se află în interiorul cercului LMN dacă şi numai dacă $60° + 2\alpha > 120°$ sau $\alpha > 30°$, deci $\sphericalangle A > 90°$. Cum un triunghi are cel mult un unghi obtuz rezultă că cel puţin două dintre vîrfurile triunghiului PQR rămîn în exteriorul cercului LMN.

Vîrful P se află pe cercul LMN dacă şi numai dacă triunghiul ABC este dreptunghic în A.

6. *Laturile triunghiurilor ABC şi LMN sînt antiparalele în raport cu unghiurile sub care se văd laturile respective ale triunghiului ABC din vîrfurile omoloage ale triunghiului LMN.*

Am văzut că $\sphericalangle NB_1L = \beta = \sphericalangle LBC$. Deci patrulaterul BB_1C_2C este inscriptibil. Rezultă că B_1C_2 şi BC sînt antiparalele în raport cu $\sphericalangle BLC$. Analog, C_1A_2 este antiparalelă cu CA faţă de $\sphericalangle CMA$ şi A_1B_2 este antiparalelă cu AB faţă de $\sphericalangle ANB$.

Tudor Zamfirescu, student, Bucureşti

CÎTEVA GENERALIZĂRI ÎN LEGĂTURĂ CU CALCULUL LATURII UNOR POLIGOANE REGULATE

VICTOR EMIL NEAGOE, elev, Turnu Măgurele

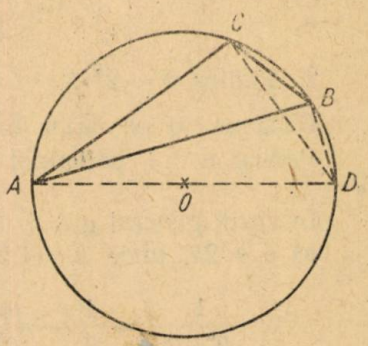
I. Să considerăm în prealabil un cerc de rază R în care se iau în acelaşi sens coardele $AB = a$ şi $AC = b$ $(b < a < 2R)$.

Vom exprima în funcţie de a şi b coarda $BC = x$, corespunzătoare arcului diferenţă BC egal cu (arc AB — arc AC).

Ducînd diametrul AD se poate scrie:

$$AD = 2R\,;\; BD = \sqrt{4R^2 - a^2}\,;$$

$$CD = \sqrt{4R^2 - b^2}\,;$$



Conform teoremei lui Ptolomeu aplicată pentru patrulaterul înscris $ABCD$:

$$AB \cdot CD = BC \cdot AD + AC \cdot BD$$

Înlocuind segmentele cunoscute se obţine:

$$x = \frac{a\sqrt{4R^2 - b^2} - b\sqrt{4R^2 - a^2}}{2R} \qquad (1)$$

II. Fie poligonul regulat cu n laturi înscris în cercul de rază R. Ne propunem să studiem următoarele cazuri:

$$n = 2^\alpha ; (\alpha \geqslant 2) \qquad (1')$$

Pentru $\alpha = 2$ se obține un pătrat a cărui latură se cunoaște $l_4 = R\sqrt{2}$.

Pentru $\alpha = 3$ găsim un octogon regulat a cărui latură se exprimă prin formula $l_8 = R\sqrt{2 - \sqrt{2}}$.

În general latura unui poligon regulat cu 2^α laturi ($\alpha > 2$) este:

$$l_{2^\alpha} = R\sqrt{2 - \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \ldots + \sqrt{2}}}}_{\alpha - 2 \text{ cifre}}} \qquad (2)$$

Această afirmație se poate demonstra ușor prin inducție (A se vedea spre exemplu „*Inducția în geometrie*" de *I. Golovina* și *M. Iaglom*, pag. 10).

În cele ce urmează e necesar să cunoaștem și latura poligoanelor stelate ce se pot obține unind din m în m cele 2^α puncte de diviziune (m fiind impar astfel că $m < 2^{\alpha-1}$).

Putem scrie (notînd cu l'_{2^α} latura ce se cere exprimată):

$$l'_{2^\alpha} = 2R \sin \frac{m\pi}{2^\alpha}, \qquad (3)$$

sau:

$$l'_{2^\alpha} = 2R\left(C_m^1 \cos^{m-1}\frac{\pi}{2^\alpha} \sin\frac{\pi}{2^\alpha} - C_m^3 \cos^{m-3}\frac{\pi}{2^\alpha} \sin^3\frac{\pi}{2^\alpha} + \ldots\right) \qquad (4)$$

Se va ține seama că:

$$\sin\frac{\pi}{2^\alpha} = \frac{l_{2^\alpha}}{2R} = \frac{R\sqrt{2 - \sqrt{2 + \ldots + \sqrt{2}}}}{2R} = \frac{1}{2}\sqrt{2 - \underbrace{\sqrt{2 + \ldots + \sqrt{2}}}_{\alpha - 2 \text{ cifre}}}$$

și

$$\cos\frac{\pi}{2^\alpha} = \sqrt{1 - \sin^2\frac{\pi}{2^\alpha}}.$$

2°. Pentru $n = 2^\alpha \cdot 3$.

Dacă $\alpha = 0$ se obține triunghiul echilateral de latură $l_3 = R\sqrt{3}$.

Pentru $\alpha = 1$ poligonul regulat se reduce la un exagon de latură $l_6 = R$.

În cazul general $\alpha > 1$ distingem următoarele posibilități:

a) $\alpha = 2k$, unde $k = 1, 2, \ldots$ Considerăm relația:

$$\frac{1}{2^\alpha \cdot 3} = \frac{1}{3} - \frac{m}{2^\alpha}, \text{ satisfăcută pentru } m = \frac{2^\alpha - 1}{3}.$$

Se constată că: $2^\alpha - 1 = 4^k - 1 = (3+1)^k - 1 = \mathfrak{M}3 + 1 - 1 = \mathfrak{M}3$ și deci m este un număr natural (întreg pozitiv) impar [impar deoarece $(2^\alpha - 1)$ nu se divide cu 2].

Din relația anterioară rezultă că latura $l_{2^\alpha \cdot 3}$ subîntinde un arc egal cu diferența arcelor determinate de l_3 (latura triunghiului echilateral) și l'_{2^α} latura poligonului stelat cu 2^α laturi obținut prin unirea punctelor de diviziune din m în m, dată de relația (4). Într-adevăr acest arc este egal cu $\frac{1}{2^\alpha \cdot 3}$ din cerc și fracția $\frac{1}{2^\alpha \cdot 3}$ este egală cu diferența $\left(\frac{1}{3} - \frac{m}{2^\alpha}\right)$.

Sîntem într-un caz particular al problemei *I* și latura $l_{2^\alpha \cdot 3}$ este dată de relația (1) în care vom lua: $a = l_3 = R\sqrt{3}$; $b = l'_{2^\alpha}$;

b) $\alpha = 2k + 1$, unde $k = 1, 2, \ldots$ Se consideră relația:

$$\frac{1}{2^\alpha \cdot 3} = \frac{m}{2^\alpha} - \frac{1}{3} \text{ satisfăcută pentru } m = \frac{2^\alpha + 1}{3}$$

Se observă că: $2^\alpha + 1 = 2 \cdot 4^k + 1 = 2(3+1)^k + 1 = \mathfrak{M}3 + 2 + 1 = \mathfrak{M}3$ și deci m e un număr natural impar. Un raționament analog cu cel de la punctul a) arată că latura $l_{2^\alpha \cdot 3}$ se exprimă prin relația (1) în care vom lua:

$$a = l'_{2^\alpha} = 2R \sin \frac{m\pi}{2^\alpha}; \quad b = l_3 = R\sqrt{3}.$$

3°. Dacă $m = 2^\alpha \cdot 5$.

Pentru $\alpha = 0$ poligonul reprezintă un pentagon regulat de latură

$$l_5 = \frac{R}{2}\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}.$$

În cele ce urmează e necesar să cunoaștem și latura pentagonului regulat stelat

$$l'_5 = \frac{R}{2}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}.$$

Pentru $\alpha = 1$ se obține decagonul regulat de latură $l_{10} = \frac{R}{2}(\sqrt{5} - 1)$.

Pentru $\alpha > 1$ se deosebesc următoarele cazuri:

a) $\alpha = 4k$, unde $k = 1, 2 \ldots$ Se consideră relația:

$$\frac{1}{2^\alpha \cdot 5} = \frac{1}{5} - \frac{m}{2^\alpha} \text{ satisfăcută pentru } m = \frac{2^\alpha - 1}{5}$$

Se observă că: $2^\alpha - 1 = 16^k - 1 = (15+1)^k - 1 = \mathfrak{M}5 + 1 - 1 = \mathfrak{M}$ deci m este întreg, pozitiv și impar. Coardele $l_{2^\alpha \cdot 5}$ subîntind un arc $\left(\frac{1}{2^\alpha \cdot 5} \text{ din cerc}\right)$ egal cu diferența arcelor determinate de l_5 și l'_{2^α}. În relația (1) se înlocuiesc $x = l'_{2^\alpha \cdot 5}$; $a = l_5$; $b = l'_2$, dată de (4).

b) Pentru $\alpha = 4k + 1$, unde $k = 1, 2 \ldots$ Se scrie egalitatea:

$$\frac{1}{2^\alpha \cdot 5} = \frac{m}{2^\alpha} - \frac{2}{5} \text{ verificată de } m = \frac{2^{\alpha+1} + 1}{5};$$

Se poate arăta că: $2^{\alpha+1}+1=4^{2k+1}+1=(5-1)^{2k+1}+1=\mathfrak{M}5$.

În relația (1) se consideră:

$$x=l_{2^\alpha\cdot 5};\ a=l'_{2^\alpha};\ b=l'_5=\frac{R}{2}\sqrt{10+2\sqrt{5}}.$$

c) Pentru $\alpha=4k+2$, unde $k=0, 1, 2\ldots$ Se scrie că: $\frac{1}{2^\alpha\cdot 5}=\frac{m}{2^\alpha}-\frac{1}{5}$, relația valabilă pentru $m=\frac{2^\alpha+1}{5}$; Se arată ușor că: $(2^\alpha+1)=\mathfrak{M}5$. În relația (1) se consideră: $x=l_{2^\alpha\cdot 5};\ a=l'_{2^\alpha};\ b=l_5$;

d) Pentru $\alpha=4k+3$ pentru $k=0, 1, 2\ldots$ Se observă că

$$\frac{1}{2^\alpha\cdot 5}=\frac{2}{5}-\frac{m}{2^\alpha},\ \text{de unde}\ m=\frac{2^{\alpha+1}-1}{5}$$

În relația (1) se ia $x=l_{2^\alpha\cdot 5};\ a=l'_5;\ b=l'_{2^\alpha}$;

4) Tot $m=2^\alpha\cdot 15$.

Pentru $\alpha=0$ se obține pentadecagonul regulat. Scriind egalitatea $\frac{1}{15}=\frac{2}{5}-\frac{1}{3}$ se vede că latura l_{15} determină un arc egal cu diferența arcelor determinate de l'_5 și l_3. Punînd în relația (1) $x=l_{15};\ a=l'_5$ și $b=l_3$ vom avea:

$$l_{15}=\frac{\frac{R}{2}\sqrt{(10+2\sqrt{5})(4R^2-3R^2)}-R\sqrt{3\left[4R^2-\frac{R^2}{4}(10-2\sqrt{5})\right]}}{2R}$$

sau:

$$l_{15}=\frac{R}{4}\left[\sqrt{10+2\sqrt{5}}-\sqrt{15}+\sqrt{3}\right] \tag{5}$$

Întrucît în calculele următoare e necesar să cunoaștem și expresia laturii l'_{15} a pentadecagonului stelat obținută prin unirea punctelor de diviziune din 2 în 2, se face observația că:

$\frac{2}{15}=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$; înlocuind în (1); $x=l'_{15};\ a=l_3;\ b=l_5$ rezultă

$$l'_{15}=\frac{R}{4}\left[\sqrt{15}+\sqrt{3}-\sqrt{10-2\sqrt{5}}\right] \tag{6}$$

(Calcularea laturii pentadecagonului regulat printr-un procedeu mai puțin simplu constituie obiectul unei note matematice a prof. *T. Theodoridis* din G.M.F.-B. nr. 10, 1963).

Pentru $\alpha=1$ se obține poligonul regulat cu 30 de laturi a cărui laturi se calculează observînd că:

$\frac{1}{30}=\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$; vom lua în relația (1): $x=l_{30};\ a=l_5;\ b=l_6$.

Pentru $\alpha = 2$ se obține un poligon regulat cu 60 laturi. Pentru că:

$$\frac{1}{60} = \frac{5}{12} - \frac{2}{5}.$$

Putem lua în relația (1): $x = l_{60}$; $a = l'_{12}$; $b = l'_5$.

Latura dodecagonului stelat este $l'_{12} = \sqrt{4R^2 - l^2_{12}}$, iar l_{12} se calculează ca un caz particular al punctului 2°, a) scriind:

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}.$$

Pentru $\alpha > 1$ se consideră cazurile:

a) $\alpha = 4k$ pentru $k = 1, 2, \ldots$ Se folosește egalitatea:

$\frac{1}{2^\alpha \cdot 15} = \frac{1}{15} - \frac{m}{2^\alpha}$ verificată de $m = \frac{2^\alpha - 1}{15}$ (Se arată ușor folosind rezultatele de la 2 și 3 că pentru orice $\alpha = 4k$, m este un întreg pozitiv impar).

În relația (1) se ia $x = l_{2^\alpha \cdot 15}$; $a = l_{15}$, dată de (5); $b = l'_{2^\alpha}$.

b) $\alpha = 4k + 1$; $(k = 1, 2, \ldots)$. Se scrie egalitatea:

$$\frac{1}{2^\alpha \cdot 15} = \frac{m}{2^\alpha} - \frac{2}{15}; \text{ unde } m = \frac{2^{\alpha+1} + 1}{15}.$$

În relația (1) se înlocuiesc: $x = l_{2^\alpha \cdot 15}$; $a = l'_{2^\alpha}$; $b = l'_{15}$, dată de (6).

c) $\alpha = 4k + 2$, unde $k = 1, 2, \ldots$ Se consideră egalitatea:

$$\frac{1}{2^\alpha \cdot 15} = \frac{m}{2^\alpha} - \frac{1}{15}, \text{ satisfăcută de } m = \frac{2^\alpha + 1}{15}$$

În relația (1), se pune: $x = l_{2^\alpha \cdot 15}$; $a = l'_{2^\alpha}$; $b = l_{15}$.

d) $\alpha = 4k + 3$; $(k = 0, 1, 2, \ldots)$. Se ia egalitatea:

$$\frac{1}{2^\alpha \cdot 15} = \frac{2}{15} - \frac{m}{2^\alpha}, \text{ satisfăcută pentru } m = \frac{2^{\alpha+1} - 1}{15}$$

În relația (1) se consideră: $x = l_{2^\alpha \cdot 15}$; $a = l'_{15}$; $b = l'_{2^\alpha}$.

Ca aplicație a celor expuse anterior să calculăm spre exemplu latura poligonului regulat cu $n = 240$ laturi $= 2^4 \cdot 15$ laturi.

Ne încadrăm în condițiile punctului 4, a), pentru $\alpha = 4$.

În acest caz:

$$m = \frac{2^\alpha - 1}{15} = \frac{2^4 - 1}{15} = 1$$

Vom scrie că:

$$\frac{1}{2^4 \cdot 15} = \frac{1}{15} - \frac{1}{2^4}$$

Conform relației (1):

$$l_{240} = \frac{a\sqrt{4R^2 - b^2} - b\sqrt{4R^2 - a^2}}{2R}$$

unde:

$$a = l_{15} = \frac{R}{4}\left[\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{15} + \sqrt{3}\right]$$

și

$$b = l_{16} = R\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}},$$

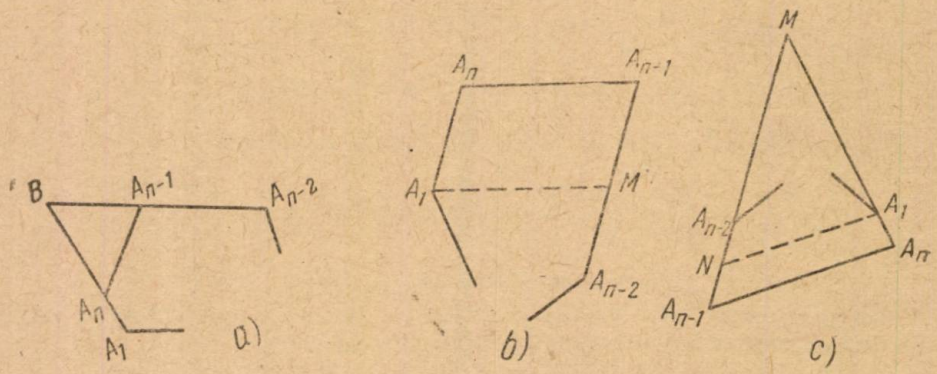
date de formula (5) și de formula (2) pentru $\alpha = 4$.

NOTE MATEMATICE

O CHESTIUNE DE EXTREM GEOMETRIC

Un poligon convex $A_1A_2...A_n$ are toate unghiurile constante și primele $(n-2)$ vîrfuri, fixe. Notînd cu S aria și cu p perimetrul poligonului, ne propunem să determinăm pozițiile vîrfurilor A_{n-1} și A_n pentru care raportul $\frac{S}{p^2}$ este maxim. Vom distinge 3 cazuri ținînd seama de valoarea expresiei $\sphericalangle A_1A_nA_{n-1} + \sphericalangle A_nA_{n-1}A_{n-2}$.

a) Dacă $\sphericalangle A_1A_nA_{n-1} + \sphericalangle A_nA_{n-1}A_{n-2} > 180°$ atunci dreptele A_1A_n și $A_{n-1}A_{n-2}$ se intersectează într-un punct fix B și se formează un



triunghi $A_{n-1}A_nB$ cu unghiuri constante, față de care poligonul $A_1A_2...A_n$ este exterior. Segmentul variabil A_nA_{n-1} se deplasează paralel cu el însuși avînd extremitățile pe dreptele fixe A_1B și respectiv BA_{n-2}.

Pe această bază vom introduce notațiile:

$S_1 =$ aria $A_1A_2...A_{n-2}B$; $S_2 =$ aria $A_{n-1}A_nB$; $p_1 =$ perimetrul $A_1A_2...A_{n-2}B$;

$x = A_nB + A_{n-1}B - A_nA_{n-1}$; $k_1 = \frac{S_1}{p_1^2} = \text{const.}$; $k_2 = \frac{S_2}{x^2} = \text{const.}$

Vom avea:

$$\frac{S}{p^2} = \frac{S_1 - S_2}{(p_1 - x)^2} = \frac{k_1 p_1^2 - k_2 x^2}{(p_1 - x)^2} = f(x).$$

$f(x)$ admite un maxim pentru: $x = p_1$ $\frac{k_1}{k_2} = \frac{S_1 x^2}{p_1 S_2}$,

adică $\frac{S_2}{x} = \frac{S_1}{p_1} = \frac{S_1 - S_2}{p_1 - x} = \frac{S}{p}$.

b) Dacă $\sphericalangle A_1 A_n A_{n-1} + \sphericalangle A_n A_{n-1} A_{n-2} = 180°$, atunci dreptele $A_1 A_n$ și $A_{n-1} A_{n-2}$ sînt paralele. Vom lua un punct M pe $A_{n-1} A_{n-2}$ astfel încît să se formeze paralelogramul $A_1 A_n A_{n-1} M$ cu laturile $A_1 M = A_n A_{n-1}$ constante și toate unghiurile de asemenea constante.

Pe dreptele fixe $A_1 A_n$ și MA_{n-1} alunecă punctele A_n și A_{n-1} astfel încît segmentul $A_n A_{n-1}$ să rămînă paralel cu $A_1 M$, punctul M fiind și el fix.

Dacă notăm $S_1 =$ aria $A_1 A_2 \ldots A_{n-2} M$; $S_2 =$ aria $A_1 M A_{n-1} A_n$; $p_1 =$ perimetrul $A_1 A_2 \ldots A_{n-2} M$; $x = 2A_1 A_n$, atunci există constantele k_1 și k_2 astfel încît $\frac{S_1}{p_1} = k_1$ și $\frac{S_2}{x} = k_2$. Vom avea:

$$\frac{S}{p^2} = \frac{S_1 + S_2}{(p_1 + x)^2} = \frac{k_1 p_1 + k_2 x}{(p_1 + x)^2} = f(x)$$

$f(x)$ admite un maxim pentru $x = \frac{p_1 (k_2 - 2k_1)}{k_2}$. Efectuînd calculele obținem: $k_2 = \frac{2(p_1 k_1 + k_2 x)}{p_1 + x} = \frac{2S}{p}$ adică $\frac{S_2}{x} = \frac{2S}{p}$.

c) Dacă $\sphericalangle A_1 A_n A_{n-1} + \sphericalangle A_n A_{n-1} A_{n-2} < 180°$ atunci dreptele $A_n A_1$ și $A_{n-1} A_{n-2}$ se intersectează într-un punct M. Vom lua N pe $A_{n-1} A_{n-2}$ astfel încît segmentul $A_1 N$ să fie paralel cu segmentul $A_n A_{n-1}$. Se formează un triunghi $MA_n A_{n-1}$ cu unghiuri constante, asemenea cu $MA_1 N$ și care conține în interiorul său poligonul $A_1 A_2 \ldots A_n$.

Pe dreptele fixe $A_1 M$ și $A_{n-2} M$ se mișcă punctele A_n și A_{n-1} astfel încît segmentul variabil $A_{n-1} A_n$ să rămînă paralel cu segmentul fix $A_1 N$.

Vom introduce notațiile: $S_1 =$ aria $A_1 A_2 \ldots A_{n-2} N$; $S_2 =$ aria $A_1 MN$, $S_3 =$ aria $MA_n A_{n-1}$; p_1, p_2, p_3 perimetrele corespunzătoare și $k_1 = \frac{S_1}{p_1^2} =$ $=$ const; $k_2 = \frac{S_2}{p_2^2}$; $k_3 = \frac{S_3}{p_3^2} =$ const. Vom avea:

$$\frac{S}{p^2} = \frac{S_1 - S_2 + S_3}{(p_1 - p_2 + p_3)^2} = \frac{k_1 p_1^2 - k_2 p_2^2 + k_3 p_3^2}{(p_1 - p_2 + p_3)^2} = f(p_3).$$

Schimbarea de variabilă $x = p_3 - p_2$ ne dă:

$$\frac{S}{p^2} = \frac{k_1 p_1^2 + 2k_2 p_2 x + k_2 x^2}{(x + p_1)^2} = f(x).$$

$f(x)$ este maximă pentru $x = \frac{p_1(p_2 k_2 - r_1 k_1)}{k_2(p_2 - p_1)}$, ceea ce echivalează cu $\frac{S_3}{x} = \frac{S_1 - S_2 + S_3}{p_1 - p_2 + p_3} = \frac{S}{p}$.

Aparent, în cele trei cazuri cercetate am obținut soluții diferite. Vom da cele trei rezultate sub o formă care să nu difere de la un poligon la altul. În acest scop se introduce notația Γ_k pentru raza cercului tangent dreptelor $A_{k-2}A_{k-1}$, $A_{k-1}A_k$, A_kA_{k+1} cu centrul în interiorul poligonului $A_1A_2...A_n$. Utilizînd această notație, condițiile a), b), c) se reduc la $\frac{\Gamma_k}{2} = \frac{S}{p}$.

Dintre poligoanele convexe $\mathfrak{A}$ cu n laturi ale căror unghiuri și perimetru sînt constante, aria maximă o are poligonul $\mathfrak{A}_{max}$ circumscris unui cerc.

Demonstrația se face prin reducere la absurd. Să presupunem că vîrfurile A_{k-1} și A_k ale lui $\mathfrak{A}_{max}$ nu satisfac relația $\frac{\Gamma_k}{2} = \frac{S}{p}$. Există atunci poligonul Q care se obține din $\mathfrak{A}_{max}$ prin schimbarea vîrfurilor A_{k-1}, A_k astfel încît $\frac{\Gamma_k}{2} = \frac{S}{p}$ și care are același unghiuri ca și poligoanele $\mathfrak{A}$. Raportul $\frac{S}{p^2}$ al lui Q (și al tuturor poligoanelor asemenea cu el) este mai mare decît același raport al lui $\mathfrak{A}_{max}$. Poligonul Q avînd aceleași unghiuri cu poligoanele $\mathfrak{A}$, are și un poligon $\mathfrak{A}$ cu care este asemenea și a cărui arie trebuie să fie mai mare decît aria lui $\mathfrak{A}_{max}$. Contradicția la care am ajuns demonstrează pentru poligonul $\mathfrak{A}_{max}$ relația: $\Gamma_1 = \Gamma_2 = ... = \Gamma_n = \frac{S}{p}$, condiție necesară și suficientă pentru ca $\mathfrak{A}_{max}$ să fie circumscris unui cerc.

Voiculescu Dan, elev cl. VIII s.m. 21 București

ASUPRA UNEI IDENTITĂȚI CONDIȚIONATE

Este cunoscută următoarea identitate condiționată.

Dacă există relația $x + y + z = xyz$ atunci există și relația $X + Y + Z = XYZ$ unde:

$$X = \frac{x(3 - x^2)}{1 - 3x^2}; \quad Y = \frac{y(3 - y^2)}{1 - 3y^2}; \quad Z = \frac{z(3 - z^2)}{1 - 3z^2}$$

Verificarea directă conduce la calcule laborioase, care pot fi evitate, folosind următoarea relație trigonometrică:

Din relația $\operatorname{tg}(a + b + c) = \frac{\sum \operatorname{tg} a - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c}{1 - \sum \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}$ se deduce pentru cazul $a + b + c = \pi$, că $\Sigma \operatorname{tg} a = \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c$.

Dacă x, y, z fiind reale avem $x + y + z = xyz$, rezultă că pot scrie: $x = \operatorname{tg} a$; $y = \operatorname{tg} b$; $z = \operatorname{tg} c$ cu $a + b + c = \pi$.

În acest caz $\frac{3x-x^3}{1-3x^2}=\frac{x(3-x^2)}{1-3x^2}=\operatorname{tg}3a$ și $\frac{y(3-y^2)}{1-3y^2}=\operatorname{tg}3b$ și $\frac{z(3-z^2)}{1-3z^2}=\operatorname{tg}3c$, iar $\operatorname{tg}(3a+3b+3c)=\frac{\sum X-XYZ}{1-\sum XY}=\operatorname{tg}3\pi=0$ de unde relația cerută $\Sigma X=XYZ$.

Putem obține astfel și alte identități condiționate, cum este următoarea: Dacă $x+y+z+u=xyz+yzu+zux+uxy$ atunci

$$\sum X=\sum XYZ, \text{ unde } X=\frac{4x(1-x^2)}{1-6x^2}, \text{ iar } Y, Z, U.$$

se obține analog cu X.

Observăm că $\operatorname{tg}(a+b+c+d)=\frac{\sum \operatorname{tg}a-\sum \operatorname{tg}a\operatorname{tg}b\operatorname{tg}c}{1-\sum \operatorname{tg}a\operatorname{tg}b+\operatorname{tg}a\operatorname{tg}b\operatorname{tg}c\operatorname{tg}d}$.

Dacă $a+b+c+d=\pi$ atunci $\Sigma\operatorname{tg}a=\Sigma\operatorname{tg}a\ \operatorname{tg}b\ \operatorname{tg}c$ și analog $\operatorname{tg}(4a+4b+4c+4d)=\frac{\sum X-\sum XYZ}{1-\sum XY+XYZU}=\operatorname{tg}4\pi=0$ de unde deducem: $\Sigma X=\Sigma XYZ$.

Corneliu N. Popescu, prof. București

DIN ACTIVITATEA CERCULUI DE MATEMATICI DIN ȘCOALA MEDIE „MIHAI VITEAZUL" DIN BUCUREȘTI

al claselor a IX-a condus de profesorii *Ionescu Florica* și *Țene Lucia*

În lucrarea *Elemente de transformări geometrice* de Constantin Ionescu-Bujor se indică necesitatea studierii în cercurile de matematici cu elevii, a grupului de transformări ce stau la baza conceptului de geometrie.

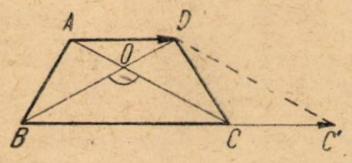


Fig. 1

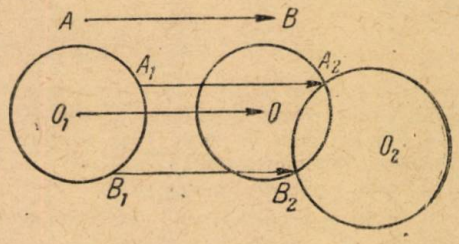


Fig. 2

Urmărind acest scop, cercul de matematici al claselor a IX-a și-a propus să trateze într-o ședință translația.

Iată cum a fost organizată și cum s-a desfășurat ședința.

S-au propus zece probleme referitoare la translație și s-a indicat ca bibliografie cartea „Elemente de transformări geometrice" amintită mai sus și articolul *Metoda vectorială folosită în geometrie* de Gh. D. Simionescu din Gazeta Matematică și Fizică nr. 3/1963.

La ședință au mai luat parte și *Botgros Mihai, Flondor Paul, Necula Mihai* și *Petrescu Șerban*, elevi fruntași din clasa XI, care au vorbit de modul cum s-au pregătit pentru Olimpiade și cum își duc munca ca rezolvitori ai Gazetei Matematice.

Elevul Flondor Paul din cl. XI a ținut un referat despre transformări — reamintind la început noțiunile de calcul vectorial necesare pentru rezolvarea problemelor de translație propuse, — a definit translația și a arătat că noțiunea de vector stă la baza definirii ei.

După ce s-au arătat proprietățile translației s-a trecut la rezolvări de probleme de elevii claselor a IX-a.

Printre problemele lucrate au fost:

I. *Să se construiască un trapez ABCD, cînd se cunosc diagonalele AC și BD, baza AD și unghiul BOC, O fiind punctul de intersecție al diagonalelor.*

Eleva *Habincu Mihaela* dă soluția:

Se aplică translația de vector $\overline{AD}$ diagonalei AC. Se obține triunghiul BDC', care se poate construi și apoi luăm $CC' = AD$. (fig. 1).

II. *Să se construiască un segment de dreaptă de lungime și direcție date, care se sprijină pe două cercuri date.* (fig. 2).

Elevul *Stoenescu Vladimir* prezintă soluția:

Fie cercurile O_1, O_2 și un segment AB de lungime și direcție dată. Aplicăm cercului O_1 o translație de vector AB, obținem cercul O care taie pe O_2 în A_2 și B_2, transformatele a două puncte A_1 și B_1.

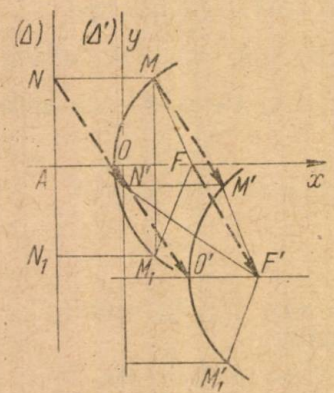


Fig. 3

Segmentele: $A_1A_2 = B_1B_2$ sînt soluțiile problemei. Alte două soluții s-ar putea obține aplicînd cercului O_2 o translație de vector $\overline{BA}$.

Pentru a obține două soluții trebuie îndeplinită condiția:

$$R_2 - R_1 < O_1O_2 < R_1 + R_2$$

dar

$$\overline{OO_2} = \overline{O_1O_2} - \overline{AB}$$

sau

$$R_2 - R_1 < |O_1O_2 - AB| < R_2 + R_1$$

avem numai o soluție, dacă:

$$|\overline{O_1O_2} - \overline{AB}| = R_1 + R_2,$$

sau

$$|\overline{O_1O_2} - \overline{AB}| = R_2 - R_1,$$

cînd cercurile O_1O_2 sînt tangente sau avem soluție dacă:

$$|\overline{O_1O_2} - \overline{AB}| > R_2 + R_1; \quad \text{sau} \quad |\overline{O_1O_2} - \overline{AB}| < R_2 - R_1.$$

III. *Printr-o mișcare de translație, o parabolă se transformă tot într-o parabolă.* Demonstrează eleva Coșereanu Liliana. (fig. 3).

Fie parabola de focar F și de directoare Δ. Dacă M este un punct oarecare al parabolei, avem $MF = MN$. Fie Δ', F', M' transformatele directoarei și a punctelor F și M prin translația de vector V.

Conform proprietăților translației avem $\overline{M'F'} = \overline{M'N'}$, deci locul geometric al punctelor M' este o parabolă avînd ca focar F', transformatul lui F și ca directoare pe Δ' transformata lui Δ.

În continuare elevul *Dobrică George* a arătat că parabola $y = ax^2 + c$ se poate obține printr-o translație a parabolei $y = ax^2$ de vector $\overline{OO'}$, avînd direcția Oy, O și O' fiind vîrfurile celor două parabole.

Analog parabola $y = a(x+m)^2$ se poate obține printr-o translație a parabolei $y = ax^2$ de vector $\overline{OO'}$ *de direcție* Ox.

Ultima problemă a fost următoarea:

Se dă $f_m(x) = x^2 + (m-1)x - 2(m+1)$

Unde m este un parametru.

1° *Să se arate că* $f_m(x)$ *admite un minim* $g(m)$. *Să se calculeze acest minim în funcție de m.*

2° *Să se figureze curba reprezentativă a funcției* $g(m)$. ; $m \in [-10,4]$

3° *Pentru 2 numere* a *şi* b *date curbele reprezentative ale funcţiilor* $f_a(x)$ *şi* $f_b(x)$ *se deduc una din alta printr-o translaţie.*

Pentru punctele 1° şi 2° un elev a scris pe tablă soluţiile:

$$1°\ f_m(x) = \left(x + \frac{m-1}{2}\right)^2 - \frac{(m+3)^2}{4};\quad g(m) = -\frac{(m+3)^2}{4}$$

$$2°\ \begin{array}{c|ccccccc} m & -10 & -7 & -6 & -3 & 0 & 1 & 4 \\ \hline g(m) & -\frac{49}{4} & -4 & -\frac{9}{4} & 0 & -\frac{9}{4} & -4 & -\frac{49}{4} \end{array}$$

La punctul 3° s-au dat următoarele soluţii.

Soluţia dată de elevul *Duman Victor* este:

Vîrfurile parabolelor sînt:

$$S_1\left(\frac{1-a}{2},\ -\frac{(a+3)^2}{4}\right) \text{ şi } S_2\left(\frac{1-b}{2},\ -\frac{(b+3)^2}{4}\right)$$

Proiecţiile pe axe ale vectorului $\overline{S_1S_2}$ sînt

$$u = \frac{1-b}{2} - \frac{1-a}{2} = \frac{a-b}{2} \quad \text{şi} \quad v = \frac{(a+3)^2 - (b+3)^2}{4}$$

Dacă curba C_2 se deduce din curba C_1 printr-o translaţie, aceasta va fi definită prin vectorul $\overline{S_1S_2}$.

Considerînd punctele $M_1(x_1, y_1)$ pe C_1 şi $M_2(x_2, y_2)$ pe C_2, proiecţiile vectorului $\overline{M_1M_2}$ sînt $x_2 - x_1$ şi $y_2 - y_1$.

$$\text{dar } y_2 - y_1 = \left(x_2 + \frac{b-1}{2}\right)^2 - \frac{(b+3)^2}{4} - \left(x_1 + \frac{(a-1)}{2}\right)^2 + \frac{(a+3)}{4}$$

$$y_2 - y_1 = (x_2 - x_1 - u)\left(x_2 + x_1 + \frac{b-1}{2} + \frac{a-1}{2}\right) + v.$$

Dacă $x_2 - x_1 = u$ atunci $y_2 - y_1 = v$.

In consecinţă translaţia de vector $\overline{S_1S_2}$ transformă curba C_1 în C_2.

Elevul *Popescu Ialomiţa Cristian* dă o altă soluţie:

Fie $M_1(x_1, y_1)$ un punct pe curba C_1

$$y_1 = \left(x_1 - \frac{(1-a)}{2}\right)^2 - \frac{(a+3)^2}{4}.$$

Transformatul punctului M_1 prin translaţia de vector $\overline{S_1S_2}$ va fi

$$M_2\left(x_1 + \frac{a-b}{2},\ y_1 + \frac{(a+3)^2}{4} - \frac{(b+3)^2}{4}\right).$$

Se observă uşor că, coordonatele punctului M_2 verifică ecuaţia curbei C_2.

$$y_1 + \left(\frac{a+3}{2}\right)^2 - \left(\frac{b+3}{2}\right)^2 = x_1 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b+3}{2}\right)^2,$$

$$y_1 + \frac{(a+3)^2}{4} = \left(x_1 - \frac{1-a}{2}\right)^2.$$

Pentru şedinţa următoare s-a recomandat studierea transformării prin rotaţie.

Şedinţa a durat 2 ore.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 6006

În urma automatizării procesului de producție, într-o fabrică se produc în a ore cu b piese mai mult decît în trecut.

a) *Cîte piese se produceau în trecut în a ore și cîte se produc în prezent în același timp, știind că acum fabrica execută o piesă într-un timp cu c ore mai scurt decît înainte?*

b) *Ce relație trebuie să existe între a, b, c pentru ca producția actuală să fie dublă față de trecut?*

Aplicația numerică pentru acest caz: $b = 3$ piese; $a = 5$ ore. Să se determine c.

N. Gal, Oradea (Olimpiadă, școli tehnice maiștri)

Soluție dată de *Popa Eugen*, elev Iași, — a) Fie x numărul pieselor ce se produceau în trecut în a ore și $x + b$ numărul pieselor ce se produc acum în a ore. O piesă se executa în trecut în $\frac{a}{x}$ ore, iar în prezent se execută în $\frac{a}{x+b}$ ore. Deoarece o piesă se execută acum într-un timp cu c ore mai scurt decît înainte, formăm ecuația: $\frac{a}{x} = \frac{a}{x+b} + c$;

$cx^2 + bcx - ab = 0$. De unde: $x = \frac{-bc \pm \sqrt{b^2c^2 + 4abc}}{2c}$

Convine numai rădăcina $x = \frac{\sqrt{b^2c^2 + 4abc} - bc}{2c}$, cealaltă fiind evident negativă. Deci, în trecut se executau: $\frac{\sqrt{b^2c^2+4abc}-bc}{2c}$ piese în a ore, iar acum se execută $\frac{\sqrt{b^2c^2+4abc}+bc}{2c}$ piese în a ore.

Pentru ca problema să aibă sens trebuie să ne rezulte un număr întreg de piese și deci a, b și c nu pot fi luate la întîmplare.

b) Producția actuală trebuie să fie dublă față de trecut deci:

$$\frac{\sqrt{b^2c^2+4abc}+bc}{2c} = 2 \cdot \frac{\sqrt{b^2c^2+4abc}-bc}{2c}; \quad \sqrt{b^2c^2+4abc} - 3bc = 0;$$

$$\sqrt{b^2c^2 + 4abc} = 3bc; \quad b^2c^2 + 4abc = 9b^2c^2; \quad abc = 2b^2c^2; \quad a = 2bc.$$

Pentru aplicația numerică: $c = \frac{a}{2b}$; $c = \frac{5}{2 \cdot 3} = \frac{5}{6} = 50$ min.

Problema 6018

Să se arate că: $x^{29}+x^{19}+1$ *se divide cu* x^2+x+1; $x^{24}-x^{13}-x^7+x^6+1$ *se divide cu* $(x^5+1):(x+1)$; $x^{3m+2}+x^{3n+1}+x^{3p}$ *se divide cu* $(x^3-1):(x-1)$, m, n, p *fiind numere naturale.*

Benone Săvulescu, Buzău

Soluție dată de *V. Crișan,* elev Aiud. Rezolvarea problemei propuse revine la a arăta că dacă

$x^2+x+1=\frac{x^3-1}{x-1}=0$, atunci și $x^{3m+1}+x^{3n+1}+x^{3p}=0$. Avem $x^{3m+2}+x^{3n+1}+x^{3p}=x^{3m}\cdot x^2+x^{3n}\cdot x+x^{3p}$. Din ipoteza făcută obținem $x^3-1=0$ sau $x^3=1$ și deci:

$$x^{3m+2}+x^{3n+1}+x^{3p}=1\cdot x^2+1\cdot x+1=x^2+x+1=0.$$

Rezultă că $x^{3m+2}+x^{3n+1}+x^{3p}$ este divizibil cu x^2+x+1. Pentru $m=9$, $n=6$ și $p=0$, deducem că $x^{29}+x^{19}+1$ se divide cu x^2+x+1.

Pentru partea rămasă procedăm la fel. Fie $\frac{x^5+1}{x+1}=x^4-x^3+x^2-x+1=0$.

Să arătăm că în acest caz și $x^{24}-x^{13}-x^7+x^6+1=0$. Vom avea $x^{24}-x^{13}-x^7+x^6+1=x^{20}\cdot x^4-x^{10}\cdot x^3-x^5\cdot x^2+x^5\cdot x^1+1$ și $x^5+1=0$ sau $x^5=-1$. Rezultă că $x^{20}=1$, $x^{10}=1$, $x^5=-1$, deci $x^{24}-x^{13}-x^7+x^6+1=x^4-x^3+x^2-x+1=0$. Cu acestea putem spune că cele două polinoame sînt divizibile respectiv cu $(x^3-1):(x-1)$ și $(x^5+1):(x+1)$

Problema 6019

Fie punctele $A(2a, 0)$, $B(0, 2b)$ *și* M *mobil pe dreapta* $bx+ay-ab=0$. *Se cere:*

a) Ecuația locului geometric al centrului de greutate al triunghiului ABM; *b) Poziția punctului* M *pentru care* $AM+BM$ *este minimă; c) Ecuațiile dreptelor* AM *și* MB *precum și aria triunghiului* ABM *pentru poziția,* M *de la punctul de mai sus.*

C. Tempeanu, Hunedoara

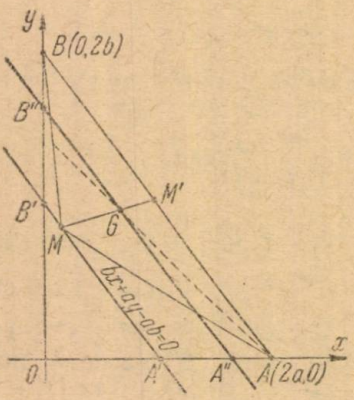
Soluție dată de *Șabac Călin,* cl. XI ș.m. 20 București, a) În triunghiul ABM, AB este fixă, deci și M', mijlocul lui AB este fix; punctul M descrie dreapta $bx+ay-ab=0$; punctul G împarte segmentul variabil MM' în raportul constant $\frac{GM'}{GM}=-\frac{1}{2}$. În aceste condiții se poate afirma că, locul geometric al punctelor G care împart segmentul variabil MM' în raportul $-\frac{1}{2}$ este o dreaptă $A''B''$ paralelă cu dreapta $bx+ay-ab=0$ și în cazul de față, cu AB.

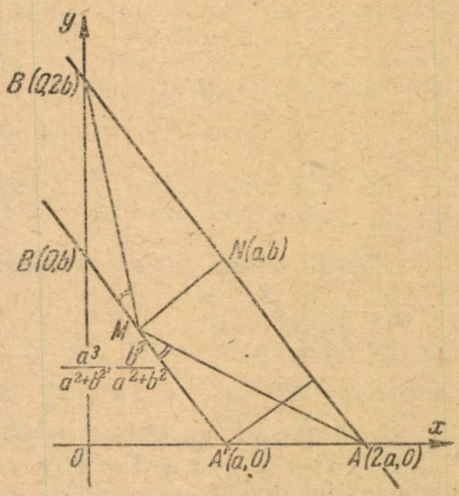
Dreapta $bx + ay - ab = 0$ taie axele în punctele A' (a, o) și B' (o, b). Considerînd pozițiile cînd M coincide cu A' sau B' din rapoartele

$$\frac{A''A}{A''A'} = -\frac{1}{2} \text{ și } \frac{B''B}{B''B'} = -\frac{1}{2}, \text{ scoatem: } A''\left(\frac{5a}{3}, 0\right) \text{ și } B''\left(0, \frac{5b}{3}\right).$$

De unde ecuația dreptei loc geometric este

$$\frac{x}{\frac{5a}{3}} + \frac{y}{\frac{5b}{3}} - 1 = 0 \text{ sau: } 3bx + 3ay - 5ab = 0.$$





Altă metodă. Se scriu coordonatele punctului

$$G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right),$$

unde x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3 sînt coordonatele vîrfurilor triunghiului ABM. Dar $M \in bx+ay-ab=0$ înseamnă că $M\left(\lambda, \frac{b(a-\lambda)}{a}\right)$. Coordonatele lui

$$G \text{ sînt } x = \frac{1}{3}(2a + \lambda) \text{ și } y = (3a - \lambda)\frac{b}{3a}. \quad (1)$$

Ecuația carteziană a locului geometric obținută din ecuațiile parametrice (1) va fi

$$y = \frac{b(3a - 3x + 2a)}{3a}, \text{ sau } 3bx + 3ay - 5ab = 0.$$

b) $AM+BM$ e minimă cînd AM și BM au aceeași înclinație față de dreapta $bx + ay - ab = 0$. Altfel spus, cînd $\sphericalangle BMB' = \sphericalangle AMA'$, înseamnă că punctul M se va găsi pe mediatoarea segmentului AB.

Fie N mijlocul segmentului AB; cunoscînd $N(a, b)$ și

$$m_{MN} = -\frac{1}{m_{AB}} = \frac{a}{b},$$

MN, perpendiculară pe AB, putem obține ecuația dreptei MN:

$$y - b = \frac{a}{b}(x - a) \text{ sau: } ax - by + b^2 - a^2 = 0.$$

Coordonatele punctului M vor fi date de intersecția dreptelor MN și $bx+ay-ab=0$. Rezolvînd sistemul

$$\begin{cases} ax - by + b^2 - a^2 = 0 \\ bx + ay - ab = 0 \end{cases}$$

obținem: $x = \frac{a^3}{a^2+b^2}$; $y = \frac{b^3}{a^2+b^2}$

$AM+BM$ e minimă cînd M are coordonatele $x = \frac{a^3}{a^2+b^2}$, $y = \frac{b^3}{a^2+b^2}$.

c) *Ecuațiile dreptelor AM și BM. Aria triunghiului cînd M are coordonatele de mai sus. Formăm determinantul*

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2a & 0 & 1 \\ a^3 & b^3 & a^2+b^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Dezvoltăm și obținem ecuația dreptei MA: $b^3x+a(a^2+2b^2)y+2ab^3=0$ din dezvoltarea determinantului

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 2b & 1 \\ a^3 & b^3 & a^2+b^2 \end{vmatrix} = 0$$

obținem ecuația dreptei MB: $b(b^2+2a^2)x + a^3y - 2a^3b = 0$.
Aria triunghiului ABM este ab.

Problema 6020

Să se demonstreze că:

$$\frac{1}{1\cdot p} + \frac{1}{p(2p-1)} + \frac{1}{(2p-1)(3p-2)} + \ldots + \frac{1}{[(p-1)n-p+2][(p-1)n+1]} = \frac{n}{(p-1)n+1}.$$

I. Popescu, Arad

Soluție dată de *Popescu I. Eleodor*, Tr. Severin. Vom demonstra prin metoda inducției matematice. Pentru $n=1$ avem:

$S_1 = \frac{1}{1\cdot p} = \frac{1}{(p-1)\cdot 1+1}$. Dacă $S_n = \frac{n}{(p-1)n+1}$, să arătăm că

$S_{n+1} = \frac{n+1}{(p-1)(n+1)+1}$. Dar avem:

$$S_{n+1} - \frac{1}{1\cdot p} + \frac{1}{p(2p-1)} + \ldots + \frac{1}{[(p-1)n-p+2][(p-1)n+1]} +$$
$$+ \frac{1}{[(p-1)(n+1)-p+2][(p-1)(n+1)+1]} -$$
$$= S_n + \frac{1}{(pn-n+p-1-p+2)[(p-1)(n+1)+1]} =$$
$$= \frac{n}{(p-1)n+1} + \frac{1}{[(p-1)n+1][(p-1)(n+1)+1]}$$
$$= \frac{n(p-1)(n+1)+n+1}{[(p-1)n+1][(p-1)(n+1)+1]}$$
$$= \frac{(n+1)[n(p-1)+1]}{[(p-1)n+1][(p-1)(n+1)+1]} = \frac{n+1}{(p-1)(n+1)+1}.$$

Deci, relația dată este adevărată pentru orice n natural.

Problema 6022

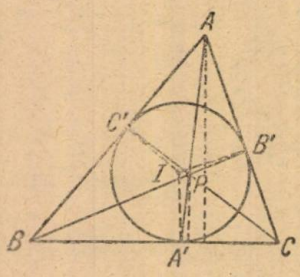
În triunghiul ABC notăm cu A', B', C' punctele de tangență ale cercului înscris cu laturile BC, CA, AB. Fie $P \equiv (AA', BB', CC')$. Notăm cu S_a, S_b, S_c ariile triunghiurilor PBC, PAC, PAB, iar cu S aria triunghiului ABC. Să se demonstreze relația:

$$\frac{S}{S_a} + \frac{S}{S_b} + \frac{S}{S_c} = \frac{r_a + r_b + r_c}{r}.$$

* * *

Soluție dată de *G. G. Niculescu*, student București. Punctul P se numește punctul lui Gergonne. Mai știm că $AB' = AC' = p-a$; $BC' = BA' = p-b$; $CA' = CB' = p-c$. Dacă ținem seama că triunghiurile ABC și PBC au aceeași bază obținem: $\frac{S}{S_a} = \frac{AA'}{PA'}$.

Dar, în virtutea relației lui Van Aubel avem:



$$\frac{AP}{PA'} = \frac{p-a}{p-b} + \frac{p-a}{p-c} = \frac{r_b}{r_a} + \frac{r_c}{r_a}$$

și atunci:

$$\frac{S}{S_a} = 1 + \frac{AP}{PA'} = 1 + \frac{r_b + r_c}{r_a} = \frac{r_a + r_b + r_c}{r_a}$$

În mod analog:

$$\frac{S}{S_b} = \frac{r_a + r_b + r_c}{r_b}, \quad \frac{S}{S_c} = \frac{r_a + r_b + r_c}{r_c}.$$

Adunînd aceste relații și ținînd seamă că $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$ găsim

$$\frac{S}{S_a} + \frac{S}{S_b} + \frac{S}{S_c} = \frac{r_a + r_b + r_c}{r}.$$

Problema 6025

Să se determine intervalele pe care poate fi definită funcția

$$f(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x}}$$

pentru a admite funcție inversă și să se stabilească fără derivate funcția inversă.

R. Ciurea, Brașov

Soluție dată de *Șabac Călin*, cl. XI. Ș.m. 20 București. Notăm cu E expresia de sub radical. Deoarece funcția radical de ordinul doi este definită pe mulțimea numerelor pozitive, punem condiția:

$E=\frac{x+1}{x}=\frac{x(x+1)}{x^2}\geqslant 0$ și $x\neq 0$ pentru ca expresia să aibă sens.

Din condiția $\frac{x(x+1)}{x^2}\geqslant 0$ reiese $x(x+1)\geqslant 0$, de unde $x\in(-\infty,-1]\cup(0,+\infty)$.

Dat fiind faptul că E are același domeniu de definiție cu $f(x)$ putem spune că $f(x)$ *e* definită pe reuniunea intervalelor $(-\infty,-1]$ și $(0,+\infty)$.

Pentru a admite funcție inversă pe aceste intervale, funcția $f(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x}}$ trebuie să fie strict monotonă:

pentru $x\in(-\infty,-1]$, $f(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x}}$ este strict descrescătoare fiindcă: pentru $x_2<x_1<-1<0$; $\frac{1}{x_1}<\frac{1}{x_2}$; $1+\frac{1}{x_1}<\frac{1}{x_2}+1$ sau $\frac{x_1+1}{x_1}<\frac{x_2+1}{x_2}$, adică $f(x_1)<f(x_2)$. Pentru $x\in(0,+\infty)$, $f(x)$ este tot strict descrescătoare căci $0<x_2<x_1$ implică $0<\frac{1}{x_1}<\frac{1}{x_2}$; sau $0<\frac{x_1+1}{x_1}<\frac{x_2+1}{x_2}$. Deasemenea $f(x_1)<f(x_2)$.

Funcția $f(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x}}$ admite o inversă unică pe intervalele $(-\infty,-1]$, $(0,+\infty)$.

Funcția inversă $f^{-1}(x)$, o obținem rezolvînd ecuația $y^2=\frac{x+1}{x}$ în raport cu x. Avem $x(y^2-1)=1$, de unde scoatem $x=\frac{1}{y^2-1}$.

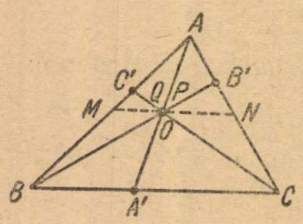
Prin urmare $f^{-1}(x)=\frac{1}{x^2-1}$, unde $x\in[0,1)\cup(1,+\infty)$.

Problema 6026

Pe laturile AB și AC ale unui triunghi ABC luăm punctele C' respectiv B', astfel ca să avem relația $\frac{AC'}{C'B}+\frac{AB'}{B'C}=1$. *Să se arate că BB' și CC' se intersectează pe linia mijlocie corespunzătoare laturii BC.*

Gh. Szöllosy, Sighet

Soluția I dată de *Popescu Eleodor*, elev Tr. Severin. Dreapta BB' taie în punctul P pe MN (linia mijlocie), iar CC' în punctul Q. Vom avea:



$$\frac{B'N}{B'C}=\frac{PN}{BC},\ \text{însă}\ B'N=B'C-\frac{AC}{2}=B'C-\frac{AB'+B'C}{2}=\frac{B'C-AB'}{2}.$$

Deci,

$$\frac{PN}{BC}=\frac{B'C-AB'}{2}\cdot\frac{1}{B'C}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{AB'}{B'C}\quad(1)$$

Analog deducem $\frac{MQ}{BC}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{AC'}{C'B}\right)$ (2)

Adunăm relațiile (1) și (2):

$$\frac{PN+MQ}{BC}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{AB'}{B'C}+\frac{AC'}{C'B}\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

deci, $MQ+PN=\frac{1}{2}BC=MN$, astfel că punctele P și Q se confundă.

Soluția II dată de *Popovici Cornel*, elev *Lugoj*. Fie O intersecția lui BB' cu CC', iar A' intersecția lui AO cu BC. Aplicăm teorema lui Menelaus în triunghiul $AA'C$ cu transversala BB': $\frac{B'C}{B'A}\cdot\frac{OA}{OA'}\cdot\frac{A'C}{BC}=1$.

La fel pentru triunghiul $AA'B$ cu transversala CC': $\frac{C'B}{C'A}\cdot\frac{OA}{OA'}\cdot\frac{A'B}{BC}=1$. Adunînd aceste relații și ținînd seama de relația din enunț rezultă că intersecția dreptelor BB' și CC' se va găsi pe linia mijlocie corespunzătoare laturii BC.

Soluția III dată de *Crișan Victor*, elev Aiud și *G. G. Niculescu*, student București. Fie:

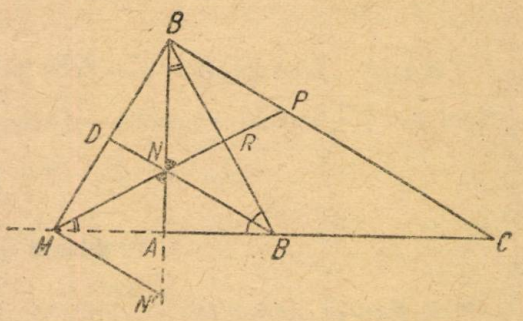
$$O\equiv(BB';\ CC'),\ \text{iar}\ A'\equiv(AO;\ BC).$$

Conform teoremei lui Van Aubel avem: $\frac{AC'}{C'B}+\frac{AB'}{B'C}=\frac{AO}{OA'}$.

Dar $\frac{AC'}{C'B}+\frac{AB'}{B'C}=1$, deci, $\frac{AO}{OA'}=1$ adică, O se află pe linia mijlocie corespunzătoare laturii BC.

Problema 6029

Se dă un triunghi dreptunghic BAC avînd unghiul drept în A. Bisectoarea unghiului B taie latura AC în B', iar bisectoarea unghiului AB'B taie latura AB în N. Se cere: a) Să se ducă o secantă prin N care să taie latura BC în P, iar prelungirea laturii CA (de la C spre A) în M, astfel ca triunghiurile BNP și MNN' să fie egale, unde N' este simetricul punctului N față de latura CA. Ce poziție are secanta MNP față de bisectoarea BB'? b) Să se arate că în condițiile de la punctul precedent B'D este perpendiculară pe BM, D fiind punctul de intersecție al dreptelor B'N și BM. c) Să se demonstreze că triunghiul B'BM este isoscel.



Gh. Petrescu, profesor Pitești

Soluție. a) Luăm $B'M = B'B$ și secanta MN taie în R pe BB' și în P pe BC. Se observă ușor că triunghiurile $BB'N$ și $MB'N$ sînt egale. Rezultă că $BN = NM$ și $\sphericalangle NBB' = \sphericalangle NMB'$. Ținînd seamă de aceste relații deducem ușor că triunghiurile BNR și MNA sînt egale. Deci, $\sphericalangle BRN = \sphericalangle MAN = 90°$.

Triunghiurile BNP și MNN' sînt evident isoscele și au $BN = MN$, ele sînt egale. Am găsit că $\sphericalangle BRN = 90°$ deci, secanta MNP este perpendiculară pe BB'.

b) În triunghiul BMB', N este ortocentrul căci MR și BA' sînt înălțimi, deci și dreapta $B'ND$ este înălțime.

c) Triunghiul $BB'M$ este isoscel, căci în construcția de la punctul a) am luat $BB' = MB'$.

Problema 6033

Să se arate că:

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \sin a\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \sin a\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \cos a\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos a\right) = 0$$

$$(\cos a + \sqrt{\cos 2a})(\cos a - \sqrt{\cos 2a}) + (\sin a + \sqrt{-\cos 2a})$$

$$(\sin a - \sqrt{-\cos 2a}) = 1.$$

C. Ionescu-Țiu

Soluție. Avem succesiv: $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \sin a\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \sin a\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} +\right.$

$$+\cos a\left)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\cos a\right)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\operatorname{siu}^2 a+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\cos^2 a=$$

$$=\frac{2}{4}-\sin^2 a+\frac{2}{4}-\cos^2 a=1-\sin^2 a-\cos^2 a=0$$

$$(\cos a+\sqrt{\cos 2a})(\cos a-\sqrt{\cos 2a})+(\sin a+\sqrt{-\cos 2a})\cdot$$

$$\cdot(\sin a-\sqrt{-\cos 2a})=\cos^2 a-(\sqrt{\cos 2a})^2+\sin^2 a-(\sqrt{-\cos 2a})^2=$$

$$=1-\cos 2a-(-\cos 2a)=1.$$

Problema 6035

Prin focarul parabolei $y^2=2px$ se duce o dreaptă variabilă care o întîlnește în două puncte M și N.

a) *Să se arate că produsul distanțelor acestor puncte la axa parabolei este de patru ori produsul distanțelor lor la tangenta în vîrf.*; b) *Cum trebuie dusă dreapta prin focar, astfel ca proiecția segmentului interior parabolei pe axa parabolei să aibă lungimea $p\sqrt{3}$?*

Emil Isac, Tîrgu Jiu

Soluție dată de *Arsene N. Ion*, elev București. a) Fie $y=\lambda\left(x-\frac{p}{2}\right)$ ecuația dreptei MN dusă prin focar ($\lambda\neq 0$. Abscisele celor două puncte de intersecție sînt date de ecuația $4\lambda^2x^2-4p(\lambda^2+2)x+\lambda^2p^2=0$.

Notînd cu x_1, x_2 cele două rădăcini avem $x_1x_2=MP\cdot NQ=\frac{p^2}{4}$. unde P și Q sînt respectiv proiecțiile punctelor M și N pe tangenta la vîrf. Deoarece $y_1^2=2px_1$ și $y_2^2=2px_2$, obținem $y_1y_2=MM'\cdot NN'=4x_1x_2$, adică $MM'\cdot NN'=4MP\cdot NQ$, unde M', N' sînt proiecțiile lui M și N pe axa parabolei.

b) Proiecția lui MN pe axă este segmentul:

$$M'N'=|OM'-ON'|=|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$$

$$M'N'=\sqrt{\frac{p^2(\lambda^2+2)^2}{\lambda^4}-p^2}=\frac{2p}{\lambda^2}\sqrt{1+\lambda^2}$$

Scriind că $M'N'=p\sqrt{3}$, obținem ecuația $3\lambda^4-4\lambda^2-4=0$, care dă $\lambda^2=2$, adică $\lambda=\pm\sqrt{2}$, ceea ce înseamnă că segmentele de dreaptă $y=\pm\sqrt{2}\left(x-\frac{p}{2}\right)$ interior parabolei se proiectează pe axa ei în mărimea $p\sqrt{3}$.

CHESTIUNI DE EXAMEN*

Subiectele lucrărilor scrise date la admiterea în învățămîntul superior Institutul Politehnic București — Facultățile de Mecanică, Electro, Transporturi, 1964

6580. Se dă sistemul:

$$x^2+y^2=4(a^2+1);\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=a$$

în care a este un parametru. Se cere:

a) Să se rezolve sistemul; b) Să se determine valorile lui a pentru care sistemul are toate soluțiile reale și în acest caz, să se arate că nu există valori întregi ale lui a, astfel încît toate soluțiile sistemului dat să fie raționale. c) Să se determine valorile lui a astfel încît în sistemul dat să avem $xy=-2$.

6581. Se dă funcția

$$f(x)=\frac{x^2+4x-12}{4x-12}.$$

Se cere: Să se studieze variația acestei funcții și să se reprezinte grafic. b) Să se determine valorile lui m pentru care sistemul

$$y=\frac{x^2+4x-12}{4x-12},\ y=m(x-3)$$

are soluții reale.

6582. Se dă ecuația

$$\frac{1}{\sin(a+x)}+\frac{1}{\sin(a-x)}=\frac{2}{\sin a}$$

în care necunoscuta este x, iar a este un parametru. Se cere:

a) Să se determine valorile lui $\cos x$; b) în cazul particular cînd $a=\pi/4$ să se determine toate soluțiile ecuației.

6583. Se dă un triunghi dreptunghic ABC avînd catetele $AC=2a$, $AB=2a\sqrt{2}$. Fie A', B', C' mijloacele laturilor triunghiului ABC și P punctul de întîlnire al medianelor. Se cere:

a) Să se calculeze lungimile medianelor AA', BB', CC' și să se deducă egalitățile:

$$\frac{PA}{PC}=\frac{AC}{AB}=\frac{AC'}{AC}.$$

*) La aceste probleme se primesc soluții pînă la 1 martie 1965.

b) Să se arate că medianele AA' și CC' sînt perpendiculare și că patrulaterul $PA'CB'$ este inscriptibil.

6584. Fie ABC un triunghi dreptunghic în A. Cercul cu centrul în C și raza CA intersectează ipotenuza BC în E, iar cercul cu centrul în B și raza BA intersectează ipotenuza BC în D. Notăm cu TT' o tangentă comună la cele două cercuri și $AB = c$, $AB = b$. Se cere:

a) Să se calculeze lungimea segmentului ED; b) Dacă I este piciorul înălțimii din A în triunghiul ABC, să se arate că avem:

$$EI(b+IC)=ID(IB+c)=BI\cdot IC.$$

6585. Se consideră un triunghi dreptunghic ABC ale cărui catete sînt $AB = c$ și $AC = b$, iar înălțimea este AD. Se cere:

a) Să se calculeze în funcție de b și c segmentele AD, BD, CD precum și proiecțiile lor pe catetele AB, AC; b) se rotește triunghiul ADC în jurul lui AC, iar triunghiul ADB în jurul lui AB. Să se calculeze volumele corpurilor obținute și raportul lor; c) să se calculeze ariile celor două corpuri obținute și raportul acestor arii.

Facultățile de chimie industrială și metalurgie
(6586—6588)

6586. Într-o progresie aritmetică suma primilor 3 termeni este 24, iar suma pătratelor acestor 3 termeni este 210. Se cere:

a) Să se calculeze acești termeni ai progresiei; b) să se calculeze cîți termeni trebuie adunați din progresie ca suma lor să fie 185; c) Să se arate dacă există un număr de termeni ai progresiei care adunați să dea suma $a = 200$; d) Ce relații trebuie să satisfacă numărul a pentru ca problema de la punctul 3 să fie posibilă.

6587. Să se rezolve sistemul:

$$\sin(x+y)=\frac{\sqrt{3}}{2};\ \sin x+\sin y=1$$

determinîndu-se toate soluțiile.

6588. Se dă un con circular drept, cu generatoarea $G = 13$ cm și raza bazei $R = 5$ cm. Se cere:

a) Să se calculeze raza r a sferei înscrise în con; b) Să se calculeze volumul trunchiului de con tăiat din conul dat de un plan paralel cu baza, care trece prin cercul de atingere a conului cu sfera înșăși. c) Să se calculeze raportul ariilor celor două catete în care planul de la punctul b) împarte suprafața sferei înscrise.

6589. Fie (C_m) curba reprezentativă a funcției:

$$y=f(x)=x+\frac{m}{x-1}$$

unde m este o constantă dată.

a) Să se studieze variația lui y pentru $m = 4$ și să se construiască curba (C_4) corespunzătoare. Să se determine cele două asimptote ale acestei curbe și să se arate că punctul lor de intersecție I este centrul de simetrie al lui (C_4).

b) Pentru ce valori ale lui m această funcție admite un maxim sau un minim?

c) Se intersectează curba (C_4) printr-o dreaptă (D) paralelă la $x'x$ și de ecuație $y = a$. Cîte puncte de intersecție se obțin? Între ce limite trebuie să fie cuprins a pentru ca aceste puncte să existe?

d) Dreapta (D) taie curba (C_m) în general în două puncte A și B. Să se găsească coordonatele mijlocului M al segmetnului AB și să se deducă locul geometric al punctului M variabil. Să se indice două puncte remarcabile ale acestui loc geometric.

e) Se dă funcția $y = \frac{x^2 + 2x - 5}{2}$. Să se traseze curba (C') a variației acestei funcții folosind sistemul de axe de la curba (C_4) și să se arate că curba (C') trece prin punctele care corespund maximului și minimului primei funcții.

(Bacalaureat, Guineea 1963)

6590. a) Să se studieze și să se reprezinte grafic funcția: $y = x^4 - 6x^2$, folosind un sistem de axe rectangulare.

b) Fie M punctul de abscisă pozitivă al lui $y = f(x)$ astfel încît derivata a doua y'' să fie nulă. Să se scrie ecuația tangentei în M la $(C) = y = f(x)$.

c) Să se arate că tangenta în M retaie curba (C) într-un punct unic K, distinct de M. Se va putea utiliza identitatea:

$$x^4 - 6x^2 + 8x - 3 = (x - 1)^3 (x + 3),$$

d) Fie S proiecția pe axa Oy a punctelor de ordonată minimă ale lui $y = f(x)$; K' proiecția pe Oy a punctului K și fie L punctul unde tangenta în M la $y = f(x)$ taie pe Oy. Să se demonstreze că $OS^2 = OL \cdot OK'$.

(Brevet de învățămînt comercial, Guineea 1963)

6591. a) Într-un sistem de axe perpendiculare se consideră parabola

$$(P)\ y^2 = 2x.$$

Să se exprime abscisele punctelor de intersecție ale acestei parabole cu cercurile (C_{ab}) de ecuație $x^2 + y^2 + 2ax + b = 0$. Ce relație trebuie să existe între a și b pentru ca un cerc (C_{ab}) să fie bitangent la (P)? Să se scrie această relație sub forma $b = f(a)$.

Presupunînd că cercurile (C_a), $x^2 + y^2 + 2ax + f(a) = 0$ sînt bitangente, ce inegalitate trebuie să verifice a pentru ca punctele de contact să existe efectiv.

b) Să se scrie ecuația absciselor punctelor de intersecție ale lui (P) cu cercurile (D_m), $x^2 + y^2 + 2mx = 0$. Ce se poate spune despre punctul de intersecție fix? Să se găsească cercul comun al celor două familii (C_a) și (D_m).

(Lucrare pregătitoare, bacalaureat, Guineea, 1963)

6592. a) Să se studieze și să se reprezinte grafic variația funcției

$$y = 3x - 4x^3. \tag{1}$$

b) Să se studieze rădăcinile ecuației $4x^3 - 3x + a = 0$, unde a este dat.

c) Fie $S(x)$ aria cuprinsă între curba (1), axa x-lor, paralela la Oy de abscisă $1/2$, paralela la Oy, $x > 1/2$, abscisa x fiind astfel dată încît această paralelă să nu întîlnească curba de dedesubtul axei x-lor. Să se dea expresia lui $S(x)$. Caz particular $x = \sqrt{3}/2$.

d) Fie $x = \cos\theta$. Să se arate că expresia $y = 4x^3 - 3x$ reprezintă o expresie trigonometrică remarcabilă.

e) Presupunînd cunoscute rădăcinile ecuației $4x^3 - 3x + 1 = 0$ să se deducă rădăcinile ecuației:

$$4(\log t)^3 - 3\log t + 1 = 0$$

unde t reprezintă necunoscuta ecuației.

(Bacalaureat Guineea, 1963 științe experimentale)

6593. a) Să se studieze variația funcției:

$$y = \frac{x + 3 - 2|x|}{2(x+1)(3-x)}$$

și să se traseze curba reprezentativă (C).

b) Să se rezolve și să se discute ecuația:

$$\frac{x+3}{2} = |x| + m(x+1)(3-x)$$

m fiind un parametru. Să se verifice rezultatele discuției cu ajutorul curbei (C).

c) Să se rezolve și să se discute ecuația:

$$\frac{3+\cos t}{2} = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 t}} + m(\sin^2 t + 2\cos t + 2).$$

(Concursul pentru bursă Guineea, 1963)

6594. a) Să se determine a, b, c încît curba reprezentativă a funcției

$$y = \frac{ax^2 + 2x + c}{2x^2 + bx - 1}$$

să treacă prin origina axelor și să admită ca asimptote, dreptele de ecuații $x = \cos\frac{\pi}{4}$ și $y = 0$. Să se studieze variația funcției astfel obținute și să se construiască curba reprezentativă (C).

b) O paralelă la axa $x'Ox$ de ordonată variabilă λ taie curba (C) în două puncte M și M' și dreapta $y'Ox$ într-un punct P. Să se calculeze puterea punctului P în raport cu cercul (Γ) de diametru MM'. Să se arate că acest cerc determină pe $y'oy$ un segment de lungime constantă cînd

λ variază. Să se calculeze în funcție de λ, abscisele x_1 a centrului ω a cercului (Γ) și x_2 a polului Ω al dreptei $y'Oy$ în raport cu acest cerc. Să se găsească locurile geometrice ale punctelor ω și Ω cînd λ variază și să se construiască locurile geometrice aflate, pe același grafic.

c) Să se rezolve ecuația $2\lambda\cos^2\theta - 2\cos\theta - \lambda = 0$ folosind curba (C), necunoscuta ecuației fiind θ. Se vor păstra soluțiile acestei ecuații exprimate în radiani și cuprinse între $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ și $\left(-\frac{7\pi}{4}\right)$. Să se discute în funcție de λ numărul rădăcinilor acestei ecuații.

(Bacalaureat, Guineea 1963)

6595. Fie ecuația

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} 3x = m \operatorname{tg} 2x$$

m reprezentînd un număr algebric dat.

a) Să se rezolve această ecuație în cazurile $m = 0$ și $m = -1$.

b) Să se arate că în cazul general, această ecuație se descompune în următoarele două ecuații:

$$\sin 2x = 0 \text{ și } 2m\cos^2 2x + (m+2)\cos 2x - m = 0.$$

c) Să se discute cu ajutorul graficului numărul soluțiilor ecuației a doua, utilizînd curba

$$y = -\frac{2x}{2x^2 + x - 1}$$

(Concursul pentru bursă, Guineea 1963)

PROBLEME PROPUSE *

6596. Din Bîrlad pleacă spre Iași un drumeț. După 2 ore pleacă din Iași spre Bîrlad un biciclist, iar după alte 2 ore din Bîrlad spre Iași un motociclist. Toți trei se găsesc în mișcare uniformă. În momentul în care motociclistul a ajuns din urmă drumețul, biciclistul, care se găsea la o depărtare de 50 km de ei, parcursese cu 20 km mai mult decît aceștia. Întîlnirea dintre motociclist și biciclist a avut loc chiar la mijlocul distanței Bîrlad-Iași, în momentul în care drumețul se găsea la o depărtare de 30 km de ei.

Să se afle vitezele drumețului, biciclistului și motociclistului, precum și distanța Bîrlad-Iași.

Ioan Șt. Mușat

---

* IX (6596, 6599, 6601, 6606 6609, 6615, 6618); X (6604, 6605, 6607, 6608, 6610, 6613, 6616, 6619, 6620, 6621, 6623, 6626); XI (6597, 6598, 6600, 6602, 6603, 6611, 6612, 6614, 6622, 6624, 6625). Se primesc soluții pînă la 1 martie 1965.

6597. Să se rezolve și să se discute ecuația

$$|x-a|+|x-b|=x$$

unde a și b sînt parametri reali.

O. Sacter

6598. Fascicolul de cercuri ce trece prin punctele fixe A, B determină în cercul fix (O) coarda CD. Să se determine cercurile fasciculului, cînd:

a) Coarda CD trece printr-un punct dat P,

b) CD este paralelă cu o direcție dată,

c) Coarda CD are o lungime dată l.

d) Să se arate că atunci cînd l variază, mijlocul lui CD descrie un cerc.

M. I. Focșeneanu

6599. Cineva a hotărît ca începînd de la 1 ianuarie, în fiecare lună să dubleze o sumă inițială și apoi să rețină 100 lei. În luna următoare să dubleze suma rămasă la finele lunii precedente și să rețină 100 lei. Procedînd astfel ar trebui ca la finele lunii decembrie să-i rămînă 3196 lei. Să se afle:

a) Care este suma inițială. b) Care este suma la finele lunii martie a anului următor.

C. Ionescu-Țiu

6600. Se dau două cercuri fixe C și C' avînd ca centre punctele O și O'. Se cere locul geometric al centrelor cercurilor (Γ) care sînt tangente cercului (C) și ortogonale cercului (C'). Discuție.

* * *

6601. Să se elimine m și n din relațiile:

$$mx+ny=\sqrt{a^2m^2+b^2n^2}\ ;\quad nx+my=\sqrt{a^2n^2+b^2m^2}$$

* * *

6602. Fie un unghi XOY cu bisectoarea OZ. A un punct interior acestui unghi. Să notăm $OA=a$, $\sphericalangle AOX=\alpha$, $\sphericalangle AOY=\beta$;
Există două cercuri trecînd prin A și tangente la OX și OY. Centrele y_1, y_2 sînt pe oz. Notăm $oy_1=x_1$ și $oy_2=x_2$.

a) Să se calculeze x_1 și x_2 în funcție de a, α, β.

b) Să se dea o construcție geometrică a acestor două cercuri. Dacă ele ating OX în H_1 și H_2, *să se verifice că* $OH_1\cdot OH_2=OA^2$.

c) Să se calculeze în funcție de α și β unghiul y_1Ay_2 al acestor cercuri. Să se demonstreze că

$$\cos\frac{V}{2}=\frac{\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}},\quad \text{unde } V=\sphericalangle y_1Ay_2$$

d) În cazul cînd $\alpha = 31°$ și $\beta = 17°$, să se calculeze Oy_1, Oy_2 și V.

Din revista L'école, Paris 1959

6603. Între unghiurile unui triunghi ABC, avem

$$\operatorname{tg}^6\frac{A}{2}+\operatorname{tg}^6\frac{B}{2}+\operatorname{tg}^6\frac{C}{2}\geqslant\frac{1}{9}$$

Matematika și Fizica, Sofia, 1964

6604. Se consideră într-un plan (P) un pătrat $ABCD$ cu diagonalele AC și BD, de latura $2a$, a fiind o lungime dată, I și J fiind respectiv mijloacele laturilor AD și BC.

În planul dus prin IJ și perpendicular pe planul (P), se trasează un semicerc de diametru IJ. Fie S un punct oarecare pe semicerc. Notăm $\sphericalangle SIJ = \alpha$

a) Să se arate că planele SAD și SBC sînt perpendiculare. Se construiește înălțimea corespunzătoare vîrfului A în triunghiul SAD. Să se arate că ea este conținută în planul dus prin A perpendicular pe Dy.

Ortocentrul H al triunghiului SAD se proiectează ortogonal pe planul (P) în H'. Ce rol joacă punctul H' pentru triunghiul ADJ? Care este locul geometric al punctului H cînd S descrie semicercul? În mod analog, să se găsească locul punctului K ortocentrul triunghiului SBC. Fie K' proiecția lui K pe planul (P). Să se calculeze IH' și JH' Să se demonstreze că produsul $H'H \cdot K'K$ are o valoare constantă și că dreapta HK este tangentă la un cerc fix.

b) Să se calculeze în funcție de a și α muchiile piramidei SABCD și să se verifice că suma pătratelor acestor lungimi este constantă.

c) Fie β unghiul ascuțit determinat de planele SAB și (P). Să se stabilească relația: $\operatorname{tg}\beta = \sin 2\alpha$. Să se determine poziția lui S pentru o valoare dată lui β. Discuție.

d) Să se demonstreze că există o valoare a lui α pentru care triunghiul SAD este echilateral. Să se calculeze această valoare. Care este în acest caz natura triunghiului SBC? Pentru ce valoare a lui α triunghiul SAD este dreptunghic?

Bacalaureat, Istambul, 1959

6605. Să se rezolve ecuația:

$$\log_b x + \log_c x = \log_a (bc)$$

a, b, c fiind numere strict pozitive și diferite de 1.

G. G. Niculescu, student București

6606. Mediana AA' a triunghiului oarecare ABC taie cercul circumscris acestuia în I. Să se arate că cercurile cu centrele în O_1 și O_2, tangente în B, respectiv C, la latura BC și care trec prin I și cercul cu centrul în A' și de rază AA' se taie în același punct, iar O_1O_2 și AA' sînt perpendiculare. (În legătură cu problema 6241).

Tudor Căsăndroiu, București

6607. Să se demonstreze că condițiile pentru ca polinomul

$$x^{2n} + px^n + q$$

să fie divizibil prin $x^2 + x + 1$ sînt

$$n = 3m \quad \text{și} \quad p + q + 1 = 0 \quad \text{sau} \quad n \neq 3m \quad \text{și} \quad p = q = 1.$$

Gh. Buicliu

6608. Să se construiască un patrulater complet, cunoscînd punctele de intersecție ale diagonalelor și dreapta lui Newton-Gauss (dreapta care unește mijloacele diagonalelor). Discuție.

Ion Chițescu, clev București

6609. Să se arate că:

$$\sqrt[3]{4a + 3\sqrt[3]{8a^3 + 4a^2 - 2a - 1}} + 3\sqrt[3]{8a^3 - 4a^2 - 2a + 1} = \sqrt[3]{2a+1} + \sqrt[3]{2a-1}$$

Bogza Mihai, profesor București

6610. Într-un triunghi oarecare ABC fie A' mijlocul laturii BC, I_a proiecția lui I (centrul cercului înscris) pe această latură și H_a piciorul înălțimii din A. Notăm $A'I_a = d_a$, $A'H_a = l_a$ și fie d_b, d_c, l_b, l_c segmentele analoage. Să se stabilească relația.

$$\frac{l_a l_b l_c}{d_a d_b d_c} - 2 = \frac{l_a}{d_a} + \frac{l_b}{d_b} + \frac{l_c}{d_c}$$

Dan Mihalca, elev București

6611. Să se afle domeniile maxime de definiție ale funcțiilor

$$g(x) = \frac{\arccos \log_{60} \arccos \frac{x}{2}}{ln\,[-1 - \log_2 (x-1)]},$$

$$h(x) = \frac{ln\,[-1 - \log_2 (x - 1,2)]}{\arccos \log_{45} \arccos \frac{x}{2}} \quad \text{și} \quad \frac{g(x)}{h(x)}$$

valorile unghiurilor fiind în grade sexagesimale.

Tudor Zamfirescu, București

6612. În triunghiul oarecare ABC se consideră punctul D pe latura AB și punctul E pe CD astfel ca $\frac{CE}{ED} = k$, k-constant.

Fie $F \equiv (AC, BK)$ și $P \equiv (AE, DF)$

Să se găsească locul geometric al punctului P cînd punctul D descrie dreapta AB.

Leonte Alexandru, Bucureşti

6613. Să se rezolve ecuaţia:

$$(x^{2n}+px^n+1)[x^{2n}+(p+1)x^n+1][x^{2n}+(p+2)x^n+1]$$
$$[x^{2n}+(p+3)x^n+1]=(q^2-1)x^{4n}$$

C. Udrişte, Bucureşti

6614. Să se afle maximul expresiei $E=13x+14y-z$ cînd x, y, z satisfac inegalităţile:

$$7x-5y+3z+6\leqslant 0,$$
$$3x-7y-6z+5\leqslant 0,$$
$$9x-4y-z+21\geqslant 0,$$
$$x-8y-2z+13\geqslant 0.$$

(În legătură cu problema 6256)

Dan Voiculescu, elev Bucureşti

6615. Numărul total al şcolilor profesionale, tehnice, şi de maiştri din agricultură era, în anul şcolar 1962—63, de 361. Ştiind că numărul şcolilor profesionale întrece cu 7 patratul numărului de şcoli de maiştri şi cu 4 numărul şcolilor tehnice, se cere să se afle numărul şcolilor de fiecare fel, care au funcţionat în anul şcolar 1962—1963.

Ioan St. Muşat

6616. Să se demonstreze că polinomul:

$$P(x)=x^{na_{n-1}+n-1}+x^{na_{n-2}+n-2}+\ldots+x^{na_1+1}+1$$

este divizibil cu polinomul:

$$Q(x)=x^{n-1}+x^{n-2}+\ldots+x+1, \text{ unde } a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots a_1$$

sînt numere naturale.

Liviu Pîrşan, student Bucureşti

6617. Mediana AA' a triunghiului oarecare ABC taie cercul circumscris acestuia în I. Să se arate că cercurile cu centrele în O_1 şi O_2, tangente în B, respectiv C, la latura BC şi care trec prin I, şi cercul cu centrul în A, şi de rază AA' se taie în acelaşi punct, iar O_1O_2 şi AA' sînt perpendiculare. (În legătură cu problema 6241).

Tudor Căsăndroiu, Bucureşti

6618. Să se rezolve sistemul

$$\frac{x_2 x_3 \ldots x_n}{a_1} = \frac{x_1 x_3 \ldots x_n}{a_2} = \ldots = \frac{x_1 x_2 \ldots x_{n-1}}{a_n} = \sqrt{x_1 + x_2 + \ldots + x_n},$$

unde $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sînt pozitive.

Liviu Pîrşan, student Bucureşti

6619. Să se arată dacă $0 < x < \frac{\pi}{2}$ atunci $\operatorname{tg}\frac{x}{2} < \frac{2x}{\pi} < \sin x$; iar dacă

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi, \text{ atunci } \operatorname{cotg}\frac{x}{2} < 2 - \frac{2x}{\pi} < \sin x.$$

C. Ionescu-Ţiu

6620. Se consideră ecuaţiile

$$x^5 - p_1 x^4 + p_2 x^3 - p_3 x^2 + p_4 x - p_5 = 0,$$
$$y^5 - q_1 y^4 + q_2 y^3 - q_3 y^2 + q_4 y - q_5 = 0.$$

Ştiind că

$x^5 - 5x^4 y - 10x^3 y + 5x - y = 0$ şi $p_1 + p_5 = p_3$ să se arate că $q_1 + q_5 = q_3$.

Corneliu N. Popescu, profesor Bucureşti

6621. Să se arate că într-un triunghi ABC avem:

$$24 r R^{-1} \leqslant \sum \left(r_a^{\frac{1}{2}} r_b^{-\frac{1}{2}} + r_a^{-\frac{1}{2}} r_b^{\frac{1}{2}} \right)^2 \leqslant 6 r^{-1} R,$$

notaţiile fiind cele obişnuite.

Tudor Zamfirescu şi *Toma Albu*, Bucureşti

6622. Să se rezolve sistemul:

$$a|x| + by + cz = 2a$$
$$ax + b|y| + cz = 2b$$
$$ax + by + c|z| = 2c$$

Lucia Ţene, Bucureşti

6623. Se dă $y = \dfrac{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}$

Să se arate că dacă:

$$0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2} \text{ atunci } 0 \leqslant y \leqslant \frac{2x}{\pi} \leqslant \sin x;$$

$$\frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \pi, \text{ atunci } 0 \leqslant y \leqslant 2 - \frac{2x}{\pi} \leqslant \sin x;$$

$$\pi \leqslant x \leqslant \frac{3\pi}{2}, \text{ atunci } 0 \geqslant y \geqslant 2 - \frac{2x}{\pi} \geqslant \sin x;$$

$$\frac{3\pi}{2} \leqslant x \leqslant 3\pi, \text{ atunci } 0 \geqslant y \geqslant \frac{2x}{\pi} - 4 \geqslant \sin x;$$

semnele de egalitate se corespund.

C. Ionescu-Țiu

6624. În mulțimea numerelor reale R se definește operația $*$

$$(m, n) * (m', n') = (mm', mn' + n)$$

Să se demonstreze existența și unicitatea elementului neutru și pentru $m \neq 0$, că $(m,n,)$ admite un element simetric, unic.

Corneliu N. Popescu

6625. Fie I mulțimea numerelor întregi, pozitive și negative, $a \in I$, $b \in I$, și $a' \in I$, $b' \in I$. Fie operația $*$ definită în modul următor:

$$(a, b) * (a', b') = (aa' + 2bb'; ab' + ba')$$

Să se demonstreze:
a) Această operație este comutativă și asociativă.
b) Admite un element neutru și se cere să se calculeze.
c) Nu orice element admite un element simetric.

Corneliu N. Popescu, profesor București

6626. Se consideră o piramidă patrulateră cu baza un pătrat fix $ABCD$, de latură a, iar vîrful M mobil. Înălțimea x corespunzătoare bazei $ABCD$ variază ca mărime. Se cere locul geometric al punctului M știind că:

$$MA^2 \cdot MC^2 + MB^2 \cdot MD^2 = 2x^4 + 4a^2x^2 + a^4$$

Neagoe Victor, elev T. Măgurele

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII *

E: 2220. O brigadă a produs în luna mai de 26/25, iar în luna iunie de 28/25 ori mai multe piese decît în aprilie. Știind că în mai s-au produs 8086 piese și că o piesă costă în medie 20,10 lei, să se afle încasările obținute din vînzarea pieselor produse în cele trei luni.

Ursulescu Octavian, elev București

*) V (E: 2224, 2226, 2232); VI (E: 2220, 2223, 2225, 2227); VII (E: 2221, 2222, 2225); VIII (E: 2228, 2229, 2230, 2231).
La problemele pentru clasa VIII-a se primesc soluții și de la elevii din clasa IX-a Termenul de primire a soluțiilor este pînă la 1 martie 1965.

E : 2221. Să se arate că într-un triunghi ABC dreptunghic în A, avem :

$$AB + AC \leqslant BC\sqrt{2}.$$

În acest caz avem egalitate ?

C. Ionescu-Țiu

E : 2222. Fie O intersecția diagonalelor patrulaterului $ABCD$, iar O_1, O_2, O_3, O_4 centrele cercurilor circumscrise triunghiurilor AOB, BOC, COD, DOA. Să se arate că $O_1O_2O_3O_4$ este paralelogram.

Popa Eugen, elev Iași

E : 2223. Pentru executarea unei comenzi de șublere la Uzina de Mecanică Fină din București au lucrat 4 echipe. La terminarea comenzii s-a constatat că prima echipă făcuse 1/4 din cîte confecționase celelalte, a doua 3/7 din cîte făcuse celelalte echipe, a treia 45% din cîte au făcut primele două, iar a patra echipă confecționase cu 30 de șublere mai mult decît a treia echipă. Care era întreaga comandă și cîte șublere a făcut fiecare echipă.

V. Bobancu, București

E : 2224. Cineva are o sumă de bani în două buzunare. Dacă pune din primul buzunar în al doilea atît cît conține al doilea, apoi din al doilea în primul atît cît conține primul și efectuează această operație de trei ori, atunci în fiecare buzunar va avea cîte 36 lei. Cîți bani are în fiecare buzunar ?

Octavian Sulă, Vaslui

E : 2225. O gospodărie agricolă colectivă are 570 ha teren arabil, iar alta, 750 ha — ambele făcînd însămînțări de toamnă astfel încît la prima gospodărie aceste însămînțări reprezintă 62,50% din suprafața însămînțată a celeilalte. Restul de teren al fiecărei gospodării e arat de cîte o brigadă de tractoriști, în același timp, arînd cîte 30 ha pe zi. În cîte zile a fost arat?

V. Bobancu, București

E : 2226. Un muncitor a primit salariul de 835 lei în 160 bancnote de cîte 3, 5, 10 și 25 lei. Numărul bancnotelor de 5 lei e de trei ori mai mare ca al celor de 10 lei iar numărul bancnotelor de 3 lei este de trei ori mai mare ca al celor de 5, 10 și 25 luate împreună. Cîte bancnote a primit din fiecare fel ?

Munteanu Romeo, student București

E : 2227. S-au amestecat 8 1/2 l de spirt de 78 grade, 4 l de 62 grade, 13/5 l de 55 grade și 33/4 l de 95,6 grade. Care este tăria amestecului ?

* * *

E : 2228. Să se arate că dacă $a \neq b \neq c$, avem

$$\frac{(a+b)(a^3+b^3)}{(b-c)(c-a)} + \frac{(b+c)(b^3+c^3)}{(a-c)(b-a)} - \frac{(c+a)(c^3+a^3)}{(c-b)(a-b)} = ab+bc+ca.$$

* * *

E : 2229. În care sistem de numerație există egalitatea

$$\left(\frac{1}{20}+\frac{10}{11}+\frac{22}{10}\right)\frac{11}{695}=\frac{1}{10}\ ?$$

Ralescu Dan, elev București

E : 2230. Să se demonstreze identitatea :

$$2[(a-b)^4+(b-c)^4+(c-d)^4+(d-a)^4]-$$
$$-[(a-b)^2+(b-c)^2(c-d)^2+(d-a)^2]^2+$$
$$+8(a-b)(b-c)(c-d)(d-a)\equiv 0$$

Dan Voiculescu, elev București

E : 2231. Un rezervor de petrol se umple cu ajutorul a 3 conducte într-un timp dat. Prima și a doua conductă ar putea să-l umple în 105 minute, prima și a treia în 126 minute, iar a doua și a treia în 210 minute. Să se afle în cîte minute ar putea să umple rezervorul fiecare conductă în parte și în cîte minute se umple dacă se deschid toate trei deodată ?

D. Mîrzan

E : 2232. La o papetărie s-au vîndut într-o zi 80 de caiete de matematică și dictando. Un caiet de matematică costă 2 lei, iar unul de dictando este de 1,25 ori mai scump. Se întreabă cîte caiete de fiecare fel s-au vîndut, știind că suma totală încasată a fost de 175 lei.

Liviu Horia, elev s. m. 5 București

CĂRȚI NOI

1. **Probleme actuale de matematică** (conferințe ținute la cursurile de vară pentru profesorii de matematică, Săcele 1962), Biblioteca Societății de științe matematice din R.P.R., nr. 62, Editura didactică și pedagogică, 1964.

Lucrarea conține conferințele ținute în vara anului 1962 la cursurile de la Săcele (Brașov), organizate de Societatea de științe matematice din R.P.R. prin filiala ei din București.

Citățm din cuprins: „Funcție, continuitate" de acad. prof. Miron Nicolescu, „Cibernetica sau știința strategiei în conducerea acțiunilor omenești" de prof. univ. O. Onicescu, „Calcule cu numere întîmplătoare" de acad. prof. Gh. Mihoc, „Învățămîntul matematic în Universitatea din București" de acad. prof. N. Teodorescu, „Probleme ale dinamicii

vitezelor mari" de acad prof. Caius Iacob, „Unele probleme generale ale astronomiei actuale" de prof. dr. C. Popovici, „Deplasări" de prof. univ. N. N. Mihăileanu, „Structurile fundamentale ale algebrei, corpuri, inele, grupuri" de prof. univ. Gh. Galbură, „Idei generale în aritmetică și algebra elementară" de conf. univ. E. Rusu.

2. **Mihu Cerchez.** Aplicații ale matematicei în practică.
Editura didactică și pedagogică 1964, 150 pagini.

Lucrarea se adresează profesorilor și elevilor din învățământul de cultură generală și conține două părți:

— Partea întîia tratează o serie de probleme cu caracter economic, unde se face o analiză a indicatorilor economici mai importanți: producția și productivitatea muncii, cheltuielile și prețul de cost, beneficiul, veniturile și rentabilitatea etc.

— Partea a doua tratează o serie de probleme cu caracter tehnic legate de dimensionarea unor piese, funcționarea mașinilor unelte sau a organelor de mașini, decuparea rațională a materialelor etc.

Lucrarea mai conține și unele aspecte ale programării liniare din sectorul industrial și al transportului, noțiuni elementare de nomografie, rigla de calcul și cîteva probleme de interpolare rezolvate cu ajutorul polinomului de interpolare al lui Lagrange.

Cartea poate fi folosită și pentru cercurile de elevi.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

(urmare)

Soluții bune primite pînă la 25 august 1964

BUCUREȘTI.

Ș.m. 5, cl. VIII. **Manolache Nicolae** (E: 2121, 23—26, 28—30, 32—35, 38, 39, 41, 43, 46, 47, 49, 51, 52, 54, 55, 58—60, 62, 64, 68; 6220, 57—59, 67, 71—75, 77, 80, 316, 22, 44, 57, 72, 73).

Ș.m. 6, cl. VI. **Weiner Irina** (E: 2123—25, 28, 30, 33, 35). Cl. IX. **Frățilă Eliade** (6258, 60, 62, 68, 71—75, 308, 11, 14, 16, 22, 28, 38, 40, 45, 57—60, 66—75, 88, 89, 93).

Ș.m. 7, cl. VII. **Nichita Anca** (E: 2123, 28, 30, 33, 36, 38, 46, 48, 51), **Popa Radu** (E: 2108, 13—15, 17, 21, 22). Cl. VIII. **Hîncu Eugenia** (E: 2130, 35, 36, 39, 40—42, 48, 49).

Ș.m. 8, cl. VII. **Cinteză Mircea** (E: 2123—25, 28, 30, 32, 33, 35, 36, 38).

Ș.m. 10, cl. VI. **Brateș Nanu** (E: 2123, 25, 30, 33, 36, 38, 39), **Popescu C. Dorin** (E: 2092, 104, 12, 14, 23, 30, 33), **Coriciu Ion Cezar** (E: 2123—25, 30, 33, 36, 38). Cl. VII. **Tigoiu Victor** (E: 2125, 28, 32, 34, 40, 41, 51). Cl. X. **Chițescu Ion** (6337, 40—46, 53, 56—62, 65—67, 72, 73, 75—78, 80—83, 86, 89, 90, 93, 98, 99, 400, 02, 05—07, 09, 11, 16, 19, 20, 22, 24, 27—29, 31, 34, 36, 41; P, N).

Ș.m. 11, cl. VIII. **Bădescu Constantin** (E: 2125, 46, 51, 54, 61, 63, 66), **Danciu Nicolae** (E: 2129, 30, 43, 46, 48, 61—64). Cl. X. **Blidaru Dana** (6268, 99, 308, 10, 12, 14, 17, 20, 21, 26, 37, 42, 43, 46). Cl. X. **Rădulescu Dorin** (6208, 13, 15, 17, 19, 23, 28, 29, 42—44, 54, 57—60, 67, 71—73, 80, 92, 99, 308, 14, 17, 44, 45, 56—60, 67, 68, 70—73, 76, 89), **Tonceanu Dan** (6308—12, 14, 16, 17, 21, 23, 26, 30, 33, 37, 40, 42—45, 54, 56, 62, 65—67, 69, 70, 72, 73, 75, 77—79, 88, 98, 400, 16, 20, 22, 24, 41), **Vasiliu Șerban** (6257—60, 68, 71, 77, 87, 90, 91, 97, 98, 304). Cl. XI. **Mihalca Dan** (6302, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 22, 23, 37, 40, 42, 44, 55—62, 65, 67, 78, 82, 89, 99), **Ursulescu Octavian** (6277, 85, 91, 96, 306, 08—12, 14—20, 23, 28, 30, 33, 36—38, 40, 42, 45, 46, 48, 56, 58, 65, 67, 69, 70, 72, 73, 75, 77, 89, 90, P).

Ș.m. 12, cl. VIII. **Ralescu Dan** (6313, 44, 56—59, 67, 69, 70, 72, 73, 76, 88—90, 412, 16, 20, 24, 29, 39; E: 2153—55, 57—64, 66—70, 74, 75, 78—83).

Ș.m. 13, cl. X. **Capră Livia** (6257—60, 68, 70—72, 75, 370—73). Cl. VIII. **Otopeanu Alexandra** (6257—62, 67, 71—77, 80, 91, 316, 17, 28, 39, 45, 56—60, 62, 66, 67, 70—74, 76, 89; E: 2123—41, 43, 44, 47, 50, 53—68). Cl. XI. **Dumitrașcu Ion** (6261, 62, 71, 73, 361, 62, 68, 71—73).

Ș.m. 16, cl. X. **Dumitriu Șerban** (6208, 09, 12, 17, 23, 29, 42, 43, 59, 62).

Ş.m. 17, cl. VIII. Anămoiu Valentin (E: 2154, 55, 60—63, 67, 68, 71, 74, 75, 78—81, 83; 6424). Cl. IX. Boiangiu Theodor (6258, 60, 67, 72, 78, 344, 56, 59, 67, 70, 72, 75, 88—90, 93; E: 2131, 43, 49, 50, 54, 55, 60, 67), Niţă Alexandru (6257, 58, 72, 335, 67, 70; E: 2129, 54, 60, 67). Cl. X. Almer David (6340, 58, 59, 62, 65, 67, 70—72, 74, 75, 77, 93), Fuchs Iosif (6308, 10, 12, 14, 16, 17, 38, 45, 62, 65, 73, 77, 86), Neagu Sorin (6308, 10, 12, 17, 56, 65, 68, 71, 73—75, 86, 88).

Ş.m. 18, cl. X. Iordache Florin (6257, 58, 60—63, 71, 72, 89, 99, 308, 12, 14, 16, 17, 28, 56, 58—62, 66, 67, 70, 72, 73, 75, 89, 93, 99).

Ş.m. 19, cl. X. Sterian Cornel (6257—62, 67, 71—73, 76, 90, 91, 301, 05, 07, 08, 15—17, 44, 45, 59, 60, 62, 65, 66, 68, 70—73, 78).

Ş.m. 20, cl. VIII. Negoiţă Gh. Mircea (E: 2151, 55, 62, 63, 68; 6356, 57, 89). Cl. IX. Ignat Măriuca (6375, 88, 89, 92; E: 2174, 75, 81. 83, 220, 24). Cl. X. Neagu Dumitru (6259, 60, 62, 71—74, 85, 99, 301, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 23, 45, 67, 73, 89, 94), Statovici Laurenţiu (6257, 67, 68, 75, 301, 09, 45, 59, 66, 68—70, 73).

Ş.m. 21, cl. VIII. Singer Claude (E: 2131, 43, 54, 55, 67; 6257, 72).

Ş.m. 22, cl. VIII. Strenc Alexandru (E: 2136, 38, 46, 47, 51—54, 59—61). Cl. IX. Stoican M. Liviu (6310, 12, 14, 16, 25, 30, 44, 45, 56, 57, 59, 66, 67, 70, 72, 73, 76, 89, 90, 93). Cl. X. Ignea Silviu (6267, 79, 80, 86, 90, 97, 304, 22, 23, 30, 33, 40, 54, 56—60, 62, 65—74, 77, 81, 82, 86, 88—90, 93, 94, 98, 400), Tiron Dan (6257—63, 67, 70—77, 86, 92, 99, 301, 05, 07, 08, 10—12, 14, 16, 17, 28, 29, 33, 37, 38, 42, 44, 45, 50, 57, 89, 94).

Ş.m. 25, cl. XI. Manasiu Dan (6264, 80, 90, 97, 99, 308—18, 25, 40, 44, 45, 56—70, 72—74, 76, 84, 88, 89, 93, 98).

Ş.m. 26, cl. VIII. Rădulescu Florinella (E: 2123, 30, 36, 38, 46, 47, 58, 61, 63, 68).

Ş.m. 28, cl. VI. Brill Vlad (E: 2108, 11, 14, 17, 21—25, 28—30, 33, 36, 38, 47), Ceuca Dan (E: 2123, 28, 30, 33, 36, 47, 64), Văleanu Vladimir (E: 2108, 09, 12—17, 19, 21—25, 29, 30, 32, 33; 6258). Cl. VII. Costea Constanţa (E: 2123, 30, 32, 36, 38, 47, 52, 58, 59, 61, 64, 68; 6389), Stroe Marian (E: 2136, 38, 57—59, 61, 64). Cl. VIII. Frăsineanu Alexandra (E: 2123, 29, 30, 32, 36—38, 43, 46, 52), Mureşanu Mihaela (E: 2108, 09, 13, 14, 17, 19, 21, 22)

Ş.m. 32, cl. VI. Popovici Liviu (E: 2108, 09, 11, 12, 14—16, 22).

Ş.m. 35, cl. VIII. Manolescu Adrian (E: 2108—11, 14, 15, 17, 18, 20, 21, 23, 24, 26, 28, 32—34; 6208, 23, 57—60, 71—75, 80).

Ş.m. 36, cl. V. Logofătu C. Maria Anca (E: 2123, 25, 30, 33, 35, 36, 38, 46, 47, 52, 53, 57—59, 63, 64). Cl. X. Zisu Silviu (6257—59, 61—63, 67, 71, 76, 80, 86, 90, 99, 310, 11, 12, 16, 21, 30, 33, 38, 44, 45, 56—62, 65, 67, 69, 70, 72, 73, 75, 78, 86, 88, 89, 93, 400).

Ş.m. 37, cl. VIII. Enache Maria Doina (E: 2108—11, 13, 15, 20, 21, 23, 24, 26, 28, 32, 34).

Ş.m. 38, cl. VIII. Ionaş Aurel (E: 2125, 26, 28, 29, 51, 54, 60, 61, 63, 67, 68; 6290).

Ş.m. 39, cl. VIII. Ioniţă Georgeta (E: 2123—29, 33, 37—39, 53—55, 57, 59, 60, 62—65; 6257—62, 71—74, 80, 91, 316, 17, 28, 45, 56, 58—60, 62, 66, 67, 70, 71, 73, 74, 76).

Ş.m. 40, cl. VIII. Constantin Cornel (E: 2108, 12, 13, 15, 20—23).

Şc. prof. Semănătoarea, an. II. Băciucu Trifon (E: 2123—25, 28—30, 35, 36, 38, 46).

BUHUŞI (Bacău). Absolvent Bucur Gheorghe (6208, 09, 12—16, 21, 43, 67, 71—73, 76, 308—14, 16—18, 45).

BUJORU (Galaţi). Ş.m. cl. X. Hagiu Neculai (6262, 67, 301, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 38, 45).

BUZĂU. Ş.m. 1, cl. IX. Vasilescu Nicolae (E: 2129, 43, 54, 60; 6259, 72, 316, 45, 56, 59, 67, 70—73). Ş.m. 2, cl. VII. Constantin Nicolae (E: 2123, 28, 30, 33, 36, 38, 51, 52). Cl. VIII. Bogdan Ion (E: 2130, 36, 38, 46, 69, 72, 79), Gavrilă Şerban (E: 2137, 54, 55, 60—63, 67, 68; 6277, 310, 14, 16, 30, 45, 56—59, 67, 68, 70—75, 88, 89, 400). Cl. X. Teodorescu Cătălin (6301, 08, 10, 14, 16, 17, 20, 37, 56, 57, 86, 88, 89).

BUZIAŞ (Banat). Ş.m.m. cl. VIII. Telibaşa Lucreţia (E: 2123—25, 28—30, 33, 36, 38, 45, 47).

CARCALEŢI (Giurgiu). Şc. 8 ani cl. V. Răboj N. Marin (E: 2123, 28, 30, 36, 38, 47, 58, 64, 69, 73, 82). Cl. VII Răsuceanu Rodica (E: 2125, 47, 48, 61—63, 68).

CALAFAT. Şc. 8 ani cl. VII. Niţescu Magdalena (E: 2124, 25, 29, 30, 36, 38, 39, 46, 47, 49, 52).

CARACAL. Ş.m. 1, cl. VIII. Sîrbu Gh. Traian (E: 2108—10, 16, 21, 25, 28, 29; 6244, 344). Cl. IX. Degeratu G. Ştefan (6259, 67, 74, 345, 56, 57, 67, 70, 80, 90).

CARANSEBEŞ. Ş.m. 1, cl. VIII. Budrugeac P. (E: 2125, 26, 29, 34, 37, 43, 48, 49, 51; 6257, 58, 71, 72, 75), Elias Reghina (E: 2125, 28, 29, 37, 43, 54, 61, 67, 68, 71, 370), Spaia Elena (E: 2137, 43, 54, 60—63, 68; 6370), Ştefănescu Mircea (E: 2118, 19, 23—26, 28—34, 36—38, 43, 44, 46—48, 51, 52; 6223, 57, 58, 71—75, 90). Cl. XI. Man Carol (6356, 57, 62, 68, 70, 72, 73, 75, 89, 93). Ş.m. 2, cl. VIII. Bartoff Fred (E: 2154, 55, 60—62, 67, 75, 79, 83; 6375, 89), Metea Gheorghe (E: 2109, 18, 22, 29, 34, 43, 48). Cl. XI. **Bena Dorin** (6268, 70, 72, 82, 84, 86, 91—93, 303, 04, 09, 13, 18, 21—23, 43, 46, 56—60, 62, 65—67, 69, 70, 72, 73, 75—77, 86, 88, 89, 97, 400).

CĂLĂRAŞI. Ş.m. cl. VIII. **Miţa T. Gh.** (E: 2125, 26, 28, 32, 34, 37, 40, 43, 44, 47, 49, 51, 54, 55, 60—62, 67; 6267, 75, 308, 14, 16, 44, 45, 56—58, 67, 68, 70—72, 75, 89, 93).

CĂLIENI. Şc. 8 ani nr. 1. Chirilă Vetuţa (E: 2133—36, 38, 61, 63, 64), Popoiu Lenuţa (E: 2123, 37, 51—54, 58, 59).

CETĂTE (Oltenia). Ş.m. cl. VIII. Bistriceanu Constantin (E: 2153—55, 59—64, 67, 68; 6375, 89), Cioclov Domnica (E: 2154—57, 59—64, 67, 68).

CIPĂU - Luduş. Absolvent Stan Ioan (6264—67, 71, 74, 85, 309, 10, 12, 16—18, 45, 65, 69, 70, 72, 73, 75, 76, 88, 93).

CISNĂDIE. Ş.m. cl. X. Veştemeanu Ioan (6258, 59, 62, 71, 72, 301, 10—12, 14, 17, 38, 45, 59, 67, 68, 70, 72, 86, 93).

CILNIC (Oltenia). Şc. 8 ani cl. VI. Ciocîrlie Marioara (E: 2123, 29, 30, 36, 38, 39, 46, 53, 57—59, 63, 64, 66).

CÎMPIA TURZII. Ş.m. cl. VIII. Cîmpean Gheorghe (E: 2123, 30, 33, 36, 38, 46, 47, 51).

CÎMPINA. Ş.m. 1, cl. VIII. Andrei I. Gheorghe (E: 2136, 38, 54, 60—63; 6370), Buzilă I. Elena (E: 2136, 38, 54, 59, 60; 6271, 356, 58, 70), Codreanu Ludmila (E: 2123, 25, 29, 30, 36, 46, 47), Dumitrescu Ruxandra (E: 2108, 13, 16, 18, 21, 25, 54, 60, 225, 41, 71, 73), Pietrovski Dan Viorel (E: 2118, 25, 43, 54, 55, 60—62), Spiridon G. Gheorghe (E: 2123—25, 28, 30, 35, 38, 43, 46—49, 52), Vişa V. Ion (E: 2123, 25, 29, 30, 32, 33, 36, 38, 43, 46—49, 52—54, 58, 60—62). Cl. X. Spiridon Petre (6271—73, 99, 301, 08, 10, 12, 16, 17, 34, 45). Ş.m. 2, cl. IX. Vioreanu Marius (6257—59, 72, 316, 44, 45, 56, 57, 67, 70, 72).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. Liceul militar cl. X. Blaj Traian (6261, 75, 80, 82, 308, 10, 12, 17, 28, 30), Colaric Alexandru (6208, 15, 17, 19, 23, 24, 29, 38, 42, 43, 47, 57, 61, 62, 72, 301, 08, 11, 12, 14, 17, 28, 30), Ferenţ Petru (6209, 12, 13, 17, 42, 43, 67, 80, 310—12), Fetica Emil (6258, 59, 67, 72—74, 80, 314, 28, 42, 58, 70, 72, 89, 93), Ionescu Ion (6208, 09, 12, 15, 17, 29, 30, 38, 42, 43, 47, 57, 59, 61, 62, 72, 73, 76, 308, 10—12, 14, 16, 17, 28, 30, 38, 42, 44, 45), Novac Spiru (6259, 61, 62, 71—73, 80, 301, 08, 12, 14, 17, 28, 45), Pavel Constantin (6212, 62, 71, 300—12, 16, 17, 30, 43).

CÎMPULUNG MUSCEL. Ş.m. cl. X. Dinculescu Cornelia (6208, 12, 13, 15, 54, 61, 63, 71, 72, 310, 14). Cl. XI. Bulacu I. Ilie (6257—63, 67, 69—76, 80, 82, 86, 87, 90, 91, 94, 95, 99, 301, 04, 07).

CLUJ. Ş.m. Emil Racoviţă cl. VIII. Gabriel Iuliu (E: 2123—25, 29, 30, 32; 6257—59, 71—73, 75, 308, 10, 14, 16, 56, 57, 68, 70, 72—75, 89, 93), **Lascu Ioan** (E: 2123—26, 28, 29, 32, 33, 46—49, 51—55, 57, 58, 60—62, 64; 6257, 59, 72, 73, 77, 308, 10, 16, 30, 45, 56, 58, 68, 70, 71, 75). Cl. X. **Heilpern Andrei** (6257—65, 67, 69, 71—76, 78, 80, 84—88, 90, 97, 99, 301, 07, 08, 10—12, 14, 16—22, 25, 26, 28, 30, 33, 36, 38, 40, 42—45, 53, 56—59, 61, 62, 65—70, 72, 73, 75, 77—79, 87—90, 93, 98, 400). Ş.m. George Coşbuc cl. VIII. Cîmpeanu Radu (E: 2154, 60—63, 68, 79, 83; 6389). Ş.m. George Barițiu cl. VI. Rădulescu Şerban (E: 2624, 28, 30, 33, 35, 36, 46). Cl. VII. Borcea Suzana (E: 2129, 43, 48, 49, 51, 54, 55, 61; 6275). Cl. VIII. Gate Marieta (E: 2125, 29, 43, 48, 49, 51, 6257, 58, 71).

Ş.m. N. Bălcescu cl. VIII. Lazăr Aurel (E: 2125, 28, 29, 50, 57, 58; 6267), Stănescu Lidia (E: 2129, 43, 54, 60—63), Stoian Daniela (E: 2154, 60—63; 6356, 70), Teuşan Ovidiu (E: 2136, 38, 47, 48, 53, 58, 61, 65, 68), Gabriel Viorica (6257—59, 61, 62, 67, 68, 71—73, 75, 80, 90, 99, 301, 08—10, 12, 14, 16, 17, 23, 30, 38, 44, 45, 55, 57, 66—68, 70—73, 75, 86, 89, 93).

Ş.m. 10. cl. X. Mărgineanu Elena (6258, 59, 62, 72, 86, 99, 317, 44, 45, 67).

Ş.m. 15 cl. VI. Iancău Marian (E: 2153, 56—59, 64, 66). Cl. VIII. Lazăr Doru (E: 2124, 25, 29, 34; 6257, 58, 67, 71—73).

Şcoala de muzică cl. IX. Farkaş Petru (6209, 10, 17, 36, 57—62, 67, 71—74, 76, 77, 80, 92, 97, 99, 301—05, 10, 12, 14, 16, 17, 25, 29).

CRAIOVA. Şc. 8 ani nr. 2 cl. VII. Gheorghe Felicia (E: 2153, 54, 56—64, 67). Absolvent **Gavrilă M. Gheorghe** (6257, 58, 62, 65, 67, 69, 71—74, 76, 81, 89, 97, 301, 04, 08—14, 16—18, 42, 44—46, 58, 59, 65—70, 72, 73, 75, 77, 81, 86, 88), **Georgescu George** (6208—21, 23—27, 32, 34—43, 46—51, 54, 57—65, 67, 69, 71—77, 81, 82, 85, 86, 89, 99, 301, 05, 08—23, 40, 42, 44, 45, 56—73, 75, 76, 78, 79, 82, 85, 89, 401), Popescu M. Marilena (6257, 59, 71, 74, 97, 309, 11, 12, 16, 17, 30, 38, 45, 70).

Ş.m. 1 cl. VIII. Bălan G. Virgil (E: 2129, 32, 49, 54; 6271, 356, 70), Cumpănaşu Mary Cristina (E: 2126, 29, 32, 34, 37, 55; 6325, 57, 58), Dumitru Gheorghe (E: 2154, 60—63, 67, 68; 6257, 89), Gavrilescu Elvira (E: 2154, 60—63, 68; 6389), Păun Ion (E: 2123—25, 29, 30, 32—34, 36, 38, 43, 46—49, 51—54, 57—59, 61—65, 67—71, 79, 80, 82, 83), Turcu Ilie (E: 2125, 26, 29, 32, 34; 6257, 58, 60, 71, 72, 75, 80, 303). Cl. IX. Bănică Marian (6257, 58, 71—73, 308, 10, 14, 56, 70, 71), Dediu Luminiţa (6257, 59, 60, 316, 30, 38, 45, 67, 70, 88, 89, 93), Firulescu Dănilă (6257, 59, 60, 72, 77, 80, 98, 316, 45, 70). Cl. X. Roşu P. Anca (6262, 310—12, 14, 16, 17, 45, 59, 67, 70, 72, 73, 86, 89), **Stănescu C. C.** (6257—63, 67—78, 80, 85—87, 89, 90, 92, 99, 307, 08, 10—12, 14, 16—19, 21—23), Nidumac Pericle (6258, 72, 87, 89, 308, 12, 14, 17, 37, 89).

Ş.m. 2 cl. VIII. Andrei Aurel (E: 2134, 54, 55, 60, 67, 71, 14, 57, 89), Iliescu Doina (E: 2129, 43, 48, 51, 54, 61—63), Popescu Maria (E: 2108, 09, 14, 15, 18, 22, 23, 29, 30, 36, 46, 48). Cl. IX. Creţu Adrian (6258, 60, 67, 71, 308, 14, 44, 45, 57, 67), **Dăescu Dumitru** (6257, 58, 71—74, 14, 44, 45, 70, 72), Petrescu A. Ion (6208, 19, 29, 42, 57—60, 67, 71, 75, 80, 90, 96, 308, 10, 12, 14, 16, 38, 44, 45, 48, 56, 59, 60, 66, 68, 70, 73, 88), Popescu I. Traian Ionel (6257, 58, 60, 67, 71—73, 75, 80, 308, 16, 44, 45, 56, 57, 59, 66, 71—74). Cl. X. Barboi Nicolae (6258, 59, 61, 62, 67, 71—73, 76, 80, 99, 308, 10, 12, 14, 17), Deagătă Lavinia (6257—60, 67, 71, 338, 44, 45, 56, 58, 70, 75, 88, 89, 98), Georgescu Dan (6257—59, 67, 71—75, 308, 14, 16, 44, 45, 56, 60, 71—73, 75, 89), Gîde Liviu (6257—63, 67, 70, 72, 75, 91, 99, 301, 08, 12, 14, 16, 17, 25, 45, 56, 57, 60—62, 65—68, 70—73, 75, 86, 89, 93, 99), Licoiu Dorian (6310—12, 14, 16, 20—23, 30, 42, 44, 45, 52, 56—58, 60, 62, 65—69, 72, 73, 75—78, 81, 82, 86, 89, 93, 94, 99). Cl. XI. **Călina Ion** (6257—62, 64—66, 69, 71, 76, 81, 85, 86, 308—12, 14—18, 24, 38, 42, 44—46, 56, 58, 59, 62—67, 70, 72, 73, 75, 77, 81, 88, 89, 98), **Dragotă Georgel** (6257, 58, 60, 66, 67, 72, 74, 76, 81, 85, 87, 308—18, 24, 38, 42—46, 56, 58, 59, 62—75, 77, 81, 88, 89, 98).

Ş.m. 3 cl. VIII. Bălan I. Adonis (E: 2123, 29, 30, 36, 43, 45—48; 6271). Cl. IX. Borcea Cristina E: 2119, 29, 43; 6308, 29, 36, 42, 59, 316, 45). Cl. XI. Căluşeru Elena (6209, 15, 17, 20, 24, 38, 42, 6272, 312, 17), Ciucu Doru (6257, 61, 62, 67, 71, 75, 76, 85, 301, 10, 12, 38, 45, 56, 75), Diaconescu Mihaela (6272, 73, 75, 99, 344, 45, 56, 62, 67, 70, 73), Ghiţuleasa Dan (6267, 71—73, 80, 90, 308, 12, 14, 16, 17, 38, 44, 45).

Ş.m. 4 cl. IX. Purgariu A. Mihai Dănuţ (E: 2149, 52, 54, 57—59, 61—64, 68—70, 72, 73). Cl. X. Constantin C. Ştefan (6257, 58, 62, 67, 70, 72, 73, 310, 56, 73, 93). Cl. X. Popescu Lucia (6257—60, 71—73, 314, 16, 44, 45). Cl. XI. Tăndăreanu Nicolae (6209, 12, 17, 62, 310—12, 16, 17, 45, 72).

Ş.m. 5 cl. X. Popescu Dorin Lionel (6257—59, 71, 72, 45, 70, 73).

CRIŞANA. Ş.m. cl. X. Pătruţ Popa Ioan (6308—12, 14, 16, 17, 22, 23, 28, 33, 38, 44, 45, 56—59, 62, 67, 68, 70—75, 77, 86, 88—90, 93, 94, 98, 400).

CUCA (Argeş). Absolvent Matei I. Petre (6259—62, 65, 67, 74, 76, 82, 85, 94, 301, 08, 10—14, 16—18, 20, 22, 28, 30, 45, 59, 67, 69, 70, 73).

CURTEA DE ARGEŞ. Absolvent Bărănescu M. Vasile (6357, 59, 60, 62, 65, 67, 69, 71, 72, 81, 85, 301, 09—12, 16—18, 42, 45, 58, 67, 69, 70, 72, 73, 75, 77, 86).

Ş.m.m. cl. VI. Aciu I. Elena (E: 2123, 36, 38, 52, 53, 57, 64). Cl. VIII. Costache I. Ioana (E: 2129, 37, 43, 49, 55, 60, 61), Mirceacu Gr. Gheorghe (E: 2125, 29, 32, 51, 54, 55, 60—63; 6257, 58, 356, 57, 89), Niţulescu Gh. Gheorghe (E: 2141, 51, 61—63, 54, 55, 60; 6389), Popa N. Virginia (E: 2129, 37, 49, 54, 62, 63, 67). Cl. XI. Florescu Nicolae (6257—62, 67, 71—73, 99, 301).

DABULENI. Ş.m. cl. X. Popa Gh. Maria (6262, 67, 72, 90, 310, 44, 58, 68, 70, 72, 73, 86).

DEJ. Ş.m. cl. VIII. Săplăcan Ion (E: 2129, 32, 44, 51, 54, 60—63, 67; 6258, 72, 308, 14, 58, 68, 70, 71, 73, 89). Cl. X. Ghiran V. Ioan (6308, 10, 12, 16, 17, 68, 70—73). Cl. XI. Smărăndescu Cecilia (6257, 58, 60, 71—73, 314, 15, 57, 70).

DEVA. Şc. 8 ani cl. VII. Mîrza Cornel, Beniamin şi Petru (E: 2128, 30, 36, 38,

47, 51, 59, 66, 68). Cl. VIII. Stratulat Adriana (E: 2123—25, 29, 30, 32, 34).

DOMNEȘTI (Argeș). Ș.m. cl. IX. Lixandru Tr. Nicolae (6257—59, 67, 72, 314, 16, 60, 70, 89).

DOROHOI. Ș.m. 2 cl. XI. Ungureanu Dumitru (6262, 71—73, 75, 310, 12, 16, 17, 30, 38, 40, 44, 45).

DRĂGĂNEȘTI-OLT. Ș.m. cl. XI. Niculcea D. Marin (6259, 62, 67, 80, 301, 10, 13, 16, 17, 38, 44, 45, 59, 62).

DUMBRĂVENI (Sighișoara). Ș.m. cl. IX. Boitoș Marius (6267, 70—72, 78, 308, 30, 38, 45, 66—68, 70—73).

DUMITREȘTI (Ploiești). Ș.m. cl. VIII. Anton N. Gheorghe (E: 2137, 43, 44, 54, 55, 60, 67; 6308, 16, 56, 60, 67, 89).

FĂRĂOANI (Bacău). Ș.m. Moldoveanu Leonida (6257—59, 62, 67, 71—76, 80, 90, 99, 301).

FĂGĂRAȘ. Ș.m. cl. IX. Ortocol Gheorghe (6291, 337, 56, 57, 60, 66, 67, 70, 72, 73, 75, 88, 89, 93; E: 2144, 49, 54, 55, 60, 67).

FĂGET (Banat). Ș.m. cl. VIII. Marconescu Gabriel (E: 2125, 28, 29, 37, 43, 51, 63, 68, 258, 91), Otescu Elena (E: 2110, 13, 46; 6257, 67, 71, 314).

FĂLTICENI. Ș.m. 1 cl. X. Gălățeanu Radu (6310—12, 14, 17, 20, 33, 38, 44, 67, 70, 72, 86, 93), Zoița Vasile (6257, 58, 60, 61, 310, 12, 14, 16, 17, 30).

FETEȘTI (Gară). Absolvent Zota N. Ion (6257, 58, 62, 66, 67, 71—73, 76, 81, 357—59, 62, 66—70, 72—75).

Ș.m. cl. X. Tudorache Niculina (6257, 58, 60, 62, 72, 99, 308, 10, 12, 14, 16, 17, 57, 67, 70, 72—74).

FILIAȘI (Oltenia). Absolvent **Oprescu Gheorghe** (6356—60, 62, 63, 65—73, 75—78, 81, 86, 88—91, 94, 95, 97, 98, 400, P).

Ș.m. cl. VIII. Băluță Constantin (E: 2125, 28—34).

FOCȘANI. Ș.m. cl. VII. Valet Florin (E: 2123, 25, 30, 33, 34, 36, 38, 51).

GALAȚI. Șc. 8 ani nr. 24 cl. V. Costiniuc Florin (E: 2083, 114, 15, 23, 30, 36, 38).

Ș.m. 1 cl. VIII. Baltă Silvia (E: 2124, 54, 60, 62, 63, 68, 79), Ghelase G. Dumitru (E: 2123, 25, 30, 34, 36, 46, 47, 51), Herșcovici Horia (E: 2129, 31, 34, 43, 46, 47, 51, 54, 55, 60—63, 67, 68; 6258, 308, 10, 12, 16, 17, 58, 67, 70, 72, 73, 86, 89, 93), Katz Carmi (E: 2143, 48, 51, 54, 61, 63, 67, 68, 70, 71; 6368, 74, 84), Vîrgolici Eugen (6258, 61, 67, 70—75, 90, 92, 99).

Ș.m. 2 cl. VIII. Caloianu Lucia (E: 2129, 30, 36, 38, 43, 54, 55, 58, 60; 6356), Savin Alexandru (E: 2123, 29, 30, 54, 57—64, 67). Cl. IX. Caloianu Maria (6129, 36, 43, 54, 55, 60, 259, 60, 356, 59).

Ș.m. 3 cl. VIII. Constantinescu Dan (E: 2108, 09, 14, 19, 21, 23, 25, 30, 38, 46, 47, 51, 52). Cl. XI. Codreanu Rodica (6257, 59, 62, 67, 70—74, 76, 82, 99).

Ș.m. 4 cl. VI. Fichmann Rodica (E: 2123, 24, 30, 33, 36, 38, 52). Cl. XI. Neguț Sorin (6208, 23, 34, 36, 57—59, 61, 71, 73, 76).

Ș.m. 5 cl. VIII. Gabrovanu Rodica (E: 2123, 30, 35, 38, 51, 52, 54, 57, 60, 63; 6356). Cl. X. Ciobotaru Cornel (6258, 74, 75, 77, 308, 10, 14, 17, 70, 72, 73, 89).

GHERLA. Ș.m. 1 cl. VIII. Baumgarten Alexandru (E: 2125, 29, 32, 34, 257, 58, 71, 72, 77).

GIURGIU. Absolvent Stoian D. Paul (6257, 59—61, 67, 72, 80, 81, 301, 08—11, 13, 14, 16, 17, 30, 45, 56, 59, 66—70, 73, 75, 86, 90). Ș.m. Cl. VIII. Burcea Cornelia E: 2108—10, 13, 14, 18, 21, 23, 25, 29, 30), Căciulan Vasile (E: 2123—25, 29, 30, 33; 6257, 58, 71, Giscă Iulia (E: 2122, 51, 241, 57, 58, 71, 72), Mărăcineanu Eugen (E: 2123—26, 29, 30, 32—34; 6257, 58, 61), Răboj Constanța (E: 2123—25, 28, 29, 43, 46—48, 54, 55, 61—63; 6257, 58, 71, 72, 356, 58, 70, 89). Cl. IX. Manea G. Adrian (6273, 316, 30, 44, 45, 56, 58, 59, 70, 72, 75, 89, 93, 400). Cl. X. Ceapă C. Petru (6209, 12, 24, 42, 43, 59, 62, 67, 71, 310, 17), Chițu Stelian (6209, 42, 310, 14, 17, 45, 56, 59, 67, 70, 72, 73, 93), Livadă Marcel (6258, 59, 69, 308, 10—12, 16, 28, 33, 45, 56, 58, 62, 65, 67, 69), Nicolae M. Ilie (6257, 60, 68, 71—73, 75—77, 79, 80, 82, 85—87, 90, 98, 99, 301, 02, 04, 08, 10, 12, 14, 17, 22, 25, 27, 30, 45, 59, 70, 73, 78, 89), Oprea Ștefan (6208, 12, 15, 24, 28—30, 32, 42, 45).

GURA HUMORULUI. Ș.m. cl. X. Prelici Carol (6209, 15, 42—44, 57, 58, 67, 71, 72).

HAȚEȘ (Buzău). Șc. 8 ani nr. 1 cl. VI. Dogaru Vasilica (E: 2123, 30, 33, 36, 38, 48, 58, 79, 82). Cl. VIII. Marinescu Maria (E: 2123, 30, 33, 36, 38, 46, 48, 58, 82).

HAȚEG. Absolvent **Petriu Emil** (6257—67, 69—73, 75—77, 80, 83, 99, 308—12, 14, 16—18, 25, 38, 44, 45, 56—70, 72, 73).

HĂLĂUCEȘTI (Iași). Ș.m. cl. VIII. Baciu Maria (E: 2080—83, 159, 61, 63, 64).

HOREZU. Ș.m. 1 cl. VIII. Costescu Ștefan (E: 2121, 23, 25, 29, 30, 34, 26, 38, 43, 46—49, 51, 52, 54, 55, 57—64, 67; 6258). Cl. IX. Cretan Ion (6258, 59, 67, 71—73, 75, 90, 245, 70).

Ş.m. Al. I. Cuza cl. IX. Buşe Marcu (6258—60, 67, 71, 72, 80, 303, 04, 08, 16, 29, 44, 45).

HUEDIN. Ş.m. cl. VIII. Opriş Lucreţia (E: 2123—25, 30, 36, 38, 43, 46, 49; 6258).

HUNEDOARA. Ş.m. 1 cl. VIII. Drăghici George (E: 2143, 48, 49, 54, 55, 61, 62, 68), Lup Iosif (E: 2125, 29, 43, 54, 55, 61, 62, 67, 68; 6389), Marinescu Alexandru (E: 2123, 25, 28—30, 38, 43, 46, 47, 51—54, 58, 60, 62—64, 67, 68; 6257, 58, 72, 77, 345, 70, 89), Oprica Doru (E: 2111, 15, 35, 38, 45, 46, 48; 6343). Cl. IX. Ciotescu Ion (E: 2130, 38, 46, 48, 54, 58—60, 62, 68; 6258, 71, 370). Cl. X. Belu Emil (6262, 71, 73, 76, 358, 67, 68, 70—72, 86), Căpăţînă Ion (6277, 310, 12, 14, 16, 45, 56, 58, 66, 67, 70—73, 75), Fazakas Iosif (6258, 59, 70, 73, 99, 308, 10, 12, 14, 17, 45), Popa Spiru (6257, 58, 91, 330, 38, 45, 56, 57, 59, 60, 89). Cl. XI. Lupu A. Alexandru (6310, 12, 16, 17, 38, 45, 68, 70—83, 93).

HUŞI. Ş.m. M. Kogălniceanu cl. X. Diaconu Aurel (6308, 16, 56—60, 66, 68, 70—72, 89, 93).

IAŞI. Şc. 8 ani nr. 7 cl. VII. Kaufman Claudia (E: 2108, 09, 14—16, 21, 22).

Şc. 8 ani nr. 14 cl. VII. Topor Vasile (E: 2108, 10, 11, 13, 14, 22, 23, 30, 33, 35, 36, 38, 42, 46, 51, 52).

Ş.m. 1 Absolvent Polinger Corina (6258, 71, 72, 308—11, 14, 16, 17, 59, 70, 72, 73, 75). Cl. VIII. Mîrzanea Magda (E: 2112, 14, 24, 25, 36, 38, 45).

Ş.m. 3 cl. VII. Linde Radu (E: 2153, 57—59, 61—66, 68). Cl. VIII. **Popa Eugen** (E: 2144, 54, 60—63, 67, 68; 6265, 308, 14, 22, 23, 26, 43, 56—60, 62, 65—70, 72—76, 78, 79, 81, 82, 86, 88—90, 93—95, 98, 400, 02—06, 08—14, 18—22, 24—28, 34—37).

Ş.m. 4 cl. VII. Angelescu Romulus (E: 2136, 38, 47, 48, 51, 53, 58, 59, 63, 68).

Ş.m. 7 cl. VIII. Adomnicăi Minodora (E: 2123, 25, 30, 36, 47, 48, 51, 52), Breaur Niculai (E: 2134, 37, 51; 6257, 58, 72, 74, 314), Burdujea Gheorghe (E: 2123, 29, 57, 58, 71, 73, 75). Cl. IX. Burdujea Mihai (6257—60, 67, 70—73, 75, 90). Cl. X. Florescu Liviu (6280, 90, 304, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 37, 38, 42, 14, 16, 17, 37, 38, 42, 44, 45), Lpuu 44, 45), Lupu Iacob (6308, 10, 12, 14, 17, 42, 71—73, 86).

ILIA (Hunedoara). Ş.m. cl. X. Vlad Virgil (6257—59, 61—63, 67, 71—73, 75, 79, 80, 90).

INEU. Ş.m. cl. VIII. Alexa Nicolae (E: 2125, 28, 51, 54, 67, 258, 316). Cl. IX. **Pop Marius** (6257—61, 67, 70—75, 77, 87, 89, 90, 92, 98, 303, 08, 10, 12, 14, 16, 25, 28—30, 37, 44, 45, 56—60, 66—68, 70—76, 80, 85, 88—90, 93, 98, 99). Cl. X. Dudas Pavel (6258, 59, 310, 14, 23, 45, 56, 57, 62, 65, 67, 70, 72, 73, 83, 93), Dumitraş Dan (6258, 59, 61—63, 67, 71—76, 301, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 45, 70, 71, 86), Liubimirescu Călin (6208, 09, 12, 17, 42, 43, 58, 61, 67, 71, 72, 308, 10, 12, 17).

INSURĂŢEI (Galaţi). Ş.m. cl. XI. Alexe Gheorghe (6257, 59, 67, 81, 309—12, 18, 44, 45, 69, 70).

LUGOJ. Absolvent Daba Dan (6208—15, 30, 42—44, 58, 59, 62, 65, 67, 69, 71—73, 75, 76, 80, 81, 99, 301, 08—12, 14, 16, 17, 38, 45).

Locotenent Bogoşel Vasile (6208—10, 12, 19, 21, 59, 308, 09, 11, 17).

Ş.m. 1 cl. VI. Sămanţu Radu (E: 2136, 38, 46, 57, 58, 66, 69, 73). Cl. VIII. Mateică Dan (E: 2123, 29, 30, 43, 48, 54, 55, 71, 75, 400), Obulov Petru E: 2128, 29, 43, 51, 54, 57, 58, 71, 72, 370). Cl. IX. Frenţi Elena (6257, 59, 71—73, 317, 44, 45, 67, 70). Cl. X. **Şerb Ioan** (6257—78, 80, 82, 86—90, 92, 94—97, 99—305, 307, 10, 12, 17, 42, 45, 58, 70, 98). Cl. XI. Ghera Petru (6257, 60—62, 71—73, 75, 308, 10, 11, 14, 16, 17, 30, 37, 38, 45, 56—58, 65—73, 75, 77, 78, 82, 86, 88, 89, 93, 400, 24), Iovănescu Ioan (6257, 59, 61—63, 67, 70—73, 75, 76, 80, 97, 99, 42).

MĂRĂŞEŞTI. Ş.m. cl. VIII. Cazacu Mihail (E: 2095, 107, 09, 29; 6191, 58, 71).

MEDIAŞ. Ş.m. cl. IX. Brădoşteanu Smarand (E: 2129, 54, 60, 67; 6257—59, 67, 71, 72, 75, 328, 44, 55, 58, 70, 75). Cl. X. Georgescu Clement (6208, 13, 23, 29, 39, 42, 58, 71—73, 75, 87, 312, 14, 16, 45, 56, 59, 60, 66—68, 70—73, 89, 93). Cl. XI. Mărgineanu Dan (6257, 67, 71, 301, 08, 10, 12, 17, 70, 73).

MOINEŞTI (Bacău). Ş.m. cl. VII. Vrînceanu Gabriela (E: 2108, 09, 12, 14—16, 21, 22), Mihai Nicolae (E: 2125, 47, 51, 54, 60—63, 79).

MORENI (Ploieşti). Ş.m. cl. VIII. Ştefănescu Alex. Davia (E: 2125, 29, 34, 43, 44, 49; 6357, 71). Cl. X. Mărăşescu N. Sergie (6208—10, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 23, 24, 38, 42—44, 54, 56—58, 60—62, 67, 68, 70—76, 80, 99, 301, 08, 10—12, 14, 16, 17, 44, 45), **Ţican Mihai Gabriel** (6208, 12, 42, 43, 57—62, 71—73, 76, 80, 82, 85, 87, 89, 90, 92, 99, 301, 05, 07, 08, 10—12, 14, 16, 17, 29, 30, 38, 45, 57—59, 62, 65, 67—73, 78, 81, 86, 93, 94).

NĂSĂUD. Ş.m. cl. VIII. Ilioaie Vasile (E: 2125, 29, 32, 34, 47, 54, 55; 6258, 67, 71, 316, 28, 56, 58, 70), Mureşan

Florin (E: 2125, 29, 31, 32, 34, 37, 43, 49, 60; 6257, 58, 71—73, 92, 308, 10, 16, 28, 44, 56, 70, 400), **Timbulea Ion** (E: 2129, 34, 37, 43, 48—51, 54, 60—63, 67, 68; 6258, 67, 71, 72, 74, 92, 308, 10, 16, 28, 44, 56, 58, 70, 71, 89). Cl. IX. Kiselstein Aurel (6260, 74, 30, 38, 44, 59, 67, 68, 70—73, 92), Vălean Surora (6257—60, 71, 75, 310, 16, 28, 45). Cl. XI. **Pleş D. Gheorghe** (6208—18, 21, 24, 25, 34, 38, 40, 42, 43, 45—47, 51, 54, 56—67, 69, 71—73, 77, 80—82, 89, 90, 92, 99, 301, 04, 05).

NEGREŞTI (Bacău). Şc. 8 ani cl. VII. Roibu Niculina (E: 2108, 21, 30, 58, 61, 64, 68).

NEGRU VODĂ. Ş.m. cl. IX. Merişor Matei (6257, 58, 71, 72, 314, 57, 67, 70, 72, 73, 89).

NOVACI. Absolvent Uţu I. Ion (6265—67, 69, 71—73, 75, 76, 80, 81, 85, 99, 301, 05, 08—11, 13, 14, 16—19, 30, 35, 45, 56, 65, 67—69, 71—73, 75, 93). Ş.m. cl. IX. Comănescu Gheorghe (6258—60, 71, 72, 314, 45, 59, 60, 70, 83, 89), Sisivoi C. Const. (6258—60, 71, 316, 45, 57, 59, 67, 70, 72, 75, 93). Cl. XI. Sisivoi Romeo (6258, 59, 61, 65, 67, 69, 71—73, 76, 308—12, 14, 16—18, 45), Anonim (6257—62, 65—67, 71—76, 80—82, 89, 301, 07—19, 21, 42, 45, 47, 56, 59, 62, 63, 65, 67—70, 72, 73, 75, 77, 78, 81, 84, 86, 93, 94, 405, 08, 10, 42).

ONEŞTI (Bacău). Şc. 8 ani cl. VII. Papanicolau Lefteris (E: 2130, 33, 36—38, 47, 61, 66).

Ş.m. 1, cl. XI. Şerban Nicolae (6211, 15, 19, 23, 57—62, 67, 71—76, 99, 301, 07, 10, 12, 16, 17, 56, 58, 67, 70), Timaru Theodor (6224, 32, 34, 38, 42, 43, 57—59, 61, 62, 82, 301, 07, 08, 10—12, 16, 17, 38).

ORAVIŢA. Ş.m. cl. IX. Florescu Florian (6208, 27, 57, 59, 71—73, 75, 97, 310, 12, 14, 16, 29, 30, 38, 45).

ORĂŞTIE. Ş.m. Aurel Vlaicu, cl. VIII. Telman Liviu (E: 2136, 38, 43, 47, 51, 52, 58, 61—63). Cl. X. Hîndoreanu Constantin (6169, 71, 77, 79, 83, 88, 92, 99, 209, 12, 13, 17, 42, 43, 61, 258, 59, 61, 62, 67, 71, 72, 75, 76, 99, 301).

ODORHEI. Ş.m. cl. X. **Lupu Rela** (6257—59, 61, 67, 71—74, 80, 82, 86, 90, 92, 301, 03, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 22, 23, 29, 30, 37, 38, 44, 45, 50, 66—68, 70—73, 75, 77, 86, 89, 93).

ORADEA. Absolvent **Berger Gavril** (6257, 59—61, 64—67, 69, 71—73, 75, 76). Ş.m. 1, cl. IX. **Bucşianu Adrian** (6258—60, 67, 71, 72, 75, 314, 16, 28, 38, 45, 56, 59, 67, 70, 72, 76, 89, 93; E: 2154), **Hîncu Marius** (6257—60, 67, 71—75, 77, 80, 92, 304, 08, 14, 16, 22, 28—30, 37, 44, 45, 56—60, 67, 68, 70—73, 75, 82, 89, 93, 98). Cl. X. **Borcia I. Sorin** (6208, 13, 15, 20, 24, 29, 42—44, 57, 59, 61, 62, 67, 71—73, 75, 99, 308, 10, 12, 14, 16, 17, 30, 37, 38, 44, 45, 56, 57, 59, 62, 66, 68, 70, 71), **Memetea Ovidiu** (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 23, 24, 29, 32, 34, 36, 40—43, 47, 49, 58—62, 67, 69, 71—76, 85, 92, 97, 99, 301, 17, 45), **Negruţiu Vasile** (6136, 45—48, 64, 66, 68—71, 77, 79, 83, 84, 86, 88, 90, 92, 95, 97, 201, 03—06, 08—13, 16, 17, 19, 20, 23, 24, 29, 41—43, 51, 54, 56).

Ş.m. 4, cl. VIII. Nemeti Csaba (E: 2123—25, 29, 30, 33, 34, 36—38, 40, 41, 43, 46—50, 53; 6344). Cl. IX. But Tiberiu (6100, 26, 31, 79, 208, 29, 42, 57—59, 67, 71, 72).

ORŞOVA. Ş.m. cl. VIII. Dumitrescu Dan (E: 2125, 28, 29, 54, 55, 58, 60—63, 67, 68, 258, 71, 72). Cl. IX. Craiciu Dan (6356, 58, 59, 66, 70, 72—75, 88, 93, 400, 20, 24, 31). Cl. X. Covăsală Pavel (6257—59, 62, 71, 72, 91, 308, 10, 12, 14, 56, 57, 73, 89), Herzal Eugen (6257—59, 71, 310, 12, 14, 38, 89, 93; E: 2129, 43, 44, 49, 54, 60, 67).

OŢELUL ROŞU. Ş.m. cl. VIII. Anghelescu Ana (6389; E: 2124, 25, 46, 48, 51, 54, 55, 58—63, 68), Seiculescu Constantin (E: 2125, 28, 29, 43, 58, 71, 72), Tuican Floare (6316, 44, 56—58, 67, 70—75, 89, 424; E: 2154, 55, 60—63, 67, 68, 71, 74, 75, 78—81, 83).

PANCIU. Ş.m. cl. VII. Ioniţă Marin (E: 2136, 38, 53, 56—59, 66, 69, 72, 82). Cl. VIII. Mînea Gheorghe (6291; E: 2125, 26, 28, 29, 34, 51, 55, 61). Cl. X. Tudorache Ion (6209, 12, 15, 19, 23, 24, 28, 36, 42, 43, 57—59, 61, 67, 71—76, 80, 82, 85, 86, 98, 99, 301, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 21, 38, 44, 45; E: 2113, 18, 20, 26, 31, 37, 43, 49). Cl. XI. Mocanu Dumitru (6212, 43, 67, 71, 72, 76, 211, 14, 38, 45, 56, 58, 427, 41; E: 2129, 31, 37, 43, 54, 55, 67, 68, 75).

PĂTÎRLAGELE. Ş.m. cl. VIII. Neacşu Dumitru (6271, 72, 308, 70; E: 2129, 54, 55, 60—63, 68). Cl. IX. Mirică Nicolai (6257, 71, 356, 67, 70, 72, 75, 99; E: 2129, 61). Cl. X. **Andrei Titus** (6208, 09, 12, 13, 15—17, 20, 23, 24, 26, 29, 30, 36, 42, 43, 47, 50, 57—63, 67, 71—76, 79, 80, 82, 85, 87, 91, 92, 97—99, 301, 04, 05, 07, 10, 12, 14, 16, 17, 28), **Pavel Dumitru** (6311, 22, 23, 25, 26, 28—30, 33, 38, 40, 42, 54, 57, 58, 60—62, 65—72, 75, 86,

88, 93, 94, 98, 400, 05, 10, 21, 24, 28, 34, 36, 41).

PĂUNEȘTI (Adjud). Șc. 8 ani cl. VI. Stroescu N. (E: 2128, 30, 33, 36, 51, 56—58). Cl. VII. Bacalu Lucica (E: 2127, 28, 33, 38, 51, 56, 58, 63), Duman Florica (E: 2128, 38, 51, 56, 58, 59, 63), Neagu Elena (E: 2128, 36, 46, 48, 59, 61, 63, 68), Sandu Victoriţa (E: 2127, 28, 51, 56, 58, 59, 63), Vişan Ştefan (E: 2127, 28, 36, 38, 51, 56, 58, 63).

PERIAM (Banat). Ș.m. cl. X. Peiov Petru (6208, 09, 13, 32, 42, 43, 58, 61, 62, 73, 80, 99, 308, 10, 12, 14, 16, 40, 44, 54).

PETROȘENI (Hunedoara). Ș.m. cl. VIII. **Joni Maria Victoria** (6243, 71; E: 2120, 29, 34, 36, 39), Stan Mihai (6208, 39, 42, 58, 59, 62, 67, 71, 72, 75, 77, 90, 93, 308, 14, 16, 17, 30, 37, 38, 42, 44—46, 57, 60, 67, 68, 70, 72, 73, 86, 89, 92; E: 2108—26, 28—30, 32, 34, 37—40, 43, 44, 46, 48, 51, 52, 54, 55, 58—64, 66—68). Cl. IX. Bălan Toma (6208, 19, 42, 57, 58, 62, 71, 308, 14, 16, 45), Rusu Dumitru (6131, 44, 208, 19, 57—59, 71, 72, 74, 75, 92, 314, 16, 38, 45), Săbău Margareta (6208, 42, 57—59, 71, 74, 75, 314, 16, 29, 38, 45). Cl. X. Joni Nicolae (6258, 67, 99, 301, 08, 11, 14, 16—18, 44, 45), **Oprişiu Cornel** (6257, 58, 60—62, 67, 71, 72, 75, 76, 89, 99, 305, 08, 10—12, 14, 17, 18, 30, 38, 40, 42, 44, 45, 48, 56, 59, 61, 62, 65—76, 81, 89, 93). Cl. XI. **Lepădatu Ion** (6257—59, 62, 64, 65, 67, 71, 72, 74—76, 81, 99, 308—12, 14, 16—18, 26, 30, 37, 38, 42—45, 56, 67, 69, 70, 72, 73, 75, 86, 89, 93), Perjeru Emil (6156—58, 60—79, 83, 84, 86, 88, 91, 94, 95, 99, 201, 03).

PIATRA NEAMȚ. Șc. 8 ani nr. 3, cl. VII. Ioinovici Adrian (E: 2136—38, 45, 46, 48, 54, 56, 58, 59, 63, 66).

PITEȘTI. Ș.m. 1, cl. VII. Cernătescu Carmen (E: 2136, 38, 39, 47, 51, 58, 61, 64), Mihalaşcu Gheorghe (E: 2136, 38, 39, 53, 63, 64, 69, 71), Păunescu Ştefan (E: 2130, 36, 38, 48, 51, 53, 59), Corbescu Mihai (6389; E: 2129, 49, 54, 55, 60, 61, 67), Lazăr Mircea (6344, 56, 70, 73, 93; E: 2136, 38, 43, 45—48, 52—54, 57—64, 68—71, 73, 79, 81—83), **Lunguleseu Bogdan Eugen** (6148, 50, 58, 69, 71, 77, 79, 83, 86, 88, 91, 92, 94, 99, 208—10, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 26, 29, 32, 39, 40, 42—44, 47, 54, 57—62, 67, 70—77, 80, 90, 92, 99, 301, 04; E: 2084, 88, 89, 91, 96—102, 08, 09, 16, 18, 20—22, 25, 26, 28, 29, 31, 32, 34). Cl. IX. Ancăr Simona (6257, 58, 67, 71, 72, 74, 75, 359; E: 2108, 10), Giuglan Daniel (6208, 42, 58, 59, 67, 71—75, 80, 90; E: 2113, 18, 20, 26, 29, 31), Minasian Eduard (6308, 14, 57, 60, 66, 68, 70—73, 88, 89, 93, 431), Savu Ion (6131, 242, 58, 60, 71—73, 75, 308, 38, 45). Cl. X. Drăghici Miron (6257, 58, 67, 71—75, 356, 57, 67, 68, 70, 73), Epure Gheorghe (6257—59, 76, 308, 11, 12, 17, 70, 86, 99). Cl. XI. Haret Ion Bogdan (6261, 62, 67, 71, 73, 80, 310, 12, 16, 17, 56, 70, 72, 73, 86, 93), Roman Mihaela (6308, 10, 12, 14, 16, 17, 56, 59, 62, 67, 70, 72, 73).

Ș.m. 2, cl. V. Zaharescu Agata (E: 2123, 30, 33, 36, 57, 58, 61, 64). Cl. VII. Ionescu Radu (E: 2088, 121, 30, 33, 35, 36, 38, 46, 47, 51, 52, 57—59, 61, 63, 64, 66, 69, 79, 82). Cl. VIII. Baia Doina (6375; E: 2120, 43, 54, 55, 60—63, 67), Moldoveanu Anca Lucia (E: 2151, 58, 60—62, 63, 67), Perianu Marian (6389; E: 2154, 55, 60—63, 67, 68). Cl. X. Radu Athanasie (6259, 61, 70, 72, 80, 86, 99, 301, 07, 08, 10, 12, 14, 17, 38, 42). Cl. XI. Stănescu Petrişor (6257, 59, 62, 71—73, 310, 12, 14, 16, 17, 42, 45, 56, 65, 67, 70, 72, 73, 77, 86, 89, 93, 94).

Șc. 8 ani nr. 8, cl. VII. Mîndruţeanu G. (6374; E: 2114, 17, 20—22, 30, 33).

PINCOTA. Ș.m. cl. VIII. **Chebeleu Petru** (6314, 10, 18, 45, 69, 92, 99, 208, 12, 13, 17, 19, 24, 30, 47, 57—63, 67, 71—76, 80, 86, 90—92, 97, 99, 301, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 28, 30, 33, 38, 44, 45, 65—68, 70—73, 89, 93, 400).

PLOIEȘTI. Absolvenţi: **Covalciuc Valentin** (6208—30, 32—36,38—40, 42—47, 51, 54, 56—67, 69—77, 80—82, 85, 88—91, 97, 301, 04, 05, 07—20, 22, 24, 28—30, 32, 33, 35—38, 40, 42—45, 53, 54, 56—59, 62, 63, 65, 67—75, 77, 81, 84, 86, 89, 90, 93—95, 98, 400, 04, 05, 08—12, 16, 18, 20—22, 24, 28, 31, 32, 34, 36—42), Dragomirescu Valentin (6257—63, 69—76, 99), Dumitraşcu Teodor (6258, 67, 71—73, 308—11, 14, 16, 17), **Minculescu Gheorghe** (6247, 57, 59, 62, 67, 71—73, 80, 301, 07—12, 14, 16—18, 20, 22, 23, 30, 34, 38, 40, 44, 45, 59, 65—67, 70, 72, 73, 86, 88, 93, 405, 09, 10, 14, 16, 28).

Ș.m. 1, cl. VII. Dobrescu Laurenţiu (E: 2105, 23, 30, 36, 38, 58, 59, 61), Gafiţeanu Liliana (E: 2125, 30, 33, 35, 36, 38, 46, 47, 51—53, 56, 58, 59, 61—64), Iordache Sorin (E: 2123—25, 28, 30, 33—35), Iosif Carmen Nicoleta (E: 2128, 32, 45—48, 51, 61—63), Petrea Cristina (E: 2136—39, 45, 48, 49, 51). Cl.

VIII. Botoşanu Lidia (6271, 72, 308, 10, 14, 16, 28, 45, 56, 57, 70, 72, 73; E: 2141, 43, 51, 52, 54, 55, 60—63, 67, 68), Dabija Iraida (6139, 47; E: 2083, 88, 97, 105, 21), Dumitraşcu Gheorghe (6289; E: 2143, 49, 54, 55, 60, 67, 74, 78, 80, 83), **Dumitrescu Marian** (6314, 44, 56, 57, 70—75, 89, 424; E: 2136, 38, 43, 46—49, 51—75, 82, 83), Gafiţeanu Carmen (E: 2133, 35, 36, 38, 44, 46, 47, 51—54, 56—59, 60, 61, 63, 67), Lövensohn Marian (6271, 328, 70; E: 2123—25, 29—31, 36, 37, 43, 51, 54, 59—61), Mihăilescu Ion (E: 2121, 31, 43, 48, 54, 55, 60, 67), Moraru Eleonora (6234, 38; E: 2120, 29, 31, 37, 54), Nicolae Aurelia (7370; E: 2136, 38, 43, 54, 59, 69, 70, 72, 79), Nicolescu Amelia (6304; E: 2131, 60, 62, 68, 71, 79, 83), Prelipceanu Minodora (6345, 57, 58, 70, 72, 89; E: 2141, 43, 47, 48, 51, 54, 58, 60, 67), Roman Dan (6257, 71, 304; E: 2129, 31, 37, 40), Semeneu Marina (E: 2143, 48, 54, 55, 60—63, 74, 83), Zamfir Cristian (6258, 71, 328, 44, 56, 58; E: 2125, 29, 31, 37, 43, 49, 50, 54, 55, 60—63, 67). Cl. IX. Bîzu Marius (6213, 19, 23, 36, 38, 71—73, 75, 79, 84), Brătulescu Nicolae (6330, 44, 45, 56, 67, 70, 93; E: 2143, 49, 54, 55, 60, 67), Dima Ştefan (6258, 71, 314, 16, 44, 45, 57, 59, 60, 70, 72, 89, 93), Ionescu Gabriela (6257—60, 67, 71—75, 80, 90, 95, 302, 10, 14 ,16, 28, 30, 38, 41, 44, 45, 56, 57, 59, 60, 67, 68, 70, 72, 75, 88—90, 93), Pîrvu Constantin (6257, 59, 71, 72, 316, 45, 56, 59, 70, 71; E: 2129), **Simion Gheorghe** (6322, 23, 25, 27, 29, 33, 40, 56—60, 62, 66—68, 70—73, 75, 76, 78, 84, 86, 89—91, 93, 94, 96, 99, 400, 16, 18, 20, 21, 24, 27—29, 39—41), Stan Gh. Ion (6257—60, 330, 45; E: 2129, 43, 49, 50), Tudor Dumitru (6208, 36, 60, 80, 308—14, 16, 30, 45, 67, 68, 70). Cl. X. Bart Liliana (6208, 12, 13, 34, 42, 58—60, 62, 73, 77, 97, 99), Ilisei Florin (6308, 11, 12, 14, 16, 17, 42, 45, 57, 62, 70, 400), Naum Mariana (6271—73, 310, 12, 14, 16, 42, 45, 68, 70—72), Soare Constanţa (6257, 59, 67, 71, 72, 74, 316, 38, 45, 56, 58, 70, 72), Stoica Cornelia (6250, 71, 77, 97, 366, 68, 70, 72, 73, 86), **Vrînceanu Vasile** (6114, 19, 27, 29, 36, 47, 61, 63, 66, 69, 71, 77, 79, 83, 86, 88, 92, 208, 09, 12, 13, 15, 20, 23, 24, 30, 32, 42, 54, 57—62, 67, 71—76, 80, 99). Cl. XI. Cîrstea Nina (6208, 12, 19, 29, 32, 43, 61, 62, 71, 301, 10, 17, 56, 70), Leonte Filip (6265, 71—73, 309—11, 14, 16—18, 30, 44, 45, 56, 69, 70, 72, 400, 12, 19, 20), Moisescu Ana (6267, 68, 71—73, 75, 99, 310, 12, 17, 42, 56, 70, 73, 86), Soare Cristel (6310, 12, 14, 16, 17, 44, 45, 56—59, 62, 67, 70—73, 75).

Ş.m. 2, cl. VI. Lupulenco Livia (E: 2136, 38, 47, 48, 52, 53, 57, 58). Cl. VII. Antonescu Adrian (E: 2130, 33, 36, 48, 51, 53, 59, 66, 68), Stătescu Vivian (E: 2111, 14, 15, 21, 23, 30, 33, 36, 38, 47, 52). Cl. VIII. Beldescu Adrian (6244, 57, 58, 71, 73; E: 2108, 09, 13, 16, 20—22, 25, 29, 34), Cernat Laurenţiu (6258; E: 2123, 25, 29, 31, 32, 43, 46, 51), Cojocaru Luminiţa (E: 2123—25, 28—30, 36, 38, 43, 46, 51, 54, 58—60), Copoiu Florin (6356, 70; E: 2137, 41, 43, 46, 48, 49, 51, 52, 54, 55, 56, 59—63, 67, 68), Dumitru Andrei (6257, 58, 71, 309, 56, 70; E: 2125, 29, 31, 34, 37, 54), Gaftoescu Lucia (E: 2125, 29, 43, 54, 55, 60—63, 68), Georgescu Alina (6257, 356; E: 2143, 54, 55, 60—62, 67, 74, 83), Ilie Octavian (E: 2123, 25, 29, 30, 33, 36, 38, 46, 48), Lupaşcu Lavinia (E: 2123—25, 28—30, 36, 38, 43, 46, 51, 54, 58—60), Marica Petre (6257, 58, 67, 71, 72, 75; E: 2125, 28, 29, 43, 51), **Mignea Arminius** (6208, 15, 20, 23, 25, 29, 39, 41, 42, 44, 54, 57—61, 67, 70—75, 77, 80, 89, 90—92, 96, 99, 303, 05; E: 2108—10, 12, 13, 16, 18, 20—22, 25, 26, 28, 29, 31, 32, 34), Nemeş Tudorina (E: 2129, 30, 41, 46, 48, 57, 63), **Orăşanu Laurenţiu** (6229, 67, 80, 308, 14, 30, 93, 356—58, 66—68, 70—73, 89, 424; E: 2133, 39, 40, 51—64, 66—80, 81, 82), Papuc Viorel (6271, 72; E: 2125, 26, 29, 43, 44, 61—63), Pîrliţeanu Eugenia (E: 2136, 38, 43, 46, 54, 58, 59, 61, 63, 67), Roşculeţ Valeriu (E: 2124, 25, 28, 35, 36, 38, 52), Vasile Rodica (E: 2125, 29, 31, 43, 51, 54, 55, 60, 68), Vaşciuc Mihai (E: 2136, 38, 47, 52, 54, 58, 59, 61—63), Spiridon Maria (6257, 58, 67, 71, 314, 28, 56, 58, 70, 75), Stoica Elena (E: 2125, 29, 43, 48, 51, 60—62, 67, 68). Cl. IX. Bădescu Alexandru (6257—62, 67, 71—73, 75, 77, 79, 80, 92, 99, 303, 05), Dîmboviceanu Marinela (6208, 11, 12, 23, 36, 41, 42, 44, 57—60, 67, 70—73, 75, 77, 80, 97, 367, 70; E: 2113, 18, 20, 25, 29, 54, 55, 60, 67), Dinu Cornel (6208, 11, 19, 29, 38, 42, 43, 60, 71, 72, 80, 345), **Stan Emil** (6209, 10, 21, 22, 27, 33, 34, 41, 44, 56, 61, 62, 78, 83, 87, 89, 90, 94, 95, 97—300, 02, 08—10, 12, 13, 16, 17, 20—22, 25, 29, 30, 40, 45; E: 2120, 37, 43, 44, 49, 50), Tilimpea Viorel (6208, 13—15, 20, 23, 29, 38, 39, 41—43, 54, 57—62, 67, 70—75, 77—80, 90—92, 99, 303, 05), Vişan Lucian (6257—61, 67, 71—75, 77, 80, 90, 302, 03, 08, 10, 12, 14, 16, 21, 28—30, 38,

44, 45, 56—60, 66—68, 70, 72, 89, 90). Cl. X. Alteanu Georgeta (6314, 16, 30, 45, 56, 66, 67, 70, 72, 73, 89, 93, 420), Georgescu Marius (6257, 60, 67, 70—75, 80, 90—93, 302; E: 2126, 29, 31), Gheorghiu Liliana (6308, 10, 12, 17, 56, 58, 70—73), Marica Smaranda (6257, 58, 61, 62, 71, 72, 75, 99, 301, 08, 10, 12, 14, 17, 23), Orăşanu Marilena (6258, 72, 308, 10, 12, 14, 16, 30, 56, 58, 66, 67, 73), **Radu Vasile** (6258, 74, 86, 309, 11, 13, 18, 21, 25—28, 30—35, 40, 42, 43, 48, 52—54, 56—62, 65—76, 78, 79, 81, 83, 86, 88—90, 93, 94, 98, 400, 05, 09—11, 16, 19, 21, 24, 28, 36, 41), Tintă Mircea (6257—62, 67, 70—73, 75, 77, 79, 80, 90, 92, 99, 305). Cl. XI. Costescu Ion (6208, 10, 12—14, 16, 21, 42, 43, 51, 58, 59, 61, 62, 65, 67, 71—73, 75, 97, 99, 308—12, 16—18, 70, 72), Provian Şerban (6310, 12, 14, 38, 44, 56, 57, 70, 71, 89, 93, 420).

Ş.m. 4, cl. VI. Grigore Rodica (E: 2123, 30, 36, 38, 46—48). Cl. VIII. Albulescu Mircea (6310, 16; E: 2108—10, 14, 18, 21, 22, 29, 43, 51, 54, 60—63), Arnăutu Tamara (6310, 14, 16, 57, 58, 71—73; E: 2125, 29, 37, 43—45, 51, 55, 61, 67), Brăiloiu Marcel (6271, 73, 310; E: 2125, 29, 34, 43, 51), Ioniţă Domnica (6271—73, 310, 16; E: 2125, 29, 43, 45, 48, 51, 54, 55, 60—63, 67), Oroviceanu Maria (6257, 58, 71—73; E: 2125, 26, 28, 29, 34), **Sachelarie Dan** (6213, 19, 36, 38, 39, 57, 59—62, 67, 70—75, 80, 90, 97, 304, 05, 08, 12, 14, 16, 22, 28—30, 37, 38, 40, 44, 45, 67, 70, 72, 75; E: 2137, 44, 50, 54, 55, 67), Teodor Elena Nuţa (6257, 71—73; E: 2125, 25, 29, 31, 32). Cl. XI. Florea Florian (6224, 25, 29, 35, 40, 46, 54, 57, 59, 62, 65, 67, 69—73, 75, 80, 81, 99, 308—13, 16—18, 22, 23, 30, 38, 40, 44, 45, 56, 65, 67—71, 73, 75, 78, 86, 90), **Papuc Ilie** (6219, 21, 24, 29, 35, 40, 42, 54, 59, 65, 69—75, 81, 85, 99, 308—14, 16—19, 30, 38, 45, 56, 59, 66—70, 72, 75, 86, 93).

Ş.m. 5, cl. VI. Stere Daniel (E: 2123, 30, 35, 36, 46, 52, 56, 57, 64). Cl. IX. Bădilă Doru (6258, 71, 72, 308, 30, 45, 56, 59, 70, 73), Lungu Valeria (6208, 57—60, 71, 80, 91, 97, 314, 25, 29, 38, 45; E: 2129, 31, 43, 49), Nicolae Florea (6275, 80, 308, 12, 38, 56—60, 66, 68, 70, 72—75, 89, 93, 98), Oprea Ion (6267, 71, 72, 75, 80, 97, 345, 70, 72, 74; E: 2129, 54, 60, 67), Voicilaş Cornel (6257—60, 71—73, 314, 16, 30, 38, 44, 45). Cl. X. Cremenescu Gh. (6208, 15, 17, 36, 42, 58—62, 70—75, 301, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 30, 33, 38, 44, 45).

Ş.m. 6, cl. IX. Taraş Viorel (E: 2136, 38, 46, 47, 51, 52, 54, 57—63). Cl. X. Rizea Emilia (6257—60, 67, 71—73, 359, 70, 71).

Ş.m. de muzică şi arte plastice, cl. VII. Vişan Marian (E: 2129, 30, 32, 37—39, 41, 48, 63).

Şc. 8 ani nr. 4, cl. VII. Chiriac Ion (E: 2136, 38, 45—48, 51, 58).

Şc. 8 ani nr. 12, cl. VII. Niţu Gabriel (E: 2136, 38, 47, 51, 53, 59, 68).

POTCOAVA. Ş.m. cl. VIII. Staicu Floarea (6258, 345, 57; E: 2129, 43, 55, 67).

PREDEAL. Ş.m. cl. XI. **Ioniţă Maria** (6257—63, 67, 71—75, 80, 90, 92, 99, 301, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 23, 44, 45, 56, 59, 61, 62, 67, 70—72).

PRUNDUL BÎRGĂULUI. Ş.m. cl. VIII. Vrîncean Andrei (6357, 70, 72; E: 2136, 38, 39, 52, 54, 58, 59, 61—63, 67—70, 73, 74, 79—83).

PUCIOASA. Absolvent **Spotaru Aurel** (6257—67, 69, 71—73, 75—78, 80—82, 85—87, 89—92, 97—99, 301, 02, 04, 05, 07, 09—14, 16, 17).

Ş.m. cl. VIII. Diaconu Gheorghe (6257, 58, 71—73, 75, 356—58, 70, 73, 74; E: 2125, 26, 28, 29, 31, 32, 40, 41, 43, 44, 48, 51, 54, 55, 60—63, 67, 68), Mîndroiu Maria (E: 2123, 25, 30, 36, 38, 58, 61, 62), Poll Elisabeta (6370; E: 2125, 29, 54, 61—63, 67, 68). Cl. X. Drăghici Cornel (6257, 70—72, 308, 10, 11, 14, 17, 18), **Niţescu Dan** (6208, 09, 11, 13, 17, 23, 25, 28, 41—43, 57—59, 61, 62, 67, 68, 70—75, 92, 99, 301, 08, 10, 12, 13, 14, 16, 17, 44, 45, 56, 58, 59, 61, 65—68, 70—74, 77, 84, 88, 89). Cl. XI. **Bîrlog Corneliu** (6258—63, 67, 71, 77, 79, 80, 83, 87, 89, 97, 99, 301—03, 05, 08, 10—12, 14, 16, 17, 20, 22, 28—31, 37, 38, 44, 45, 52, 56—59, 61, 65—67, 70, 72—76, 78, 82, 85, 89, 90, 93, 99), Diaconu Eugenia (6257, 58, 61, 62, 71—73, 310, 56, 58, 67, 68, 70—75), Zeghir Gheorghe (6257, 59, 60, 67, 71, 72, 310, 11, 14, 16, 17, 28, 30, 37, 44, 45, 56, 58, 59, 67, 70, 72, 73, 86, 89).

Şc. de 8 ani cl. VII. Popescu Elena (E: 2123—26, 29, 32, 34, 36, 38, 43).

RĂCARI (Bucureşti). Ş.m. cl. IX. Dinu Valerica (6258, 67, 71, 72, 310, 14, 16, 28, 45, 56—58, 67, 70, 72, 89, 93), Dumitrescu Ioana (6314, 16, 28, 30, 45, 56—58, 67, 70, 72, 75, 89, 93), **Ion Şt. Nicolae** (6357—60, 62, 67, 73, 75, 80, 89, 99, 311, 12, 14, 16, 28, 30, 37, 38, 42, 44—46, 56—60, 67, 70, 72, 75, 82, 88—90, 93), Miulescu Cecilia (6251, 69, 76, 85, 90, 94, 99, 305, 09—12, 14, 16—18, 28, 30, 33, 37, 40, 42, 44, 45, 56—60, 62, 65—70, 72, 73, 75—77, 81, 82, 88—90, 93, 400), Neacşu Elena (6258,

67, 71, 72, 310, 14, 16, 28, 45, 56, 58, 67, 70, 72, 93), Panait Alexandru (6257, 58, 60, 67, 71, 72, 311, 14, 16, 28, 42, 44, 45, 70, 93), Răducanu Maria (6314, 16, 28, 44, 45, 56, 58, 67, 70, 72, 88, 89, 93, 416, 24), Stanciu Dumitru (6257—62, 72, 73, 75, 76, 80, 99, 310—12, 14, 16—18, 28, 30, 33, 37, 38, 40, 42, 44, 56—60, 62, 65—70, 72, 75—77, 82, 89, 90, 93, 400). Cl. X. Antonescu Aurelia (6311, 14, 16, 28, 33, 44, 45, 56, 58, 69, 70, 72, 89, 93). Dincă Gheorghe (6276, 85, 99, 305, 23, 25, 33, 43, 50, 56—62, 65—67, 69, 70, 72, 73, 75—77, 81, 82, 88—90, 93, 98, 400), Ştefan Alexandru (6258, 62, 67, 71—73, 80, 82, 90, 301, 08, 10, 12, 17, 45, 70, 72, 73, 75, 86, 89, 93; E: 2129, 43, 44, 49, 54, 55, 60, 67), Cl. XI. Dragnea Elena (6308, 10—12, 16, 17, 30, 43—45, 90, 93), Drăguşin Ioan (6356—58, 67, 70, 72, 73, 77, 89, 93), Miulescu Elena (6308, 11, 17, 28, 45, 56—58, 61, 67, 69, 70, 72, 73, 75, 77, 82, 88, 89, 93, 420, 21, 24, 28, 31), Nae Ion (6310, 16, 17, 30, 42, 45, 58, 70, 72, 93), Stanciu Eufimia (6310—12, 14, 16, 17, 28, 30, 45, 56—58, 67, 70, 72, 75, 89, 93), Tica Niculina (6310—12, 16, 17, 30, 42, 45, 58, 62, 70, 72, 93).

RĂDAUŢI. Ş.m. Cl. XI. Weinstein Jack (6164, 69, 71, 77—79, 81, 91, 92, 99, 208—10, 12—17, 19, 20, 24, 26, 27, 29, 32, 34, 36—38, 40—44, 49, 54—64, 66—77, 80, 81, 86, 87, 89, 91, 92, 97—301, 04, 05, 07, 08).

REBRICEA (Iaşi). Şc. 8 ani cl. VII. Anei Genoveva (E: 2123—25, 29, 30, 36, 38, 43).

REŞIŢA. Ş.m. 1, cl. VIII. Maldet Iosefina (6257, 58, 356, 57, 70, 72; E: 2125, 29, 47, 48, 54, 55, 61—63). Cl. XI. Buţă Viorel (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 41—43, 57—59, 60—63, 67, 70—77, 79, 85, 87, 90, 92, 99, 301, 07, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 21—23, 28—30, 33, 37, 38, 42, 44, 45, 56—62, 73, 75, 86, 88, 93, 400), Mănescu Ştefan (6308, 10, 12, 14, 16, 17, 23, 29, 38, 44, 45, 56—60, 62, 65—67, 70, 72, 73, 88, 89, 93, 420, 24, 31).

RIMNICU SĂRAT. Ş.m. 1, cl. VIII. Spinu Gloria (E: 2154, 55, 60—68). Cl. IX. Vraciu Constantin (6257—60, 67, 71, 80, 91, 302, 10, 14, 16, 29, 38, 44, 45, 56, 57, 59, 60, 67, 72, 75, 93). Cl. X. Apostol Ovidiu (6257—59, 62, 65, 67, 69, 71—75, 80, 97, 99, 301).

Ş.m. 2 cl. VIII. Teşilă Vasile (6258, 356; E: 2125, 28, 29, 34, 37, 46, 47, 51). Cl. IX. Georgescu Ion (6257—59, 67, 71—74, 80, 97, 99).

Şc. 8 ani nr. 1 cl. VII. Cireaşă Constantin E: 2123, 27, 29—31, 33, 34).

RIMNICU VILCEA. Ş.m. N. Bălcescu cl. VIII. Morariu Liviu (6257, 58, 71, 72, 75, 328, 33, 38, 44, 56, 58, 67, 72, 75; E: 2129, 34, 37, 40, 43, 49, 51, 54, 55, 60, 67). Cl. X. Popescu Constantin (6325, 56, 66, 67, 93, 420; E: 2143, 49, 74, 78), Popescu Lucian (6257—59, 61, 62, 67, 71—73, 75, 301, 05), Stratulat Florin (6310, 14, 56, 57, 65—68, 70, 73, 75, 89, 94), Sogorescu Vasile (6257—59, 61, 62, 67, 71—76, 301, 17). Cl. XI. Dumitraşcu Liviu (6257—62, 67, 71—76, 99, 308, 10—12, 14, 16, 17, 22, 28, 30, 38, 44, 45), Ghiţescu George (6308, 10, 12, 14, 16, 17, 23, 26, 30, 45, 59, 67, 70, 72, 73, 89, 93, 24, 28), Niculicioiu Gheorghe (6280, 308, 10, 12, 14, 16, 17, 23, 26, 30, 44, 59, 67, 68, 70, 72, 73, 75, 86, 89, 93), Tănase Constantin (6280, 309—11, 16, 59, 67, 69, 72, 75, 86, 90, 93), Tigmeanu Ion (6169, 84, 88, 99, 208, 12, 23, 24, 36, 57, 59, 61, 67, 68, 71—73, 76, 85, 97, 99, 301, 04, 07, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 44, 45).

Ş.m. Vasile Roaită cl. VIII. Ioan Aurelia (6370—73; E: 2123, 29, 30, 36, 43, 46, 54, 55, 58, 59, 61, 63, 64, 67), Marinescu Silvian (E: 2108—10, 14, 16, 21, 29, 29, 36, 38, 46—48, 52—55, 57—65). Cl. IX. Călineanu Mihai (6257—60, 71, 72, 75, 91, 316, 45, 59, 70, 72, 89), Voinescu Rodica (6229, 39, 42, 57, 60, 314, 30, 44, 45). Cl. X. Catargiu Virginia (6258, 71, 72, 316, 45, 59, 70, 72, 93), Droaşcă Bogdan (6308, 10, 12, 14, 16, 17, 26, 30, 33, 37, 38, 42—45). Cl. XI. Munteanu Dumitru (6357—63, 67, 71—76, 80, 83, 85—87, 90, 92, 93, 99, 307).

Şc. 8 ani nr. 5 cl. VII. Tilivea Mihai (E: 2123, 28, 30, 33, 36, 38, 47, 48, 51, 53, 58, 59, 61, 63, 64, 66, 68).

RIŞNOV (Braşov). Ş.m. cl. VIII. Lupu Nicolae (6356, 75, 89; E: 2154, 55, 60—62, 67).

ROMAN. Absolvent Dolteanu Temistocle (6308—12, 16—18, 20, 30, 31, 33, 38, 54, 56—58, 66, 68, 69, 72—75, 77, 86, 88—90, 93, 94, 98). Ş.m. cl. VIII. Stafie Georgeta (6258, 316, 89; E: 2125, 29, 43, 51, 54, 61—63, 68). Cl. IX. Bercovici Nelu (6259, 60, 71, 314, 16, 44, 45, 56, 59, 67, 70, 72, 73, 89, 93), Smit Petre (6229, 57, 73, 75, 338, 56, 57, 59, 60, 66, 67, 70—74, 82, 89), Rugină Andrei (6314, 45, 56, 58—60, 67, 72, 82, 88, 89, 93, 416), Petraru Ovidiu Teodor (6208, 11, 57, 60, 71, 308, 14, 16, 45, 59, 66, 67, 70, 72, 89). Cl. XI. Gavriliu Mihai (6208, 13, 17, 20, 34, 57—59, 61—63, 67, 70—73, 75, 76, 80, 85, 308, 10, 12, 14, 16, 17), Orenstein Romeo (6257, 301,

10, 12, 17, 67, 70, 72, 73, 93; E: 2129, 54, 60).

ROȘIORII DE VEDE. Ș.m. cl. VIII. Licea Rada (E: 2136, 38, 43, 48, 54, 59, 61—63, 80), Nagea Ștefan (6271, 72; E: 2123—25, 29, 30, 43, 46, 47), Popescu Liliana (E: 2124, 29, 43, 46, 48, 52, 54, 59, 61), Simion Florian (6356, 70, 89; E: 2143, 54, 60—63, 80, 81, 83), Tudor Sofica (6271, 316, 45, 70; E: 2123, 25, 28, 29, 33, 36, 43, 54, 57, 60, 67). Cl. X. Săndulescu Ion (6208, 29, 36, 41, 57—60, 67, 70—73, 75). Cl. XI. Blatz Adrian (6129, 32, 34, 47, 71, 209, 12, 13, 38, 42, 43, 57—62, 67, 71—73, 75, 90, 301, 08, 10—12, 16, 17, 45, 65—68, 70—73, 87, 88, 93, 400, 05, 09, 11, 20, 22, 24, 28, 31, 33).

RÂMNICU VÂLCEA. Ș.m. cl. VIII. Simion Violeta (6275; E: 2154, 60—63, 68).

RUDINA (Oltenia). Absolvent Giurgiuc Costel (6257—59, 61, 62, 65, 67, 69, 71, 72, 74—76, 81, 87, 89, 99, 301, 08—14, 16—18, 21, 38, 44, 45, 50, 56—60, 56—60, 65—67, 69, 70, 72, 73, 75).

RUPEA (Brașov). Ș.m. cl. VIII. Fuiorea Niculae (6267, 74; E: 2108, 09, 14, 21—23, 28—30).

SALCIA (Oltenia). Șc. 8 ani cl. VII. Iacob D. Ilie (E: 2153 56—59, 61, 63, 64, 66, 68).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Rezolvînd probleme pregătiți și Olimpiada Matematică 1965.

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 35—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor a IX-a pot trimite soluții și la problemele propuse pentru clasa VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.-B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate, corect rezolvate și citeț semnate. Desenele să fie făcute îngrijit pe foi separate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit odată cel puțin 8 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și să dea adresa lor exactă.

*

Rezolvitorii de probleme cu cel puțin 3 evidențieri sau 200 soluții în 1964, sînt rugați să trimită o carte poștală cu totalizarea numărului de probleme anunțate în G.M.-B. nr. 1—11 la rubrica rezolvitorilor, precum și adresa lor actuală în vederea întocmirii clasificării și distribuirii premiilor.

CARȚI DIN BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

Gh. Mihoc.	Elemente de calculul probabilităților.
Gh. Țițeica.	Culegere de probleme de geometrie, ed. IV-a (revăzută și completată de *Gh. D. Simionescu*).
C. Drimbă.	Elemente de mecanică cerească.
Gh. A. Chiței.	Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică.
Ciucu și Simboanu.	Probleme de calculul probabilităților și statistica matematică.
O. Sacter.	Elemente de teoria ecuațiilor algebrice și transcendente.
* * *	Probleme actuale de matematică (conferințe ținute la cursurile de vară de la Piatra Neamț, 1961).
M. Ghermănescu.	Aplicații ale trigonometriei.
A. Haimovici.	Grupuri de transformări.
T. Roman	Simetria.
L. I. Golovina; I. M. Iaglom.	Inducția în geometrie.
Constantin Ionescu-Bujor	Elemente de transformări geometrice (partea a treia).
Edmond Nicolau.	Introducere în cibernetică.
* * *	Probleme actuale de matematici (conferințe ținute la cursurile de vară de la Săcele-Brașov 1962).
N. Mihăilă.	Introducere în programarea liniară.

În vederea stimulării elevilor clasei XI premiați la olimpiadele internaționale de matematică și olimpiadele interne (etapa finală), care devin studenți ai facultății de matematică-mecanică sau fizică de la Universități, conducerea Ministerului Învățământului a hotărît să li se acorde următoarele forme de sprijin material:

a) bursă în primul an de studii, indiferent de situația lor materială. În următorii ani de studii bursa să fie menținută în aceleași condiții dacă obțin media generală cel puțin 9,00.

b) la începutul primului an de studii să li se acorde cărți și manuale de specialitate în valoare de 500 lei.

c) în vacanțele anului I de studii să fie trimiși cu prioritate la odihnă în taberele studențești (iarna sau vara la alegerea studentului) dacă rezultatele școlare sînt foarte bune.

Tirajul fiind limitat, gazetele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștri să se aboneze de îndată pentrul anul 1965 (12 numere). Prețul este de 1,50 lei exemplarul (18 anual).

Fiecare abonat este rugat să facă cunoscut această publicație și altor colegi, pentru a se abona din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Abonamentele se pot face prin oficiile poștale locale.

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 16854

Index 41601

Lei 1,50

E142G

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XV (I) decembrie 1964

12

GAZETA MATEMATICĂ

(SERIA B)

Anul XV (I), nr. 12 — decembrie 1964

SUMARUL

pag.

1. 350 de ani de la apariţia logaritmilor de Şt. I. Gheorghiţă 529
2. Note matematice de Cornelia Georgescu şi Iacob Hadîrcă 534
3. Probleme rezolvate (6036, 6057, 6058, 6059, 6067, -6078, 6093, 6104, 6118, 6139, 6143, 6145, 6146, 6148, E : 2017, 2021, 2047) 538
4. Chestiuni de examen (6627—6638) 552
5. Probleme propuse (6639—6665) 554
6. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E : 2233—2247) 558
7. Cărţi noi 561
8. Poşta redacţiei 562
9. Rubrica rezolvitorilor de probleme 562
10. Tabla de materii a G.M.-B pe 1964 570

ANUL XV (I) 12 DECEMBRIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Cristea I., asistent : *Dincă N.*, profesor ; *Grosu A.*, profesoară ; *Ionescu Bujor C.*, prof. univ. emerit ; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor şef adjunct ; *Kiss B.*, conf. univ. (Cluj) ; *Kovacs K.*, conf. univ. (Cluj) ; *Muşat I.* prof. ; *Ottescu C.*, profesor ; *Plăviţu M.*, profesor ; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef ; *Simionescu Gh.*, conf. univ. ; *Ţene L.* profesoară.

REDACŢIA : Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică a şcolilor, precum şi orice material informativ se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ
(SERIA B)
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Volumul XV (I) — Nr. 12 decembrie 1964

350 DE ANI DE LA APARIȚIA LOGARITMILOR

Conf. univ. ȘT. I. GHEORGHIȚĂ

În istoria matematicii, mecanicii și astronomiei există cîteva date de o importanță excepțională, care marchează apariția unor lucrări ce aveau să exercite o influență hotărîtoare asupra dezvoltării ulterioare a acestor științe. Una din aceste date este legată de apariția unei cărți de 147 pagini, dintre care 90 conțineau prima tabelă de logaritmi, scrisă de *John Napier* din Merchiston și tipărită la Edinburg în 1614.

După descoperirea Americii, intensificarea navigației, răspîndirea societăților comerciale, înmulțirea băncilor, creșterea volumului mărfurilor produse, observațiile astronomice necesare stabilirii călătoriilor etc., reclamau calcule din ce în ce mai numeroase. Calculatorii erau puși într-o situație din ce în ce mai grea, deoarece, cu metodele matematice cunoscute pe vremea lor, nu izbuteau să facă față satisfăcător la calculele din ce în ce mai lungi și cu numere din ce în ce mai mari. Lumea pe la sfîrșitul secolului al XVII-lea începuse chiar să-i batjocorească pe calculatori pentru încetineala și neîndemînarea lor. O idee care astăzi ni se pare foarte naturală este următoarea: deoarece înmulțirea a două numere, unul de m cifre și altul de n cifre, implică $mn + 1$ operații, n-am putea reduce înmulțirea a două numere, de oricîte cifre, la cea mai simplă operație, anume la adunarea a două numere algebrice? Această idee „plutea în aer" spre sfîrșitul secolului al XVI-lea și, de exemplu, în 1582—1584 matematicianul *Wittich* din Breslau, care a fost un timp asistentul lui *Tycho-Brahe*, sau danezul *Christophorus Clavius* (1537—1612), în 1593, au propus folosirea tabelelor trigonometrice pentru scurtarea calculelor. Ei se bazau pe formule de tipul

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}[\sin(A+B) + \sin(A-B)],$$

dar metoda nu oferea cel mai bun răspuns la problemă. Cea mai eficace metodă de simplificare a calculelor a fost realizată, în urma unei munci severe și perseverente de vreo 20 de ani, de *John Napier*. În „*Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio, Ejusque usus, in utraque Trigonometria; ut etiam in omni Logistica Mathematica, Amplissimi, Facillimi et expeditssimi explicatio**. *Authore ac Inventore Ioanne Nepero, Barone Merchistonii etc. Scoto. Edinburgi, ex officina Andreae Hart,*

* Descrierea regulei minunate a logaritmilor și folosirea ei în ambele trigonometrii, precum și explicarea în mod amplu, ușor și expeditiv în orice logistică matematică.

Bibliopolae, CIↃ. DC.XIV", Napier scria: „Văzînd că nu este nimic care să nu fie atît de dificil practicii matematice, nici ceva care să chinuie şi să împiedice pe calculatori decît înmulţirile, împărţirile, extragerile de rădăcini pătrate şi cubice din numere mari, care pe lîngă plicticoasa pierdere de timp sînt în cea mai mare parte supuse la numeroase greşeli periculoase, am început să cercetez prin ce procedeu aş putea îndepărta aceste obstacole".

John Napier se trăgea dintr-o veche familie scoţiană. Unul din fiii celebrului matematician a expus în 1625 legenda privitoare la originea numelui familiei: un cavaler scoţian, Donald, fiu al contelui Lennox, s-a remarcat în bătălii într-atîta, încît regele Scoţiei a declarat că el nu are egal (Na-Peer) şi i-a cerut, ca semn de onoare, să-şi schimbe numele din Lennox în Napier.

Născut în 1550, inventatorul logaritmilor avea să trăiască într-o epocă de mari frămîntări şi emoţii, ceea ce s-a reflectat şi în scrierile sale. Sute de protestanţi piereau în flăcările rugurilor în timpul copilăriei sale, dar în 1559, Parlamentul englez va vota a doua oară actul care suprima puterea Papei în Anglia. Elisabeta, regina Angliei, va fi excomunicată de Papa Pius al V-lea şi întreg poporul englez avea să trăiască un timp sub ameninţarea lui „Invincibile Armada". În 1605 se pune la cale „complotul pulberii", cu intenţia de a omorî pe regele Iacob I, pe lorzi şi pe membrii Camerii Comunelor.

1	4	6	3
2	8	12	6
3	12	18	9
4	16	24	12
5	20	30	15
6	24	36	18
7	28	42	21
8	32	48	24
9	36	54	27

La 13 ani, cînd îi moare mama, intră în colegiul St. Salvator din St. Andrews şi peste cîţiva ani va pleca peste graniţă ca să-şi completeze studiile. Întors acasă în 1571 se însoară şi, după moartea soţiei sale, se recăsătoreşte.

Există un document din 1596, intitulat *„Secrett Inventioneis proffitabil and necessary in theis dayes for defence of this Iland and withstanding of strangers, enemies of God's truth and religion"*, care conţine o listă de invenţii pe care Napier le preconiza pentru a apăra Anglia de invazia armatelor lui Filip al II-lea. Printre ele se găseau o oglindă pentru a arde corăbiile inamice la orice distanţă şi un car de metal care se putea mişca rapid, în timp ce ocupanţii puteau trage prin mici orificii, adică un strămoş al tancului modern.

În 1617, anul cînd moare „minunatul Merchiston" (aşa cum era supranumit inventatorul logaritmilor), apare *„Rabdologiae, seu Numeroationis per virgulas Libri duo; Cum Appendice de expeditissimo Multiplicationis promptuario. Quibus accessit et Arithmeticae Localis Liber unus"* *. Metoda denumită „rabdologia" constă în folosirea a 10 tije pentru efectuarea

* Două cărţi de rabdologie sau de numărare prin beţe, cu un apendice despre cel mai rapid dispozitiv de înmulţire, cărora li s-a adăugat şi o carte de aritmetică locală.

înmulțirilor fiecare avînd 9 pătate. În fiecare din aceste pătrate sînt trecuți multiplii numerelor care se află în pătratul de la capăt, dar zecile sînt separate de unități printr-o diagonală. De exemplu (vezi figura), pentru a înmulți 463 cu 8, nu avem decît să așezăm tija care începe cu cifra 1 lîngă celelalte tije și să adunăm, după coloanele oblice, cifrele din dreptul lui 8, obținînd imedit 3704.

Alt procedeu descris în „Rabdologia", folosind zece tije pătrate ce aveau pe fiecare față nouă careuri, permitea înmulțirea oricărui număr de zece cifre, sau mai puțin de 10 cifre. Într-un apendice de 41 pagini el dădea altă metodă ingenioasă, denumită „aritmetica locală". De remarcat este faptul că Napier folosea punctul sau virgula pentru a marca fracțiile zecimale, așa cum se face azi în mod curent. În 1585 Stevin

scria, de exemplu, $147\,(0)\,5\,(1)\,8\,(2)\,3\,(3)$ pentru 147, 583.

Punerea în corespondență a fiecărui termen al unei progresii aritmetice cu cîte un termen al unei progresii geometrice apăruse de mai multe ori în literatura științifică. În Ψαμμίτης, tradus în latină cu titlul „Arenarius", Arhimede folosește această corespondență pentru sistemul său de numerație. *Nicolas Chuquet* (n. ~ 1445) medic din Lyon, în *„Triparty en la science de nombres"* (1484) compară termenii unei progresii aritmetice cu termenii unei progresii geometrice. Mai tîrziu, *Michael Stifel* (1486—1567), în *„Arithmetica integra"* (Nurnberg, 1544) remarca că dacă se scriu două progresii în felul următor

1 2 4 8 16 32 64 128 256...

0 1 2 3 4 5 6 7 8...

atunci, dacă se adună doi termeni ai progresiei inferioare, a și b, la care corespund în progresia geometrică termenii A și B, atunci produsul AB, care se găsește în progresia geometrică corespunde lui $a+b$ din progresia aritmetică. El a prelungit progresia geometrică și la stînga, scriind 1/2, 1/4, 1/8,... și acestor termeni le corespundeau numerele negative —1, —2, —3,... în șirul de jos. Dar *Stifel*, ca și *Chuquet*, considerau progresii aritmetice formate numai din numere întregi.

Napier însă introduce o relație funcțională continuă între cele două progresii și natura logaritmilor o explică în legătură cu mișcarea punctelor pe o linie dreaptă. Fie un segment de dreaptă AZ de lungime R, care să reprezinte „sinusul total", adică sinus de $\pi/2$ și să ne imaginăm că din A pornește spre Z un mobil M cu o viteză variabilă, astfel încît viteza sa e proporțională cu segmentul MZ, și fie AB spațiul parcurs în prima secundă. În același timp cu M, de pe o dreaptă paralelă cu AZ, pornește din A' un mobil M' cu o viteză constantă egală cu viteza lui M la momentul inițial, adică în A. După prima secundă M' ajunge în B', și deci avem inegalitatea $A'B' > AB$. Să notăm $AZ = a$, $A'M' = x$, $MZ = y$. Conform celor spuse, viteza punctului M va fi $d(a-y)/dt = y$, de unde $-\log y = t + C$, C fiind o constantă. Cum la $t = 0$ avem $y = a$, urmează

că $C=-\log a$. Pe de altă parte, $dx/dt=a$ și cum $x(0)=0$ de aci rezultă $x=at$. Eliminînd timpul între aceste relații, găsim:

$$-\log y=\frac{x}{a}-\log a.$$

Napier a luat $a=10^7$ și pe x drept logaritmul lui y. Însemnînd deci $x=\log_N y$, avem relația dintre logaritmul neperian sau hiperbolic, așa cum îl folosim azi, și logaritmul folosit de *Napier*:

$$\mathrm{Log}_N y=10^7\log\frac{10^7}{y};$$

legătura dintre $\sin\alpha$ și $\log_N\sin\alpha$ se vede că este

$$\sin\alpha=10^7 e^{-\frac{\log_N\sin\alpha}{10^7}},$$

astfel încît, lăsînd la o parte factorii 10^7, baza sistemului lui Napier este e^{-1}.

Să observăm că în sistemul lui *Napier* logaritmul produsului a două numere nu este egal cu suma logaritmilor numerelor x și y. În acel timp însă calculele trigonometrice se efectuau cu ajutorul proporțiilor de forma, de exemplu, $\sin M/\sin N=m/n$, de unde se găsea $\sin M$; în sistemul lui *Napier* subsistă relația $\log\sin M-\log\sin N=\log m-\log n$, așa că aceste calcule se puteau efectua corect cu logaritmii săi.

În lucrarea de care ne ocupăm se folosesc termenii „abundantes" și „defectivae" pentru pozitiv și negativ, înțelegînd numerele respective ca însemnînd mai mare sau mai mic decît nimic. O pagină din tabele arăta în modul următor:

Gr. 9

min	Sinus	Logarithmi	Differentia	Logarithmi	Sinus	
0	1564345	18551174	18427293	123881	9876383	60
1	1567218	18532826	18408484	124342	9875427	59
2	1570091	18514511	18389707	124804	9875971	58
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
29	1647607	18032604	17894997	137607	9863336	31
30	1650476	18015207	17877114	138093	9862856	30
				80		min Gr. 80

Unghiurile din prima coloană sînt între 0° și 45°, iar în coloana ultimă între 45° și 90°. Se observă că în coloana a cincea nu mai avem

logaritmii sinusurilor unghiurilor din ultima coloană, ci și logaritmii cosinușilor unghiurilor din coloana întîia, și, de asemenea, coloana a treia dă logaritmii cosinușilor unghiurilor din coloana a șaptea. În coloana a patra sînt trecuți, în notație modernă, logaritmii tangentei unui unghi θ: dacă $0^\circ < \theta < 45^\circ$, atunci în sistemul lui *Napier*, $\log \operatorname{tg} \theta > 0$, iar dacă $90^\circ > \theta > 45^\circ$, avem $\log \operatorname{tg} \theta < 0$, ceea ce explică semnele + și — puse la începutul ei.

Lucrarea lui *Napier a* stîrnit un mare interes, ceea ce e ușor de înțeles. *Edward Wright* îi traduce lucrarea în engleză în același an și fiul său, *Samuel Wright*, o publică în 1616. *Henry Briggs*, profesor de geometrie la Gresham College și apoi la Oxford, îl vizitează în 1615 și 1616. *Napier* era conștient de defectele sistemului pe care îl adoptase, el însuși declarînd că „nimic nu e perfect la naștere", și de aceea, în urma convorbirilor avute împreună, *Briggs* se apucă să calculeze logaritmii numerelor în baza 10, așa cum îi cunoaștem noi astăzi ($\log_{10} 1 = 0$). În 1617 el publică prima tabelă de logaritmi zecimali sau vulgari, sub titlul „*Logarithmorum chilias prima*", care conținea logaritmii cu 14 zecimale ai numerelor între 1 și 1000. Mai tîrziu *Briggs*, căruia îi aparține termenul de caracteristică, va publica logaritmii zecimali ai numerelor între 1 și 20.000 și 90.000 și 100.000. În 1618, *Veniamin Behr* (1587—1633) din Sportau tipărește „*Trigonometria logarithmica Johannis Neperi*". După un an, *John Speidell* tipărește la Londra „*New Logarithmes*", care conținea logaritmii în baza *e* ai sinusurilor, tangentelor și secantelor arcelor din minut în minut, calculați cu cinci zecimale; această tabelă avea să fie reeditată de 9 ori pînă în 1628.

Independent de *Napier*, și fără să știe de lucrările învățatului scoțian, elvețianul *Joost Bürgi* prin 1602 începe calculul unei tabele de antilogaritmi, pe care o tipărește la Praga în 1620 sub titlul „*Arithmetische und Geometrische Progress Tabulen*". Ea consta din două progresii, una aritmetică, scrisă cu roșu, începînd cu 0 avînd rația 10, și alta geometrică, scrisă cu negru, începînd cu 1 și avînd rația 1,0001; progresia aritmetică se extindea pînă la 230270, căruia îi corespundea în progresia geometrică 9,99999999. Baza sistemului lui *Bürgi* este deci $(1.0001)^{1/10} = 1{,}00000999\ldots$

Modul în care *Napier* și-a calculat logaritmii se găsește expus într-o lucrare postumă, „*Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio*" (Edinburg 1619), scrisă înainte ca el să fi folosit termenul de logaritm, care era numit acolo „număr artificial". Tot în „*Constructio*" sînt date unele formule de trigonometrie sferică, de exemplu:

$$\operatorname{tg} \frac{A+B}{2} = \frac{\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)}{\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}.$$

Tabelele de logaritmi au început să se înmulțească rapid și acum se cunosc cîtevii mii de astfel de tabele. Aici vom menționa doar două, folosite des și astăzi. *Jean-François Callet* (1744—1799) scoate în 1783, „*Tables de logarithmes*" și mai tîrziu s-a pus problema reeditării lor. Dar, cu procedeele tipografice ale acelei vremi, s-a văzut că se pot

strecura erori ; de aceea, *Firmin Didot* a inventat procedeul stereotipiei, care nu permitea introducerea de noi erori prin tipărire. De altfel calculatorii erau foarte atenți să nu apară erori datorită calculelor. Astfel, *Georg Vega* (1756—1802), o dată cu tipărirea tabelelor sale sub titlul „*Thesaurus logarithmorum completus*" (Leipzig, 1794) a promis cîte un ducat pentru fiecare greșeală ce se va găsi în ele.

Prin apariția logaritmilor s-a reușit a se scurta calculele, folosirea tabelelor realizînd o adevărată stenografie a socotelilor, ceea ce s-a manifestat mai tîrziu și prin apariția riglei de calcul. Dar, în plus, analiza avea la îndemînă două funcții de o importanță excepțională : funcția logaritmică și cea exponențială.

Laplace spunea că „logaritmii au îndoit viața astronomilor". Însă celebritatea lor n-a rămas numai în cercul specialiștilor ; astfel, *Freiherr von Hardenberg* (1772—1801), cunoscut sub numele de *Novalis*, scria că ceea ce matematica reprezintă pentru alte științe, logaritmii reprezintă pentru matematică.

Data împlinirii a 300 de ani de la apariția acestei memorabile lucrări, a cărei importanță în secolul XVII n-a fost întrecută decît de celebra lucrare a lui *Newton*, a prilejuit ținerea unui congres special, la care au participat matematicieni cunoscuți. Printre persoanele care au contribuit la scoaterea volumului comemorativ trebuie să citățm pe prof. *N. Coculescu* și ing. *I. Ionescu*, iar dintre cele 80 de academii, observatoare, societăți, biblioteci, institute de cercetări, care au sprijinit congresul, menționăm *Academia Romînă* și Societatea „*Gazeta Matematică*".

NOTE MATEMATICE

ASUPRA PROBLEMEI 5950

La Olimpiada internațională de matematică din anul 1963 s-a propus demonstrarea egalității :

$$\cos\frac{\pi}{7} - \cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{3\pi}{7} = \frac{1}{2}.$$

În nr. 2/1964 al Gazetei matematice, seria B s-au arătat soluții trigonometrice ale acestei probleme.

Iată acum, o soluție geometrică a acestei egalități.

Considerăm cercul cu raza R și centrul O, în care este înscris poligonul regulat $A_1 A_2 A_3 \ldots A_{14}$. Coardele $A_2 A_7$, $A_3 A_6$, $A_4 A_5$ sînt paralele cu diametru $A_1 A_8$.

Avem :

$$\cos\frac{\pi}{7} = \frac{A_2 A_7}{2R} ; \quad \cos\frac{2\pi}{7} = \frac{A_3 A_6}{2R} ; \quad \cos\frac{3\pi}{7} = \frac{A_4 A_5}{2R}$$

Rămîne să demonstrăm egalitatea : $A_2 A_7 - A_3 A_6 + A_4 A_5 = R$.

Diametrul care trece prin A_3, taie pe A_2A_7 în B și este paralel cu latura A_6A_7 fiindcă unghiul $A_6A_7A_2$ = unghiul A_3BA_2 = unghiul $A_6A_3A_{10} = \frac{2\pi}{7}$, deci $A_3B = A_6A_7 = A_2A_3$ și $A_7B = A_6A_3$; rămîne să mai arătăm că $A_2B = R - A_4A_5$ sau: $A_2B = R - BA_3 = OB$.

Dar, triunghiul OBA_2 este isoscel, fiindcă unghiul BOA_2 = unghiul $BA_2O = \frac{\pi}{7}$; deci, $OB = BA_2$ (fig. 1).

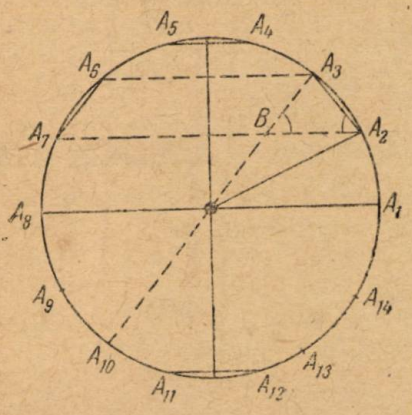


Fig. 1

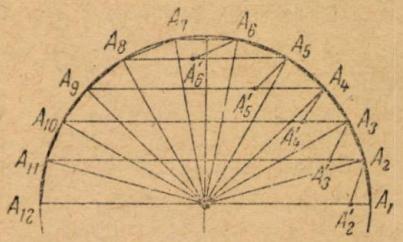


Fig. 2

Dăm acum o a doua soluție geometrică, care duce mai repede la generalizare.

Vom considera mai întîi cazul particular al egalității:

$$\cos\frac{\pi}{11} - \cos\frac{2\pi}{11} + \cos\frac{3\pi}{11} - \cos\frac{4\pi}{11} + \cos\frac{5\pi}{11} = \frac{1}{2},$$

după care, generalizarea va fi mai ușor urmărită.

Ne servim de același cerc, în care este înscris poligonul regulat convex $A_1A_2 \ldots A_{22}$.

Coardele A_2A_{11}, A_3A_{10}, A_4A_9, A_5A_8 și A_6A_7 sînt paralele cu diametrul A_1A_{12}.

Avem:

$$\cos\frac{\pi}{11} = \frac{A_2A_{11}}{2R};\ \cos\frac{2\pi}{11} = \frac{A_3A_{10}}{2R};\ \cos\frac{3\pi}{11} = \frac{A_4A_9}{2R};$$

$$\cos\frac{4\pi}{11} = \frac{A_5A_8}{2R};\ \cos\frac{5\pi}{11} = \frac{A_6A_7}{2R}.$$

Trebuie să demonstrăm egalitatea:

$$A_2A_{11} - A_3A_{10} + A_4A_9 - A_5A_8 + A_6A_7 = R.$$

Construim paralelogramele $A_{12}A_{11}A_2A_2'$; $A_{11}A_{10}A_3A_3'$; $A_{10}A_9A_4A_4'$; $A_9A_8A_5A_5'$ și $A_8A_7A_6A_6'$ (fig. 2).

Următoarele perechi de triunghiuri isoscele sînt asemenea fiindcă au unghiurile egale:

A_2OA_{11} cu $A_5A_6A_6'$; A_3OA_{10} cu $A_4A_5A_5'$; A_4OA_9 cu $A_3A_4A_4'$; A_5OA_8 cu $A_2A_3A_3'$ și A_6OA_7 cu $A_1A_2A_2'$. Scriem proporționalitatea laturilor pentru fiecare pereche de triunghiuri.

$$\frac{A_2A_{11}}{A_6'A_5} = \frac{R}{A_5A_6}; \quad \frac{A_3A_{10}}{A_5'A_4} = \frac{R}{A_5A_4}; \quad \frac{A_4A_9}{A_4'A_3} = \frac{R}{A_4A_3};$$

$$\frac{A_5A_8}{A_3'A_2} = \frac{R}{A_3A_3}; \quad \frac{A_6A_7}{A_2'A_1} = \frac{R}{A_1A_2}.$$

Ținînd seama că $A_5A_6 = A_5A_4 = A_4A_3 = A_3A_2 = A_2A_1 = l_{22}$ și că $A_6'A_5 = A_5A_8 - l_{22}$; $A_5'A_4 = A_4A_9 - A_5A_8$; $A_4'A_3 = A_3A_{10} - A_4A_9$; $A_3'A_2 = A_2A_{11} - A_3A_{10}$; $A_2'A_1 = 2R - A_2A_{11}$

avem:

$$\frac{A_2A_{11}}{A_5A_8 - l_{22}} = \frac{A_3A_{10}}{A_4A_9 - A_5A_8} = \frac{A_4A_9}{A_3A_{10} - A_4A_9} = \frac{A_5A_8}{A_2A_{11} - A_3A_{10}} =$$

$$= \frac{A_6A_7}{2R - A_2A_{11}} = \frac{R}{l_{22}}$$

De unde:

$$\frac{A_2A_{11} - A_3A_{10} + A_4A_9 - A_5A_8 + A_6A_7}{2(A_5A_8 + A_3A_{10} - A_2A_{11} - A_4A_9 + R) - l_{22}} = \frac{R}{l_{22}}.$$

Dacă notăm cu S numărătorul primului membru, avem:

$$\frac{S}{2(l_{22} - S + R) - l_{22}} = \frac{R}{l_{22}}, \text{ de unde } S = R.$$

Generalizare. Să demonstrăm egalitatea:

$$\cos\frac{\pi}{2k+1} - \cos\frac{2\pi}{2k+1} + \cos\frac{3\pi}{2k+1} - \ldots (-1)^{k-1}\cos\frac{k\pi}{2k+1} = \frac{1}{2}$$

echivalentă cu egalitatea:

$$A_2A_{2k+1} - A_3A_{2k} + A_4A_{2k-1} - A_5A_{2k-2} + \ldots (-1)^{k-1}A_{k+1}A_{k+2} = R$$

unde $A_1, A_2, \ldots A_{4k+2}$ sînt vîrfurile poligonului regulat convex înscris în cercul cu raza R. Coardele $A_2A_{2k+1}; A_3A_{2k}; \ldots A_{k+1}A_{k+2}$ sînt paralele cu diametrul A_1A_{2k+2}.

Se completează paralelogramele $A_{2k+2}A_{2k+1}A_2A_2'; A_{2k+1}A_{2k}A_3A_3'; \ldots A_{k+3}A_{k+2}A_{k+1}A_{k+1}'$. Apar perechi de triunghiuri isoscele asemenea și anume:

A_2OA_{2k+1} cu $A_kA_{k+1}A_{k+1}'$; A_3OA_{2k} cu $A_{k-1}A_kA_k'$; $\ldots A_{k+1}OA_{k+2}$ cu $A_1A_2A_2'$.

Deci:

$$\frac{A_2A_{2k+1}}{A_kA'_{k+1}} = \frac{A_3A_{2k}}{A_{k-1}A'_k} = \ldots = \frac{A_{k+1}A_{k+2}}{A_1A'_2} = \frac{R}{l_{4k+2}}$$

Dar

$$A_kA'_{k+1} = A_kA_{k+3} - A_{k+1}A_{k+2};\ A_{k-1}A'_k = A_{k-1}A_{k+4} - A_kA_{k+3};\ \ldots$$

$$\ldots A_1A'_2 = 2R - A_2A_{2k+1}.$$

Inlocuind aceste valori la numitorii rapoartelor de mai sus și aplicînd cunoscută proprietate a șirului de rapoarte egale obținem:

$$\frac{A_2A_{2k+1} - A_3A_{2k} + A_4A_{2k-1} - \ldots (-1)^{k-1} \cdot A_{k+1}A_{k+2}}{(A_kA_{k+3} - A_{k+1}A_{k+2}) - (A_{k-1}A_{k+4} - A_4A_{k+3}) + \ldots + (-1)^{k-1}(2R - A_2A_{2k+1})} =$$

$$= \frac{R}{l_{4k+2}},$$

Ținînd seama că $A_{k+1}A_{k+2} = l_{4k+2}$ și notînd cu S numărătorul primului membru, această egalitate devine, pentru k impar:

$$\frac{S}{-l_{4k+2} - 2(S - l_{4k+2} - R)} = \frac{R}{l_{4k+2}},\ \text{de unde}\ S = R$$

iar pentru k, par:

$$\frac{S}{2(S + l_{4k+2} - R) - l_{4k+2}} = \frac{R}{l_{4k+2}},\ \text{de unde rezultă}\ S = R.$$

Corneliu Georgescu, Craiova

ASUPRA UNOR RELAȚII INTRE ARII

In numărul din februarie 1962, G.M.F. seria A s-a publicat o teoremă asupra patrulaterelor, asemănătoare celeia lui Ptolemeu, de acad. A. Myller.

Teorema din nota amintită, afirmă următoarele: *O fiind un punct în planul patrulaterului ABCD, iar a, b, c, d, e, f, ariile triunghiurilor cu un vîrf în O și baza respectiv AB, BC, CD, DA, AC, BD există relația:*

$$ac + bd = ef$$

(cazul O în exteriorul patrulaterului).

Dăm următoarele demonstrații:

I. Fie A', B', C', D' intersecțiile diferite de O, ale unui cerc ce trece prin O cu razele OA, OB, OC, OD.

Notînd ariile cu vîrful în O și baze $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$, $A'C'$, $B'D'$ respectiv cu a', b', c', d' e', f', și cu $d_{a'}$; $d_{b'}$; $d_{c'}$; $d_{d'}$; $d_{e'}$; $d_{f'}$ distanțele corespunzătoare acelorași baze putem scrie:

1. Teorema lui *Ptolemeu*: $A'B' \cdot C'D' + B'C' \cdot A'D' = A'C' \cdot B'D'$.

2. Teorema lui *Pappus*: $d_{a'}\ d_{c'} = d_{b'}\ d_{d'} = d_{e'}\ d_{f'} = k$.

Înmulțind relația de la 1. cu k și distribuind convenabil obținem:

$$a'c' + b'd' = e'f' \qquad (3)$$

Pe de altă parte,

$$\frac{a'}{a} = \frac{OA' \cdot OB'}{OA \cdot OB}\ ;\ \frac{c'}{c} = \frac{OC' \cdot OD'}{OC \cdot OD}.$$

(Raportul ariilor a două triunghiuri care au cîte un unghi egal sau suplementar, este egal cu raportul produselor laturilor ce mărginesc unghiul).

deci :

$$a'c' = ac\,\frac{OA' \cdot OB' \cdot OC' \cdot OD'}{OA \cdot OB \cdot OC \cdot OD} = bc \cdot k'.$$

Substituind în (3) toți termenii, după simplificare cu factorul k' se obține relația ce trebuia demonstrată.

Nu-i greu de găsit schimburile ce le suferă relația pentru alte poziții ale punctului O.

II. Configurația din teoremă se poate enunța și astfel :

Fie patru drepte a, b, c, d, avînd un punct comun O și pe ele respectiv punctele A, B, C, D diferite de O.

Biraportul celor patru drepte

$$(abcd) = \frac{[OAB]}{[OBC]} : \frac{[OAD]}{[ODC]}$$

$[OAB]$ fiind aria triunghiului orientat OAB.

Pe de altă parte se poate demonstra că :

$$(abcd) + (acbd) = 1$$

deci :

$$\frac{[OAB]}{[OBC]} : \frac{[OAD]}{[ODC]} + \frac{[OAC]}{[OCB]} : \frac{[OAD]}{[ODB]} = 1$$

$$\frac{[OAB] \cdot [ODC]}{[OBC] \cdot [OAD]} + \frac{[OAC] \cdot [ODB]}{[OCB] \cdot [OAD]} = 1.$$

Prin urmare

$$-[OAB] \cdot [ODC] + [OAC] \cdot [CDB] = [OCB] \cdot [OAD],$$

sau,

$$[OAC] \cdot [ODB] = [OCB] \cdot [OAD] + [OAB] \cdot [ODC].$$

Iacob Hadircă, profesor Breaza

PROBLEME REZOLVATE

Problema 6036

Dreptunghiul ABCD are dimensiunile AB=a, BC=b (a>b). Din A se duce o semidreaptă care taie latura CD în F și prelungirea laturii BC în E. Se consideră cercurile circumscrise triunghiurilor ADF și CEF.

a) *Să se determine CF=x în cazul cînd tangenta comună interioară la aceste cercuri trece prin B. Să se discute posibilitatea problemei.* b) *Să*

se calculeze lungimea tangentei comune exterioare, limitată la punctele de contact, la cercurile specificate mai sus, în funcție de razele R_1 și R_2 și apoi în funcție de a și b. c) Fie M punctul de intersecție al tangentelor comune exterioare. Să se arate că: $MF^2 = ME \cdot MA$.

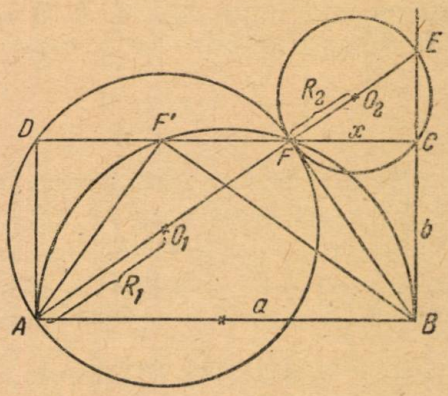
Corneliu Georgescu, Craiova

Soluția autorului. a) AF și FE (sau AF' și $F'E'$) sînt diametrele cercurilor. $BF \perp AE$ (sau $BF' \perp AE'$). Din asemănarea triunghiurilor CEF și ADF avem:

$$\frac{CE}{AD} = \frac{CF}{DF} = \frac{EF}{AF}$$

sau:

$$\frac{CE}{b} = \frac{x}{a-x} = \frac{R_2}{R_1} \qquad (1)$$



Din triunghiul dreptunghic BEF,

$$x^2 = b \cdot CE \qquad (2)$$

Din (1) și (2), $\frac{x^2}{b^2} = \frac{x}{a-x}$ sau: $x^2 - ax + b^2 = 0$ cu rădăcinile $x_1 = CF = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4b^2}}{2}$ și $x_2 = CF' = \frac{a + \sqrt{a^2 - 4b^2}}{2}$. Problema este posibilă numai dacă $a^2 \geqslant 4b^2$, deci $a \geqslant 2b$, ceea ce este evident, deoarece semicercul cu diametrul $AB = a$ n-ar tăia pe CD dacă această condiție n-ar exista.

b) La două cercuri tangente exterioare lungimea tangentei comune exterioare limitată la punctele de contact este $2\sqrt{R_1 R_2}$.

Dar în triunghiul dreptunghic ABE, $BF^2 = AF \cdot FE = 2R_1 \cdot 2R_2 = 4R_1 R_2$. Rămîne deci să calculăm pe BF în funcție de a și b.

Din triunghiul dreptunghic BFC avem: $BF^2 = b^2 + x_1^2 = b^2 + \left(\frac{a - \sqrt{a^2 - 4b^2}}{2}\right)^2 = \ldots = \frac{a(a - \sqrt{a^2 - 4b^2})}{2}$. Putem scrie $BF^2 = b^2 + x_2^2 = b^2 + \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - 4b^2}}{2}\right)^2 = \ldots = \frac{a(a + \sqrt{a - 4b^2})}{2}$;

avem deci două soluții:

$$\sqrt{\frac{a(a - \sqrt{a^2 - 4b^2})}{2}} \quad \text{și} \quad \sqrt{\frac{a(a + \sqrt{a^2 - 4b^2})}{2}}.$$

c) Fie $ME = MO_2 - R_2$; $MA = MO_1 + R_1$; $MF = MO_2 + R_2$ și $MF = MO_1 - R_1$ și atunci, $ME \cdot MA = (MO_2 - R_2)(MO_1 + R_1)$, iar $MF^2 = (MO_2 + R_2)(MO_1 - R_1)$. Reducînd termenii asemenea, ar mai rămîne de arătat că $MO_1 \cdot R_2 = MO_2 \cdot R_1$, ceea ce rezultă din asemănarea unor triunghiuri dreptunghice.

Problema 6057

a) *Fie* D_1, D_2 *și* D_3 *simetricele față de origine ale dreptelor* $x+y+\sqrt{2}=0$; $y-x+\sqrt{2}=0$; $y-1=0$, *iar* $D_1 \cap D_2 \equiv A$; $D_1 \cap D_3 \equiv B$ *și* $D_2 \cap D_3 \equiv C$. *Prin punctul* M *variabil pe* D_1 *se duce paralela la* D_2 *care taie pe* D_3 *în* P *și paralela la* D_3 *care taie pe* D_2 *în* Q. *Să se afle locul geometric al mijloacelor segmentului* PQ.

b) *Fie* C', B', A' *punctele de contact ale cercului înscris în triunghiul* ABC, respectiv cu D_1, D_2 *și* D_3, *iar* A'', B'', C'' *punctele de intersecție ale bisectoarelor unghiurilor* A, B, C *respectiv cu mediatoarele laturilor* BC, CA, AB. *Să se arate că dreptele* $A'A''$, $B'B''$ *și* $C'C''$ *sînt concurente.*

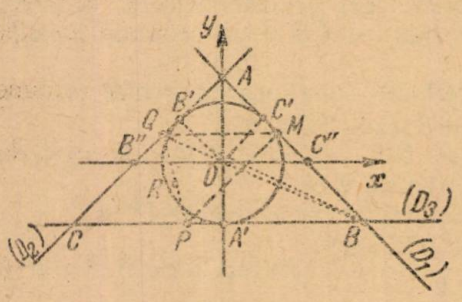
S. *Isai*, Oradea

Soluție dată de *Călugăreanu Grigore*, cl. XI ș.m. 5 Cluj.

a) Avem dreapta $x+y+\sqrt{2}=0$. Simetrica ei față de origine va fi $(D_1) \equiv x+y-\sqrt{2}=0$. Analog se găsesc și celelalte simetrice: $(D_2) \equiv x-y+\sqrt{2}=0$, $(D_3) \equiv y+1=0$. Printr-un calcul simplu se deduc coordonatele punctelor de intersecție:

$$A(0, \sqrt{2}),\ B(\sqrt{2}+1, -1),\ C(-\sqrt{2}-1, -1).$$

Punctul M situat pe (D_1) va avea coordonatele $(\lambda, \sqrt{2}-\lambda)$. Avînd $m_{AC}=1$, rezultă $(MP) \equiv y-x+2\lambda-\sqrt{2}=0$ și rezolvînd sistemul:



$$(MP) \equiv y-x+2\lambda-\sqrt{2}=0$$
$$(D_3) \equiv y+1=0$$

deducem coordonatele punctului de intersecție $P(2\lambda-\sqrt{2}-1, -1)$.

Analog, din:

$$(MQ) \equiv y-\sqrt{2}+\lambda=0$$
$$(D_2) \equiv x-y+\sqrt{2}=0$$

găsim $Q(-\lambda, \sqrt{2}-\lambda)$. Mijlocul segmentului PQ va fi $R\left(\frac{\lambda-\sqrt{2}-1}{2}, -\frac{\lambda-\sqrt{2}+1}{2}\right)$. Punînd $2x=\lambda-\sqrt{2}-1$ și $2y=-\lambda+\sqrt{2}-1$, prin eliminarea parametrului λ se găsește ecuația locului geometric căutat: $x+y+1=0$.

b) Cercul înscris are raza egală cu 1 și imediat avem $A'(0,-1)$; $B'\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $C'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, conform datelor problemei. A'' este la intersecția bisectoarei unghiului A cu mediatoarea laturii BC. Dar mediatoarea laturii BC și bisectoarea unghiului A se confundă cu AA', deci $A'A''$ se confundă cu AA'. Rezultă că $B'B''$ și $C'C''$ se întîlnesc pe AA''.

Problema 6058

Să se arate că: $\frac{1}{2} \leqslant 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} \leqslant 1$ *pentru orice număr natural n.*

Miron Oprea, Ploiești

Soluție dată de *Popa Eugen*, elev Iași. Vom demonstra inegalitățile

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} \geqslant \frac{1}{2} \text{ și}$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} \leqslant 1.$$

Pentru a demonstra prima inegalitate vom scrie:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) \geqslant \frac{1}{2}.$$

Expresiile din paranteze sînt evident pozitive, deci inegalitatea este adevărată (s-a demonstrat considerînd că n este par; pentru n impar ar fi rămas un termen în afara parantezei; el ar fi avut însă semnul plus, deci inegalitatea rămîne adevărată).

Pentru a demonstra a doua inegalitate vom scrie:

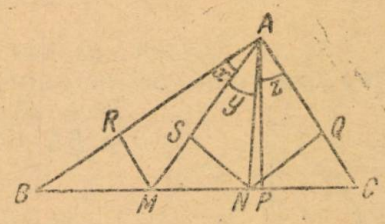
$1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) - \ldots - \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) \leqslant 1$. Parantezele sînt evident pozitive, deci în primul membru se poate obține cel mult 1. Dacă n ar fi fost par, atunci un termen ar fi rămas în afara parantezei; el ar fi avut însă, semnul minus; deci, inegalitatea rămîne valabilă.

Problema 6059

Pe ipotenuza BC a unui triunghi dreptunghic ABC se iau punctele M și N astfel încît $BM = MN = NC$. *Se notează* $\sphericalangle BAM = x$ *și* $\sphericalangle MAN = y$ *și* $\sphericalangle NAC = z$. *Folosind definiția funcțiilor trigonometrice să se arate că*

$$3 \sin x \sin z = \sin y.$$

Gh. Popescu, Lugoj



Soluție dată de *Popovici Cornel*, elev Lugoj și *Popescu Eleodor*, elev Tr. Severin.

Avem: $MR = \frac{b}{3}$, deci $\sin x = \frac{b}{3AM}$; $NQ = \frac{c}{3}$ deci: $\sin z = \frac{c}{3AN}$.

Apoi $AP = \frac{bc}{a}$. Aria triunghiului $AMN = \frac{AM \cdot NS}{2} = \frac{bc}{3}$;

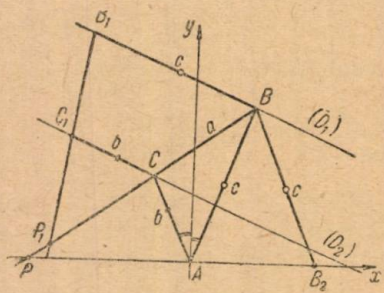
$\frac{bc}{3} = AM \cdot NS$; $NS = \frac{bc}{3AM}$ deci $\sin y = \frac{bc}{3AM \cdot AN}$. Rezultă că:

$$\frac{b}{AM} \cdot \frac{c}{3AN} = \frac{bc}{3AM \cdot AN}; \text{ sau } 3 \sin x \sin z = \sin y.$$

Problema 6067

Fie ABC un triunghi oarecare. Dreptele paralele (D_1) și (D_2) trec respectiv prin punctele B și C. Pe (D_1) și (D_2) și de aceeași parte a laturii BC, se iau respectiv, punctele B_1 și C_1 astfel ca $BB_1 = AB$ și $CC_1 = CA$. Să se arate că perpendiculara în A pe bisectoarea unghiului A și B_1C_1 se întîlnesc într-un punct fix.

I. Căsăndroiu



Soluție dată de *Șabac Călin*, cl. XI s.m. 20 București. — Notăm $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$, Ay bisectoarea unghiului A, Ax perpendiculara în A pe bisectoare. Construim BB_2 paralelă la AC; $B_2 \in Ax$; $\sphericalangle BB_2A = \sphericalangle CAP$ și $\sphericalangle CAP = \sphericalangle BAB_2$. Rezultă $AB = BB_2 = BB_1 = c$.

Fie $P \equiv BA \cap BC$ și $P_1 \equiv BC \cap B_1C_1$. Dacă demonstrăm că P coincide cu P_1, problema este rezolvată.

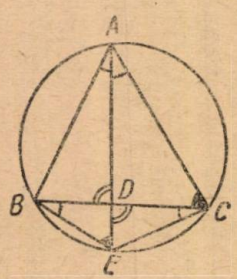
Din asemănarea triunghiurilor PAC și PBB_2 obținem: $\frac{PB}{PC} = \frac{BB_2}{CA} = \frac{c}{b}$. Din asemănarea triunghiurilor P_1CC_1 și P_1BB_1, $\frac{P_1B}{P_1C} = \frac{B_1B}{C_1C} = \frac{c}{b}$. Rezultă $\frac{PB}{PC} = \frac{P_1B}{P_1C}$ și deci P_1 coincide cu P.

Dreapta B_1C_1 va trece întotdeauna prin punctul P de concurență al perpendicularei în A pe bisectoarea unghiului A cu prelungirea laturei opuse unghiului A.

Problema 6078

Se dă triunghiul oarecare ABC. Prin A se duce o dreaptă oarecare care taie latura BC în punctul D și cercul circumscris triunghiului dat în E. Să se arate că: $BE \cdot AB \cdot DC = AC \cdot EC \cdot BD$ și $BE \cdot EC \cdot AD = AB \cdot AC \cdot ED$.

Augustin I. Matei, Cluj



Soluție. Triunghiurile BAD și ECD sînt asemenea, deci

$$\frac{AB}{CE} = \frac{AD}{CD} = \frac{BD}{ED}. \qquad (1)$$

Triunghiurile BDE și ADC sînt asemenea, deci:

$$\frac{BE}{AC}=\frac{DE}{CD}=\frac{BD}{AD}. \qquad (2)$$

Deducem:

$\frac{AB}{CE}=\frac{BD}{ED}$ și $\frac{BE}{AC}=\frac{DE}{CD}$, care înmulțite ne dau: $\frac{AB\cdot BE}{CE\cdot AC}=\frac{BD}{CD}$ sau: $BE\cdot AB\cdot DC=AC\cdot EC\cdot BD$.

Din relațiile (1) și (2) mai reiese: $\frac{AB}{CE}=\frac{AD}{CD}$; $\frac{AC}{BE}=\frac{CD}{DE}$

care înmulțite ne dau:

$$\frac{AB\cdot AC}{CE\cdot BE}=\frac{AD}{DE}, \text{ sau: } AB\cdot AC\cdot ED=BE\cdot CE\cdot AD.$$

Soluția II dată de *G. G. Niculescu*, student București. Fie R raza cercului ABC. După o proprietate cunoscută avem: $BE\cdot AB=2R\cdot BB_1$; $AC\cdot EC=2R\cdot CC_1$; $BE\cdot EC=2R\cdot EE_1$; $AB\cdot AC=2R\cdot AA_1$. Împărțind aceste relații, două cîte două, obținem:

$$\frac{BE\cdot AB}{AC\cdot EC}=\frac{BB_1}{CC_1}=\frac{BD}{DC} \text{ și } \frac{BE\cdot EC}{AB\cdot AC}=\frac{EE_1}{AA_1}=\frac{ED}{AD}$$

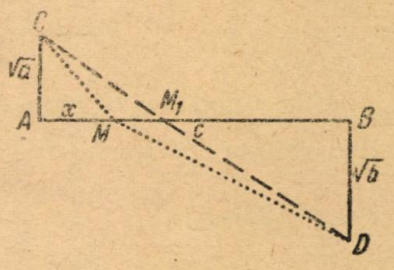
adică: $BE\cdot AB\cdot DC=AC\cdot EC\cdot BD$ și $BE\cdot EC\cdot AD=AB\cdot AC\cdot ED$.
unde B_1, C_1 sînt proiecțiile punctelor B, C pe AD, analog celelalte.

Problema 6093

Să se afle valoarea minimă a funcției $y=\sqrt{x^2+a}+\sqrt{(c-x)^2+b}$ *unde* a, b, c *sînt numere pozitive.*

Matematika v škole, 1963

Soluție dată de *Tonceanu Dan*, cl. X s.m. 11 București. Luăm un segment AB de lungime c; iar la capetele lui ridicăm două perpendiculare, de o parte și de cealaltă a segmentului, AC și BD, egale respectiv cu $\sqrt{a}$ și $\sqrt{b}$. Pe segmentul AB luăm un punct variabil M și notăm segmentul AM cu x. Se formează două triunghiuri dreptunghice ACM și BDM, în care avem relațiile: $MC=\sqrt{x^2+a}$; $MD=\sqrt{(c-x)^2+b}$. Suma $MC+MD$ este tocmai y. Suma va fi minimă cînd punctele C, M, D vor fi colineare, drumul cel mai scurt între două puncte este un segment de dreaptă.



Dacă C, M, D sînt colineare triunghiurile ACM și BDM vor fi asemenea, deci avem relația $\frac{x}{c-x}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, de unde:

$x\sqrt{b}=c\sqrt{a}-x\sqrt{a}$; $x(\sqrt{a}+\sqrt{b})=c\sqrt{a}$,

deci $x_{min}=\frac{c\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

Rezultă :

$$y_{\min} = \sqrt{\frac{ac^2}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} + a} + \sqrt{\left(c - \frac{\sqrt{ac}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)^2 + b} =$$

$$= \sqrt{\frac{ac^2}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} + a} + \sqrt{\frac{bc^2}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} + b}.$$

Problema 6104

a) *Să se arate că dacă x şi y sînt reale, avem :*

$$\sin x - \sin y \leqslant \frac{3}{2}\cos(x-y).$$

b) *In ce caz avem egalitate? Se va verifica egalitatea pentru valorile lui x cuprinse între 0° şi 360°.*

C. Ionescu-Ţiu

Soluţie dată de *Victor Crişan*, elev Aiud. — Inegalitatea se mai scrie :

$$2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2} \leqslant \frac{3}{2} - 1 + 2\sin^2\frac{x-y}{2}$$

$$4\sin^2\frac{x-y}{2} - 4\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2} + 1 \geqslant 0$$

$$4\sin^2\frac{x-y}{2} - 4\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2} + \cos^2\frac{x+y}{2} +$$

$$+ 1 - \cos^2\frac{x+y}{2} \geqslant 0.$$

$$\left[2\sin\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\right]^2 + \sin^2\frac{x+y}{2} \geqslant 0$$

Egalitate avem cînd $\sin\frac{x+y}{2} = 0$ (1)

şi

$$2\sin\frac{x-y}{2} + \cos\frac{x+y}{2} = 0 \qquad (2)$$

Din relaţia (1) se deduce $x+y = 2k\pi$. Inlocuind pe $(x+y)$ în relaţia (2) obţinem : $2\sin\frac{x-y}{2} \pm 1 = 0$ de unde : $\sin\frac{x-y}{2} = \pm\frac{1}{2}$, deci $x - y = 2k_1\pi \pm \frac{\pi}{3}$.

Avem sistemele: $x+a=2k_1\pi$; $x-y=2k_1\pi+\frac{\pi}{3}$ și $x+y=2k_1\pi$; $x-y=2k_1\pi-\frac{\pi}{3}$ care ne dau soluțiile: $x=2k\pi+\frac{\pi}{6}$ și $y=2k\pi-\frac{\pi}{6}$, respectiv $x=2k\pi-\frac{\pi}{6}$ și $y=2k\pi+\frac{\pi}{6}$. Pentru $x=\frac{\pi}{6}$ și $y=-\frac{\pi}{6}$ avem $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}$ sau $1=1$.

Problema 6118

a) *Să se arate că* $(\sin x+\cos x)^4 \geqslant 8\sin x\cos x$. b) *În ce caz avem egalitate? Se va verifica egalitatea pentru valorile lui* x *cuprinse între* $0°$ *și* $360°$.

C. Ionescu-Țiu

Soluție. — a) Fie $\sin x+\cos x=m$. Ținînd seama că $\sin^2x+\cos^2x=1$ avem: $\sin x\cos x=\frac{m^2-1}{2}$, deci avem de demonstrat inegalitatea:

$$m^4 \geqslant 4m^2-4 \text{ sau } (m^2-2)^2 \geqslant 0,$$

ceea ce este evident.

b) Avem egalitate cînd $m=\pm\sqrt{2}$, sau: $\sin x+\cos x=\pm\sqrt{2}$. Aceasta are loc pentru $x=k\pi+\frac{\pi}{4}$. Valorile lui x cuprinse între 0° și 360° sînt: $x=\frac{\pi}{4}$; $x=\frac{5\pi}{4}$. Pentru aceste valori ale lui x avem: $\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ și $\sin\frac{5\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos\frac{5\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. În ambele cazuri egalitatea este verificată.

Soluție dată de *Călugăreanu Grigore*, elev s.m. 5 Cluj. — a) Avem: $(\sin x+\cos x)^4=(\sin^2x+\cos^2x+2\sin x\cos x)^2=(1+2\sin x\cos x)^2=1+4\sin x\cos x+4\sin^2x\cos^2x \geqslant 8\sin x\cos x$. Ultima inegalitate se reduce la $1+4\sin x\cos x+4\sin^2x\cos^2x-8\sin x\cos x \geqslant 0$; $(1-2\sin x\cos x)^2 \geqslant 0$, evident.

b) Avem egalitate pentru $2\sin x\cos x=\sin 2x=1$, deci $2x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$; $x=\frac{\pi}{4}+k\cdot\pi$.

Între 0° și 360° avem: $x=45°$; $(\sin 45°+\cos 45°)^4=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4=(\sqrt{2})^4=4=8\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=4$, evident.

$x=225°$; $(\sin 225°+\cos 225°)^4=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4=(-\sqrt{2})^4=4=8\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=4$, evident.

Problema 6139

Definim operația $*$ *astfel:*

$$a * b = a - b + \frac{a}{b}, \qquad (b \neq 0)$$

Notăm cu x_1 *soluția ecuației* $x * a = 0$ *și cu* x_2 *soluția ecuației* $x * a = 1$. *Să se arate că* $x_1 * x_2 = 0$.

L. I. Pîrsan, student, București

Soluție: $x * a = x - a + \frac{x}{a}$. Pentru a afla pe x_1 avem $x * a = 0$ adică, $x - a + \frac{x}{a} = 0$ sau $x\left(\frac{a+1}{a}\right) = a$, deci $x_1 = \frac{a^2}{a+1}$.

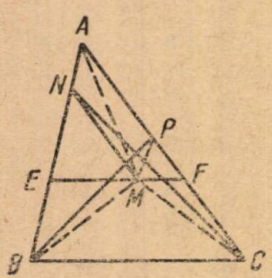
Pentru a afla pe x_2 avem: $x * a = 1$, adică $x - a + \frac{x}{a} = 1$, de unde $x_2 = a$. Avem: $x_1 * x_2 = \frac{a^2}{a+1} * a = \frac{a^2}{a+1} - a + \frac{a}{a+1} = \frac{a^2 - a^2 - a + a}{a+1} =$ $= 0$, deci, $x_1 * x_2 = 0$.

Problema 6143

Se dă un triunghi oarecare ABC și un punct M în interiorul său. Se duc MP, MN paralele respectiv cu AB, AC. Să se afle locul geometric al punctului M dacă există relația $AP.AB + AN.AC = constant$.

Brînzănescu Vasile, absolvent, Constanța

Soluția autorului. — Se unește M cu A, B, C, și N cu C, iar P cu B.



Înmulțim relația dată cu $\frac{\sin A}{2}$ și avem:

$$E = \frac{AP \cdot AB \sin A}{2} + \frac{AN \cdot AC \sin A}{2} = \text{constant}.$$

$S_{ABP} + S_{ANC} = \text{constant}$. Dar $S_{APB} = S_{AMB}$ $(MP \parallel AB)$ și $S_{ANC} = S_{AMC}$, deci $S_{AMB} + S_{AMC}$ constant. Dar $S_{BMC} = S_{ABC}$ $(S_{AMB} + S_{AMC}) = \text{constant}$. Rezultă că, M descrie o paralelă la BC limitată de laturile AB, AC.

Problema 6145

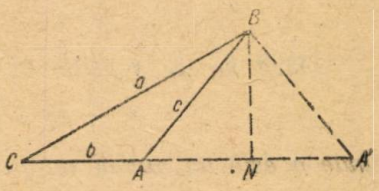
a) *Dacă între unghiurile unui triunghi există relația* $A = 2B$, *atunci între laturile sale există relația* $a^2 - b^2 = bc$.

b) *Dacă între unghiurile unui triunghi există relația* $A = 2B + C$, *atunci între laturi există relația* $a^2 - b^2 = ac$.

c) *Să se demonstreze, folosind cele de mai sus, că în triunghiul* $A=\frac{\pi}{7}$, $B=\frac{2\pi}{7}$, $C=\frac{4\pi}{7}$ *dublul laturei mai mici este media armonică a celorlalte două laturi.*

Soluție. — a) Fie AL bisectoarea unghiului CAB. Deoarece $A=2B$ rezultă $\sphericalangle CAL=\sphericalangle LAC=\sphericalangle ABC$. Deci, triunghiurile ABC și LAC sînt asemenea (au unghiurile respectiv egale). Rezultă:

$$\frac{AB}{LA}=\frac{BC}{AC}=\frac{CA}{LC}.$$



Înlocuind și folosind o proprietate a rapoartelor egale rezultă:

$$\frac{c}{x}=\frac{a}{b}=\frac{b}{y}=\frac{b+c}{x+y}=\frac{b+c}{a} \text{ sau } a^2-b^2=bc \qquad (1)$$

b) Fie acum, un triunghi în care $A=2B+C$. Rezultă $A=2B+C=(B+C)+B=180°-A+B$. Deci, $A=180-A+B$ sau $A=90°+\frac{B}{2}>90°$. Fie BN perpendiculara din B pe CA și fie A' simetricul lui A față de N. Rezultă: $\sphericalangle BAA'=180°-A=180°-(2B+C)=180°-(B+C)-B=180°-(180°-A)-B=A-B$.

Triunghiul BAA' fiind prin construcție isoscel avem: $\sphericalangle BA'A=\sphericalangle BAA'=A-B$ deci, $\sphericalangle ABA'=180°-2(A-B)=180°-2A+2B=180°-2A+A-C=180°-(A+C)=180°-(180°-B)=B$. Rezultă că AB este bisectoarea unghiului CBA'.

Aplicînd teorema lui Pitagora generalizată în triunghiul ABC și notînd $AN=x$ obținem:

$$a^2=b^2+c^2+2bx \qquad (2)$$

Aplicînd teorema bisectoarei (AB) în triunghiul $A'BC$ și ținînd seama că $A'B=AB=c$ rezultă: $\frac{AC}{AA'}=\frac{BC}{A'B}$ sau $\frac{b}{2x}=\frac{a}{c}$ sau $2x=\frac{bc}{a}$. Înlocuind pe $2x$ în (2) și efectuînd calculele obținem: $ab^2+ac^2+b^2c-a^3=0$. Dar, $ab^2+ac^2+b^2c-a^3=b^2(a+c)+a(a+c)\cdot(c-a)=(a+c)(b^2+ac-a^2)$ și cum $a+c\neq 0$, putem scrie: $b^2+ac-a^2=0$ sau:

$$a^2-b^2=ac \qquad (3)$$

c) În triunghiul $A=\frac{\pi}{7}$; $B=\frac{2\pi}{7}$; $C=\frac{4\pi}{7}$ putem scrie, deoarece $B=2A$ și $C=2B$ avem relațiile:

$$b^2-a^2=ac \text{ și } c^2-b^2=ab$$

Deoarece $C = 2A + B$, aplicînd (3) putem scrie: $a^2 - c^2 = -bc$. Adunînd cele trei relații obținute rezultă $ac + ab - bc = 0$ sau $\frac{2}{2a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$, adică ceea ce trebuia demonstrat.

Problema 6146

Dacă x_1, x_2, x_3 sînt rădăcinile ecuației $x^3 - 1 = 0$, să se arate că

$$x_1^n + x_2^n + x_3^n = x_1^n x_2^n + x_1^n x_3^n + x_2^n x_3^n$$

unde n este un număr natural.

D. Stan, Breaza

Soluția I — a autorului. — Rădăcinile sînt $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, și $x_3 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$; sau, sub formă trigonometrică:

$$x_2 = \cos 120° + i \sin 120°;\ x_3 = \cos 240° + i \sin 240°,$$

deci, $x_1^n = 1^n = 1$,

$$x_2^n = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n = (\cos 120° + i \sin 120°)^n = \cos n \cdot 120° + i \sin n \cdot 120°.$$

$$x_3^n = \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n = (\cos 240° + i \sin 240°)^n = \cos n \cdot 240° + i \sin n \cdot 240°.$$

Membrul stîng se poate scrie:

$$1 + \cos n \cdot 120° + i \sin n \cdot 120° + \cos n \cdot 240° + i \sin n \cdot 240°.$$

Dar $x_1^n \cdot x_2^n = 1^n \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n = \cos n \cdot 120° + i \sin \cdot n \cdot 120°$

$$x_2^n \cdot x_3^n = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n =$$

$$= (\cos n \cdot 120° + i \sin n \cdot 120°)(\cos n \cdot 240° + i \sin n \cdot 240°) = 1$$

$$x_1^n x_3^n = \cos n \cdot 240° + i \sin n \cdot 240°.$$

Membrul drept devine:

$$\cos n \cdot 120° + i \sin n \cdot 120° + 1 + \cos n \cdot 240° + i \sin n \cdot 240°.$$

Soluția a II-a. Ținînd seama că $x_1 = 1$ și observînd că

$$x_2 x_3 = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 \text{ atunci}$$

$$x_1^n x_2^n + x_1^n x_3^n + x_2^n x_3^n = x_2^n + x_3^n + 1 = x_1^n + x_2^n + x_3^n.$$

Problema 6148

Să se demonstreze identitatea:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\cos(k-1)\alpha \cos k\alpha} = \frac{\operatorname{tg} n\alpha}{\sin \alpha}, \text{ unde } n \text{ este număr natural.}$$

Grecu I. Eftimie, student matematici

Soluție dată de *Crișan Victor*, elev Aiud. — În relația $\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b = \frac{\sin(a-b)}{\cos a \cos b}$ facem înlocuirile: $a = (k-1)\alpha$ și $b = k\alpha$ și obținem relația

$\operatorname{tg}(k-1)\alpha - \operatorname{tg} k\alpha = \frac{\sin(-\alpha)}{\cos(k-1)\alpha \cos k\alpha}$. Dînd lui k valori de la 1 pînă la n și adunînd relațiile găsite obținem:

$$\operatorname{tg} 0 - \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha + \ldots + \operatorname{tg}(n-1)\alpha - \operatorname{tg} n\alpha = \sum_{k=1}^{n} \frac{-\sin\alpha}{\cos(k-1)\alpha \cdot \cos k\alpha},$$

de unde: $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\cos(k-1)\alpha \cos k\alpha} = \frac{\operatorname{tg} n\alpha}{\sin\alpha}$.

Soluția II. Vom aplica metoda inducției matematice. Pentru $n = 1$ identitatea se verifică.

Presupunem că identitatea are loc pentru $n - 1$, adică avem:

$$\operatorname{tg}(n-1)\alpha = \sin\alpha \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\cos(k-1)\alpha \cos k\alpha} \qquad (1)$$

și să arătăm că ea are loc și pentru n. Pentru aceasta vom adăuga $\frac{\sin\alpha}{\cos(n-1)\alpha \cos n\alpha}$ în ambii membri ai egalității (1). Obținem succesiv:

$$\sin\alpha \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\cos(k-1)\alpha \cos k\alpha} = \operatorname{tg}(n-1)\alpha + \frac{\sin\alpha}{\cos(n-1)\alpha \cos n\alpha} =$$

$$= \frac{\sin(n-1)\alpha}{\cos(n-1)\alpha} + \frac{\sin\alpha}{\cos(n-1)\alpha \cos n\alpha} =$$

$$= \frac{\sin(n-1)\alpha\cos n\alpha+\sin\alpha}{\cos(n-1)\alpha\cos n\alpha} = \frac{\sin(n-1)\alpha\cos[(n-1)\alpha+\alpha]+\sin\alpha}{\cos(n-1)\alpha\cos n\alpha} =$$

$$= \frac{\sin(n-1)\alpha[\cos(n-1)\alpha\cos\alpha-\sin(n-1)\alpha\sin\alpha]+\sin\alpha}{\cos(n-1)\alpha\cos n\alpha} =$$

$$= \frac{\sin(n-1)\alpha\cos(n-1)\alpha\cos\alpha-\sin^2(n-1)\alpha\sin\alpha+\sin\alpha}{\cos(n-1)\alpha\cos n\alpha} =$$

$$= \frac{\sin(n-1)\alpha\cos(n-1)\alpha\cos\alpha+\sin\alpha[1-\sin^2(n-1)\alpha]}{\cos(n-1)\alpha\cos n\alpha} =$$

$$= \frac{\sin(n-1)\alpha\cos(n-1)\alpha\cos\alpha+\sin\alpha\cos^2(n-1)\alpha}{\cos(n-1)\alpha\cos n\alpha} =$$

$$= \frac{\sin(n-1)\alpha\cos\alpha+\sin\alpha\cos(n-1)\alpha}{\cos n\alpha} =$$

$$= \frac{\sin[(n-1)\alpha+\alpha]}{\cos n\alpha} = \frac{\sin n\alpha}{\cos n\alpha} = \operatorname{tg} n\alpha.$$

Problema E : 2017

Să se arate că dacă $a+b=1$, avem :

$$a^4 + b^4 - 2a^3 - 2a^2b^2 + a^2 - 2b^3 + b^2 = 0.$$

Augustin I. Matei, Cluj

Soluție dată de *Dăncilă Ioan*, elev Săceni. Avem succesiv :

$$(a^2 - b^2)^2 - 2(a+b)(a^2 - ab + b^2) + a^2 + b^2 = 0$$

$$(a+b)^2(a-b)^2 - 2(a+b)(a^2 - ab + b^2) + a^2 + b^2 = 0.$$

Din $a+b=1$ rezultă :

$$(a-b)^2 - (a-b)^2 = 0.$$

Problema E : 2021

La un magazin se vînd ciorapi cu prețul de 3 lei, 8 lei și 16 lei perechea. În total se vînd 1235 perechi și se încasează o sumă de 8695 lei. Să se afle cîte perechi de ciorapi s-au vîndut din fiecare fel, știind că perechile de ciorapi cu prețul de 3 lei s-au vîndut cu 25 mai puțin decît perechile de ciorapi cu prețul de 8 lei și 16 lei la un loc.

* * *

Soluție dată de *Popa Eugen*, elev Iași. Dacă s-ar fi vîndut cu 25 perechi de ciorapi mai puțin, numărul ciorapilor de 3 lei și al celor de 8 și 16 lei ar fi fost egal. Deci,

$$(1235-25) : 2 = 1210 : 2 = 605$$

Deci, s-au vîndut 605 perechi de ciorapi de 3 lei și 605+25=630 perechi de ciorapi de 8 și 16 lei perechea. Ciorapii vînduți de 3 lei costă 605·3=1815; deci ciorapii de 8 și 16 lei la un loc costă: 8695—1815= =6880 lei. Dacă s-ar fi vîndut numai ciorapi de 8 lei s-ar fi încasat 630·8=5040 lei. Diferența de 6880 — 5040 = 1840 lei provine din faptul că s-au vîndut un număr de ciorapi cu prețul cu 8 lei mai mare. Acest număr este 1840:8=230 perechi de ciorapi de 16 lei. De aici rezultă că s-au vîndut 630—230=400 perechi de ciorapi cu 8 lei, deci 605 perechi ciorapi cu 3 lei și 230 perechi ciorapi cu 16 lei.

Verificare: 3.605+8.400+16.230=1815+3200+3680=8695 lei.

Problema E: 2047

Să se arate că dacă $a \neq -1$ *și notăm* $\frac{1-a}{1+\frac{1}{a}} = A$; $1+\frac{1}{A} = B$;

$1+\frac{1+A}{B} = C$; $1+\frac{B}{1+A} = \frac{1}{D}$ atunci $C+D = BD = ABC = 1$.

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de *Dan Voiculescu*, elev București. Calculăm Succesiv:

$$A = \frac{1+a}{1+\frac{1}{a}} = \frac{1+a}{\frac{a+1}{a}} = a;\quad B = 1+\frac{1}{A} = 1+\frac{1}{a} = \frac{1+a}{a};$$

$$C = \frac{1}{1+\frac{1+A}{B}} = \frac{1}{1+\frac{1+a}{1+\frac{1}{a}}} = \frac{1}{1+a};$$

$$D = \frac{1}{1+\frac{B}{1+A}} = \frac{1}{1+\frac{1+\frac{1}{a}}{1+a}} = \frac{a}{1+a}.$$

Rezultă:

$$C+D = \frac{1}{1+a}+\frac{a}{1+a} = \frac{a+1}{1+a} = 1;$$

$$BD = \frac{1+a}{a}\cdot\frac{a}{1+a} = 1;\quad ABC = a\,\frac{1}{1+a}\cdot\frac{1+a}{a} = 1.$$

CHESTIUNI DE EXAMEN*

Subiectele lucrărilor scrise date la admiterea în facultatea de matematică — mecanică a Universității București — septembrie 1964

6627. Se consideră triunghiul ABC și un cerc de rază R cu centrul în centrul de greutate G al triunghiului, care conține triunghiul în interior.

a) Fie V_1 și V_2 volumele corpurilor geometrice obținute prin rotația triunghiului ABC în jurul unei tangente la cerc perpendiculară pe una din înălțimile triunghiului, respectiv în jurul unei tangente la cerc perpendiculară pe una din medianele sale. Să se arate că $V_1 = V_2$ și să se exprime aceste volume cu ajutorul razei R și ariei triunghiului ABC.

b) Să se demonstreze că rezultatul obținut la punctul a) se menține și în cazul unei tangente oarecare la cercul considerat. (Soluție geometrică).

6628. Pe o elipsă se consideră punctele M și N. Paralela prin M la ax BB' intersectează paralela prin N la axa AA' în punctul I. Fie P intersecția normalei în M la elipsă cu axa AA' și Q intersecția normalei în N cu axa BB'. Să se arate că punctele P, Q, I sînt colineare.

6629. Se consideră într-un plan, două cercuri C_1, C_2 secante în punctele A și B. Tangentele în A la cele două cercuri retaie cercurile C_1 și C_2 respectiv în P și Q. Fie N un punct oarecare din plan, E al doilea punct de intersecție al cercului C_1 cu dreapta PN, iar F al doilea punct de intersecție al cercului C_2 cu dreapta NA și N' intersecția dreptelor EA și FQ.

a) Să se arate că patrulaterul $ABPN$ este asemenea cu patrulaterul $QBAN'$ și triunghiul BNN' asemenea cu triunghiul BPA.

b) Să se demonstreze că locul geometric al punctului N', cînd punctul N descrie o dreaptă d sau un cerc C, este o dreaptă d', respectiv un cerc C'.

6630. Se consideră ecuația

$$(2\cos\varphi - 1)x^2 - 4x + 4\cos\varphi + 2 = 0, \quad (0 \leqslant \varphi \leqslant \pi)$$

a) Să se detremine valorile lui φ pentru care ecuația are rădăcinile pozitive. În aceste condiții să se cerceteze dacă există valori ale lui φ pentru care cel puțin o rădăcină este subunitară.

b) Să se scrie ecuația ale cărei rădăcini sînt:

$$(x_1 - x_2)^3 \quad \text{și} \quad (x_2 - x_1)^3$$

x_1 și x_2 fiind rădăcinile ecuației date.

6631. Dacă trei numere pozitive x, y, z sînt în progresie geometrică, să se arate că:

$$\frac{\log_x N}{\log_z N} = \frac{\log_x N + \log_y N}{\log_y N - \log_z N}$$

---

* La aceste probleme se primesc soluții pînă la 31 martie 1965.

6632. Fie:

$$E = \cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c + 2\cos a \cos b \cos c - 1$$

Presupunînd E = 0, să se deducă relația dintre a, b, c transformînd expresia E în produs.

6633. Se consideră ecuația:

$$(m-1)\cos^2 x - 3m\cos x + 2m = 0 \quad , \quad (m = \text{real})$$

a) Pentru $m = \frac{1}{15}$ să se determine rădăcinile situate în intervalele $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$ și $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

b) Să se arate că nu există valori ale lui m astfel încît ecuația dată să aibă două rădăcini în intervalul $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Pentru ce valori ale lui m ecuația are o rădăcină în acest interval?

6634. Să se rezolve inecuația:

$$\log_a x + \log_{ax} x > 0.$$

6635. Să se transforme în produs expresia:

$$\sin(a+b+c) \cdot \sin(a+2b+c) - \sin a \cdot \sin(a+b) \cdot \sin c - \sin(b+c).$$

6636. Trei bărci de aceiași masă m merg una în urma celeilalte cu aceiași viteză v. Din barca de la mijloc se aruncă simultan, în barca din față și în cea din spate, cîte un corp de masă m_1. Aruncarea se face cu viteza u față de barca din mijloc. Care sînt vitezele bărcilor după această repartiție a încărcăturii?

6637. O lentilă convergentă formează o imagine reală și de două ori mai mare a unui obiect. Dacă obiectul se apropie cu 70 cm de lentilă imaginea devine virtuală și de 5 ori mai mare decît obiectul. Care este distanța focală a lentilei? Știind că lentila este biconvexă, cele două suprafețe avînd razele de curbură egale și că indicele de refracție al sticlei din care este confecționată lentila este $n = 1,5$, să se calculeze raza de curbură a suprafețelor lentilei. Să se construiască imaginile în cele două cazuri.

6638. Fie A și A' vîrfuri opuse ale unei elipse, M un punct oarecare pe segmentul AA' și N conjugatul armonic al lui M față de AA'. O dreaptă care trece prin M intersectează elipsa în punctele P și Q și perpendiculara în N pe AA', în punctul R.

Să se arate că R este conjugatul armonic al punctului M față de PQ.

PROBLEME PROPUSE *

6639. În cercul O de rază R se duce diametrul AB și coarda $AC = R$. Se prelungește coarda AC cu segmentul $CM = 2R$. Secanta MB taie cercul în D, iar perpendiculara din O pe AC intersectează cercul în F. Să se arate că:

a) triunghiul MOB este isoscel; b) aria ACD = 2 aria ABD;

$$(2-\sqrt{3})\,BE = AE.$$

Florea I. Dumitrescu, Craiova

6640. Se consideră o elipsă de axe $A'A = 2a$, $B'B = 2b$ și de centru O.

a) O tangentă oarecare taie în T și T' tangentele la vîrfurile B, B' ale axei mici. Să se arate că $BT \cdot B'T' = a^2 \cdot b$) Se prelungește segmentul $A'A$ cu lungimea $AI = b$. Să se construiască tangentele la elipsă duse din punctul I și să se calculeze unghiul 2α pe care-l formează. Aceste tangente taie în J și K tangenta în vîrful A'. Să se arate că $OI = OJ = OK$. Permutînd rolurile axelor, adică prelungind segmentul $B'B$ cu o lungime $BU = a$, vom avea rezultate analoage cu cele precedente?

* * *

6641. Să se arate că dacă:

$$a + b + c = 1,$$

unde a, b, c sînt numere pozitive atunci:

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}} \geqslant \sqrt{3}.$$

Popovici Cornel, elev Timișoara

6642. Să se deducă relația

$$\frac{S^2}{\cos^2\alpha} + \frac{S^2}{\cos^2\beta} + \frac{S^2}{\cos^2\gamma} = S^2 + 2\sum a^2 b^2$$

unde α, β și γ sînt unghiurile formate de mediana și înălțimea duse din vîrful A respectiv B și C ale unui triunghi oarecare ABC.

Iuga Mihai, elev Brașov

6643. În triunghiul ABC se dau R, raza cercului circumscris, unghiul B și segmentul $AH = l$ (H, ortocentrul triunghiului). Se cere:

a) Să se rezolve triunghiul.

b) Să se construiască triunghiul.

c) Aplicații. $l = R$, $B = 75°$.

A. Stanciu, profesor Brăila

---

*) IX (6639, 6646, 6647, 6649, 6653, 6657, 6665); X (6641, 6642, 6643, 6644, 6645, 6648, 6652, 6656, 6661, 6662, 6663, 6664); XI 6640, 6650, 6651, 6654, 6655, 6658, 6659, 6660). Se primesc soluții pînă la 30 martie 1965.

6644. Să se rezolve ecuația:

$$\operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} 2x + \operatorname{ctg} 2x \operatorname{ctg} 3x + \operatorname{ctg} 3x \operatorname{ctg} x = 1.$$

Popa Eugen, elev Iași

6645. Să se arate că

$$1 + \sqrt{5 + 8\cos\frac{\pi}{7}} = \cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}.$$

C. Ionescu-Țiu

6646. Să se arate că numărul

$$N = 100\ldots00300\ldots00300\ldots001$$

este un cub perfect, fiecare grupă de zerouri conține același număr de zerouri.

Gh. Buicliu

6647. Să se arate că în planul unui patrulater oarecare $ABCD$ se găsește un punct I sau două puncte I_1 și I_2 astfel că proiecțiile punctului pe laturile patrulaterului să fie conciclice.

Gh. Buicliu

6648. Să se deetrmine valorile reale ale parametrului m pentru care ecuațiile:

$$(m-1)\sin^2 x - m\sin x + (m+1) = 0$$
$$(m+1)\sin^2 x + m\sin x + (m-1) = 0$$

admit rădăcini reale.

Chițescu Ion, elev. șc. m. 10 București

6649. A spune: B este vinovat; B spune: A minte; C spune: eu nu sînt vinovat; D spune: A este vinovat.

a) Dacă o singură afirmație este adevărată, cine este vinovat?

b) Dacă o singură afirmație este falsă, cine este vinovat?

c) În cîte feluri se poate ca exact două afirmații să fie adevărate? Găsiți în fiecare caz vinovatul.

(Eureka, Cambridge, 1963)

6650. Considerăm tetraedrul $ABCD$ și punctul P. Să se arate că planele izogonale respectiv cu planele PAB, PBC, PCD, PDA, PAC, PBD față de unghiurile diedre ale tetraedrului de muchii AB, BC, CD, DA, AC, BD, sînt concurente.

Tudor Zamfirescu, student București

6651. a) Să se arate că dacă $0° \leqslant x \leqslant 15°$ și $0° \leqslant y \leqslant 15$ avem inegalitatea:

$$\sin 3x + \sin 3y + \cos(3x + 3y) \leqslant 1{,}5. \quad (1)$$

b) Să se cerceteze și alte intervale cuprinse între 15° și 360° în care variind x și y inegalitatea (1) să rămînă valabilă.

c) Să se afle valorile lui x și y pentru care este valabil semnul egal.

d) Să se verifice în cazurile numerice cînd $x = y$ au valorile 10°; 50°; 130°; 170°; 250°; 290° fără tabele.

e) Să se arate că relația (1) este valabilă cu semnul egal cînd $x = y$ ia valorile $120k + 30° \pm 20°$, k fiind întreg.

C. Ionescu-Țiu

6652. Să se exprime laturile unui triunghi ABC în care se cunoaște

$$c\cos A = m,\ c\cos B = n \text{ și } c\cos C = p.$$

b) Să se construiască grafic triunghiul ABC cînd se cunosc segmentele m, n, p.

* * *

6653. Să se raționalizeze numitorul fracției:

$$F = \frac{1}{\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2+\sqrt{3}}}.$$

Cătană Ilie, elev Sinaia

6654. Se consideră un sfert de cerc OAB în care $\sphericalangle AOB = 90°$, $AO = OB = R$. Un mobil M descrie arcul AB cu o mișcare uniformă, viteza unghiulară a razei OM fiind constantă ω. Pentru timpul $t = 0$ mobilul este în punctul A. Fie H proiecția lui M pe dreapta OA. Se ia pe raza OM segmentul $ON = HM$. Să se studieze mișcările punctelor H și N. Să se calculeze segmentul NH în funcție de timpul t. În ce moment această lungime a segmentului NH este cea mai mică? Să se precizeze poziția segmentului NH în acest moment și să se arate că proiecțiile lui pe dreapta HN a vectorilor viteza a punctelor H și N în acest moment sînt vectori echipolenți.

(Journal de mathématiques élémentaires, Paris, 1964)

6655. a) Dacă între unghiurile unui triunghi există relația $A = nB$, A fiind fix situat pe una din bisectoarele unghiurilor formate de aceste drepte. O dreaptă variabilă ce trece prin A, taie pe (Δ_1) și (Δ_2) respectiv în M și N. Se cere locul geometric al punctului I, mijlocul segmentului MN.

C. Săndulache, Negrești-Iași

6656. a) Dacă între unghiurile unui triunghi există relația $A = nB$, atunci între laturi există relația:

$$a^2 - b^2 = bc\frac{\sin(n-1)B}{\sin B}.$$

b) Dacă între unghiurile unui triunghi există relația $A = nB + C$ atunci între laturi există relația:

$$a^2 - b^2 = ac\,\frac{\sin[(n-1)B + C]}{\sin[nB + C]}.$$

c) Să se demonstreze folosind cele de mai sus, că în triunghiul $A = \frac{\pi}{3n+1}$; $B = \frac{n\pi}{3n+1}$; $C = \frac{2n\pi}{3n+1}$ există relația

$$\frac{1}{a}\,\frac{\sin A \sin[(n-1)A + B]}{\sin(nA + B)} = \frac{1}{b}\sin(n-1)A + \frac{1}{c}\sin A.$$

(În legătură cu problema 6145).

Filipoiu Alexandru, elev Buzău

6657. Să se reprezinte grafic:

$$y_1 = \sqrt{x + 1 + 2\sqrt{x}} + \sqrt{x + 1 - 2\sqrt{x}}$$

$$y_2 = \sqrt{x + 1 + 2\sqrt{x}} - \sqrt{x + 1 - 2\sqrt{x}}.$$

b) Folosind rezultatele de la a) să se reprezinte grafic:

$$y_3 = 2\sqrt{x + 1 + 2\sqrt{x}} \text{ și } y_4 = 2\sqrt{x + 1 - 2\sqrt{x}}.$$

C. Ionescu-Țiu

6658. În triunghiul oarecare ABC se consideră punctul D pe latura AB și punctul E pe CD, astfel ca $\frac{CE}{ED} = k$, (constant). Fie $F \equiv (AC, BE)$ și $P \equiv (AE, DF)$. Să se găsească locul geometric al punctului P cînd punctul D descrie dreapta AB.

Leonte Alexandru, București

6659. Să se calculeze

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 5x + 3} - \sqrt{x^2 + 3x - 9}}{x^2 + x - 6}.$$

Ilie N. Constantinescu, Petroșeni

6660. Prin vîrful A al unui paralelogram $ABCD$ trece un cerc care taie laturile AB și AD respectiv în punctele F și H, iar diagonala AC în punctul G. Să se demonstreze că:

$$AB \cdot AF + AD \cdot AH = AC \cdot AG.$$

Olimpiada matematică, R.P.U., 1964

6661. Dacă numerele întregi a, b, c sînt astfel încît $a^2+b^2=c^2$, atunci $a^n+b^n-c^n=\mathfrak{M}(a+b-c)$ și $a^n+b^n-(-c)^n=\mathfrak{M}(a+b+c)$ pentru orice număr n natural. (În legătură cu problema 5704).

Dan Voiculescu, elev București

6662. Să se arate că dacă $13^\circ \leqslant x \leqslant 28^\circ$, avem:

$$\frac{3}{2} \leqslant \sin^2(4x+8^0)+\cos^2(4x-82^0) \leqslant 2;$$

$$0 \leqslant \operatorname{ctg}^2(4x+8^0)+\operatorname{tg}^2(4x-82^0) \leqslant \frac{2}{3};$$

$$1 \leqslant \sec^2(4x-82^0)-\sin^2(4x-82^0) =$$
$$= \operatorname{cosec}^2(4x+8^0)-\cos^2(4x+8^0) \leqslant \frac{13}{12}.$$

C. Ionescu-Țiu

6663. În triunghiul ABC inegalitatea $a>b$ implică $a+h_a>b+h_b$. În ce caz avem egalitate?

Olimpiada matematică, R.D.G., 1964

6664. Să se rezolve sistemul:

$$x^4-3x^3+4x^2-5x-3=0$$
$$x^4-x^3-5x^2-7x-2=0$$

Matematica v școle, Moscova 1964

6665. Într-un atelier funcționează mașini-unelte de diferite capacități. Fiecare grupă de cîte două mașini combinate în toate felurile posibile produc pe oră respectiv 35, 39, 40, 49, 44, 46, 30, 41, 32, 36 piese pe oră. Care este numărul de mașini în total și cîte piese pe oră produce fiecare mașină în parte.

Matematikai Lapok, Budapest, 1964

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII *

E: 2233. O G.A.C. a cultivat în 1958 o suprafață de teren de 1640 ha astfel: 55% cu grîu, 35% porumb și 10% cu secară. În 1959 se desființează cultura secarei, mărindu-se prin aceasta suprafețele cultivate cu grîu și porumb, cea cultivată cu grîu cu 75% din suprafața ce aparținuse

* V (E: 2235, 2238, 2240, 2243); VI (E: 2239, 2246, 2247), VII (E: 2233, 2234, 2242, 2244), VIII (2236, 2237, 2241, 2245). Se primesc soluții pînă la 30 martie 1965.

secarei, iar cea cu porumb cu restul tarlalei. Să se afle ce suprafețe au fost destinate grîului și porumbului în 1959, dacă suprafața totală rămîne aceeași.

Ursulescu Octavian elev, București

E : 2234. Fie T un punct pe latura AB a paralelogramului $ABCD$. Dreptele CT și DT intersectează diagonalele BD și AC respectiv M și N. Să se stabilească relația :

$$\frac{MT}{MC}+\frac{NT}{ND}=1.$$

Popescu E. Mihai, elev, Slatina

E : 2235. O gospodărie agricolă colectivă a avut de șase ori mai multe oi decît vaci. După ce a vîndut 60 oi și a cumpărat 90 vaci, numărul oilor a rămas de patru ori mai mare decît al vacilor. Cîte oi și cîte vaci are gospodăria.

* * *

E : 2236. Să se arate că :

$$\frac{1+ax}{a+\frac{1}{x}}+\frac{1+b(1-x)}{b+\frac{1}{1-x}}=1$$

$$\frac{1+ax}{a+\frac{1}{x}}+\frac{1-b(1+x)}{b-\frac{1}{1+x}}+1=0.$$

C. Ionescu-Țiu

E : 2237. Să se arate că dacă $a\neq b\neq c$ avem :

$$\frac{ab(a^2+b^2)}{(b-c)(a-c)}+\frac{bc(b^2+c^2)}{(b-a)(c-a)}+\frac{ac(a^2+c^2)}{(c-b)(a-b)}=a^2+b^2+c^2.$$

Pestroiu Daniel, elev, Tg. Jiu

E : 2238. La o gospodărie colectivă, echipele A, B, C au recoltat grîul de pe o suprafață de 800 ha. Echipa A a recoltat de pe o suprafață echivalentă cu $\frac{1}{3}$ din ceea ce a rămas în sarcina celorlalte echipe. Echipa B a recoltat de pe o suprafață echivalentă cu $\frac{2}{3}$ din ceea ce a mai rămas să recolteze echipa C. Cîte ha a recoltat fiecare echipă ?

Corneliu Georgescu, Craiova

E : 2239. Un tren de marfă format din 25 vagoane a transportat o cantitate de cărbune încărcată în vagoane de 10 tone și 15 tone. Dacă la dublul numărului vagoanelor de 10 tone s-ar fi adăogat încă două și la jumătatea numărului vagoanelor de 15 tone s-ar fi luat patru, trenul astfel format ar fi transportat aceiași cantitate de cărbune. Ce cantitate de cărbune s-a transportat ?

(La admiterea în clasa a VIII-a, Suceava, 1963)

E : 2240. Se dă :

$$A = \left(16\frac{22}{45} : 0{,}5 - 1\frac{61}{72} : 0{,}5\right) \cdot \frac{5}{7};$$

$$B = 198{,}9 : \left(9\frac{1}{2} + \frac{23}{10} : 2{,}3\right);$$

$$C = 13\frac{1}{2} \cdot 0{,}1$$ Să se calculeze $A+B+C$.

(La admiterea în clasa a VIII-a, Suceava, 1963)

E : 2241. Să se arate că dacă :

a) $a+b+c-d=0$; b) $a+b-c+d=0$; c) $a-b+c+d=0$;

d) $-a+b+c+d=0$

expresia :

$$E = \frac{a^4+b^4+c^4+d^4}{a^2b^2+a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2+c^2d^2+4abcd}$$

se reduce în fiecare caz la o constantă, a cărei valoare se cere. (În legătură cu problema E : 2101).

Popa Eugen, elev, Iași

E : 2242. În trei zile un strungar a produs 342 piese. Să se determine care a fost norma sa pe schimb, știind că în prima zi a realizat norma, în ziua a doua a depășit-o cu 10% iar în ziua a treia a depășit cu 20% producția sa din ziua a doua.

Rusu Ion, Cluj

E : 2243. Să se efectueze

$$\frac{\left(0{,}27+\frac{2}{4}+1\frac{1}{2}\right):\left(2\frac{2}{5}-3{,}2\cdot\frac{3}{8}\right)}{\left(2\frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{2}-1\frac{3}{5}:\frac{1}{2}\right)\cdot 4} : \frac{3}{37} = ?$$

(La admiterea în clasa a VIII-a, Suceava, 1963)

E : 2244. Un drumeț și un biciclist pornesc în același timp din A și B unul spre altul, se întîlnesc peste o oră, apoi fiecare își continuă drumul. Biciclistul sosește în A și reducîndu-și viteza cu o treime se întoarce imediat, ajunge drumețul după o oră de la întîlnire și își mărește viteza cu 1 km/h pentru a parcurge distanța rămasă într-o oră.

Să se afle distanța AB știind că la început viteza biciclistului a fost de patru ori mai mare decît a drumețului.

I. Brătulescu, prof. Constanța

E : 2245. Să se arate că :

$$[10010_2 + 1120_3] \cdot 121_4 - 4000_5 = 32_6 \cdot 101_7$$

unde indicii indică bazele de numerație în care sînt scrise numerele respective.

Ioan Bucur, profesor, Sibiu

E : 2246. În anul 1964 statul nostru cheltuie pentru acțiuni social-culturale de 6 ori mai mult de cît în anul 1950 și de 5/3 ori mai mult de cît în anul 1959. Știind că în anul 1964 va cheltui cu 4,802 miliarde lei mai mult de cît în anii 1950 și 1959 luate la un loc. Ce sumă se cheltuiește pentru acțiuni social-culturale în fiecare an ?

I. Cornescian, prof. Sighet

E : 2247. Pasagerii și turiștii transportați în 1963 cu avioanele TAROM au fost în număr de 330 000. Dacă numărul pasagerilor ar fi fost cu 4 000 mai mic, iar al turiștilor cu 4 000 mai mare atunci numărul pasagerilor ar fi fost de 10 ori mai mare ca al turiștilor. Să se calculeze numărul lor.

I. Munteanu, prof. Vaslui

CĂRȚI NOI

N. Mihăilă : **Introducere în programarea liniară. Editura didactică și pedagogică 1964. Biblioteca Societății de științe matematice din R.P.R., nr. 65.**

Lucrarea a fost întocmită pe baza ciclului de prelegeri pe care autorul le-a ținut la cursurile de vară ale Societății de științe matematice din R.P.R. pentru profesori de matematică, Săcele 1962.

În ultimele două-trei decenii aplicarea matematicii în viața social-economică a căpătat o dezvoltare deosebită, prin rezolvarea unui număr important de probleme puse de practica respectivă. Organizarea științifică a proceselor economice, permițînd luarea unor hotărîri conștiente în raport cu scopul urmărit, constituie obiectul unei discipline vaste numită programare matematică. Din aceasta, o ramură o alcătuiește programarea liniară, cu metode proprii și generale de rezolvare a problemelor respective. Aceste metode pot fi aplicate manual sau alcătuiesc algoritme de lucru care pot fi programate la mașinile electronice de calcul.

Cuprinsul cărții : **1. Obiectul programării liniare. Metode particulare de lucru. 2. Problema generală a programării liniare. 3. Metoda simplex. 4. Probleme de programare liniară pentru care relațiile de condiții sînt date prin sisteme de inecuații. 5. Degenerarea în problemele de programare liniară. 6. Dualitatea în programarea liniară. 7. Problema transporturilor. 8. Exerciții și probleme recapitulative. 9. Anexă.**

Cartea este utilă profesorilor de matematici, deoarece programarea liniară fiind o ramură nouă a matematicilor aplicate, nu a constituit obiect de studiu în universităţi decît începînd de cîţiva ani. Este utilă studenţilor de la facultăţile unde programarea liniară este obiect de studiu, precum şi inginerilor şi economiştilor, care sînt puşi de viaţă în situaţia de a rezolva probleme de programare liniară.

De asemenea elevii fruntaşi la matematici din ultimele clase ale liceului îşi găsesc în această carte o cale de studiu care îi poate pasiona.

POŞTA REDACŢIEI

Opriş Lucreţia, Huedin. Problemele propuse trebuie să fie personale, să prezinte unele dificultăţi în rezolvare şi să fie însoţite de soluţia autorului.

Pleş Gheorghe şi Ilioaie Vasile, Năsăud. Problemele care n-au fost anunţate la rubrica rezolvitorilor nu au fost corect rezolvate, de aceia este necesar să urmăriţi mai întîi modul de redactare a rezolvărilor publicate în **Gazetă** şi să citiţi cu atenţie instrucţiunile arătate pe copertă asupra problemelor rezolvate.

Unor elevi din Bacău. În G.M.-B se publică numai soluţiile unor probleme mai dificile şi interesante.

Unor elevi din Filiaşi şi Gheorghieni. Plicul cu probleme rezolvate să conţină toate problemele pe care elevul le-a rezolvat în cursul unei luni, din ultimele trei numere ale **Gazetei** apărute şi însoţite de un borderou. Nu trebuie să trimiteţi mai multe plicuri deodată cu numai cîte 2—3 probleme rezolvate.

Mai multor elevi ai ş.m. Galaţi. Multe din problemele rezolvate ce aţi trimis nu au fost anunţate la rubrica rezolvitorilor deoarece erau copiate unele după altele sau aveau soluţii greşite.

Rezolvitorii de probleme care au întrunit la rubrica rezolvitorilor în anul 1964 în total peste 200 rezolvări sînt rugaţi să trimită redacţiei cîte o fişă cuprinzînd numerele tuturor problemelor anunţate în G.M.-B specificînd şi pagina la care au fost trecuţi ca rezolvitori sau evidenţiaţi. Aceste date sînt necesare pentru clasificarea şi premierea rezolvitorilor pe anul 1964. De asemenea trebuie trecută şi adresa actuală şi clasa sau facultatea pe care o urmează acum rezolvitorul.

Responsabilii cu cercurile de elevi pe şcoli medii sînt rugaţi să întocmească fişa privind activitatea extraşcolară la matematică din anul 1964, conform regulamentului publicat în G.M.F.-B la pag. 110 în martie 1964, indicînd şi numărul de clase medii pe care le-a avut şcoala în anul şcolar 1963—1964. Trimiterea fişelor să fie făcută fără întîrziere pe adresa **redacţiei G.M.B.**

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

(urmare)

Soluţii bune primite pînă la 25 august 1964

SALCIA (Turnu Măgurele). Ş.m. cl. VIII. Vasile Nelu (6258; E: 2143, 54, 55, 60—63, 67, 68, 71, 74, 75, 79, 83).

SATU MARE. Ş.m. Mihail Eminescu cl. VIII. Ciornău Dan (6257, 71, 356, 89; E: 2125, 31, 43, 49, 54, 55, 60—63, 68, 79, 80, 83), Görbe Iosif (6257; E: 2100, 07, 09, 13, 18, 21, 34, 54, 55, 60), Sichet Margareta (6257, 58, 71, 72, 323, 70; E: 2109, 10, 21, 29, 43, 51, 54, 60, 62). Cl. X. Gözner Ştefan (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 43, 57—59, 61, 62, 71—73, 75, 76, 92), Hossu Alexandru (6167, 71, 79, 90, 92, 99, 212, 43, 62, 301).

Ş.m. 2 cl. IX. Nemeş Gavril (6314, 16, 44, 67, 68, 70, 73, 89, 420, 24). Cl. XI. Burcuş Constantin (6308, 10, 12, 14, 16, 17, 30, 38, 44, 45).

Şc. 8 ani nr. 1 cl. VII. Gözner Gabriela (E: 2123, 28, 30, 35, 33, 46, 47, 61, 64, 65, 71, 79, 82).

Şc. 8 ani nr. 10 cl. VI. Görbe Mihai (E: 2123, 53, 57—59, 64, 65).

SECUIENI (Ploieşti). Şc. 8 ani cl. VII. Cărbunaru Mihai (E: 2123—25, 28—36, 38, 43—49, 51, 52).

SARMAŞ. Ş.m. cl. IX. Moldovan Vasile (6259, 60, 67, 71, 72, 314, 70, 75, 89, 93; E: 2129, 43, 54, 55, 60).

SĂVENI. Ş.m. cl. VIII. Alexoaiei Lorica (E: 2125, 30, 36, 46, 52, 61—63), Dejanski Aurica (E: 2083, 92, 98, 123,

30, 36, 46), Huluță Corneliu (E: 2108, 16, 23, 25, 28, 36, 46), Leucă Maria (E: 2115, 17, 27, 30, 36, 38, 48, 52, 56—58, 61, 62), Vrabie Remus (E: 2123, 29, 30, 36, 38, 43, 48, 54, 59, 389). Cl. IX. Buchir Dumitru (6258, 59, 71, 72, 301, 12, 17, 45, 50, 56, 59, 66—68, 70, 73, 86), Buruiană Emil (6257—59, 67, 71—73, 90, 308, 10, 16, 44, 45, 57—60, 66—68, 71, 73, 75, 76), Sănduc Ioan (6257—60, 67, 72, 74, 75, 305, 08, 14), Toler Aron (6314, 16, 45, 57, 59, 60, 67, 70, 72, 83, 89, 93). Cl. X. Clocotici Valentin (6257—60, 71, 75, 77, 314, 16, 44, 45, 48).

SEBEȘ (Hunedoara). Ș.m. cl. X. Sava Maria (6257, 58, 60—62, 71—73, 76, 85, 90, 301, 07, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 28, 38, 42, 44, 45, 56, 59, 60, 62, 65—68, 70, 72, 73, 77, 82, 88, 89).

SEBIȘ (Crișana). Ș.m. cl. X. Codreanu Rada (6271—73, 308, 10, 12, 14, 16, 17, 45, 70, 72, 73), Haiduc Eugen (6257, 59, 61, 71, 310, 12, 17, 30, 38, 44, 45, 56, 67, 70, 75, 93).

SECUENI (Bacău). Absolvent **Obreja Petru** (6220, 35, 39, 51, 90, 98, 308—12, 14, 16, 17, 19, 28, 30, 33, 44, 45, 56—62, 65—70, 72—75, 78, 81, 86, 88—90).

SIBIU. Studentă Munteanu Gabriela (6259, 71, 309—12, 16—18, 69, 70; E: 2129, 54, 55, 60).

Absolvent Simion Virgil (6208—17, 19—26, 29, 34—37, 39—46, 51, 52, 54, 56, 61, 62, 64, 65, 67, 69, 71—73, 75—77, 81, 85, 90, 92, 301, 04, 05).

Ș.m. 1, cl. VIII. Babeș Carmen (6257, 58; E: 2126, 29, 32, 54, 61), Buzolanu Mureș (6157, 58, 71—73, 75, 304, 16, 28, 45, 56—58, 67, 68, 70, 72, 73, 89; E: 2125, 26, 28, 29, 32, 34, 37, 43, 47—49, 51, 54, 55, 60—63, 67, 68). Cl. X. Bărbosa Nicolae (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 23, 24, 27, 29, 30, 38, 42, 43, 73, 90), Bratu Ioan (6257, 59, 61, 67, 71—73, 75, 97, 308, 10, 16), Pompilian Anca (6257—59, 71, 99, 308, 10, 12, 14, 56, 58, 66, 67, 70, 73, 93), Rădoi Oliviu (6257, 71, 72, 312, 17, 30, 56, 67, 68, 70—73, 93).

Ș.m. 2, cl. VIII. Fulea Mihai (6257, 58, 67, 71, 72, 316, 28, 44, 56—58, 67, 70, 72, 75, 89; E: 2125, 29, 32, 37, 40, 43, 45, 45, 49, 51, 54, 55, 60, 61, 63, 67, 68). Cl. IX. **Trif Nicolae** (6165, 68, 70, 77, 87, 92, 95, 203, 08, 10, 11, 13—16, 19—23, 27, 29, 36, 38, 41—44, 54, 57—60, 65—67, 69, 71—76, 80, 81, 90, 97, 99, 301, 04, 05, 08—12, 14, 16, 17, 29, 42, 45). Cl. X. Bunea Mircea (6257, 58, 61, 62, 71—73, 85, 99, 301, 17), Daneș Emil (6257, 59—62, 67, 71—76, 80, 82, 97, 99, 301, 02, 05, 07, 11, 12, 17, 20, 30, 38, 42, 45, 56, 77), Munțiu Ion (6208, 09, 12, 13, 15, 24, 29, 32, 38, 43, 57—59, 61, 62, 90, 301, 08, 10, 12, 14, 17, 45, 54), Nicoară Ion (6223, 30, 32, 36, 47, 57—63, 67, 70—73, 75, 76, 85, 97, 99, 301, 07, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 30, 38, 42—45). Cl. XI. **Trif Maria** (6165, 70, 77, 87, 92, 95, 203, 13—16, 19—23, 27, 29, 38, 39, 41—44, 54, 56—60, 65—67, 69, 71—76, 80, 81, 90, 99, 301, 05, 08—12).

Ș.m. 3, cl. VIII. Bobanga Mircea (E: 2110, 25, 29, 54, 55, 60—63), Brenciu Carmen (E: 2136, 38, 46, 48, 54, 56, 58—60, 67, 68), Gaston Rodica (E: 2137, 43, 51, 54, 60, 61, 63, 68), Maniu Dan (E: 2123—26, 30, 34, 36—38, 44, 46, 47, 51, 52), Sfercoci Traian (E: 2109, 21, 22, 25, 26, 28, 30, 37, 43, 44). Cl. IX. Sîrbu Sanda (6257—60, 71, 316, 56, 59, 60, 72, 75, 76, 83, 89, 93), **Zăgan Dumitru** (6277, 96, 99, 303, 10, 12, 17, 22, 25, 27, 28, 42, 46, 48, 53, 56—62, 65, 67, 70, 72, 73, 75, 77, 78, 80—82, 86, 88, 89, 93, 95, 98—400, 02, 05, 10, 11, 18, 20—22, 24, 27—29, 31, 33, 36, 41). Cl. X. Balteșiu Virgil (6224, 26, 34, 38, 42, 43, 47, 57, 63, 67, 71, 72, 74—77, 80, 87, 89, 90, 97, 99), **Boac Monica** (6254, 56, 57, 59, 61, 62, 67, 71—76, 79, 80, 82, 99, 301, 08—10, 12, 14, 16, 17, 22, 23, 28, 30, 38, 45, 56, 58, 59, 66, 67, 70—73, 75, 79), **Bucur Liliana** (6257—63, 67, 71, 72, 74—77, 80, 82, 83, 87, 89—91, 96, 97, 99, 301, 04, 05, 07—12, 14, 16, 17, 19—22, 25, 30, 37, 38, 42, 44, 45, 56, 67, 72, 77), **Constantinescu Constantin** (6257—62, 67, 71—73, 75, 76, 79, 80, 82, 85, 97, 99, 301, 02, 07, 08, 10—12, 14, 16, 17, 20, 21, 37, 38, 45), **Dăncilă Ion** (6224, 26, 38, 52, 59, 64, 67, 68, 75, 97, 98, 301, 38, 44, 53, 54, 56—62, 70, 71, 76—78, 81, 82, 86, 90, 93, 98, 400, 16, 20, 21, 24, 28, 41), Dobrotă Mariuela (6257—59, 61—63, 67, 71, 72, 74, 75, 80, 85, 90, 91, 99, 312, 16, 21, 26, 28, 29, 45, 48, 62, 67, 70, 73, 75, 93), Drăghicescu Const. (6252, 90, 310—12, 14, 17, 20, 21, 25, 30, 38, 44, 45, 56, 59, 67, 71, 72, 77), Fleacă Mariana (6247, 57—59, 61, 62, 67, 71, 73, 75, 76, 80, 82, 97, 99, 301, 02, 07, 10, 12, 16, 17, 21, 37, 45), **Goleriu Dan** (6165—67, 70, 75, 76, 79, 82, 83, 87, 90, 93, 97, 201, 02, 07, 11, 17, 20, 28, 29, 31, 39, 41, 50, 51, 53, 57—65, 67—73, 75—77, 79—82, 85, 90, 91, 94, 95, 97, 99, 301—03, 07—23, 25—31, 33, 37, 38, 40—46, 48, 50, 53—62, 65—84, 86, 88—

91, 93—400, 02, 03, 05—07, 09—16, 18—31, 34, 36, 39—41), Giurgiu Dumitru (6242, 45, 56, 61, 62, 71—77, 305, 10—12, 20, 30, 38), Gîlea Doina (6212, 23, 24, 34, 39, 47, 61, 62, 67, 71, 80, 99, 301, 12, 38), Laşiţă Ileana (6208, 13, 15, 19, 20, 23, 24, 36, 38, 42, 47, 52, 57, 58, 60—63, 67, 71—77, 79, 80, 82, 85, 89, 90, 97, 99, 301, 03, 07—12, 15, 16, 17, 19—23, 25, 29, 30, 38, 42, 44, 54, 56—62, 65—68, 70—75, 77, 78, 86, 88, 89), Marcoci Constantin (6163, 71, 83, 91, 92, 99, 212, 24, 34, 38, 40, 57—59, 61, 62, 67, 71—76, 79, 80, 82, 85, 92, 99, 301, 02, 07, 10, 12, 16, 17, 21, 37, 45), Marinuş Radu (6257—63, 67, 71, 72, 80, 85, 90, 308, 10, 12—14, 16, 17, 20—23, 27—30, 33, 34, 37, 38, 40, 44, 45, 54, 56—62, 65—68, 70—79, 71—73, 86—90, 93—96, 98, 400), Mărtinuş Ştefan (6216, 32, 37, 44, 63, 73, 80, 82, 92, 97, 99, 301, 07, 08, 10—12, 14, 16, 17, 30, 32, 33, 38, 40, 42, 44, 45, 56—59, 66—68, 70—73, 75, 93), Mihai Virginia (6263, 71, 74, 99, 301, 08, 14, 16, 20, 25, 26, 38, 45, 58, 59, 61, 62, 67, 70, 82, 86, 93, 409, 20, 24), Munteanu Rodica (6262, 67, 72, 99, 301, 10, 12, 16, 17, 62, 67, 93), Năstoiu Aneta (6229, 61—63, 67, 71, 74, 99, 301, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 21, 25, 26, 29, 38, 45, 58, 59, 62, 67, 70, 82, 86, 93, 409, 20, 24), Pascu Ion (6257, 59—61, 67, 71, 74, 80, 90, 97, 99, 307, 08, 10—12, 14, 16, 17, 20—22, 25, 30, 37, 38, 42, 44, 45, 56, 67, 72, 75, 77), Popescu Adriana (6258, 72, 76, 80, 85, 97—99, 301, 10, 12, 14, 16, 17, 30, 38, 44, 45, 56—58), Potra Gabriela (6257—59, 61, 62, 71, 72, 74—76, 99, 305, 10—12, 20, 30, 38, 42, 45, 56, 77), Sabău Mircea (6310—12, 14, 16, 17, 20—22, 25, 30, 37, 38, 42, 44, 45, 56, 67, 68, 72, 73, 77, 86), Sorici Rodica (6257—59, 61—63, 67, 72, 73, 75, 99, 301). Cl. XI. Ionescu Mircea (6337, 38, 44, 66, 67, 69, 70, 72—76, 89, 93), Tanaseciuc Lucia (6257, 59, 61, 67, 71, 74, 80, 90, 97, 99, 307, 08, 10—12, 14, 16, 17, 20—22, 25, 30, 37, 38, 42, 44, 45, 56, 67, 72, 77).

Ş.m. 4, cl. X. Oprişor Domnar Simion (6257—59, 61—63, 71—73, 76, 86, 89, 92, 95, 99, 301, 02).

Şc. 8 ani nr. 1, cl. VI. Zaharia Nicolae (E: 2123, 30, 33, 35, 36, 38, 46, 48, 52).

Şc. 8 ani nr. 4, cl. VI. Laschescu Dorin (E: 2123—26, 28, 30, 33). Cl. VII. Tudor Horiana (E: 2123, 30, 48, 56—58, 68).

Şc. 8 ani nr. 7, cl. VII. Marinuş Marin (E: 2136, 39, 48, 57—59, 64, 69, 71, 83).

Şc. 8 ani nr. 15, cl. V. Nicolae Constantina (E: 2093, 95, 104, 11, 12, 23, 30, 33, 36, 38). Cl. VII. Calef Luiza (E: 2123, 30, 33, 36, 33, 45, 48), Hampu Gheorghe (E: 2108, 09, 22, 23, 30, 33, 36), Laşoţă Dan (E: 2123, 30, 32—34, 36, 38, 48).

SIMERIA. Ş.m. cl. VIII. Igna Ion (6258, 71, 356, 58, 67, 70, 75, 89; E: 2125, 29, 49, 51, 54, 55, 60—63, 67, 68). Cl. X. Florea Gh. (6208, 09, 11—13, 17, 38, 42, 43, 57—59, 61, 62, 67, 68, 71—75, 80, 82, 301, 08, 10—12, 14, 16, 17, 21, 38, 44, 45), Furea Ludovic (6308, 10, 12, 16, 17, 38, 45, 66, 70, 72, 73, 86, 409, 20, 28), Tibrea Adrian (6261, 62, 71—73, 308, 10—12, 14, 16, 17, 33, 44, 45, 54). Cl. XI. Pepenaru Neluţu (6308, 12, 17, 20, 30, 33, 38, 42, 45, 66—68, 70, 72—74, 77, 86, 93), Schuller Paul (6257—63, 67, 71—76, 80, 97, 99, 301).

SINAIA. Ş.m. cl. X. Marinică Lucian (6310, 12, 16, 17, 45, 56, 58, 67, 73, 89, 300).

SIRET. Absolvent Vasileniuc Dumitru (6267, 68, 70, 72, 308—12, 14, 17, 18, 45, 68, 70, 73).

SINNICOLAUL MARE. Ş.m. cl. X. Raica Gh. (6271, 72, 308, 14, 30, 59, 67, 70, 73, 85). Cl. XI. Albu Gheorghe (6258, 61, 62, 67, 71—73, 75, 80, 308, 10, 17, 42, 44, 45).

SINTANA (Crişana). Ş.m. cl. IX. Budean Teodor (6238, 60, 71, 73, 80, 314, 16, 30, 44, 56, 59, 67, 68, 70, 72—75, 82, 88, 90, 93), Pop Mircea (6139, 58, 60, 261, 68, 72, 73, 304, 05, 38, 45, 58, 59, 67, 70, 72, 75, 88, 93, 409, 37; E: 2130, 33, 34, 36, 38, 43, 46, 51, 52, 54, 59—63, 67—69, 73, 79, 83).

SLATINA. Ş.m. cl. VIII. Stăncescu Ştefan (6258, 71, 356, 57, 70; E: 2125, 29, 43, 54, 60—63, 67, 68, 71, 74, 75, 79, 83). Cl. IX. Efodie Mircea (6257—67, 71—73, 308, 16, 45, 56, 70, 73). Cl. XI. Păun Maximilian (6258, 61, 62, 71—73, 75, 99, 310, 17, 45, 56, 70, 73).

SUBCETATE (Mureş). Ş.m. cl. X. Roşca Ion (6208, 09, 13, 15, 17, 23, 24, 26, 28, 42, 43, 58, 61, 67, 68, 70—73, 75, 86, 91, 99).

SUCEAVA. Ş.m. 1, cl. VIII. Cazan Sergiu (6257, 58, 72, 91; E: 2108, 16, 20, 25, 28, 32, 51). Cl. IX. Leonard Marin (6208, 71, 72, 310, 14, 45; E: 2113, 18, 29, 37, 43, 50). Cl. X. Rosenheck Simon (6208, 09, 12, 24, 42, 43, 310, 12, 14, 17, 45).

Ş.m. 2, cl. VIII. Zavera Ion (6258, 71, 75, 325; E: 2125, 37, 43, 48, 49, 63).

ŞERCAIA (Braşov). Ş.m. cl. VIII. Gereb Olga (E: 2108—10, 13, 16, 20, 21, 25, 29, 43, 51).

ŞIMLEU (Crişana). Ş.m. cl. X. Bozga Petru (6208, 11, 57, 62, 67, 72, 308, 10, 12, 16, 17, 30, 38, 45).

ŞTEFANEŞTI (Argeş). Şc. 8 ani cl. VI. Popescu Cristian (E: 2123—25, 30, 36, 38, 46, 47), Răducu Aurel (E: 2123—25, 30, 36, 38, 48, 51).

ŞTEFANEŞTI (Suceava). Ş.m. cl. X. Baltă Mihai (6310, 12, 14, 16, 30, 38, 45, 56, 59, 60, 67, 70, 72, 88, 93).

TUŞNAD (Maramureş). Ş.m. cl. X. Dornfeld Ecaterina (6258—60, 71, 314, 16, 45, 56, 59, 67, 70, 72, 88, 89, 93).

TECUCI. Ş.m. 1, cl. VIII. Dumitriu Adrian (E: 2123, 24, 46, 47, 52, 54, 59—61, 63, 68), Hogaş Lucica (E: 2125, 29, 43, 54, 61—63, 68), Toti Emilia (E: 2125, 29, 43, 54, 61—63, 68). Cl. IX. Seuleanu Sibila (6257, 59, 71, 73, 74, 316, 45, 59, 67, 70, 88). Cl. XI. Alter Surica (6209, 41—43, 61, 62, 71, 80, 301, 12), Fulger Mihail (6257—59, 61, 62, 67, 71—77, 301).

Ş.m. 2, cl. VII. Păunescu Doru (E: 2130, 36, 38, 51, 57—59, 63, 64, 82), Popa Rodica (E: 2123, 31, 36, 38, 46, 48, 58, 68). Cl. VIII. Irimia Rodica (E: 2123, 31, 36, 38, 46, 48, 54, 58, 59, 61, 62, 68), Manea Aurel (E: 2123, 24, 29, 30, 36, 38, 46, 63). Cl. IX. Nicoară Maria (E: 2123—25, 29, 30, 36, 38, 46—48, 51, 52, 54, 57—59, 61—64, 68). Cl. X. Purcaru Octav (6257, 59, 62, 67, 71—73, 75, 310, 12, 30, 38, 44).

TELEGA (Ploieşti). Şc. 8 ani cl. VII. Spulber Cătălin (E: 2123, 27, 30, 33, 36, 38, 47, 56, 57, 64).

TIMIŞOARA. Absolvenţi: Crişan Dorel (6259, 65, 67, 71—75, 81, 307—12, 14, 16—18, 45, 56, 67, 69, 70, 73, 75, 410), **Popovici Cornel** (6263, 69, 70, 72, 83, 85, 87, 90, 92, 301, 03, 04, 07, 20, 37, 56—59, 61, 62, 65, 67—78, 81, 82, 86—90, 93, 94, 97, 98, 400, 05, 09, 20, 24).

Ş.m. 1, cl. X. Vaida Ştefan (6257, 58, 61, 62, 71, 72, 75, 76, 79, 80, 99).

Ş.m. 2, cl. X. Rusu Radu (6208—10, 12, 14, 15, 17, 20, 23, 29, 34, 36, 39, 40, 42, 43), Taloş Vasile (6130, 208, 12, 17, 19, 43, 57, 58, 61, 62, 73, 75, 312).

Ş.m. 3, cl. VIII. Avram Jecu (6257, 58, 67, 71, 72; E: 2123, 29, 30, 32, 34), Constandiş Brîndușa (E: 2153, 57, 64, 69, 71, 75, 79, 82). Cl. IX. Popa Andreia (6308—10, 14, 16, 28—30, 45, 56—58).

Ş.m. 4, cl. XI. **Csapo Gheorghe** (6257—66, 69, 71, 72, 76, 30, 301, 05, 08—19, 24, 30, 37, 38, 40, 45, 56—60, 62—65, 67, 69—73, 75, 83, 89, 93).

Ş.m. 8, cl. XI. Roman Olga (6267, 71, 73, 75, 78, 80, 85, 91, 302, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 22, 23, 38, 44, 45, 56, 57, 65—67, 70—73, 78, 81, 86, 89, 90, 93).

TÎRGOVIŞTE. Ş.m. 1, cl. VIII. Frăţiloiu Nicolae (6257, 58, 71, 72, 314, 57, 70, 71, 89; E: 2125, 28, 29, 32, 51, 54, 55, 60, 61, 63, 68), Marinache Ion (6268, 77, 90; E: 2128, 33, 34, 36, 38). Cl. XI. Atanasiu Adrian (6258—63, 72, 75, 85, 91, 99, 305, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 30, 33, 38, 44, 45, 56, 60, 62, 65, 66, 70, 73, 89, 93, 400).

Ş.m. 2, cl. X. Enache Gh. (6252, 63, 76, 77, 86, 97, 98, 301, 02, 03, 09, 37, 51, 54, 56—60, 65—68, 70—76, 82, 85, 88—90, 93, 400), Veselina Georgeta (6208, 09, 12, 24, 43, 58, 59, 62, 63, 71, 72, 308, 10, 12, 16, 17, 45). Cl. X serală. **Bratu Constantin** (6318, 20—23, 28, 40, 44, 45, 56—60, 65—74, 78, 86—89, 93, 420, 24; E: 2137, 43, 44, 54, 55, 60, 67, 74, 75, 83).

Ş.m. 3, cl. VIII. Niculescu Ştefan (6242, 71, 80, 317, 18, 56, 58, 62, 65, 67, 69, 70, 72, 88, 90; E: 2108—10, 13, 16, 54, 55, 60—63, 67). Cl. IX. Stanciu Virgil (6257—61, 67, 71—75, 87, 89, 91, 97, 99, 305, 12, 14, 16, 30, 37, 38, 44, 45, 48, 56—60, 66, 68, 70, 71, 73—75, 82, 87, 89, 93). Cl. X. Godoci Elena (6165, 81, 91, 92, 97, 99, 205, 71, 302, 14, 16—18, 33, 56, 58, 59, 62, 65, 67, 69, 70, 72, 75, 83, 90, 94), **Niculescu Constantin** (6165, 74, 81, 92, 97, 205, 10, 15, 19, 20, 23, 24, 26, 27, 32, 36, 47, 50, 51, 53, 61, 62, 67, 71, 73, 76, 80, 86, 99, 301, 10—12, 14, 16—18, 30, 40, 42, 44, 45).

Şc. prof. metal., an. I. Bratu Gh. (E: 2125, 29, 30, 36—38, 44, 51, 52).

TG. CĂRBUNEŞTI (Oltenia). Absolvent Bularda Iustin (6257, 62, 64, 66, 67, 71—73, 76, 80—82, 301, 10—14, 16—18, 44—46, 57, 58, 67, 69, 70, 72, 73, 86, 99).

Ş.m. cl. VIII. Ştrengăroiu Jean (E: 2137, 43, 44, 49, 54, 55, 60, 67).

TG. JIU. Absolvent Ciocîrlie Natalia (6257—59, 61, 62, 89, 308, 10—12, 14, 17, 38, 56, 58, 62, 74, 88, 400).

Ş.m. 1, cl. VIII. Avrămescu Emilia (E: 2136, 38, 46, 52, 59, 69, 79), Bardan Viorel (6256, 67, 71, 72, 345; E: 2125, 34, 43, 48), Certezeanu Mihaela (6271; E: 2125, 29, 46, 54, 61—63, 68, 71), Ciocîrlie Valeriu (6259, 60, 67, 72, 73, 308, 14, 16, 28, 29, 45, 57, 89, 99, 418;

E: 2144, 54, 60, 62, 67, 68, 71, 74, 75, 78), Olaru Onisifor (E: 2129, 34, 61, 62, 68, 79, 83), Roşaga Mariana (E: 2129, 30, 36, 38, 46, 48, 83), Udrica Viorel (6257, 58, 67, 71, 72, 75; E: 2125, 29, 34, 43, 48). Cl. IX. Boroş Ion (6267, 72, 73, 312, 14, 70; E: 2149, 54, 55, 67), Bratu Traian (6260, 316, 45, 56, 67, 70, 72, 83; E: 2143, 54, 55), Curcanu George (6241, 68, 70, 72, 73, 77, 90, 91, 303, 04, 13, 14, 16, 21, 25, 29, 30, 38, 45, 57, 58, 60, 67, 68, 70—76, 80, 85, 88—90, 93; E: 2131, 49, 54, 55, 60), Pestroiu Daniel (6209, 13, 15, 19, 20, 40, 56—60, 67, 71—73, 75, 80, 87, 97, 98, 304, 14, 16, 30, 38, 44, 45; E: 2118, 20—22, 29—31, 36, 43, 48, 49), Petrescu Constantin (6256, 59, 60, 67, 70, 72, 74, 93; E: 2154, 55, 67), Săceleanu Ion (6238, 57, 58, 60, 70, 72, 80, 92; E: 2129, 43, 54, 60). Cl. X. Bîrsan Nicolae (6257—59, 61—63, 70—73, 75, 85, 99, 301, 02, 08, 17, 20, 56—58, 65—67, 70—73, 77, 78, 86, 89, 98), Oprea Const. (6308, 17, 45, 56, 70, 72, 73, 86; E: 2154, 55, 60, 67), Pîrcălăbescu Viorel (6308, 10, 12, 16, 17, 70, 72, 74, 85; E: 2154, 55, 60, 67). Cl. XI. Comănescu Ileana (6257, 58, 62, 310, 17, 45; E: 2129, 43, 54, 55, 67), Isac Horaţiu (6209, 40, 56, 57, 67, 71, 73, 80, 85, 87, 97, 98, 304, 08, 10—12, 14, 16, 17, 19—23, 26, 28, 30, 33, 37, 38, 40, 42—49, 54, 55, 65, 67, 70, 73, 75, 88, 93, 424, 28).

Ş.m. 2, cl. VIII. Babău Ion (E: 2123—25, 29, 30, 34, 54, 58—61, 63, 64), Coman Dumitru (6273, 356; E: 2125, 29, 34, 54, 55, 63), Nistorescu Tudor (E: 2110, 14, 21, 23, 25, 30, 35, 38, 46, 47, 52). Cl. X. Dincănescu Eftimie (6301, 11, 12, 17, 70, 93; E: 2120, 43, 54, 55, 60).

Şc. 8 ani nr. 3, cl. VII. Ulrich Mioara (E: 2136, 38, 46, 57, 58, 64, 69).

TIRGU LĂPUŞ. Ş.m. cl. VIII. Bogza Liviu (6272, 74, 75, 344; E: 2143, 45—48, 51). Cl. IX. Ionas Vasile (6259, 60, 67, 71, 73, 75, 316, 45, 59, 67, 72), Kerekeş Iosif (6208, 23, 29, 57, 58, 60, 67, 71, 73, 345). Cl. X. Repilat Augustin (6257—59, 62, 71, 72, 310, 12, 17, 45). Cl. XI. Chidea Cornel (6209, 12, 13, 43, 57—59, 62, 71, 317), Indre Iulian (6258, 61, 62, 68, 71, 72, 310, 16, 17, 38, 57, 59, 66—68, 70—73, 93), Mittelmann Zoltan (6213, 15, 43, 57, 58, 67, 71, 72, 310, 13, 20).

TIRGU MUREŞ. Absolvent Cristolecan Mihai (6227, 30, 32, 35, 57—62, 64—67, 69, 71—73, 76, 78, 80, 81, 87, 89, 91, 97, 99, 302, 05, 09—11, 17, 19, 26, 30, 36, 38, 44, 45).

Ş.m. Papiu Ilarian, cl. VII. Vamoş Vasile (6258, 70, 71, 73, 74; E: 2125, 26, 53, 54, 56, 57, 58—64, 66, 68—71, 82). Cl. VIII. Păsat Gheorghe (6256, 70, 71, 89; E: 2120, 32, 41, 43, 54, 55, 60—63, 67).

Ş.m. Unirea, cl. VIII. Blaga Dumitru (E: 2081—84, 86, 92, 104, 09, 15, 21, 29). Cl. IX. Vasile Oprişor (6271, 80, 90, 316, 30, 38, 45, 55, 63, 70, 75, 88, 89, 93, 424; E: 2126, 37, 43, 44, 49, 54, 55, 60, 67, 74), Pasat Mihaela (6257, 59, 67, 71, 80, 90, 316, 30, 33, 45, 56, 68, 70, 75, 88, 89, 93; E: 2126, 29, 37, 43, 44, 49, 54, 55, 60, 67).

Ş.m. 4, cl. VIII. Laszlo Alexandru (E: 2129, 30, 36, 38, 46, 54, 59, 61, 62). Cl. X. Stratan Valentin (6208, 13, 20, 23, 29, 37, 43, 44, 47, 49, 62, 73, 75, 76, 90, 312). Cl. XI. Bucur Lucian (6208, 13, 20, 29, 43, 44, 57, 58, 62, 67, 71, 72).

TIRGU NEAMŢ. Ş.m. cl. VIII. Broştic Maria (E: 2128—29, 37, 43, 43, 54, 63), Moscovici Miţu (E: 2125, 29, 37, 43, 48, 51, 61—63).

TIRGU OCNA. Ş.m. cl. VIII. Motreanu Dumitru (6355, 57, 89; E: 2154, 55, 60—63, 67, 68).

TOPOLOVENI (Argeş). Ş.m. cl. VIII. Preda Dumitru (E: 2154, 55, 60—63, 68).

TRUŞEŞTI (Suceava). Ş.m. cl. VIII. Andreiescu Mihai (E: 2136, 38, 43, 46—48, 52, 54, 58—63, 69, 73), Corduneanu Dumitru (6244, 57, 58, 71—73, 75, 314, 16, 33; E: 2100, 01, 08—10, 13—16, 21—26, 30, 32—34, 36, 40, 43, 45, 48, 50—52), Deliu Aurel (E: 2123, 25, 29, 30, 36, 38, 43, 45, 49, 52—55, 57, 60—64, 389), Haidrag Dilina (6256, 89; E: 2136, 38, 43, 46, 48, 49, 52—55, 57—65, 67, 69—71, 73, 78). Cl. IX. Popovici Ion (6257—60, 67, 71—75, 77, 80, 302, 30). Cl. X. Arcip Petre (6257—63, 67, 72, 76, 80, 83, 85, 97, 98, 307, 08, 10—12, 14, 16, 17, 20, 23, 30, 33, 37, 38, 40, 42, 44, 45, 49, 50, 56—62, 65—68, 70—75, 77, 85, 88—90, 93, 98, 400, 05, 09, 16, 21, 22, 24, 28, 34), Budur Constantin (6257, 59, 67, 71, 73, 80, 98, 301, 17, 21, 88), Mirza Mihai (6257—60, 67, 69, 73, 76, 80, 85, 86, 90, 97, 308, 10—12, 14, 16, 17, 20, 30, 33, 42, 44, 45, 50, 56—60, 62, 65—67, 70—73, 75, 77, 85, 88, 89, 93), Noroc Constantin (6257, 59, 62, 67, 71, 74, 76, 80, 85, 99, 301, 10, 12, 16, 17), Turculeţ Demostene (6223, 29, 57, 59, 60, 63, 67, 69, 70, 73, 80, 82, 83, 86—88, 97, 98, 301, 07—12, 14, 16, 17, 23, 30, 33, 37, 38, 40, 42, 44, 45, 50, 56—62, 65, 67, 68, 70—78, 81, 82, 86, 88, 89, 93, 95, 400), Vatamanu Dumitru (6257—59, 61, 62, 67, 71, 73,

80, 85, 86, 98, 301, 12, 17, 20, 21, 56, 68, 70, 73—75, 77, 88, 90). Cl. XI. Achiței Ion (6215, 25, 30, 32, 40, 47, 54, 57—63, 67, 72, 74, 75, 80, 85, 92, 94, 95, 97, 99, 301, 10, 12, 16, 17, 22, 28, 45), Corneschi Ion (6257—59, 61, 63, 67, 70—73, 79, 99, 301, 02, 08, 10—12, 16, 17; E: 2126, 29).

TUFEȘTI (Galați). Șc. 8 ani cl. VII. Chiru Drăguța (E: 2115, 22, 30, 36, 38, 46, 48, 51, 52), Popa Georgeta (E: 2115, 22, 30, 36, 38, 46, 48, 51, 52).

TULCEA. Ș.m. 1, cl. X. Velea Hrista (6261, 62, 71, 308, 10, 12, 14, 17, 45, 46).

Ș.m. 2, cl. IX. Albu Marilena (6220, 23, 24, 57—59, 60, 71, 72, 90, 310, 14, 16, 28, 30, 33, 44, 45, 55, 57, 59, 67, 70, 72, 74), Poliect Simion (6257, 58, 77, 329, 45, 57; E: 2129, 45, 54, 55, 67).

TURDA. Ș.m. Mihai Viteazul, cl. IX. Chirilă Radu (6242, 58, 59, 67, 71, 316, 44, 45, 67, 70, 72, 75, 89, 93).

Ș.m. 2, cl. X. Olariu Adriana (6208, 09, 12, 13, 36, 57, 61, 62, 71, 74—76, 308, 10, 12, 14, 17, 55, 59, 62, 65, 66, 72, 73).

Șc. 8 ani nr. 6, cl. VIII. Adam Laurențiu (E: 2136, 38, 53, 61, 63, 68, 69, 79, 82).

TURNU MĂGURELE. Liceul Unirea, cl. VIII. Panaitescu Gabriela (6257, 59, 67, 70—73; E: 2125, 26, 29). Cl. X. Botea Titu (6258, 60—63, 71, 72, 75, 76, 99, 308, 10, 12, 14, 16, 17, 33, 44, 45, 57, 58, 60, 65, 67, 70, 72, 73, 78, 86, 89, 400), Oțeru Oprea (6257, 58, 61, 62, 72, 308, 10—12, 14, 15, 17, 38, 45, 65, 67, 68, 70—73, 88, 89).

TURNU SEVERIN. Ș.m. 1, cl. VIII. Gărgăiie Silvestru (6257, 58, 71—75, 308, 28, 45, 53, 67, 68, 70—73, 89; E: 2108—10, 13—16, 18, 21—25, 28—30, 32, 33, 36, 38, 39, 43, 46—48, 51—64, 66, 67), Giuhat Rodica (6371; E: 2134, 48, 54, 55, 59—63). Cl. IX. Stoica Maria (6257, 71, 91, 303, 14, 45, 70, 89, 419, 27, 31). Vișan Ion (6261, 67, 310, 12, 30, 38, 56—60, 67, 70—72, 74, 89, 93). Cl. XI. Vulpescu Dan (6257, 73, 311, 16, 17, 45, 59, 67, 70, 72, 73).

Ș.m. 2, cl. IX. Căpraru Cornelia (6257, 71, 80, 316, 30, 33, 45; E: 2126, 29, 37, 43, 44). Cl. XI. Stoican Victor (6310, 14, 17, 28—31, 33, 38, 42, 44, 45; E: 2137, 43, 44, 49).

Ș.m. 3, cl. VIII. Ciuciu Sofia (E: 2123, 29, 46, 54, 59, 61—63). Cl. XI. Trocan Eliza (6308—18, 24, 30, 45, 59, 64, 67, 69, 70, 72—74, 85).

Șc. 8 ani nr. 2, cl. VII. Bivolaru Simion (E: 2136, 47, 48, 51, 53, 57—59, 61, 63, 64, 66, 68, 69—71, 73, 76, 79, 82).

URLAȚI. Ș.m. cl. VIII. Zotta Dan (6257, 58, 71, 72, 356, 57, 58, 70, 72, 73, 75, 89, 420; E: 2120, 40, 43, 44, 49, 51, 54, 55, 60—63, 67, 71, 74, 79, 83). Cl. X. Popescu Soria (6213, 15, 20, 42, 47, 67, 71, 78, 308, 10, 12, 14, 16, 17, 29, 33, 38, 45).

URZICENI. Absolvent Cuncev Ioan (6258, 59, 63, 66, 67, 69, 71—76, 80, 81, 89, 301, 08—11, 14, 16—19, 21, 29, 30, 33, 42, 45).

Ș.m. cl. VIII. Cuncev Alex. (E: 2136, 39, 51, 52, 54, 60, 63, 64), Georgescu Mihaela (6257, 58, 71; E: 2123—25, 29, 30, 33, 36, 38). Cl. XI. Cuncev Eugenia (6259, 67, 71, 310, 17, 42, 70, 72, 73, 86, 94).

UȘUREI (Argeș). Șc. 8 ani cl. VII. Dinu Sabina (E: 2136—39, 46—48), Mecherel Maria (E: 2123—25, 28—30, 32, 33).

VASLUI. Absolvent Corcotei Ion (6257—64, 67, 69, 71—75, 81, 308—12, 14—18, 30, 38, 44, 45, 56—60, 62, 63, 65—73, 75, 76, 83, 93).

Ș.m. cl. X. Maftei Eugen (6215, 19, 30, 34, 38, 41, 57—62, 70—73, 75, 76, 80, 83, 90, 98, 99, 301, 02, 07, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 38, 45), Peneu Adrian (6208, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 23, 24, 30, 32, 34, 36—38, 40—43, 47, 57, 58, 60—63, 67, 70—77, 85—87, 92, 99, 301, 03, 05, 07, 08), Simiuc Florin (6258, 71, 72, 74, 90, 308, 10, 14, 16, 56, 58—60, 65, 68, 70—73).

VĂLENII DE MUNTE. Absolvent Zaharia Ion (6259, 67, 71, 73, 81, 309—12, 16—18, 20, 30, 45, 55, 69, 70, 72, 73, 93).

Ș.m. cl. VIII. Militaru Aurel (E: 2137, 48, 54, 55, 60, 61, 63, 67, 63). Cl. X. Alexe Constantin (6258, 71—73, 308, 14, 16, 56—58, 60, 67, 68, 70, 72, 73, 86, 400). Cl. XI. Răducu Petre (6257, 67, 71, 72, 301, 08, 10, 12, 14, 17, 68, 70, 72, 73, 92).

VIDELE (București). Ș.m. cl. IX. Cojocaru Gh. (6258—60, 91, 92, 302, 14, 44, 45, 56, 57, 59, 66, 67, 89, 90, 93).

VIȘEUL DE SUS. Ș.m. cl. VIII. Grad Maria (E: 2108, 09, 18, 21, 22, 29, 43, 51).

VIȘINA NOUĂ (Olt). Ș.m. cl. X. Raicu Florentina (6257, 58, 66, 70, 73, 88, 91, 93, 96, 99).

VINJU MARE (Olt). Ș.m. cl. VIII. Dinescu Valeria (6257, 58, 67, 71, 74; E: 2129, 34, 36, 38, 43, 48). Cl. X. Iacob Ionișor (6257, 67, 71, 73—75, 97, 316, 28, 38, 45).

VLAHI (Dobrogea). Șc. 8 ani cl. VII. Dumitru Stana (6257—62, 67, 68, 71—77; E: 2123—35), Nicolescu Veronica (6257—62, 67, 68, 70—77; E: 2123—35), Poenaru

Paraschiva (6257—62, 68, 71—77, 308, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 22, 28, 30, 38, 44, 45, 50; E: 2123—52).

ZALĂU. Ş.m. cl. VIII. Oroş Doina (E: 2080—85, 90).

EVIDENŢIAŢI

Pînă la 25 septembrie 1964 s-au mai evidenţiat ca rezolvitori de probleme din G.M.—B:

1. *Georgescu George*, student matematici Bucureşti; 2. *Lungulescu Eugen*, cl. VIII S.m. Piteşti; 3. *Voiculescu Dan*, cl. IX, S.m. 21 Bucureşti; 4. *Weinstein Jack*, cl. XI, S.m. 2 Rădăuţi; 5. *Mignea Armenius*, cl. VIII, S.m. 2 Ploieşti; 6. *Andrei Titus*, cl. XI, S.m. Pătîrlagele, Ploieşti; 6 bis. *Popescu Eleodor*, cl. XI Sm 1 Tr. Severin, 7. *Flondor Paul*, cl. XI, S.m. 13 Bucureşti; 7 bis. *Bejancu Aurel*, student Timişoara; 8. *Sachelarie Dan*, cl. IX, S.m. 3 Iaşi; 10. *Bordaş* 9. *Popa I. Eugen*, cl. IX, S.m. 3 Iaşi; 10. *Bordaş Arcadin*, cl. X, S.m. 4 Oradea; 11. *Rădulescu Valentin*, cl. XI, S.m. 23 Bucureşti; 12. *Dăncilă Ion*, cl. XI, S.m. 3 Sibiu; *Berghean Ion*, cl. VIII, Haţeg; 14. *Stănescu C-tin*, cl. X, S.m. 1 Craiova; 15. *Perl Tomam*, cl. XI, S.m. Cluj; 16. *Drăgoi Marcel*, cl. VIII, S.m. 1 Piatra Neamţ; 17. *Filipoiu Alexandru*, cl. X, S.m. 1 Buzău; 18. *Tonceanu Dan*, cl. X, S.m. 11 Bucureşti; 19. *Călugăreanu Grigore*, absolvent Cluj; 20. *Bena Dorin*, cl. XI, S.m. Caransebeş; 21. *Găvruţă Pascu*, cl. VIII, S.m. Beiuş; 22. *Logoftătu C. Bogdan*, cl. VIII, S.m. 36 Bucureşti; 23. *Vasilescu Nicolae*, cl. X, Pucioasa Ploieşti; 24. *Manolache Nicolae*, cl. VIII, S.m. 5 Bucureşti; 25. *Văleanu Vladimir*, cl. VII, S.m. 28 Bucureşti; 26. *Stănescu Dan*, cl. IX, S.m. 1 Ploieşti; 27. *Vasilescu Ana*, cl. XI, S.m. Pucioasa, Ploieşti; 28. *Căsăndroiu Dănuţ*, cl. VIII, S.m. 1 Ploieşti; 29. *Memetea Ovidiu*, cl. X, S.m. 1 Oradea; 30. *Ţurcanu Laurenţiu*, cl. XI, S.m. 1 Ploieşti; 31. *Dimboviceanu Marinela*, cl. IX, S.m. 2 Ploieşti; 32. *Săndulescu Ion*, cl. X, S.m. Roşiorii de Vede; 33. *Valuşescu Ilie*, cl. XI, S.m. Bozovici Banat; 34. *Chiş Gheorghe*, cl. X, S.m. Borşa Vişeu; 35. *Juga Gh. Mihai*, cl. X, S.m. Borşa-Vişeu; 36. *Grosfeld Mihai*, cl. VIII, S.m. 3 Baia Mare; 37. *Depărăţeanu Dan*, cl. X, S.m. Costeşti; 38. *Cojocaru Mariana*, cl. XI, S.m. Craiova; 39. *Andrei Viorel*, cl. X, S.m. Galaţi; 40. *Maftei Nicolae*, cl. VIII, Iaşi; 41. *Burduja Gheorghe*, cl. VII Iaşi; 42. *Năstoiu Aneta*, cl. XI, S.m. Sibiu; 43. *Tebeanu Teodor*, cl. X, S.m. 3 Iaşi; 44. *Hărăguş Ştefan*, cl. IX, S.m. Lugoj; 45. *Jurca Ion*, cl. X, S.m. Lugoj; 46. *Mihai Virginia*, cl. XI, S.m. 3 Sibiu; 47. *Ceuca George*, cl. VIII, Năsăud; 48. *Helju Doina*, cl. X, S.m. 3 Sibiu; 49. *Mişaru Alexandru*, cl. VIII, S.m. 1 Satu Mare; 50. *Radu Luminiţa* cl. XI S.m. 10 Bucureşti; 51. *Mascan Marius*, cl. XI, Lic. mil. C.-Lung Moldovenesc; 52. *Mateescu Alexandru*, cl. VII S.m. 7 Bucureşti; 53. *Mura Ion*, cl. VIII S.m. 1 Caransebeş; 54. *Niculescu Const*, cl. X Tîrgovişte; 55. *Botez Dan*, cl. X S.m. 17 Bucureşti; 56. *Corduneanu Dumitru*, cl. VIII Truşesti; 57. *Pop Gheorghe*, cl. X Turda.

★

Pînă la 25 septembrie 1964 s-au mai primit soluţii bune la problemele propuse în Gazeta matematică seria B, după cum urmează:

ADAMCLISI. Şc. 8 ani Vlahi cl. VIII. *Niculescu Veronica* (E: 2136, 37, 39, 43, 44, 48—52).

AIUD. Şc. 8 ani nr. 1. *Leţia Tiberiu*, (E: 2137, 42, 43, 48, 51, 52, 54, 60, 67—71, 73, 79, 80, 82, 83).

ALBA IULIA. Ş.m. Horia, Cloşca şi Crişan, cl. VIII. *Oarga Gheorghe*, (E: 2123—26, 29—31, 33—38, 43, 44, 46, 47, 49, 51, 53; 6257, 58, 71—73, 75, 316, 44). Cl. X. *Tulbure Mircea* (6258, 59, 61, 62, 71—73, 75, 77, 80, 308, 10).

ALBOTEŞTI (Bacău). Şc. 8 ani cl. VII. *Badea Manuela* (E: 2160, 61—64, 66, 68, 69).

ARAD. *Ş. m. 1.* cl. VIII. Lucuţa Petru ((6257—60, 67, 70—73, 75, 80, 92, 316, 45; E: 2129, 31, 53). Cl. IX. Crişan Petru (6308, 14, 16, 28, 30, 45, 59, 67—73, 98; E: 2137, 43, 44, 54, 60, 67).

Ş. m. 2. cl. VII. Decis Florian (E: 2142, 53, 56—59, 63—66, 68, 69). Cl. VIII. Boşcariu Voicu (E: 2148, 51—53, 57—59, 61—64, 66, 68—71, 73). *Ş. m. 3.* cl. IX. Pîrvănescu Horia (6317, 28—30, 38, 44, 46, 56, 57, 59, 60, 67, 68, 70—73, 76, 88, 89, 400), Popovici Mircea (6316, 28, 30, 44, 57, 60, 68, 71—73, 79).

AVRIG. Ş. m. Gheorghe Lazăr, cl. IX. Ionescu Maria (6208, 41, 42, 57—60, 71, 72, 74, 75).

BACĂU. Student Doroftei Mihai (6356, 58, 59, 62, 65, 68, 72—74, 404, 09, 12). *Ş. m. 1.* cl. VII. Olteanu Mirela (E: 2136, 38, 41, 58, 61, 63, 65, 66, 68). Cl. VIII. Godeanu Vladimir (E: 2143, 48, 54, 55, 60—63, 67, 68; 6357, 89). Cl. IX. Ciochină Silviu (6370, 72, 73, 75, 76, 88, 89, 93, 98, 420, 21, 24, 31). Cl. XI. Ciurea Tatiana (6357, 66, 70, 72, 73, 86, 93, 429, 31, 59, 61, 62), Nicău Antonel (6308—12, 14, 16—18, 23, 30, 38, 40,

42, 45). *Ş. m. 2.* cl. IX. Adam Dumitru (6308, 14, 16, 22, 37, 44, 45, 56, 59, 72, 75, 90, 400), Cosma Aurel (6314, 17, 30, 34, 38, 42, 45, 59, 67, 70, 72, 75, 76, 82, 86, 88, 89, 90, 93, 400).

Ş. m. 3. cl. IX. Leibu Mark (6357, 59, 67, 70, 72, 73, 89, 93, 431; E: 2154, 55, 60, 67, 81, 83).

Ş. m. 4. cl. VIII. Moise Bumi (E: 2167, 71, 79, 81, 83; 6372, 93). Cl. X. Buruiană Marcel (6308, 10, 12, 14, 30, 33, 38, 45, 70, 73). Cl. XI. Simşensohn Arthur (6309, 11, 15, 18, 69, 90, 93, 98, 400, 04, 05, 07, 10—16, 19, 20, 24, 27, 28, 31—39, 41, 42).

BAIA MARE. Şc. 8 ani cl. VII. Condor Dana Liana (E: 2136, 38, 53, 57—59, 61, 63, 64, 68).

Ş. m. 1. cl. VIII. Sabău Ioan (E: 2143, 54, 58, 60—62, 67, 71; 6538, 70, 72). *Ş. m. 3.* cl. VIII. *Grosfeld Mihai* (6308, 10, 14, 16, 22, 28, 37, 44, 45, 56—60, 68, 71—75, 89, 90, 98; E: 2137, 43, 44, 59—51, 54, 55, 60—63, 67).

BĂICOI. Ş. m. cl. X. Jilăveanu Victor (6310, 11, 56, 59, 67, 68, 70, 72, 73, 86, 88, 93, 94). Cl. XI. Bercaru Gheorghe (6320, 34, 50, 57, 62, 65, 70—74, 77, 86, 93, 94).

BĂIUŢ (Maramureş). Ş. m. cl. IX. Mureşan Roman (6308, 14, 37, 56, 57, 60, 72, 73, 76, 88, 89).

BEIUŞ. Ş. m. nr. 1. Cl. VIII. *Gavruţă Pascu* (E: 2124, 25, 29, 30, 32, 36—38, 40—43, 47—49, 51—55, 57—65, 67, 68; 6314, 30, 44, 45, 56—58, 67, 70, 72, 89, 93), Toma Ivan (E: 2136, 38, 46—48, 51, 52, 55, 58—65, 69, 71, 73, 82, 83).

BISTRIŢA. Ş. m. cl. X. Mihăilaş Liana (6344, 57, 59, 60, 70, 72, 75, 76, 89, 93, 98). Cl. XI. Petca Teodor (6310, 12, 14, 17, 38, 56, 57, 60, 89, 93).

BIRCA (Oltenia). Ş. m. cl. X. Drăgoi Marin (6316, 57, 60, 66, 67, 70, 72, 89, 93, 420, 24, 31), Poenaru Nicolae (6308, 12, 16, 17, 56, 57, 60, 67, 70, 72, 73, 89, 93, 420).

BÎRLAD. *Ş. m. 2.* cl. VIII. Duda Doina (E: 2158, 59, 61, 64, 68, 71, 73, 79, 82; 6374). Cl. X. Felea Victor (6328, 57—60, 66, 70—76, 89).

Complexul şcolar cl. VIII. Catinca Ioan (E: 2125, 43, 45, 48, 49; 6357, 58), Cinepă Victor (E: 2146, 54, 58—63, 67, 68, 79, 83; 6356, 70).

BOLINTINUL DIN VALE (Bucureşti). Ş. m. cl. VIII. Tudose Constantin (E: 2143, 48, 54, 61—63, 68, 79, 83).

BOROAIA (Suceava). Şc. 8 ani cl. VI. Petrescu Viorica (E: 2169, 71, 73, 79, 82, 85, 91—93).

BORŞA (Maramureş). Ş. m. cl. VIII. Vlad G. Ion (E: 2143, 48, 54, 57, 63, 64, 73, 82). Cl. X. *Juga Gh. Mihai* (6257—63, 67—80, 82, 85, 87, 90, 92, 94, 95, 97, 99, 301—03, 05, 06, 08, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 22, 30, 34, 38, 44, 45). *Chiş Gheorghe* (6257—62, 67—80, 82, 83, 85—87, 89—99, 301—03, 07—09).

BOTOŞANI. Ş. m. 1 cl. VIII. Goldemberg Daniel (E: 2136, 38, 43, 46, 47, 51, 52, 54, 58, 59, 69, 70, 73, 83). Cl. X. Adomnicăi Ioan (6308, 10—12, 14, 16, 17, 21, 33, 44, 45, 56, 70, 72, 73, 75). Cl. XI. Croitoru Isac (6308, 10—12, 16—18, 30, 45, 56, 62, 67, 70, 72, 75, 90).

BOZOVICI. Ş. m. cl. X. Lopăţiţa Tiberiu (6308, 14, 56—59, 66—68, 70—73, 77, 82, 93, 416, 20, 24, 29, 31). Cl. XI. *Valuşescu Ilie* (6338, 56, 58, 59, 61, 65—68, 70—77, 79, 86, 88, 89, 93, 94, 98, 99, 403, 05, 09, 11, 14—16, 19, 29, 24, 27, 36, 37, 39, 42).

BRAD. Ş. m. „Avram Iancu". Cl. IX. Fornade Cornel (6356, 58, 67, 68, 70—75, 89, 90, 420, 24, 31).

BRAŞOV. Absolvent Pop Virgil (6309—12, 16, 18, 67, 69, 70, 72, 73).

Şc. 8 ani cl. VII. Vătui Lucian (E: 2153, 56—59, 64, 66).

Ş. m. 1 cl. VIII. Bătătorescu Anton (E: 2151, 54, 55, 60—63, 67, 68, 71, 79, 83; 6356—58, 66, 67, 73, 76, 89). Cl. X. Vătui Florin (6356, 57, 59, 67, 68, 70, 73, 75, 76, 81, 93, 98, 99). Cl. XI. Bătătorescu Cristina (6308, 10—12, 14, 16, 17, 21, 25, 45, 61, 62).

Ş. m. 3. cl. VIII. Mihai Magdalena (E: 2143, 48, 54, 60, 61, 67, 83; 6356, 58, 93, 450).

Ş. m. 4. cl. VII. Stan Adriana (E: 2157, 58, 61, 69, 70, 73, 82). Cl. X. Marinar Cornel (6308, 14, 16, 17, 22, 44, 45, 56, 58, 67, 70, 72, 73, 77, 93, 400).

Ş. m. Unirea. cl. IX. Enache Valeriu (E: 2149, 54, 60, 67; 6356, 57, 68, 70—73), 89). Cl. XI. Dumitraş Constantin (6356, 58, 67, 68, 70—75, 93), Zsido Gyorgy (6308, 10, 12, 14, 17, 28, 33, 37, 63, 40, 44, 45).

BRĂILA. Ş. m. 2. cl. X. Frangu Octavian (6308, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 30, 38, 44, 45).

BREAZA (Ploieşti). Ş. m. „Aurel Vlaicu" cl. VIII. Cirtoage Vasile (E: 2140, 41, 43, 44, 47, 49, 50, 54, 55, 60—63, 67, 68; 6314, 18, 25, 28, 44, 45), Tăleanu Constantin (E: 2171, 74, 75, 78—81, 83). Liceul militar cl. XI. Pruiu Petre (6323, 25, 28, 54, 61, 71, 74—76, 78, 81, 86, 88, 89, 93, 95, 97—400).

E 1426

TABLA DE MATERII

a Gazetei Matematice, seria B, anul XV (I)—1964

1. *I. Hitzig*, Matrici 289
2. *D. V. Ionescu*, Asupra unor probleme aritmetice 245
3. *I. Loziciu*, Asupra descompunerii conicelor în drepte . . . 397
4. *Cerchez Mihu*, O problemă de repartiție a transporturilor . . 200
5. *Claudiu Orșivschi*, Funcția exponențială și aplicațiile ei . . 439
6. *Gh. D. Simionescu*, Observări în legătură cu cea de a V-a Olimpiadă internațională de matematică 49
7. *I. Teodorescu*, Parabola cubică 433
8. *Ioan Tudoran*, Utilizarea telescopului școlar pentru observații astronomice 9
9. *Maria Vidrașcu*, Ce este nomografia 2
10. *Maria Vidrașcu*, Aplicațiile nomografiei în fizică și tehnică . 339
11. *T. Zamfirescu*, În legătură cu trisectoarele unui triunghi . . 483

II. EDITORIALE, DIN VIAȚA SOCIETĂȚII, DIVERSE

1. *Eugen Blideanu*, La început de nou an școlar 385
2. *Iacob Crișan*, Algebră în Europa medievală 481
3. *C. Drîmbă*, Observatorul astronomic din București al Academiei R.P.R. 193
4. *Șt. I. Gheorghiță*, 350 de ani de la apariția logaritmilor . . 529
5. *Constantin Ionescu-Bujor*, Gh. Țițeica 97
6. *N. Mihăilă*, Copernic 145
7. *Tiberiu Roman*, Olimpiada de matematică 1964, Dare de seamă 442
8. *N. Teodorescu*, Perspectiva tinerilor care studiază matematica 241
9. * * * La începutul noului an 1
10. * * * Premiile Gazetei matematice și fizice seria B pe anul 1963 66
11. * * * Rezultatul întrecerii între școlile medii din țară privind activitatea extrașcolară la matematică în 1963 109
12. * * * Rezultatul Olimpiadei de matematică 1964 . . . 297
13. * * * A XX-a aniversare a eliberării Patriei noastre . . . 337
14. * * * Premianții la cea de-a VI-a Olimpiadă internațională de matematică, Moscova, 1964 445

III. PENTRU CERCURILE DE ELEVI, ARTICOLE SCURTE

1. *Focseneanu I. M.*, Cîteva reprezentări grafice a unor transformări de funcții 100
2. *Gallin Elena*, Posibilitatea observării permanente a suprafeței invizibile a lunii 61
3. *Mihu Cerchez*, O aplicație de analiză combinatorie 152
4. *Victor Neagoe*, Cîteva generalizări în legătură cu calculul laturii unor poligoane regulate 485
5. *L. Țene și F. Ionescu*, Din activitatea cercului de matematică de la școala medie Mihai Viteazu, București 493
6. *Barna Barbara*. Folosirea noțiunii de vector în geometria elementară 390

IV. NOTE MATEMATICE

1. *Aurel Bejancu*, Asupra unei inegalități 251
2. *Brînzănescu Vasile*, Asupra problemei 5712 14
3. *Crișan Victor*, Asupra problemei 5483 64
4. *Crișan Victor*, Asupra unei inegalități 299
5. *Georgescu Corneliu*, Relația între latura l_n a unui poligon regulat cu n laturi și raza R a cercului circumscris . . . 106
6. *Georgescu Corneliu*. Asupra problemei 5950 534
7. *Iacob Hadîrcă*, Asupra unor relații între arii 537
8. *Grecu Eftimie*, Stabilirea unei inegalități trigonometrice . . 300
9. *C. I. Ț.*, Asupra unei inegalități trigonometrice 155
10. *I. Loziciu*, Construcția mecanică a unei curbe 403
11. *Petre Liviu*, Asupra unei teoreme a lui D. Pompeiu, cu aplicații la problemele 5447, 4518, 4970, 5503, 4359 204
12. *Mincinopski Gh.*, Generalizări ale problemelor 5832, 5877 . 153
13. *Munteanu I. Ion*, Generalizarea problemelor 4568 și 4678 . . 384
14. *Pîrșan Liviu*, Calculul bisectoarelor interioare 350
15. *Corneliu Popescu*, Asupra unei identități condiționate . . . 492
16. *Rosenfeld M.*, Proprietatea optică a parabolei 402
17. *Spircu Tiberiu*, Asupra problemelor 6126, 6217, 6227 . . .
18. *D. Stemer* și *Toma Stanciu*, Generalizarea problemei 6146 . . 439
19. *Țopan Gh.*, Determinarea centrului de greutate al unui poligon convex 252
20. *Voiculescu Dan*, O demonstrație a teoremei celor două medii . 62
21. *Voiculescu Dan*, Asupra unor inegalități în triunghi . . . 63
22. *Voiculescu Dan*, O chestiune de extrem geometric 490
23. *Zegrea Marius*, Asupra problemei 5006 387

V. CALEIDESCOP MATEMATIC

1. * * * Curiozități ale numerelor naturale 156
2. *O. S.*, Cel mai mare număr care se poate forma cu trei cifre identice 359
3. * * * Numere cu aceleași ultime două cifre care se mențin în produsul lor 352
4. *O. S.*, O demonstrație a teoremei lui Pitagora 352
5. *Victor Kiseleff*, Sofisme în matematică 394
6. * * * Inversiunea operațiilor 440
7. *I. Teodorescu*, Jocul cu bila 441

VI. PROBLEME REZOLVATE*)

5445(67) ; 5564(17) ; 5581(17) ; 5598(18; 5603(19) ; 5604(110) ; 5612(20, 111) ; 5620 (20) ; 5625(21) ; 5627(21) ; 5628(209) ; 5630(70) ; 5633(70) ; 5657(71) ; 56(72) ; 5684(112) ; 5685(113) ; 5688(113), 5692 (114), 5696(72, 115), 5698(116), 5701(73) ; 5702(158) ; 5704(159) ; 5705(210) ; 5707 (210) ; 5710 (74) ; 5711(211) ; 5712(212) ; 5716(253) ; 5717(160) ; 5719(214) ; 5736 (215) ; 5740(161) ; 5742(162) ; 5746(162) ; 5747(215) ; 5751(233) ; 5756(255) ; 5757 (216) ; 5758(256) ; 5760(163) ; 5762(164); 5771(301) ; 5774(257) ; 5776(302) ; 5808 (303) ; 5809(303) ; 5830(304) ; 5839(305); 5843(305) ; 5852(353) ; 5873(354) ; 5889 (356) ; 5901(356) ; 5907(357) ; 5936(357);

*) In paranteză este trecută pagina la care s-a dat soluția problemei).

5940(404) ; 5942(404) ; 5943(405) 5960 (446) ; 5968(448) ; 5969(406) ; 5970 (406) ; 5975(409) ; 5979(409) ; 5982 (410) ; 5983(448) ; 5997(450) ; 6006 (496) ; 6018(497) ; 6019(497) ; 6020(499) ; 6022(500) ; 6025(501) ; 6026(502) ; 6029 (503) ; 6033(503) ; 6035(504); 6036(553) ; 6057(540) ; 6058(541) ; 6059(541) ; 6067 (542) ; 6078(542) ; 6093(543).
6104(544) ; 6118(545) ; 6139(546) ; 6143 (546) ; 6145(546) ; 6146(548) ; 6148(549) ; M.F.L.: 867(74), 884(75), 885(76).
M.F.L.: 867(74), 884(75), 885(76).
E: 1937(118) ; E: 1938(118) ; E: 1949 (307) ; E: 1951(165)) ; E: 1955(119) ; E: 1956(217) ; E: 1967(165) ; E: 1959 (218) ; E: 1961(257) ; 1962(258) ; 1968 (258) ; E: 1972(166) ; E: 1973(259) ; E: 1975(259) ; E: 1977(307) ; E: 1979 (308) ; E: 1986(411) ; E: 2002(358); E: 2017(550) ; E: 2021(550) ; E: 2027(358) ; E: 2047(551) ; E: 2117(451).

VII. CHESTIUNI DE EXAMEN, PROBLEME PROPUSE

— Probleme date la admiterea în Institutul Politehnic București, 1963 . . . . . 24, 25, 26
— Probleme date la examenul de maturitate . . . . (122, 452)
— Probleme de bacalaureat din diverse țări 26, 79, 80, 121, 221, 315, 316, 368, 419, 507, 508, 509, 511.
— Probleme date la admiterea în Facultatea de matematică, București 1963 . . . . . 77,78, 79
— Probleme date la admiterea în Facultatea de matematică-mecanică, Cluj, 1963 100
— Olimpiada de matematică 1964 etapa locală 167
— Probleme date la facultatea matematică-mecanică Timișoara, 1963 218
— Probleme date la facultatea de fizică, Timișoara, 1963 . . 220
— Olimpiada de matematică etapa regională 1964 260
— Probleme date la facultatea de matematică-mecanică și fizică — Iași 1963 . . . . . 308, 309
— Probleme date la olimpiada de matematică 1964, etapa finală 359
— Probleme date la Institutul de petrol, gaze și geologie București 1963 310
— Subiectele lucrărilor scrise date la cea de a VI-a olimpiadă internațională de matematică ținută la Moscova 4 și 5 iulie 1964 . 372
— Probleme date la Institutul de construcții București, 1963 . . 411
— Probleme date la facultatea de mecanică Brașov, 1963 . . . 413
— Probleme date la facultatea de silvicultură Brașov, 1963 . . 414
— Probleme date la Institutul politehnic București, 1964 . . . 505
— Probleme date la facultatea de matematică-mecanică din București, 1964 552
— Probleme propuse pentru O. I. M. 1963 (6204—6207), 6252, 6254, 6205, 6302, 6306, 6322, 6323, 6379
— La admiterea în clasa a VIII-a, 1962, 1963 pe regiuni :
(E: 2082, 2083, 2084, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2108, 3109, 2110, 2114, 2115, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2146, 2147, 2148, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2178, 2189, 2185, 2191, 2192, 2194, 2156, 2196, 2239, 2240, 2243).
Probleme Propuse la pag. 27, 80, 122, 221, 265, 311, 364, 415, 453, 509, 554.
Exerciții și probleme propuse pentru clasele V—VIII la pag. 32, 85, 128, 177, 227, 270, 369, 420, 439, 509, 558.

VIII. PROBLEME PROPUSE REPARTIZATE PE AUTORI

Achiței Gh. (6454), *Acu Dumitru* (6181, 6247, 6288, 6481), *Augustin I. Matei* (6359, 6446), *Albescu I.* (6652), *Anghelescu Tudorică* (6290), *Aristide Leonte* (6152), *Arsene N. Ion* (6375), *Atanasiu Ionel* (6389), *Avădanei Cornelia* (6305), *Bazacov Gh.* (6257, 6571), *Băghină V.* (6364), *Bătineţu M. D.* (6421, 6485), *Bejancu Aurel* (6381), *Beldie D.* (6563), *Bejan Mircea* (6225), *Bena I. Dorin* (6233, 6641), *Berdan C.* (625), *Birzan Romanel, Birseti A.* (6531, 6533), *Bogza Mihai* (6609), *Boldea Gh.* (6442), *Bortaș Emilian* (6368), *Brătulescu Ion* (6376, 6427), *Brinzănescu Vasile* (6143, 6293), *Bromberg Hary* (6562), *Buicliu Gh.* (6647), *Butuc D.* (6391), *Călugăriţa Gh.* (6429, 6477), *Căsăndroiu Tudor* (6606), *Cătană Ilie* (6653), *Chiosana Cornelia* (6560), *Chiriacescu M.* (6561), *Chisăliţă Adrian* (6423), *Chifescu Ion* (6607 6648), *Cistelecan Mihai* (6326), *Cohal T.* (6344), *Coman M.* (6565), *Constantinescu N. Ilie* (6659), *Corna I.* (6531, 6533), *Costăchescu V. C.* (6203, 6384, 6417), *Costiniuc D.* (6559), *Bulucea C.* (6392), *Dabija Mircea* (6453), *Dăscălescu H.* (6149), *Deac Iuliu* (6393), *Duca Aron* (6484), *Dumitreasa Gh.* (6284), *Filipoiu A.* (6400, 6656), *Flondor Elena* (6307, 6444), *Flondor Paul* (6329), *Focşeneanu I. M.* (6246, 6478, 6598), *Gavrilă Gh.* (6268), *Georgescu Corneliu* (6147, 6155, 6350, 6388), *Georgescu G.* (6250, 6349), *Gheorghiu Doina* (6544), *Ghiţescu V.* (6345), *Goldenberg Adina* (6471), *Grecu Eftimie* (6148, 6233), *Grigore I.* (6219), *Grigorescu I. Şerban* (6180, 6426), *Grigoraș Constanța* (6558), *Grozescu T.* (6532, 6541), *Hadircă Iacob* (6198, 6230, 6336, 6401), *Haivas M.* (6525, 6527, 6530), *Huschitt Maria* (6545), *Iacob Şt. Eugen* (6334), *Iacomi Ioana* (6244), *Iancu Ion* (6491), *Iarchy Tatiana* (6197), *Ionescu D.* (6569), *Ionescu Florica* (6356), *Ionescu Ilie* (6365, 6367), *Ilie Nicolae* (6235), *Ionescu-Ţiu C.*, (6150, 6157, 6199, 6224, 6243, 6267, 6282, 6285, 6301, 6335, 6339, 6386, 6394, 6420, 6432, 6441, 6449, 6467, 6493, 6542, 6574, 6578, 6599, 6619, 6623, 6645, 6651, 6662), *Isac E.* (6296), *Ivănescu Cezar* (6264, 6264, 6276), *Iuga M.* (6642), *D.* (6277), *Lazăr Maria* (6245), *Leonte Alexandru* (6144, 6289, 6470, 6658), *Levin Alexandru* (6163, 6229, 6297, 6298), *Loziciu I.* (6528, 6540), *Lupovok L. M.* (6156), *Lusztig Gh.* (6293, 6327), *Măcinic Mircea* (6537), *Maftei Eugen* (6330), *Mănescu L.* (6223, 6445), *Mărculescu Origen* (6360), *Mettler Martin* (6154), *Mihăilescu D.* (6286), *Mihu Cerchez* (6279). *Miron Oprea* (6363, 6474), *Mocanu H. Ovidiu* (6249), *Morţun Em.* (6263, 6399), *Munteanu Dumitru* (6226), *Munteanu Ion* (6483), *Musta Şt.* (6241, 6325, 6436), *Muşat Şt. I.* (6593, 6615), *Mihalca Dan* (6610), *Nănuţi Ion* (6240), *Neacşu M.* (6539), *Neagoe Victor* (6626), *Negoescu C. N.* (6529), *Niculescu G. G.* (6340, 6382, 6605), *Onofraș E.* (6145, 6151), *Orănescu O.* (6332), *Pestroiu Daniel* (6239), *Petrescu N.* (6278), *Petrescu P. Anastasiu* (6258), *Petre Liviu* (6140, 6231, 6318, 6396), *Pişcoti C.* (6357), *Pîrşan I. Liviu* (6139, 6343, 6425, 6616, 6618, *Popa Al.* (6292, 6434), *Popa I. Eugen* (6328, 6397, 6433, 6644), *Popescu Adriana* (6242), *Popescu Adrian* (6238, 6338), *Popescu Gh.* (6261, 6475, 6538, 6546), *Poru I.* (6537), *Popovici Cornel* (6535, 6641), *Păun N.* (6472), *Postelnicu Anghel* (6568), *Pranițchi Teodor* (6372), *Puiu M. Gheorghe* (6141), *Popescu Corneliu* (6451, 6469, 6620, 6624, 6625), *Reinheimer Emilia* (6366), *Roman A.* (6555), *Roman Tiberiu* (6159, 6160, 6202), *Rosenfeld M.* (6534), *Sacter O.* (6161, 6162, 6227, 6418, 6448, 6456, 6481, 6597), *Savu Constanța* (6272, 6371), *Săndulache C.* (6182, 6655), *Săvulescu Benone* (6184, 6473), *Sfarț Liana* (6158), *Simionescu D. Gh.* (6306, 6452) *Simion A.* (6228, 6300), *Simovici Dan* (6234), Stan D. (6146), *Stanciu A.* (6576, 6643), *Stanciu C.* (6526), *Stănoiu Leonida* (6492), *Stavre Petre* (6435), *Stănescu Emilian* (6275), *Stănescu Ilie* (6262, 6262, 6450), *Stemer D.* (6395, 6553, 6564), *Şerb Adrian* (6385), *Siclovan I.* (6346), *Teodorescu I.* (6260, 6431, 6554, 6557, 6570), *Teodorescu Voltaire* (6281), *Tomescu Ion* (6233, 6341, 6383), *Toma Albu* (6621), *Tufescu Aurel* (6398), *Ţene Lucia* (6622), *Udrea Victor* (6556), *Udriște Constantin* (6428, 6486, 6496, 6613), *Ungureanu Maria* (6476), *Vasilescu C.* (6266), *Voiculescu Dan* (6237, 6430, 6490, 6614, 6661), *Wessely Tiberiu* (6361), *Zamfirescu Cristina* (6573), *Zamfirescu Tudor* (6153, 6248, 6355, 6573, 6611, 6621, 6636, 6650), *Zenembisi I.* (6280, 6390).

IX. EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII REPARTIZATE PE AUTORI

Albescu I. (E: 2106, 2190), *Atanasiu Ionel* (E: 2207), *Băluță Tudor* (E: 2182), *Bebea N.* (E: 2156), *Bobancu V.* (E: 2223, 2225), *Bogatu I.* (E: 2219), *Brătulescu I.* (E: 2174, 2244), *Bromberg Hary* (E: 2212), *Bucur Ioan* (E: 2193, 2245), *Buicliu Gh.* (E: 2139, 2140), *Butuc Dumitru* (E: 2103), *Căpitan I. Gh.* (E: 2104, 2168), *Căsăndroiu T.* (E: 2237), *Chelu I.* (E: 2197, 2198), *Chiosana Cornelia* (E: 2214), *Chirtoc Ion* (E: 2200, 2201), *Cornescian I.* (E: 2246), *Crăciunescu Gheorghița* (E: 2120), *Dobre Nelu* (E: 2119, 2136, 2237), *Dobrescu Al.* (E: 2090), *Dumitrescu I. Florea* (E: 2135), *Filipoiu Alex.* (E: 2092), *Florescu Ilie* (E: 2202), *Florescu Victor* (E: 2203, 2205), *Georgescu Corneliu* (E: 2238), *Georgescu Marcel* (E: 2172), *Grigoraș C.* (E: 2111), *Grigore Viorel* (E: 2157), *Gurămultă Ion* (E: 2173), *Grozescu T.* (E: 2199) *Horia Liviu* (E: 2232), *Iacob Șt. Eugen* (E: 2155), *Ionescu-Țiu C.* (E: 2089, 2094, 2129, 2144, 2150, 2154, 2167, 2177, 2188, 2189, 2209, 2221, 2236), *Levîrdă Vasile* (E: 2213), *Mahalnischi Sultana* (E: 2082, 2087, 2246, 2266), *Mazarache Climen* (E: 2215, 2217), *Mirzan D.* (E: 2151, 2231), *Mitrea V.* (E: 2105), *Munteanu I.* (E: 2130, 2247), *Munteanu Romeo* (E: 2153, 2170, 2226), *Neagu D.* (E: 2112), *Nistor V. Gh.* (E: 2208, 2239), *Onofraș E.* (E: 2107), *Pătrașcu V.* (E: 2210, 2211, 2218), *Pestroiu Daniel* (E: 2237), *Petrovici Radu* (E: 2133), *Popa Eugen* (E: 2222, 2241), *Popescu E. Mihai* (E: 2221, 2234), *Popescu Ovidiu* (E: 2181), *Ralescu Dan* (E: 2229), *Rusu Ion* (E: 2242), *Săndulache C.* (E: 2118), *Serghie Silvia* (E: 2216), *Stan D.* (E: 2187), *Stănescu Ilie* (E: 2117), *Stemer D.* (E: 2186), *Strătescu Ion* (E: 2132, 2142), *Stroe Horia* (E: 2080, 2081), *Sulă Octavian* (E: 2169, 2224), *Teodorescu I.* (E: 2175), *Tomescu Ion* (E: 2149), *Udriște Constantin* (E: 2183), *Ursulescu Octavian* (E: 2206, 2220, 2233), *Voiculescu Dan* (E: 2101, 2230).

X. CĂRȚI NOI ȘI POȘTA REDACȚIEI

Al. Toth, Noțiuni de teoria construcțiilor geometrice 34
Tiberiu Roman, Simetria 88
G. M. Fihtenholț, Curs de calcul diferențial și integral, vol. I . . 180
E. Kolman, Istoria matematicii în antichitate 181
A. P. Iușchevici, Istoria matematicii în evul mediu 181
I. Stamate și *I. Stoian*, Culegere de probleme de algebră . . . 181
L. I. Golovina și *I. M. Jaglom*, Inducția în geometrie 272
Edmond Nicolau, Introducere în cibernetică, ... 319
H. Wieleitner, Istoria matematicii de la Descartes pînă la mijlocul secolului al XIX-lea 460
* * *, Probleme actuale de matematică. Conferințe ținute la cursurile de vară pentru profesorii de matematică, Săcele, 1962 517
Mihu Cerchez, Aplicații ale matematicii în practică 518
N. Mihăilă, Introducere în programarea liniară 561
POȘTA REDACȚIEI (la pag. 180, 373, 342, 562.

XI. RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME. EVIDENȚIAȚI.

Rubrica rezolvitorilor pag. 34, 88, 130, 181, 230, 273, 320, 374, 423, 460, 518, 562.

EVIDENȚIAȚI, la pag. 89, 95, 137, 182, 230, 283, 374, 460, 478, 568.

XII. EVIDENȚIAȚI *)

1. *Acu Dumitru* (89, 2. *Almer David* (89, 460), 3. *Alexandru Doru* (461), 4. *Andrei Viorel* (460, 568), 5. *Anghel Petre* (89, 283). 6. *Andrei Titus* (230, 479, 566), 7. *Andronic Nicu* (137), 8. *Andreescu Liviu* (460), 9. *Arhip Petre* (230, 478), 10. *Ardeleanu Rodica* (283), 11. *Armeanu Corneliu* (89, 283), 12. *Aron C.* (460), 13. *Arsene N. Ion* (89, 182 ,283), 14. *Baraș Robert* (89), 15. *Băcilă Dan* (460), 16. *Bălănescu Petre* (96), 17. *Bejenaru Aurel* (89, 96, 283, 566). 18. *Berceanu C.* (420), 19. *Gerghean Ion* (566), 20. *Biscă Octavian* (89, 9:, 182, 230), 21. *Birză Ilie* (137), 22. *Blană Ionel* (479), 23. *Birlog Cornelia* (283, 478), 24. *Boac Antoaneta* (230), 25. *Blate Adrian* (478), 26. *Boac Monica* (283, 478), 27. *Bortaș Arcadiu* (566), 28. *Botez Dan* (374, 568), 29. *Boicescu Vlad* (89, 182, 283), 30. *Bontaș Vasile* (461), 31. *Bolonea D. G.* (460), 32. *Brădișteanu Smaranda* (374), 33. *Brădișteanu Adrian* (89, 96), 34. *Brinzănescu Vasile* (89), 35. *Bratu Constantin* (461, 479), 36. *Brinda Rodica* (89, 95, 182, 283), 37. *Bucur Delia* (162, 374), 38. *Bucur Liliana* (374, 479), 39. *Burduja Gheorghe* (166), 40. *Buiculescu Doina* (89), 41. *Buță Viorel* (478), 42. *Buzoianu Mureș* (479), 43. *Bena I. Dorin* (89, 96, 230, 283, 478, 566), 44. *Cartianu Dan* (460), 45. *Catană Ilie* (96, 374, 460), 46. *Călina Ion* (460, 479), 47. *Călugăreanu Gh.* (89, 137, 230, 283, 460, 566), 48. *Căsăndroiu Dănuț* (566), 49. *Ceuca George* (566), 50. *Cernica Petre* (96), 51. *Chițescu Ion* (283, 460, 478), 52. *Chirea Iulian* (461), 53. *Chivu Ileana* (374), 54. *Chiș Gheorghe* (566), 55. *Cistelecan Mihai* (374, 460, 478), 56. *Ciura Alexandru* (89), 57. *Cioroianu Mihai* (89, 96), 58. *Cimponieru Traian* (89), 59. *Cojocaru Mariana* (566), 60. *Cojan Marius* (283, 460), 61. *Cojocaru Ion* (89), 62. *Copoiu Florin* (283), 63. *Conache Petre* (89, 374), 64. *Cosmanciuc D.* (230), 65. *Costreie Eleodor* (230), 66. *Coșuleț Dan* (89, 95, 230, 374, 478), 67. *Covalciuc Valentin* (283, 374, 479), 68. *Constantinescu Maria* (374), 69. *Corcoțoi Ion* (478), 70. *Costache Stelian* (46.), 71. *Crăciun Gh.* (461), 72. *Crăciun Lucian* (283), 73. *Cristescu Mărgărit* (89), 74. *Crișan Victor* (89, 96, 230, 460), 75. *Csapa Gh.* (374, 479), 76. *Cureanu Gh.* (479), 77. *David Vasile* (461), 78. *Dăncilă Ioan* (96, 137, 230, 283, 274, 478, 566), 79. *Dăucuneț Nicolae* (89), 80. *Debeleanu Dan* (460), 81. *Depărățeanu Dan* (374, 568), 82. *Dimboviceanu Marilena* (566), 83. *Dîrvaru Paul* (89), 84. *Dincă Gh.* (460), 85. *Dodu Marian* (89), 86. *Dolteanu Temistocle* (96), 87. *Dragotă Georgel* (96, 137, 479, 460), 88. *Drăgulinescu Dumitru* (230), 89. *Dragu Alin* (230), 90. *Dumitrescu Elena* (230), 91. *Drăgoi Maricel* (566), 92. *Enache Gh.* (284, 460), 93. *Enea Aurel* (467), 94. *Farkaș Petru* (374), 95. *Flamaropol Marigula* (96), 96. *Flondor Paul* (89, 566), 97. *Filipoiu Alexandru* (89, 284, 460, 566), 98. *Florescu Florin* (96), 99. *Florescu Ion* (96, 182, 230), 100. *Fleischer Gh.* (283), 101. *Filimon N.* (460), 102. *Florea Florin* (374, 478), 103. *Foale Titu* (96), 104. *Fulea Ila (374)*, 105. *Frățilă Eliade* (460), 106. *Gavrilă Gh.* (479), 107. *Gărgălie Silvestru* (479), 108. *Gavrilă Șerban* (479), 109. *Gabriel Viorica* (479), 110. *Gasparic Călin* (96), 111. *Geleriu Dan* (283, 478), 112. *Georgescu G.* (89, 96, 283, 478, 566), 113. *Ghețu Luminița* (230), 114. *Gheorghiu Doina* (182, 283, 374), 115. *Găvruță Pascu* (566), 116. *Gheorghiu Adina* (283), 117. *George Ion* (460), 118. *Ghera Petru* (479), 119. *Gide Liviu* (479), 120. *Giurgiuc Costel* (479), 121. *Gimpiu Florin* (478), 122. *Ghițescu Mircea* (89, 283), 123. *Gropper Mircea* (89, 96), 124. *Gonciar Ștefan* (374, 460), 124 a. *Gheorghe Vasile* (461), 125. *Grosfeld Mihai* (461, 566), 126. *Haim Marcel* (283), 127. *Hărguș Ștefan* (566), 128. *Helju Doina* (566), 129. *Heibern Andrei* (283, 478), 130. *Herling Mihai* (230), 131. *Hincu Marius* (479), 132. *Horovitz O.* (96), 133. *Iacob Alexa.* (461), 134. *Ienca Aurel* (230), 135. *Ignea Silviu* (283, 460, 479), 136. *Ilisei Florin* (374), 137. *Ioniță St. Nicolae* (479), 138. *Ioniță Georgeta* (230, 374, 479), 139. *Ion St. Nicolae* (479), 140. *Ionescu Liana* (96), 141. *Isac Horațiu* (478), 142. *Iuga Mihai* (566), 143. *Iula Maria* (284, 460), 144. *Jurcă Ioan* (96, 460, 566), 145. *Lazăr Mircea* (374), 146. *Lașiță Ileana* (374, 478), 147. *Lascu Ioan* (479), 148. *Lepădatu Ion* (479), 149. *Leibovici Valeriu* (89), 150. *Logofătu Mihai* (96), 151. *Licoiu Dorin* (283, 479), 152. *Logofătu Bogdan* (283, 460), 153. *Luca Ion* (283, 374), 154. *Lupșe Radu* (182), 155. *Lupu Valenti* (230), 156. *Lungulescu Eugen* (374, 566), 157. *Lungulescu Bogdan* (478, 566), 158. *Lupu Rela* (479), 159. *Lupu Mihai* (460), 160. *Măciucă Ion* (374), 161. *Man Eugen* (460), 162. *Manolescu Adrian* (284), 163. *Manasin Dan* (283, 479), 164. *Mateescu Alexandru* (566), 165. *Mascan Marius* (568), 166. *Martinuș*

*) In paranteze sînt trecute paginile la care a fost evidențiat rezolvitorul.

Ştefan (460, 479), 167. *Maftei Nicolae* (566), 168. *Matu Constantin* (374), 169. *Mărăşescu Gh.* (478), 170. *Manolache Nicolae* (283, 479, 566), 171. *Martinuş Radu* (283, 479), 172. *Matei C. Ioan* (89), 173. *Matei Gh.* (37, 82, 461), 174. *Maftei Eugen* (230, 374), 175. *Marc Carol* (461), 176. *Mercioiu Constantin* (96, 283), 177. *Memetea Ovidiu* (374, 479, 566), 178. *Metin N.* (374), 179. *Mura Ion* (566), 180. *Melinte D.* (137), 181. *Mignea Arminius* (182, 478, 566), 182. *Milă Cornel* (460), 183. *Mihai Virginia* (566), 184. *Munteanu D.* (182), 185. *Miţă Gh.* (479), 186. *Miulescu Cecilia* (479), 187. *Minciноski Gheis* (89, 96, 478), 188. *Miţaru Alexandru* (566), 189. *Mirza Mihai* (230, 479), 190. *Moldoveanu Rodica* (566), 191. *Moţoi Gh.* (89), 192. *Munteanu Mihai* (89, 96, 230, 283), 193. *Năsturoiu Aneta* (566), 194. *Neguţiu Vasile* (283, 479), 195. *Nica Vasile* (137, 283), 196. *Nicolescu Rodica* (374), 197. *Niculescu Gh.* (89, 374), 198. *Niculescu Cecilia* (374), 199. *Niculae Ilie* (374, 479), 200. *Niculescu Constantin* (478, 566), 201. *Niculescu Veronica* (283), 202. *Niţescu Dan* (230, 478), 203. *Nuţă Ştefan* (374), 204. *Obreja Vasile* (89), 205. *Orlov Zenaida* (374, 460), 206. *Obreja Petru* (461, 479), 460), 207. *Oprescu Gh.* (478). 208. *Opriş Cornel* (479), 209. *Orăşanu Laurenţiu* (460, 479), 210. *Opriş Paul* (479), 211. *Otopeanu Alexandru* (137, 460, 478), 212. *Păun Ion* (479), 213. *Pavel Dumitru* (461, 479), 214. *Pătruţ Popa Ioan* (479), 215. *Petrescu Sorin* (89), 216. *Petrescu A. Ioan* (89, 478), 217. *Petriu Emil* (89, 283, 478), 218. *Perjeru N. Emil* (182, 374), 219. *Petrariu Vasile* (230), 220. *Penciu Adrian* (230, 461, 479), 221. *Papuc Ilie* (374, 479), 222. *Pestroiu Daniel* (479), 223. *Perl Toma* (566), 224. *Pleşa Gh.* (478), 225. *Petrie Mircea* (479), 226. *Pincas Iancu* (89), 227. *Pincu Iosif* (89), 228. *Popescu C.* (461), 229. *Popescu Mihai* (283), 230. *Poenaru Paraschiva* (479), 231. *Pop Mircea* (479), 232. *Popovici Cornel* (89, 182, 374, 460, 478), 233. *Popa I. Eugeniu* (95, 182, 230, 283, 460, 478, 566), 234. *Popescu Eleodor* (93, 374, 460, 235. *Popa Radu* (96), 236. Popescu Ovidiu (182, 374), 237. *Popa Lucia* (230, 374, 460), 238. *Popescu D.* (374), 239. *Popa Alex.* (374, 460), 240. *Pop Gh.* (374), 241. *Pruncu Petre* (374), 242. *Popescu Felicia* (89), 243. *Pop Marius* (478), 244. *Radu Mircea* (230, 283, 460), 245. *Ralescu Dan* (374, 478), 246. *Radu Vasile* (478), 247. *Răduinea N.* (374, 460), 248. *Rădulescu Dorin* (479), 249. *Ralescu Andrei* (283), 250. *Radu Luminiţa* (568), 251. *Răduţă Ion* (96, 283), 252. *Reff Radu* (89), 253. *Roman Marian* (89), 254. *Roman Irina* (460), 255. *Rotaru Adrian* (374), 256. *Sandu Darius* (374), 257. *Săndulescu Ion* (566), 258. *Sava Dan* (89), 259. *Sava Petru* (461), 260. *Stăncuţ Lucia* (284), 261. *Sachelarie Dan* (283, 460, 479, 566), 262. *Schiopu Ioana* (89), 263. *Sezel G.* (89, 283), 264. *Şerban Elena* (89), 265. *Său Gh.* (461), 266. *Şerban Petru* (461), 267. *Şerban Teodor* (461), 268. *Şerb Ioan* (89, 182, 460, 479), 269. *Sigelstein Isidor* (89, 137), 270. *Simion Gh.* (96, 461, 479), 271. *Simplăceanu Virgil* (183, 374), 272. *Simion Virgil* (478), 273. *Silaev Silvia* (283), 274. *Smărăndescu Gh.* (182), 275. *Spircu Tiberiu* (283), 276. *Ştefănescu D-tru* (461), 277. *Stănescu Dan* (283, 461, 566), 278. *Stanciu D.* (479), 279. *Stanciu Virgil* (479), 280. *Stancu Ion* (89), 281. *Spătaru Aurel* (96, 182, 230, 374, 460, 479), 282. *Stăncescu C.* (374, 566), 283. *Stan Emil* (283, 374, 479), 284. *Ştefănescu Mircea* (374, 479), 285. *Stan Mihai* (478), 286. *Stănescu C. C.* (478), 287. *Ştefănescu Alexandru* (93), 288. *Ştefănescu Sabba* (89), 289. *Stremţan Nicolae* (283, 479), 290. *Tănase I. Anca* (230, 479), 291. *Ţăposu Iosif* (283), 292. *Tebeanu Teodor* (182, 283, 460, 566), 293. *Turcu Laurenţiu* (374), 294. *Ţican Mihai Gabriel* (478), 295. *Timbulea Ion* (479), 296. *Tiron Dan* (479), 297. *Trif Maria* (182, 283, 478), 298. *Trif Nicolae* (374, 478), 299. *Tonceanu Dan* (478, 566), 300. *Turcanu Laurenţiu* (566), 301. *Turculeţ Demostene* (230, 460, 478), 302. *Umbreş Alexandru* (89), 303. *Ursulescu Octavian* (230, 283, 460, 478), 304. *Uţu Ion* (283), 305. *Vasile Ilie* (89), 306. *Vasile Cornel* (96), 307. *Vasilescu Nicolae* (566), 308. *Văleanu Vladimir* (566), 309. *Vasilescu Ana* (566), 310. *Valuşescu Ilie* (566), 311. *Verescu Sergiu* (461), 312. *Vişan Lucian* (478), 313. *Vlase Aurelian* (89, 96), 314. *Voiculescu Dan* (89, 95, 182, 283, 460, 568), 315. *Vrinceanu Vasile* (374, 478), 316. *Walacly Doina* (374), 317. *Weinstein Jack* (96, 478, 528), 318. *Wittinig Silviu* (89, 283, 478), 319. *Zăgan D.* (374, 460, 478), 320. *Zamfir Gh. Ion* (89, 182), 321. *Zisu Ana* (89), 322. *Zisu Tudor* (89), 323. *Zisu Silviu* (479).

OSZLÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRAK 1863 EGYESÜLET

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Rezolvînd problme pregătiți și Olimpiada Matematică 1965.

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorii pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 35—40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie prsonale, iar nu luate in cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse poate și este îndemnat să încerce să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor a IX-a pot trimite soluții și la problemele propuse pentru clasa VIII-a. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.-B. *Problemele rezolvate*, vor fi expediate în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate, corect rezolvate și citeț semnate. Desenele să fie făcut îngrijit pe foi separate.

Elevii claselor V—VIII vor fi anunțați în rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit odată cel puțin 8 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor IX—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și să dea adresa lor exactă.

În vederea stimulării elevilor clasei XI premiați la olimpiadele internaționale de matematică și olimpiadele interne (etapa finală), care devin studenți ai facultății de matematică-mecanică sau fizică de la Universități, conducerea Ministerului Învățămîntului a hotărît să li se acorde următoarele forme de sprijin material:

a) bursă în primul an de studii, indiferent de situația lor materială. În următorii ani de studii bursa să fie menținută în aceleași condiții dacă obțin media generală cel puțin 9,00.

b) la începutul primului an de studii să li se acorde cărți și manuale de specialitate în valoare de 500 lei.

c) în vacanțele anului I de studii să fie trimiși cu prioritate la odihnă în taberele studențești (iarna sau vara la alegerea studentului) dacă rezultatele școlare sînt foarte bune.

Tirajul fiind limitat, gazetele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii noștri să se aboneze de îndată pentru anul 1965 (12 numere). Prețul este de 2 lei exemplarul (24 lei anual).

Fiecare abonat este rugat să facă cunoscut această publicație și altor colegi, pentru a se abona din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Abonamentele se pot face prin oficiile poștale locale.

IN „BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R.P.R." AU APĂRUT URMĂTOARELE CĂRȚI DE MATEMATICĂ ȘI DE ASTRONOMIE

E. Rusu: Bazele teoriei numerelor. *A. I. Markușevici:* Șiruri recurente, *N. N. Vorobiev:* Numerele lui Fibonacci, *P. S. Alexandrov:* Introducerea în teoria grupurilor, *I. S. Sominski:* Metoda inducției matematice, *Gh. Mihoc:* Elemente de calcul probabilităților, *H. Ionescu:* Calcule numerice, *A. I. Marcușevici:* Arii și logaritmi, *A. I. Ghelfond:* Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi, *O. Sacter:* Despre conice și alte curbe, *Ion Ionescu:* Maxime și minime geometrice, *F. I. Zighel:* Cometele, *S. Sklowski:* Radioastronomia, *V. V. Șaronov:* Soarele și observarea lui, *O. Kreindler:* Elemente de calcul vectorial, *M. V. Pentkovski:* Nomograme, *A. Kahane:* Elemente de teoria congruențelor de drepte, *Gh. Țițeica:* Culegere de probleme de geometrie ed. IV (revăzută și completată de *G. D. Simionescu*), *A. Halanay:* Introducere în teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale, *C. N. Berman:* Cicloida, *C. Borș:* Noțiuni de geometrie proiectivă, *I. S. Dubnov:* Erori în demonstrațiile geometrice, *H. Steinhaus:* Caleidoscop matematic, *C. Popovici:* Stelele, date fizice, originea și evoluția lor, *C. Drimbă:* Elemente de mecanică cerească, *C. Ionescu-Bujor:* Elemente de transformări geometrice (I), *Gh. A. Chiței:* Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică *C. Ionescu-Bujor:* Elemente de transformări geometrice (II), *O. Sacter:* Olimpiade matematice, *A. I. Marcușevici:* Numere complexe și reprezentări conforme, *I. S. Gradstein:* Teorema directă și reciprocă, *A. I. Hincin:* Fracții continue, *V. A. Uspenski:* Unele aplicații ale mecanicii în matematică, *V. G. Bolteanski:* Ce este derivarea? *G. N. Berman:* Despre numere și studiul numerelor, *A. Iaglom* și *I. Iaglom:* Probleme neelementare tratate elementar, *Ciucu* și *Simboan:* Probleme de calcul probabilităților și statistică matematică, *O. Sacter:* Elemente de teoria ecuațiilor algebrice și transcendente, *C. Borș* și *D. Borș:* Numere complexe, *D. Rimer:* Noțiuni de teoria mulțimilor, ***: Probleme actuale de matematică (conferințe ținute la cursurile de vară de la Piatra Neamț), *M. Ghermănescu:* Aplicații ale trigonometriei, ***: Ipoteze care stau la baza geometriei de *B. Riemman:* (studii și comentarii de E. Gergely), *A. Haimovici:* Grupuri de transformări, *A. Toth:* Noțiuni de teoria construcțiilor geometrice, *T. Roman:* Simetria, *L. I. Golovina, I. M. Iaglom:* Inducția în geometrie, *Constantin Ionescu-Bujor:* Elemente de transformări geometrice (partea a treia), *Edmond Nicolau:* Introducere în cibernetică, ***: Probleme actuale de matematică (conferințe ținute la cursurile de vară de la Sacele-Brașov 1962), *N. Mihăilă:* Introducere în programarea liniară.

I. P. „Grafica Nouă" II — c. 11407

Index 41601

Lei 1,50